This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

Lehrbuch

der

Experimental-Physik

von

Dr. Edmund Külp,

Professor der Physik und Mathematik an der höheren Gewerbschule zu Darmstadt.

In vier Bänden.

Erster Band.

Die Statik und Dynamik fester und flüssiger Körper.

Mit 166 Abbildungen im Text.

Darmstadt, 1860.

Verlag von Johann Philipp Diehl.

198. e. 21.

Lehrbuch

der

Experimental-Physik

von

Dr. Edmund Külp,

Professor der Physik und Mathematik an der höheren Gewerbschule zu Darmstadt.

In vier Bänden.

Erster Band.

Die Statik und Dynamik fester und flüssiger Körper.

Mit 166 Abbildungen im Text.

Darmstadt, 1860.

Verlag von Johann Philipp Diehl.

198. e. 21.

Verfaſſer und Verleger behalten ſich das Recht der Ueberſetzung in fremde Sprachen für ſämmtliche Bände und Supplementhefte des Werkes vor.

Buchdruckerei von H. Brill in Darmſtadt.

Vorwort.

Der erste Band unseres Lehrbuches der Experimentalphysik handelt zuvörderst von den Körpern im Allgemeinen und von den in ihnen sich offenbarenden Kräften. Es ist darum ganz an seinem Orte vorerst die allen Körpern zukommenden Eigenschaften zur Sprache zu bringen und dann zu der materiellen Verschiedenheit der Körper überzugehen. Wie es denn ebenfalls wieder sachgemäß gewesen den nämlichen Gang hinsichtlich der Kräfte einzuhalten, mithin zunächst von der allgemeinen Schwere zu reden, welcher sämmtliche Körper ohne Ausnahme unterworfen sind, und hierauf von den in den Körpertheilen innewohnenden Molecularkräften zu sprechen, welche gewissermaßen die Qualität der Materie bestimmen. Gleich der Schwere ist die Molecularanziehung als ein die Materie stets begleitendes Attribut anzusehen, welches als ein nicht weiter erklärbarer Thatbestand unseren übrigen Untersuchungen als sichere Grundlage zu dienen hat. Was die in den Körpertheilen herrschende Abstoßungskraft betrifft, so sprechen vielfältige Erfahrungen dafür, daß sie weniger eine Eigenschaft der Materie als eine Aeußerung des in den Körpern enthaltenen Wärmeprincips sei, oder eine Wirkung eines besondern allgemein verbreiteten Agens, das durch Gewichtlosigkeit und Unbegrenztheit von der tastbaren Materie sich unterscheidet und Aether genannt wird. — Der Physiker gibt von vornherein zu, daß ihm das eigentliche Wesen der Kräfte verborgen ist, daß sich dieselben der sinnlichen Wahrnehmung überhaupt ganz und gar entziehen. Für ihn ist nur das Gesetz der Thätigkeit der Kräfte Gegenstand der Untersuchung; die Entdeckung der unwandelbaren Gesetze, nach welchen die Kräfte wirken, ist vorzugsweise das Ziel seines Strebens. Für den Physiker hat sonach der Begriff der Kraft die nämliche Bedeutung wie der Begriff des Gesetzes. Diesen Ausspruch durch Erörterung einiger speciellen Fälle in helleres Licht zu setzen ist an geeigneter Stelle geschehen. Daß mit dem Begriffe der Kraft zugleich der Begriff der Materie in Erwähnung kam, ließ sich erwarten. Denn die Natur ist nur eine Welt des Sinnlichwahrnehmbaren; es kann darum die Kraft der Natur nur in dem Stoffe der Natur, der Materie, zur Erscheinung kommen: es liegt dies einmal in dem Begriffe der Natur. Den Leser, welcher über den Begriff der Materie und der Kraft ausführlicheren Aufschluß als solchen *das gegenwärtige* Buch gewährt, zu

erhalten wünscht, verweisen wir auf die interessante Schrift von Fechner: „Die physikalische und philosophische Atomenlehre."

Es liegt der Gedanke nahe, die verschiedenen Eigenschaften des Sichtbaren und Fühlbaren einer verschiedenen Beschaffenheit der kleinsten Theilchen oder Elemente zuzuschreiben. Von diesem Gesichtspunkte aus betrachtet bilden die Grundstoffe der neueren Chemie das Material, aus welchem durch die Mannigfaltigkeit der Verbindungsweise alle in der Natur vorkommenden Körper hervorgehen. Damit soll nicht gesagt sein, daß wesentliche Unterschiede in den Dingen nicht auch blos von der Verschiedenheit der Größe und Verknüpfungsart an sich gleichartiger Bestandtheile herrühren können. An passendem Orte sind mehrere Beispiele angeführt worden, welche deutlich zeigen, daß die Eigenschaften einer chemischen Verbindung in der That nicht blos von der quantitativen und qualitativen Zusammensetzung der in ihr enthaltenen Grundstoffe, sondern auch von der besonderen Art der Gruppirung der Bestandtheile abhängen. Im Uebrigen können uns dergleichen Erscheinungen nicht bestimmen, eine Gleichheit der Atome anzunehmen; denn nicht darin besteht die Einheit des Weltganzen, daß seine sämmtlichen Urbestandtheile von einerlei Art seien, sondern nur darin, daß die verschiedenen individuell gearteten Theile als fügsame Gebilde eines continuirlich zusammenhängenden, durch ein Walten von Kräften innerlich verknüpften Ganzen sich erweisen. — Die Physik und Chemie unterstützen sich vielfältig und greifen aufs innigste in einander ein, wenn es sich um eine möglichst vollständige Kenntniß der Naturerscheinungen handelt. Auch werden die chemischen Phänomene wie die physikalischen durch Kräfte derselben Art hervorgerufen. Die chemische Affinität ist in Bezug auf die ungleichartigen Atome, was die Cohäsionkraft bezüglich der homogenen Atome ist. Die eine wie die andere Kraft wirkt nur auf sehr geringe Entfernungen und zeigt sich bei verschiedenen Körpern von ungleicher Intensität. Dazu kommt, daß manche chemische Processe von Erscheinungen begleitet werden, die rein physikalischer Natur sind. Selten erfolgt eine chemische Verbindung oder Zersetzung, bei welcher nicht eine Erhöhung oder Erniedrigung der Temperatur beobachtet wird. Die bemerkenswerthe Relation zwischen specifischer Wärme und Atomgewicht liefert den sicheren Beweis, daß die letzten Atome zu der Wärme in nächster Beziehung stehen. Das Licht vermittelt nicht blos das Sichtbarwerden der Dinge, sondern bringt auch merkwürdige chemische Wirkungen hervor, welche dem Physiker von Interesse sein müssen. Viele elektrische Erscheinungen stehen auf der Grenze der Physik und der Chemie, so daß sie bald der einen bald der andern Wissenschaft als angehörig zu betrachten sind. Es kann deßhalb keine dieser Wissenschaften der andern gänzlich entbehren. Aus diesem Grunde schien es angemessen zu sein, in dem gegenwärtigen Buche Einiges aus der Charakteristik der Grundstoffe und die wichtigeren Gesetze aufzunehmen, nach denen die chemischen Verbindungen der Körper vor sich gehen.

Vermittelst der äußeren Sinne erscheint dem Menschen die Außenwelt in ihren Besonderheiten. Es ist darum gewiß für jeden denkenden

Menschen von Interesse, den Mechanismus der verschiedenen Sinnesapparate etwas näher kennen zu lernen. Gewöhnlich wird in den Lehrbüchern der Physik an geeigneter Stelle mehr oder weniger des Gesichts- und Gehörorgans Erwähnung gethan, während die Organe der übrigen Sinne keine Berücksichtigung erhalten. Der Grund liegt ohnstreitig darin, daß wir über die Mechanik und das Wesen dieser Sinne noch weniger Bestimmtes und Zuverlässiges auszusagen im Stande sind als über die Natur und die Leistungen der beiden höheren Sinne. Indessen gewährt selbst das Wenige, was wir darüber wissen, schon einige Befriedigung. — Gelangen wir doch dadurch immer mehr zu der Ueberzeugung, daß die specifischen Qualitäten der Empfindung von den Eigenschaften der Außendinge zu unterscheiden sind, welche jene Empfindungen veranlassen. Wir vermögen nicht zu erklären, auf welche Weise die Geschmacksempfindung entsteht; wir können nicht angeben, wie die Tastempfindung zu Stande kommt. Wir finden aber, wenn wir den Vorgängen, welche derlei Art von Empfindungen zu Grunde liegen, mit einiger Aufmerksamkeit nachgehen, daß die Empfindung nicht blos das Resultat eines leidenden Zustandes ist, sondern daß sie vielmehr unter dem Einflusse eines der Selbstbestimmung fähigen Princips steht. Wir haben keine Ahnung von dem eigentlichen Wesen der Thätigkeit der jenen Sinnen angehörigen Apparate; sind gänzlich im Dunkeln über die Art und Weise, in welcher jenes Princip bei diesen Vorgängen sich Geltung verschafft. Immerhin fühlen wir aber, daß die Seele, die letzte Ursache des räthselhaften Vorganges sich als eine von der Materie unabhängige Kraft erweist. Eine kurze Erörterung der Sinnesapparate, welche das Fühlen, Schmecken und Riechen vermitteln, möchte daher in einem Lehrbuche der Physik nicht ganz an unrechtem Orte sein.

Nach dergleichen einleitenden Betrachtungen ging ich zu der Zusammensetzung und der Zerlegung der Kräfte über. Bei den statischen Lehren habe ich den Poinsot'schen Gang eingeschlagen, weil mir derselbe dem Charakter der Physik eher zu entsprechen scheint als irgend eine andere Beweisart. Auf dem gewählten Wege wird uns die physikalische Bedeutung jedes Schrittes klar vor Augen gehalten, was bei den Beweisführungen, welche einen rein mathematischen Gang verfolgen, weniger der Fall ist. Auf dem einfachsten Wege finden wir so, daß es eine Klasse von Kräften gibt, welche durch die sogenannten Momente nur gemessen werden können. Zugleich sehen wir deutlich ein, daß das Parallelogramm der Kräfte und das Parallelogramm der Drehpaare zwei zusammengehörige Sätze sind, welche unmittelbar aus der Natur der Dinge entspringen. Denn will man sich im Allgemeinen einen Begriff von der Bewegung eines Körpers machen, so muß man die fortschreitende Bewegung eines seiner Punkte im Raume zugleich mit der Drehung um jenen ins Auge gefaßten Punkt in Verbindung bringen. — Den Lehrsatz von dem Moment der Kräfte und das Parallelogramm der Kräfte auf dem Wege des Versuchs nachzuweisen, war eine Forderung, welcher ein Lehrbuch der Experimentalphysik zu genügen hatte. Alsdann dürfte es aus der Theorie über die Zusammensetzung der Kräfte so viel in sich aufnehmen *als nöthig* war, um den Satz

aussprechen zu können, daß beliebig viele an einem festen Körper wie immer wirkenden Kräfte sich stets in eine einzige Kraft und in ein einziges Drehpaar zusammenziehen lassen. Ein gleiches Verfahren mußte das Buch in Bezug auf die Theorie der Maschinen einhalten, mit denen es sich nur insoweit zu beschäftigen hatte als erforderlich war, um die Einrichtung und Anwendung verschiedener vorkommender Apparate richtig beurtheilen zu können. Der Satz des Parallelogramms der Kräfte und der Satz der statischen Momente bedingen das Gleichgewicht der Maschinen und beherrschen überhaupt die ganze Statik der festen Körper: es ist darum im Grunde die einfachste und natürlichste Anordnung, an diese Sätze die Betrachtung der Stabilität eines Körpers, der Seilpolygone, der Kettenlinie und der Maschinen unmittelbar anzureihen.

Den Gegenstand der drei Hauptabschnitte des Buches bilden die Gesetze des Gleichgewichtes und der Bewegung der festen, tropfbaren und ausdehnsamen Körper. Bei der Untersuchung des Gleichgewichtes wurden zunächst die aus der Schwere und den äußeren Kräften hervorgehenden Erscheinungen betrachtet, wie sie sich nach dem festen tropfbaren und ausdehnsamen Zustande der Körper gestalten; hierauf in gehörige Berücksichtigung gezogen die specifischen Wirkungsweisen der Molecularkräfte in jenen verschiedenen Aggregationsformen. Es ist dies ein naturgemäßer Gang, den wir in dem einleitenden Abschnitte ebenfalls eingehalten haben. Bei der Bewegungslehre bin ich hier und dort etwas gründlicher zu Werke gegangen, als es in manchen anderen Lehrbüchern geschehen ist. Ich glaube damit dem Leser, welcher das Studium der Physik mit glücklichem Erfolg zu betreiben wünscht, einen wesentlichen Dienst zu erweisen. Denn sicher wird er auf dem von uns eingeschlagenen Wege zu richtigeren und klareren Vorstellungen und Begriffen von den Bewegungserscheinungen in der Natur gelangen, als er an der Hand einer sogenannten populären Anleitung zu erreichen im Stande ist. Ueber solche Versuche, die sich ohne Mühe anstellen lassen und deren Ergebnisse leicht interpretirt werden können, bin ich schnell hinweggegangen; dagegen habe ich längere Zeit bei denjenigen Versuchen verweilt, deren Auslegung eine größere Schwierigkeit darbietet. Die Anordnung, in welcher die einzelnen Parthien in dem Buche nach einander zur Betrachtung kommen, dürfte als eine durchaus angemessene und aus der Natur der Sache hervorgehende bezeichnet werden können. Wer sich die Mühe nehmen will, das Buch nach jener Seite hin einer Prüfung zu unterwerfen, wird dieses Urtheil des Verfassers wohl bestätigen. — Nach diesen Auseinandersetzungen über die Anlage und Anordnung des Buches im Allgemeinen will ich mir gestatten mit wenigen Worten diejenigen Stellen in demselben hervorzuheben, durch welche es sich von andern ähnlichen Schriften unterscheidet und die den Sachverständigen vorzugsweise interessiren dürften.

Dahin gehören erstens die Versuche, welche wir über die durch äußere Kräfte hervorgebrachten Gestaltveränderungen an festen Körpern unternommen haben; desgleichen die Versuche, welche in Bezug auf die Drehungselasticität und zur Ermittelung des Torsionsmoduls angestellt

wurden. Durch Messung an verschiedenen Stäben mit quadratischem Querschnitte von Kautschuck und Guttapercha, welche durch angehängte Gewichte eine Verlängerung erlitten hatten, ergab sich nämlich, daß die Verkürzung der Seite des Querschnittes auf die Längeneinheit nahezu gleich dem Drittel der Verlängerung auf die Längeneinheit ist, vorausgesetzt, daß die Verlängerungen nicht zu bedeutend sind. Dasselbe Resultat liefern die von Wertheim mit vieler Sorgfalt an Messing- und Glasröhren ausgeführten Versuche, wonach anzunehmen, daß das angegebene Aenderungsverhältniß für alle Substanzen Gültigkeit behält. — Der von uns angewendete Apparat zur Anstellung von Versuchen über die Drehungselasticität der Drähte und Fäden ist einfach und ganz geeignet, um die verschiedenen dahin einschlagenden Gesetze zu ermitteln. Da die Torsionskraft öfters zum Messen schwacher Kräfte, wie magnetischer und elektrischer, benutzt wird; so hielt ich es für angemessen, bei derselben längere Zeit zu verweilen. Die aus unseren Experimenten auf zwei verschiedenen Wegen gefundenen Werthe des Torsionsmoduls stimmten recht gut überein, sobald die gewählten Drähte von demselben Material und einerlei Durchmesser waren.

Ich führe zweitens den von unserem unvergeßlichen Oberbaudirector Schleiermacher sinnreich erdachten Versuch an, welcher die Richtigkeit des für die Größe der Schwungkraft gegebenen Ausdruckes nachweisen soll. Diese Centrifugalkraft ist nämlich der Masse und dem Quadrat der Geschwindigkeit direct, dem Krümmungshalbmesser aber verkehrt proportional. Wird daher eine solche Schwungkraft an einer in einer bestimmten Entfernung von der Drehungsachse befindlichen Masse bei einer gleichförmig beschleunigenden Bewegung hervorgerufen, so wird gedachte Schwungkraft proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit oder der Zeit zunehmen, mithin einer in demselben Verhältnisse wachsenden Kraft nach und nach das Gleichgewicht zu halten im Stande sein. Verbinden wir nun jene in Rotation versetzte Masse in gehöriger Weise mit einer beweglichen Vorrichtung, auf welche ein bestimmtes Gewicht gelegt werden kann; so werden wir dieses Gewicht in dem entsprechenden Zeitmoment in die Höhe gehoben sehen. Um den ins Auge gefaßten Zeitmoment, in welchem die Schwungkraft zu der angegebenen Größe angewachsen ist, noch bemerklicher zu machen, wird an der erwähnten beweglichen Vorrichtung eine auf der einen Seite mit einem bogenförmigen Ansatze versehene kleine Kugel eingehängt. Indem nun in Folge der Schwungkraft die Vorrichtung sammt dem darauf gelegten Gewichte in die Höhe steigt, wird gleichzeitig der bogenförmige Ansatz von der Vorrichtung losgelöst, worauf die Kugel gegen eine in einer kleinen Entfernung befindliche Glocke schlägt, so daß in den festgesetzten Zeitmomenten jedesmal ein Ton vernommen wird.

Mit Hülfe des Schleiermacher'schen Apparates habe ich auch die Größe des Widerstandes zu ermitteln gesucht, welchen die Luft den Körpern bei deren Bewegung entgegensetzt. Um die dahin einschlagenden Versuche in der gewünschten Ausdehnung anstellen zu können, habe ich mir noch einen zweiten derartigen Apparat in größerem Maßstabe anfertigen lassen. Bei den verschiedenen einzelnen Versuchen wurden

jedesmal auf beiden Seiten in gleicher Entfernung von der Drehachse des Apparates entweder zwei Platten von demselben Gewichte und von einerlei Flächeninhalt, oder zwei gleiche schwere Körper von der nämlichen gekrümmten Oberfläche festgemacht und dann in geeigneter Weise die Größe des Widerstandes bestimmt, welche dergleichen in einer gleichförmig beschleunigten Bewegung begriffenen Platten oder Körper von Seiten der Luft erfuhren. — Dergestalt fand ich einmal, daß die fraglichen Widerstände wie die Quadrate der Geschwindigkeiten zunehmen, wenn die Geschwindigkeit die von 8 Meter nicht übersteigt. Dann fand ich, daß der Widerstand der Luft in einem etwas größeren als dem einfachen Verhältnisse der Oberfläche zunimmt. Zugleich habe ich auf Grundlage der angestellten Versuche den Erfahrungscoefficienten bestimmt, mit welchem das Gewicht der Cubikeinheit Luft multiplicirt werden muß, um den auf die Flächeneinheit ausgeübten Widerstand der Luft bei der Geschwindigkeit von einem Meter zu erhalten.

Im Uebrigen war ich ebenfalls bemüht, den Widerstand der Luft noch auf einem anderen Wege auszumitteln, wenn nämlich die Platten oder Körper in einer gleichförmigen Bewegung sich befanden. Ich befestigte zu diesem Behufe auf einer in Zapfenlagern horizontal liegenden beweglichen Welle die Körper, deren Widerstand ich ermitteln wollte, und legte dann um die Welle einen Faden, an dessen herabhängendem Ende ein oder das andere Gewicht hing. Bei dem Versuche selbst ließ ich erwähntes Gewicht gleichförmig niedersteigen; dasselbe konnte so als Größe des Widerstandes gelten, welchen die Luft bei der Bewegung den auf der Welle angebrachten Körpern entgegenstellte. Die auf diesem Wege erhaltenen Resultate sind ziemlich dieselben, wie wir solche bei unserer ersteren Verfahrungsweise fanden, desgleichen Borda und D'Aubuisson sie bei ihren Untersuchungen gefunden haben. Was den Widerstand der Luft bei großen Geschwindigkeiten anlangt, so scheint nach den mittelst des ballistischen Pendels gemachten Beobachtungen zu schließen, derselbe durch eine Formel ausgedrückt zu werden, in welcher das Quadrat der Geschwindigkeit als Exponent vorkommt. Auch über diesen Punkt gibt das Buch näheren Aufschluß, insoweit derselbe bis jetzt gegeben werden kann. — Hinsichtlich der Bestimmung der Ausflußmenge der Luft aus Gefäßen, in denen sie zusammengedrückt wird, habe ich ebenfalls die nöthige Anzahl von Versuchen ausgeführt, um daraus den sogenannten Reductionscoefficienten sowohl für Oeffnungen in dünnen Wänden, als auch für cylindrische und conische Ansatzstücke herzuleiten. Dagegen habe ich keine weitere Versuche vorgenommen, um die über die Bewegung der Luft in Röhrenleitungen aufgestellte theoretische Formel einer näheren Prüfung zu unterziehen. Den Werth des in der Formel vorkommenden Erfahrungscoefficienten habe ich vielmehr aus anderweitigen Beobachtungen entnommen und dann die Formel mit den Ergebnissen im Großen angestellten Versuche vergleichend zusammengehalten, wobei sich ergab, daß besagte Formel als eine der Wirklichkeit ziemlich entsprechende gelten kann.

Ueber den Ausfluß des Wassers aus Gefäßen habe ich zahlreiche Versuche angestellt und zwar dies sowohl bei constanter als variabler

Druckhöhe. Die aus jenen Versuchen für die Contractionscoefficienten in das Buch aufgenommenen Zahlenwerthe sind gewissermassen als Mittelwerthe aus einer größeren Anzahl von Beobachtungen zu betrachten. Aehnliches gilt von dem sogenannten Reibungscoefficienten bei der Bewegung des Wassers in Röhrenleitungen. Ueber die Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen besondere Versuche anzustellen bot sich mir keine Gelegenheit dar: die darauf Bezug habenden in dem Buche angeführten Zahlencoefficienten sind den vielfältigen mit Sorgfalt vorgenommenen Beobachtungen von Dubuat und Weißbach entlehnt worden. — Dagegen habe ich nicht verabsäumt, die von Savart zuerst beschriebene interessante Reihe von Erscheinungen, welche bei dem Stoße eines flüssigen Strahles aus einer kreisförmigen Oeffnung auf eine kreisförmige Platte einerseits und bei dem Stoße zweier Flüssigkeitsstrahlen gegen einander anderseits sich darbieten, zum Gegenstand eigener Untersuchung zu machen. Die Menge dieser in verschiedenen Bogen regenartig niederfallenden Tropfen, welche dabei doch zu einem geordneten Ganzen zusammengehalten wird, macht den angenehmsten Eindruck, der zu einem vollen Schönheitsgenuß wird, wenn zugleich die Sonne die Tropfen bescheint.

Bei der Beschreibung der einzelnen hydraulischen und pneumatischen Maschinen sind immer die wesentlichen Stücke hervorgehoben worden, welche einerseits das Princip klar vor Augen führen, das der besonderen Maschine zum Grunde liegt, und anderseits die Eigenschaften der tropfbaren und ausdehnsamen Flüssigkeiten in ein helleres Licht setzen. Nur bei der Luftpumpe ist man von dieser Regel abgewichen und hat man sich mehr in das Specielle eingelassen, wie es der Charakter eines physikalischen Lehrbuches mit sich bringt. Die einstiefelige Hahnluftpumpe macht den Anfang, worauf die zweistiefelige Hahnluftpumpe zur Sprache kommt. Alsdann folgt die einstiefelige Ventilluftpumpe, an welche sich die zweistiefelige Ventilluftpumpe anreiht. Zuletzt wird die einstiefelige doppelt wirkende Luftpumpe abgehandelt, und zwar die von dem geschickten Mechanicus Staudinger zu Gießen in neuester Zeit angefertigte Maschine. Derselbe hat uns gütigst gestattet, eine kurze Beschreibung dieses vorzüglichen Instrumentes zu veröffentlichen, von welchem das Buch zugleich eine gut gelungene Abbildung aufweist. — Auch habe ich nicht verabsäumt, die besonderen Verbesserungen zu erwähnen, welche an diesen verschiedenen Pumpen angebracht worden sind, um einen möglichst hohen Grad der Verdünnung der Luft zu bewirken. Die für die einzelnen Fälle speciell ausgeführten Zeichnungen werden gewiß dazu beitragen, den Leser in Bälde auf diesem Gebiete zu orientiren und ihn zu überzeugen, daß ein vollkommen absolut luftleerer Raum sich nicht erzielen läßt, was von vornherein aus einfachen theoretischen Betrachtungen sich schon ergeben hatte.

Einen besonderen Abschnitt in dem Buche bildet die Lehre von der allgemeinen Gravitation. Diese Lehre schließt sich unmittelbar an die Betrachtung der Verschiedenheit der Schwere an den verschiedenen Orten. Denn wir haben hier erfahren, daß die Erdbeschleunigung in einer gewissen Höhe über der Erdfläche *im umgekehrten* Verhältnisse des

Quadrates der Entfernung vom Erdmittelpunkte abnimmt: eine Thatsache, die darauf hinweist, daß die von der Erde ausgehende Anziehungskraft gewissermaßen im Erdmittelpunkte ihren Sitz hat, worauf der lothrechte Fall der Körper einigermaßen auch schon hindeutet. Es wirft sich also die Frage auf, welche Bewandniß es mit der Totalaction der Erde auf einen von ihrem Mittelpunkte entfernten Körper habe, worauf gezeigt wird, daß eine derartige Action eine nothwendige Folge des von Newton aufgestellten allgemeinen Gesetzes ist, daß die materiellen Theilchen aller Körper sich im geraden Verhältnisse ihrer Massen und im umgekehrten des Quadrates der Entfernungen anziehen. Um zur Kenntniß dieses Satzes zu gelangen, haben wir den elementaren vom Regierungsrathe von Ettingshausen betretenen Weg eingeschlagen. — Alsdann wird nachgewiesen, daß die Kraft, welche den Mond in seiner Bahn um die Erde führt, keine andere als die Schwerkraft ist, welche die irdischen Körper gegen die Erde hinzieht: wir haben diese merkwürdige Entdeckung dem Scharfsinn des großen Newton zu verdanken.

Zwischen je zwei Himmelskörpern besteht ebenfalls eine Anziehung, welche den auf einander wirkenden Massen direct und dem Quadrate ihrer Entfernung verkehrt proportional ist. Dieses von Newton zuerst ausgesprochene Gesetz ist eine nothwendige Folge der an den Bewegungen der Planeten und Trabanten von Kepler entdeckten Gesetze. Es kam also vor allen Dingen darauf an, die Größe der Kraft zu bestimmen, mit welcher ein in Centralbewegung begriffener Körper gegen den Centralpunkt hingezogen wird. Regierungsrath von Ettingshausen hat die Größe dieser Kraft abermals auf elementarem Wege herzuleiten gewußt, dem nachzugehen wir uns erlaubt haben. — Nachdem der Ausdruck für jene Kraft gefunden war, hat es keine Schwierigkeit mehr, die Masse, Dichte und Schwere der zu unserem Sonnensysteme gehörigen Weltkörper zu bestimmen. Die Erde gilt uns dabei als Maßstab der Vergleichungen, ähnlicher Weise, wie bei der Bestimmung der Masse eines Körpers die in einer Volumeneinheit reinen Wassers enthaltene Masse als Einheit dient. Wir wissen nicht, wie viel Masse das in einem bestimmten Raume vorhandene Wasser enthält; wir wissen aber, daß die Masse des einen gleich großen Raum einnehmenden Goldes 19mal größer ist als die Masse jenes Wassers. Ebenso wissen wir nicht, wie viel Masse der Erdkörper an und für sich besitzt; wir wissen aber, daß der Jupiter eine Masse hat, welche 340 mal so groß als jene der Erde ist.

Die Theorie der allgemeinen Gravitation ist eine der glänzendsten und ausgebildetsten Lehren auf dem Gebiete der Physik und steht als Muster der Nachahmung allen Zweigen der Naturwissenschaft da. Selbst die unscheinbarsten an den elliptischen Bewegungen eines Planeten oder Trabanten sich kundgebenden Aenderungen sind nichts anders als unmittelbare Folgerungen des Newton'schen Gravitationsgesetzes. Dieses unserem Sonnensysteme eigenthümliche Gesetz erstreckt sich übrigens auch jenseits der Grenzen des Sonnengebietes und scheint das allgemeine Gesetz der Natur zu sein. Es ist gewissermaßen das allgemeine Band, durch welches die Weltkörper zusammengehalten werden und zu Gliedern

eines größeren geordneten einheitlichen Ganzen verknüpft sind. Das Weltall stellt so gleichsam ein atomistisches System im Großen dar, wie ein Körper ein atomistisches System im Kleinen ist. Möglich, daß die untheilbaren kleinen Atome verschwindende Größen sind gegen die Abstände, in denen sie zu einander stehen, wie die großen Atome, die untheilbaren Weltkörper sehr klein sind gegen die Entfernungen, in welchen sie im unermeßlichen Raume von einander schweben. — Die kleinen wägbaren Atome ziehen ebenfalls einander an im directen Verhältnisse ihrer Massen und im umgekehrten der Quadrate ihrer Entfernung. Dagegen veranlassen die Abstoßung der Aetheratome untereinander und die wechselseitige Anziehung zwischen den ponderabelen Atomen und den Aetheratomen, über welche Kräfte wir jedoch bis jetzt noch nichts Bestimmtes auszusagen vermögen, an den Körpern gar mannigfaltige Modificationen, welche bei den größeren Atomen, den Weltkörpern, wegen Mangel aller zwischen ihnen liegenden ponderabeln Materie, nicht in der Art zur Geltung kommen können, wie es bei den aus wägbaren Atomen zusammengesetzten irdischen Körpern sich ereignet, wo die Erscheinungen verwickelterer Natur sind. — Möglich auch, daß das Gravitationsgesetz nur ein specieller Fall eines höheren allgemeineren Gesetzes ist, welches für kleinere Entfernungen besondere Molecularphänomene bewirkt, die für jede größere Entfernung verschwinden. Das allgemeinere Gesetz hätte in solchem Falle eine unendliche Reihe von Gliedern zum Ausdrucke, in welchem dieselben den Potenzen des Abstandes der Theilchen umgekehrt proportional wären. Das erste, dem Quadrat des Abstandes umgekehrt proportionale Glied entspräche so der Gravitation, gegen welches die folgenden Glieder bei merklichem Abstande verschwänden, während bei unmerklichen Abständen die letzteren Glieder dagegen das Uebergewicht erhielten. — Die oben angeführte Atomenlehre enthält im Uebrigen eine recht sinnreich ausgedachte Hypothese über ein höheres allgemeines Kraftgesetz der Natur, das nach verschiedenen Richtungen hin versprechende Aussichten zu eröffnen scheint.

[illegible] Optik (Band II.) vorkommenden Druckfehler.

[illegible] doppelte Brechung des Lichtes haben sich einige [illegible] wir den Leser zu verbessern bitten.

[illegible] muß anstatt

[illegible] $(a^2 - b^2)\sin^2\phi$ gesetzt werden:

$$\frac{1}{u'^2} = \frac{1}{a^2} + \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right)\sin^2\phi.$$

[illegible] muß anstatt

$u'^2 = a^2 + (b^2 - a^2)\sin^2\phi$ es heißen:

$$\frac{1}{u'^2} = \frac{1}{b^2} + \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\sin^2\phi.$$

[illegible] Seite 573 müssen statt der beiden Gleichungen

$u^2 = b^2 + (a^2 - b^2)\sin^2 \tfrac{1}{2}(\phi - \psi)$ und

[illegible] $b^2 + (a^2 - b^2)\sin^2 \tfrac{1}{2}(\phi + \psi)$ folgende zwei gesetzt werden:

$$\frac{1}{u^2} = \frac{1}{a^2} + \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right)\sin^2 \tfrac{1}{2}(\phi - \psi) \text{ und}$$

$$\frac{1}{u'^2} = \frac{1}{a^2} + \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right)\sin^2 \tfrac{1}{2}(\phi + \psi).$$

4) Auf der Seite 573 ergibt sich für $\phi = \psi$:

$$\frac{1}{u^2} = \frac{1}{a^2} \text{ und } \frac{1}{u'^2} = \frac{1}{a^2} + \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right)\sin^2\phi.$$

5) Auf der Seite 574 kommt für $\phi + \psi = 180^0$,

$$\frac{1}{u'^2} = \frac{1}{a^2} \text{ und } \frac{1}{u^2} = \frac{1}{a^2} + \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right)\cos^2\phi.$$

Für $a > b$ hat u zum Minimum den Werth b.

6) Für $\phi = \psi + \gamma$ auf der Seite 574 kommt

$$\frac{1}{u^2} = \frac{1}{c^2} = \frac{1}{a^2} + \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right)\sin^2\frac{\gamma}{2} \text{ und}$$

$$\frac{1}{u'^2} = \frac{1}{a^2} + \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right)\sin^2\left(\psi + \frac{\gamma}{2}\right).$$

u' erreicht für $a > b$ sein Minimum $= b$, wenn $\psi = 90^0 - \frac{\gamma}{2}$ und sein Maximum $= a$ für $\psi = -\frac{\gamma}{2}$.

7) Auf der Seite 575 ist statt

$$\operatorname{tang}\frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{c^2 - b^2}{a^2 - c}} \text{ zu setzen: } \operatorname{tang}\frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{\frac{1}{c^2} - \frac{1}{a^2}}{\frac{1}{b^2} - \frac{1}{c^2}}}.$$

8) Auf der Seite 631 ist statt

$$c_{,} = \frac{c}{4}\cdot\frac{b^2 - a^2}{a\,n_{,}}\sin^2\phi \text{ zu setzen: } c_{,} = \frac{c}{4}\cdot\frac{\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}}{a\,n_{,}}\cdot\sin^2\phi.$$

Inhalt.

Einleitung.

Seite

Von den Naturwissenschaften im Allgemeinen. — Gegenstand und Methode der Physik. — Richtige und falsche Hypothesen. — Physik des Wägbaren und Physik des Unwägbaren 1

Erste Abtheilung: Von dem Gleichgewichte und der Bewegung der festen Körper.

Erster Abschnitt: Von den Körpern und den Kräften im Allgemeinen.

I. Uebereinstimmung und Verschiedenheit der Körper.

1. Allgemeine Eigenschaften der Körper 6
2. Bestimmung der Größe der Körper 10
3. Aggregationszustände der Körper 14
4. Materielle Verschiedenheit der Körper 16

II. Von den Kräften der Materie.

1. Schwere. — Richtung der Schwere. — Absolutes und specifisches Gewicht. Dichtigkeit 17
2. Molecularkräfte. — Cohäsion. — Adhäsion. — Chemische Verwandtschaft . 20
3. Gesetze der chemischen Verbindungen 26
4. Einige der wichtigeren chemischen Verbindungen 29

III. Wesen der Materie und Wesen der Kraft.

1. Atomistische Ansicht 34
2. Dynamische Ansicht 39
3. Physikalischer Begriff der Kraft und der Materie 40
4. Einiges über die drei niederen Sinne 44

IV. Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte.

1. Grundbegriffe 51
2. Zusammensetzung paralleler Kräfte 54
3. Zusammensetzung der in einen Punkt zusammenlaufenden Kräfte 61
4. Zusammensetzung der Drehpaare 66

Zweiter Abschnitt: Gleichgewicht des Festen. (Statik.)

I. Einwirkungen der Schwere.

1. Vom Schwerpunkt 71
2. Schwerpunktsbestimmungen 74
3. Verschiedene Arten des Gleichgewichtes. — Stabilität eines Körpers . . . 79
4. Von den auf Seile wirkenden Kräften 82

II. Gleichgewicht der Kräfte an Maschinen.

Seite

1. Maschinen überhaupt. — Einfache und zusammengesetzte Hebel 85
2. Verschiedene Wagen 89
3. Anderweitige Maschinen mit Drehung 96
4. Maschinen mit gleitender Bewegung 100

III. Wirkungen der Cohäsionskräfte.

1. Erscheinungen der Elasticität 105
2. Erscheinungen der Dehnbarkeit 116
3. Erscheinungen der Festigkeit 118
4. Erscheinungen der Krystallisation 121

IV. Aus der Cohäsion entspringende Hindernisse bei der Bewegung.

1. Gleitende Reibung 131
2. Rollende Reibung 134
3. Schätzung der Reibung in einigen besonderen Fällen 136
4. Steifigkeit des Seiles 141

Dritter Abschnitt: Bewegung des Festen (Dynamik.)

I. Nähere Betrachtung verschiedener Arten von Bewegung.

1. Gleichförmige und ungleichförmige Bewegung. — Freier Fall und Fall auf der schiefen Ebene 143
2. Maß der bewegenden Kräfte. — Leistungen der Kräfte 152
3. Fall auf krummen Linien. — Fliehkraft 159
4. Zusammensetzung der Bewegungen. — Wurfbewegung 173

II. Von der Bewegung und von dem Stoße fester Körper.

1. Progressive und rotirende Bewegung 182
2. Stoß unelastischer Körper 185
3. Stoß elastischer Körper 188
4. Stoß theilweise elastischer Körper 190

III. Die Drehungsbewegung.

1. Drehung eines Körpers um eine feste Achse 192
2. Bestimmung von Trägheitsmomenten 197
3. Druck auf die Drehachse. — Freie Achse 203
4. Die Fessel'sche Rotationsmaschine 207

IV. Die Pendelbewegung.

1. Das einfache Pendel 212
2. Das zusammengesetzte Pendel 220
3. Benutzung des Pendels 227
4. Verschiedenheit der Schwere an verschiedenen Orten 232

Vierter Abschnitt: Die allgemeine Gravitation.

1. Von der Centralbewegung 239
2. Formel für die Centralkraft 242
3. Die Kepler'schen Gesetze. — Das Newton'sche Gravitationsgesetz. — Präcession und Nutation. — Störungen der Bewegungen der Himmelskörper . 247
4. Mittlere Dichtigkeit der Erde. — Masse, Dichtigkeit und Schwere der Sonne und Planeten. — Ebbe und Fluth. — Masse und Dichtigkeit des Mondes 259

Zweite Abtheilung: Von dem Gleichgewichte und der Bewegung der flüssigen Körper.

Erster Abschnitt: Gleichgewicht des tropfbar Flüssigen (Hydrostatik).

I. Druck und Gleichgewicht schwerer tropfbarer Flüssigkeiten.

Seite

1. Grundeigenschaften der tropfbaren Flüssigkeiten 273
2. Druck der Flüssigkeit nach unten. — Druck der Flüssigkeit nach oben . . 279
3. Seitendruck der Flüssigkeit. — Mittelpunkt des Druckes 283
4. Communicirende Gefäße 286

II. Verhalten der festen Körper in flüssigen.

1. Druck der Flüssigkeiten gegen darin befindliche Körper 289
2. Gleichgewicht schwimmender Körper 290
3. Tiefe der Einsenkung schwimmender Körper 293
4. Stabilität schwimmender Körper 295

III. Hydrostatische Bestimmung der specifischen Gewichte fester und tropfbarer Körper.

1. Verfahren bei der Bestimmung des specifischen Gewichtes fester Körper . . 299
2. Verfahren bei der Bestimmung des specifischen Gewichtes tropfbarer Körper 302
3. Bestimmung des specifischen Gewichtes mittelst des Gewichtsaräometers . . 304
4. Von den Skalenaräometern 306

IV. Wirkungen zwischen den Flüssigkeitstheilen unter einander wie zwischen ihnen und den Theilchen fester Körper.

1. Capillarerscheinungen 311
2. Theoretische Betrachtungen und anderweitige Capillarerscheinungen . . . 314
3. Erscheinungen bei einer der Wirkung der Schwere entzogenen Flüssigkeit . 321
4. Diffusion der Flüssigkeiten. — Endosmose und Exosmose 324

Zweiter Abschnitt: Bewegung des Tropfbarflüssigen (Hydrodynamik).

I. Ausfluß des Wassers aus Gefäßen.

1. Abfluß aus horizontaler Bodenöffnung und kurzen Ansatzröhren bei constanter Druckhöhe 328
2. Abfluß aus horizontaler Bodenöffnung bei abnehmender Druckhöhe . . . 335
3. Ausfluß durch Oeffnungen in Seitenwänden 338
4. Springende Wasserstrahlen 340

II. Bewegung des Wassers in längeren Röhren.

1. Widerstandscoefficient. — Reibungscoefficient 342
2. Hydrodynamischer Druck 344
3. Querschnittsveränderungen bei Wasserleitungen 347
4. Richtungsveränderungen bei Wasserleitungen 348

III. Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen.

1. Mittlere Geschwindigkeit. — Geschwindigkeitsmessungen 349
2. Gleichförmige Bewegung des Wassers in Kanälen 352
3. Ungleichförmige Bewegung des Wassers in Flüssen 354
4. Aufstauung des Wassers 355

IV. Hydraulischer Stoß und hydraulische Maschinen.

1. Stoß eines flüssigen Strahls gegen eine kreisrunde Scheibe und zweier Flüssigkeitsstrahlen gegen einander 358
2. Stoß des Wassers gegen feste Körper 361
3. Widerstand der Flüssigkeiten 364
4. Hydraulische Maschinen 368

Dritter Abſchnitt: Gleichgewicht des Luftförmigen (Aeroſtatik).

I. Der atmoſphäriſche Druck.

Seite

1. Eigenſchaften der Gaſe. — Der Toricelli'ſche Verſuch 373
2. Vom Barometer 381
3. Schwankungen des Barometers 386
4. Barometriſche Höhenmeſſung 389

II. Die Geſetze der Expanſibkraft.

1. Heronsball. — Heronsbrunnen. — Oellampe. — Carteſianiſcher Taucher . 392
2. Das Mariotte'ſche Geſetz 394
3. Volumenometer. — Differentialbarometer. — Luftmanometer. — Sonſtige Manometer 400
4. Das Gay-Luſſac'ſche Geſetz 407

III. Aeroſtatiſche Maſchinen. — Auftrieb der Luft.

1. Luftpumpe oder Luftverdünnungspumpe 409
2. Verdichtungspumpe 423
3. Gewichtsverluſt der Körper in der Luft. — Specifiſches Gewicht der Gaſe. 426
4. Pumpen. — Heber. — Mariotte'ſche Flaſche. — Aeroſtate 429

IV. Cohäſionserſcheinungen bei den Gaſen.

1. Diffuſion der Gaſe 436
2. Diffuſion der Gaſe durch poröſe Scheidewände 438
3. Abſorption der Gaſe durch feſte Körper 440
4. Abſorption der Gaſe durch Flüſſigkeiten 443

Vierter Abſchnitt: Bewegung des Luftförmigen (Aerodynamik).

1. Ausfluß der Gaſe aus Gefäßen und durch Leitungen 445
2. Stoß und Widerſtand der Luft 453
3. Pneumatiſche Maſchinen 463
4. Von den Luftſtrömungen 471

Einleitung.

Von den Naturwissenschaften im Allgemeinen. — Gegenstand und Methode der Physik. — Richtige und falsche Hypothesen. Physik des Wägbaren und Physik des Unwägbaren.

Der Mensch nimmt sowohl in sich wie außer sich eine Mannichfaltigkeit von Erscheinungen wahr: erstere wird mit dem Namen Innenwelt oder innere Natur, die zweite mit dem Namen Außenwelt oder äußere Natur bezeichnet. Jeder in der Außenwelt auftretende besondere Gegenstand heißt Außending, dessen wir vermöge unserer Sinne uns bewußt werden: weßhalb dann auch die äußere Natur Sinnenwelt genannt wird. Der Inbegriff unserer über die Natur nach und nach gewonnenen Kenntnisse heißt Naturwissenschaft. Es gibt mithin eine innere Naturwissenschaft oder Seelenwissenschaft, weil das Princip, welches unseren inneren Erscheinungen zum Grund liegt, den Namen Seele führt; und eine äußere Naturwissenschaft oder schlechtweg Naturwissenschaft, insofern diese Benennung allein auf die äußere Natur bezogen zu werden pflegt. — Bei der Untersuchung der Außendinge kann man von zwei verschiedenen Gesichtspunkten ausgehen. Man kann nämlich an den Dingen bloß die ihnen eigenthümlichen Merkmale betrachten, durch welche sie sich gegenseitig von einander unterscheiden, und so die Naturdinge nach dem Principe der Aehnlichkeit untersuchen und classificiren. Es ist dies die Aufgabe der Naturbeschreibung oder der Naturgeschichte, die sich in Mineralogie, Botanik und Zoologie abtheilt, je nachdem sie sich mit den unorganischen oder organischen Wesen beschäftigt, zu welchen letzteren die Pflanzen und die Thiere gehören. Es können aber auch an den Naturdingen gerade die wechselnden Erscheinungen, welche dieselben darbieten, den eigentlichen Gegenstand der Untersuchung abgeben, wobei die Dinge nur in so weit in Betrachtung kommen, als sie Träger solcher Erscheinungen sind. In diesem Falle handelt es sich um die Gesetze, nach denen die Erscheinungen (Phänomene) erfolgen, und um die Ursache, durch welche sie hervorgebracht werden. Mit dieser Untersuchung befaßt

sich die Naturlehre, die daher entweder eine organische Naturlehre (Physiologie) oder eine unorganische Naturlehre ist, für welche letztere dem herrschenden Sprachgebrauche zu Folge kurzweg Naturlehre gesagt wird. — Alle Veränderungen in der unorganischen Natur lassen sich unter zwei besondere Hauptgruppen zusammenfassen. Die Veränderungen können nämlich einmal von der Art sein, daß dadurch die innere Beschaffenheit der Naturdinge geändert wird, in Folge deren die Dinge neue Eigenschaften erhalten und für unsere Sinne andere werden. Gießt man z. B. Schwefelsäure auf Kreide, so entweicht unter Aufbrausen ein luftförmiger Stoff, Kohlensäure genannt, aus der Kreide, während die Schwefelsäure mit dem Kalke, dem zweiten Bestandtheile der Kreide, sich verbindet, wodurch letztere in Gyps umgewandelt wird. Läßt man weiter einen elektrischen Funken durch ein Gemenge von zwei Raumtheilen Wasserstoffgas und einem Raumtheil Sauerstoffgas schlagen, so verschwindet alles Gas und es bildet sich Wasser. Dergleichen Vorgänge, wie die beiden eben genannten, heißen innerliche oder chemische Veränderungen, und der Zweig der Naturlehre, welcher solche an den Außendingen vor sich gehende Erscheinungen zum Gegenstande der Betrachtung hat, chemische Naturlehre oder Chemie. — Die zweite Art von Veränderungen dagegen bezieht sich bloß auf die äußeren Zustände der Dinge, wie z. B. die Verbindungsweise ihrer Theile, ihre Bewegung, ihr Verhalten gegen das Licht, ihre Ausdehnung durch die Wärme. Die letzterwähnten Vorgänge, bei denen kein Wechsel in der Zusammensetzung der wesentlichen Bestandtheile der Dinge stattfindet, heißen äußerliche oder mechanische Veränderungen, und der Theil der Naturlehre, welcher die Kenntniß solcher Erscheinungen in der unorganischen zum Gegenstand nimmt, mechanische Naturlehre oder Physik.

Die Grundlage der Physik ist die sinnliche Wahrnehmung oder Erfahrung. Viele Erscheinungen in der Natur sind in der Art, daß wir nicht anders können, als dieselben bemerken. Dergleichen Sinneswahrnehmungen sind für uns die gewöhnlichen Erfahrungen. Wenden wir unsere Aufmerksamkeit der Erscheinung zu zum Behufe ihrer Untersuchung, so heißt eine solche Betrachtung eine Beobachtung. Rufen wir eine Erscheinung hervor, um deren Wesen näher zu erspähen, so stellen wir einen Versuch an (ein Experiment). Diese verschiedenen Stufen des Erfahrungswissens gehen so allmählig in einander über, daß sich keine scharfe Grenzen zwischen ihnen ziehen lassen. — Versuche sind die wirksamste Hülfsquelle der Physik. Auch ist heut zu Tage die experimentale Verfahrungsweise ganz die herrschende geworden; weßhalb sie ausschließlich Experimentalphysik genannt

wird. Der gegenwärtige Geist der Physik verlangt, daß jede Erfahrung, jede Beobachtung in einen Versuch umgesetzt, die durch Nachdenken gewonnene Einsicht selbst durch einen Versuch erprobt werde, wobei erst dann die gewünschte Befriedigung eintritt, wenn das Gedankenexperiment mit dem Versuche vollkommen übereinstimmt. — Zur Anstellung von Beobachtungen und Versuchen sind mancherlei Werkzeuge und Geräthschaften erforderlich, theils um das Gebiet der sinnlichen Wahrnehmung zu erweitern, theils um Umstände herbeizuführen, welche die fragliche Erscheinung deutlicher hervortreten lassen. Dergleichen Geräthschaften werden *physikalische Apparate* oder *Instrumente* genannt. Bei solchen Apparaten hat man den Zweck und die Beschaffenheit derselben sorgfältig zu beachten, und wenn ein Instrument zum Messen und Abwägen dienen soll, die Grenzen seiner Richtigkeit zu berücksichtigen. Die Erfahrungskunst muß jedoch mit Ueberlegung ausgeübt werden. Denn eine Menge von Erscheinungen in der Natur gesehen zu haben reicht noch nicht hin eine gehörige Einsicht in die Wirksamkeit derselben zu erhalten. Die Wissenschaft begnügt sich nicht bloß mit Thatsachen oder Beobachtungen der Dinge außer uns, sie verlangt auch Ideen oder Reflexionen darüber in uns. Denn die Eindrücke der Sinne ohne die befruchtende Vermittelung des Verstandes erzeugen nur ein loses Aggregat von einzelnen ungeordneten Erfahrungen, während die Operationen des Verstandes ohne den rechtzeitigen Verkehr mit den Dingen außer uns zu nichtigen Trugbildern und leeren Speculationen führen können. Eine wahre, reelle Erkenntniß der Natur kann nur zu Stande kommen, wenn es uns gelingt mit dem Lichte des Verstandes die äußeren Erscheinungen unter der Form eines Gesetzes in entsprechender Weise mit einander zu verknüpfen. In der Experimentalphysik werden also wohlbeobachtete Thatsachen mit folgerichtigen Ideen jederzeit in angemessene Verbindung zu setzen sein.

Jede Veränderung in der Natur hat ihre Größe, welche allein durch Hülfe der Mathematik sich bestimmen läßt. Einen gewissen Grad von mathematischen Kenntnissen können wir demnach nicht entbehren, wenn wir einigermaßen befriedigende Fortschritte auf dem Gebiet der Physik machen wollen. Dabei müssen wir häufig aus bekannten Beziehungen gegebener Größen andere von ihnen abhängige Größen herleiten, eine Aufgabe, welche nur auf dem Wege der Mathematik zur Lösung gebracht werden kann. Dazu kommt noch, daß das Studium der letzteren Wissenschaft uns an den strengen Gebrauch der Sprache gewöhnt und so gewissermaßen vor der Gefahr schützt, mit den gebrauchten Worten und Zeichen fremdartige Begriffe zu verbinden und so bei dem Aufsuchen der Wahrheit von dieser Seite her dem Irrthume und dem

Mißverständnisse ausgesetzt zu sein. Endlich geht ja das hauptsächliche Streben des Physikers dahin für jede Erscheinung die bleibende Regel, nach welcher sie sich entwickelt, aufzufinden und das aufgefundene Gesetz in einen mathematischen Ausdruck zu bringen. Dergleichen Gesetze sind folgende: Die Fallräume verhalten sich wie die Quadrate der Fallzeiten; die Dichtigkeit der Gase wächst und nimmt ab genau in dem Verhältnisse, in welchen der Druck, den sie erfahren, vergrößert oder verringert wird; die Schwingungszahl einer Saite ist, unter sonst gleichen Umständen direct der Quadratwurzel aus dem spannenden Gewichte proportional; das Verhältniß des Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels bleibt unter allen Incidenzen dasselbe, solange das Medium, aus welchem der Lichtstrahl geht, wie auch jenes, in welches er eindringt, keine Aenderung erleidet. Es liegt also ganz und gar im Wesen der Dinge, daß die Mathematik auf dem Felde der Physik mehr oder weniger zur Anwendung kommen muß. Die Wissenschaft gestaltet sich zu einer sogenannten *mathematischen* Physik, wenn es ihr gelingt an der Hand der Mathematik verschiedene einzelne zu einer gewissen Klasse von Erscheinungen gehörigen Gesetze als nothwendige Folgerungen aus einem einzigen Gesetze herzuleiten, oder umgekehrt die verschiedenen der Beobachtung entnommenen Thatsachen durch streng geführte Schlüsse an ein oberstes Naturgesetz anzuknüpfen. So verhält es sich mit Fresnel's Theorie der doppelten Brechung, welche nicht nur alle bekannten Lichtphänomene in sich begreift, sondern sogar der Beobachtung vorangeeilt war und Erscheinungen vorausgesagt hat, welche man ohne die Theorie gar nicht würde wahrgenommen haben. So erschloß Newton aus den empirisch bestimmten drei Keplerischen Gesetzen das Gravitationsgesetz, welchem alle Himmelskörper unterworfen sind. Wenn wir dahin gelangen ein beschränktes Naturgesetz auf ein allgemeineres zurückzuführen, so sagen wir, daß von der in Rede stehenden Erscheinung die *Erklärung* gefunden sei. Bei solchen Erklärungen einer Naturbegebenheit oder einer Reihe von Naturbegebenheiten werden häufig besondere *Voraussetzungen* oder *Hypothesen* aufgestellt. Dergleichen Hypothesen sind als Gedankenversuche zu betrachten, ob aus einer gewissen Annahme oder vermuthlichen Ursache sich eine Erscheinung auf eine möglichst einfache Weise erklären läßt. Eine derartige Hypothese hat eine desto größere Wahrscheinlichkeit, je größer die Anzahl der daraus abgeleiteten und in der Erfahrung wiedergefundenen Folgerungen ist. Die Hypothese erhebt sich zum Rang der Gewißheit, wenn die daraus gezogenen Folgerungen mit den verglichenen Erfahrungen in allen selbst in den zusammengesetztesten Fällen mit der Wirklichkeit übereinstimmen und zugleich die untersuchten Wirkungen in der

bestimmten Größe auftreten, welche die Voraussetzung verlangt. Die elliptische Bewegung der Planeten um die Sonne ist keine Hypothese mehr, weil sich aus ihr alle dahin gehörenden Erscheinungen der Größe nach genau so ergeben, wie sie sich wirklich in der Erfahrung vorfindet. Aus demselben Gesichtspunkte betrachtet kann die Wellentheorie des Lichts nicht mehr als Hypothese gelten, sondern sie muß als eine festbegründete Wahrheit angesehen werden: Denn mannigfache und umfassende Klassen von Erscheinungen sind einfache Ergebnisse aus ihr, wie denn auch die Folgerungen, welche man auf mathematischem Wege aus ihr erhalten hat, mit den Thatsachen aufs Vollständigste zusammenstimmen. Dagegen erscheint die Hypothese unhaltbar und muß sofort verworfen werden, wenn die aus ihr gewonnenen Resultate mit den Ergebnissen der Erfahrung nicht im Einklang stehen, oder sie verschiedenartiger nachhelfender Principien bedarf, um mit der sinnlichen Wahrnehmung in Uebereinstimmung gebracht zu werden. Denn unmöglich kann die Naturerklärung, welche mit den Thatsachen im Widerspruch steht, eine richtige sein: wenn darum z. B. die Gestalt und Masse der Körper auf die Beugungserscheinungen des Lichtes keinen Einfluß ausüben, so läßt sich nicht annehmen, daß jene Erscheinungen von dem Spiele anziehender und abstoßender Kräfte seitens der Körper herrühren soll. Je weiter wir auf dem Gebiete der Physik vorwärts geschritten sind, desto mehr haben wir Ursache die Einfachheit zu bewundern, mit welcher die Natur bei allen ihren Operationen zu Werke geht: die Emanationshypothese, welche die Erscheinungen des Lichtes auf die Bewegung äußerst feiner materiellen Theilchen zurückzuführen strebt und zu diesem Behufe mancherlei ganz willkürliche unzusammenhängende Hypothesen zu Hülfe nimmt, um mit der experimentirenden Wahrnehmung Schritt zu halten, muß deßhalb von vornherein gegründete Zweifel an ihre Richtigkeit erregen.

Die Außendinge spalten sich in *wägbare* und *unwägbare*. Wägbar nennen wir die Außendinge, die irgend welches Gewicht zeigen; *unwägbar* hingegen die Außendinge, denen wir *Gewichtlosigkeit* zuschreiben müssen. Die Physik zerfällt hiernach vorerst in zwei Hauptabtheilungen: in die *Physik des Wägbaren* und in die *Physik des Unwägbaren*. Die Physik des Wägbaren beschäftigt sich mit den allgemeinen und besonderen Eigenschaften der wägbaren Außendinge, den in denselben sich offenbarenden Kräften und den Wirkungen der Schwere. Die Physik des Unwägbaren handelt von dem *Lichte* und dem *Magnetismus*, von der *Electricität* und der *Wärme*: vier Gebiete, deren Erscheinungen auf der Existenz eigener allenthalben verbreiteter Agentien beruhen, welche sich jeder Wägung entziehen; sei es

daß dieselben von der Schwere gar nicht afficirt werden, oder sie von einer solchen Beschaffenheit sind, daß ihr Gewicht gegen die kleinsten an unseren Wagen bemerkbaren Gewichte gänzlich verschwindet. Das vorliegende Buch hat zum Gegenstand die Physik des Wägbaren, während der zweite und vierte Band des Werkes größtentheils die Physik des Unwägbaren, der dritte Band aber ganz derselben gewidmet ist.

Erste Abtheilung.

Von dem Gleichgewichte und der Bewegung der festen Körper.

Erster Abschnitt.

Von den Körpern und Kräften im Allgemeinen.

I. Uebereinstimmung und Verschiedenheit der Körper.

1. Allgemeine Eigenschaften der Körper.

Alles was einen Raum erfüllt nennen wir Materie oder Stoff; vermöge des Tastsinnes insbesondere wird die Seele des Sinns der Materie sich bewußt. Der Gesichtssinn gibt nicht immer ein zuverlässiges Zeugniß über das wirkliche Dasein der Materie: denn Schatten und optische Bilder sind nur sichtbare Erscheinungen, die zwar einen Raum einnehmen aber nicht erfüllen. Ein abgegrenzter Theil von Materien heißt Körper. Denkt man sich aus dem Raum, den ein Körper einnimmt, alle Materie hinweg; so gelangt man zur Vorstellung eines begrenzten leeren Raumes. Man nennt einen solchen Raum einen geometrischen Körper im Gegensatz zu dem physischen, dessen Raum mit irgend einer Materie erfüllt ist. An den Körpern nehmen wir Eigenschaften wahr, die allen ohne Ausnahme zukommen und deßhalb allgemeine Eigenschaften genannt werden. Diese Eigenschaften sind theils von der Art, daß wir ohne dieselben uns den Körper nicht den-

ten können, theils solche von denen die Erfahrung lehrt, daß sie sich bei allen Körpern vorfinden. Zu der ersteren Art gehören die Ausdehnung, Begrenzung, Undurchdringlichkeit und Trägheit; zu der zweiten Art die Theilbarkeit, Porosität, Zusammendrückbarkeit und Ausdehnbarkeit.

Jeder Körper von dem größten bis zu dem kleinsten, von der kolossalen Sonne bis zu dem einfachsten Sandkorn hinab ist in die Länge, Breite, Dicke oder Höhe oder Tiefe ausgedehnt. Die Art der Begrenzung bestimmt die Gestalt oder Figur des Körpers. Die Figuren der Körper sind höchst mannigfaltig und öfters regelmäßig oder wenigstens symetrisch, wie man an den Krystallen des Mineralreichs, an der Blätterstellung der Pflanzen, am Gewebe feiner Häute und an Staubtheilchen von Schmetterlingsflügeln bemerkt. Den Raum, den ein Körper einnimmt, kann nicht zugleich ein anderer Körper einnehmen. Dieses Behaupten des eignen Raumes heißt Undurchdringlichkeit. In Folge dieser Eigenschaft leistet jeder Körper einem andern; wenn er in den von dem ersteren eingenommenen Raum einzudringen strebt, einen Widerstand. Das in einem Gefäß befindliche Wasser steigt sofort in die Höhe oder fließt unter Umständen auch heraus, wenn man einen Stein hineinlegt. Denn der Stein verdrängt das Wasser aus dem Raume, in dem er eindringt. Ein mit abwärts gekehrter Oeffnung ins Wasser gesenktes Glas füllt sich nicht ganz damit, weil die darin enthaltene Luft nicht entweichen kann. Aus demselben Grunde läßt sich in einem geschlossenen Cylinder ein gut passender Stempel nicht bis an den Boden schieben, und eine enghalsige Flasche z. B. schwer mit einer oder der andern Flüssigkeit füllen. Das Behaupten des Raumes, den ein Körper einnimmt, ist jedoch nicht dergestalt, daß er an einen bestimmten Raum gebunden wäre. Jeder Körper kann seinen Ort verlassen und in andere Orte übergehen, d. h. sich bewegen. Die Körper vermögen aber nicht ohne äußere Veranlassung sich aus dem Zustande der Ruhe in jenen der Bewegung zu versetzen. Ebenso wenig können die in Bewegung befindlichen Körper selbstthätig zur Ruhe kommen, oder irgendwie die Beschaffenheit der Bewegung abändern; es ist dazu stets eine eigene Ursache nöthig. Dieses Bestreben der Körper ihren Zustand der Ruhe oder Bewegung zu bewahren heißt Trägheit oder Beharrungsvermögen. Die Trägheit ist eine mit dem Wesen der Materie so innig und nothwendig verbundene Eigenschaft, daß wir bei jeder an einem Körper wahrgenommenen Veränderung die Ursache der Veränderung von dem Körper getrennt zu denken uns aufgefordert fühlen, selbst wenn sie nicht außer ihm zu finden ist, wie z. B. bei den Thieren, welche sich willkührlich zu be-

wegen vermögen: bei ihnen wird die Bewegung von einer in ihrem Organismus wirksamen Ursache hervorgebracht, die von der Materie, welche bewegt wird, wohl zu unterscheiden ist. Die Trägheit der Materie gibt sich bei jeder Bewegung und jeder Veränderung derselben unzweideutig kund. Ein frei in der Hand gehaltener und dann sich selbst überlassener Körper bleibt nicht in Ruhe, sondern fällt nach der Erde zu; die Ursache dieser Bewegung ist eine von der Erde ausgehende Anziehungskraft, welche wir Schwere nennen. Um einen Wagen, der vermöge der Trägheit in Ruhe zu beharren strebt, in Bewegung zu bringen ist mehr Anstrengung erforderlich, als den bereits in Bewegung gesetzten darin zu erhalten. Wollen wir über einen Graben springen, so nehmen wir einen Anlauf, damit das erlangte Streben in der Bewegung zu verharren, uns beim Sprunge zu Hülfe komme. Auf einem rauhen Boden gelangt eine rollende Kugel eher zur Ruhe als auf einem glatten; woraus wir schließen, daß ohne Reibung und ohne Luftwiderstand die Bewegung unverändert fortdauern würde. Die Himmelskörper, denen im Weltraume keine merkliche Hindernisse entgegenwirken, bewegen sich seit Jahrtausenden mit der größten Regelmäßigkeit; das hierin sich aussprechende Merkmal ihrer Trägheit bürgt uns zugleich für ihre Materialität, welche wir an ihnen durch den Character des Raumerfüllens nicht zu erproben vermögen.

Die Erfahrung lehrt, daß alle Körper in immer kleinere Theile zerlegt werden können: die Theilbarkeit ist daher eine allen Körpern zukommende Eigenschaft. Die Theilung wird in der Kunst wie in der Natur sehr weit getrieben, wie folgende Beispiele zeigen. Eine silberne Stange von 56,25 Cent. Länge und 0,3125 Cent. Dicke mit 31,25 Grammes Gold überzogen und hierauf durch Löcher, deren Durchmesser mehr und mehr abnimmt, gezogen gibt einen Faden von 98 französischen Lieues. Dieser Faden bekommt eine Länge von 112 Lieues, wenn man ihn durch Walzen hindurchgehen läßt, die ihn abplatten und durch ihren Druck verlängern. Der Faden ist allenthalben übergoldet: denn taucht man das eine Ende desselben in Salpetersäure, welche die Eigenschaft besitzt das Silber aufzulösen ohne das Gold anzugreifen; so bleibt der goldne Ueberzug als eine dünne hohle Scheide zurück, an deren Theilen wir nirgends eine Unterbrechung des Zusammenhanges wahrnehmen können. Trotz der außerordentlich geringen Dicke, auf welche der Ueberzug herabgebracht ist und die nur 0,000014 Millimet. beträgt, behält derselbe doch noch alle Eigenschaften, welche das Gold Carakterisiren. Wolaston hat Platindrähte verfertigt, die nicht mehr als $^1/_{1200}$ Millimeter Dicke besaßen; dessen ungeachtet fand man an ihnen alle mechanischen und chemischen Eigenschaften des

Platins aufs Vollkommenste wieder. Silber läßt sich zu Blättchen ausdehnen, die so fein sind, daß 8 Millionen derselben aufeinandergelegt erst die Dicke von 0,3125 Centimeter haben. In Indien wird Mousselin von solcher Feinheit gewebt, daß man 30 Ellen davon in eine gewöhnliche Dose legen kann. Einige Centigramme Moschus reichen hin, um mehrere Jahre lang in einem geräumigen Zimmer, dessen Luft täglich erneuert wird, einen starken Moschusgeruch zu verbreiten: das Stückchen Moschus verliert dabei ohnmerklich an Gewicht, wonach die verflüchtigten Theile von ungemeiner Kleinheit sein müssen. Ein Tropfen Indigo vertheilt sich in 7812,5 Cubikcentimeter Wasser dergestalt, daß jedes noch so kleine Wassertheilchen merklich blau gefärbt erscheint. Mit Hülfe des Mikroskopes hat man erkannt, daß das Blut aus einer farblosen Flüssigkeit besteht, die man Serum nennt, in welchem kleine rothe Kügelchen (Blutkügelchen genannt) schwimmen. Im Blute des Menschen haben diese Blutkügelchen einen Durchmesser von $^1/_{150}$ Millimeter: ein Tropfen Blutes enthält deren ziemlich eine Million. Noch kleiner als die Blutkügelchen sind die Infusorien. Diese Thierchen leben und bewegen sich, haben mithin Glieder, Gelenke, Muskeln und Kanäle, die von Säften durchströmt werden. Wie klein müssen nicht die Theilchen sein, aus denen jene Organe zusammengesetzt sind. Die mathematische Theilung geht ins Unendliche, d. h. jeden noch so kleinen Theil des Raumes kann man sich wieder getheilt vorstellen. Ob aber die physische Theilung ebenfalls bis ins Unendliche fortgehen könne oder in dem Wesen der Materie etwas liege, was die Theilung beschränkt, darüber können wir nichts Bestimmtes aussagen. Gewiß ist es, daß die Theilbarkeit weit über die Grenzen unserer sinnlichen Wahrnehmung hinausgeht; wahrscheinlich aber daß sie nicht bis ins Unendliche sich erstreckt. Die letzten Theile, welche nach dieser Ansicht nicht weiter getheilt werden können, nennt man Atome oder Urtheilchen. Aus der Verbindung der Atome entstehen kleine Körpertheilchen oder Molecüle, welche oft schon so geringe Dimensionen haben, daß sie selbst sich der sinnlichen Wahrnehmung gänzlich entziehen.

Die Theilchen der Körper sind durch Zwischenräume oder Poren von einander getrennt: die Eigenschaft der Körper Poren zu haben heißt Porosität. An mehreren Körpern erkennt man die Zwischenräume schon durch das bloße Auge, wie z. B. beim Schwamme, Korkholz, Brod und Bimsstein. An andern Körpern wird die poröse Beschaffenheit durch Betrachtung ihrer äußeren Oberflächen oder ihrer Schnittflächen mittelst eines Vergrößerungsglases erkannt, wie z. B. an Häuten und Hölzern. Häufig schließen wir auf das Vorhandensein

der Poren aus dem Umstande, daß sich Flüssigkeiten durch Körper hindurchpressen lassen, oder von denselben eingesogen oder daraus bei einer gewissen Behandlung vertrieben werden. Durch einen starken Druck läßt sich Quecksilber durch Holz, Wasser durch Metall pressen; Steine, die in Wasser liegen werden davon durchdrungen; aus dem in Wasser eingetauchten Hydrophan entweichen Luftblasen, zum Beweise, daß in den Poren des Steins enthaltene Luft durch Wasser verdrängt wird. Bei manchen Körpern, wie z. B. Glas, schließen wir auf deren Porosität daraus, daß durch Druck oder Erkältung des Volumen der Körper verringert, mithin ein näheres Aneinanderdrücken ihrer Theilchen bewirkt werden kann. Daß das Glas weder tropfbare noch luftförmige Stoffe durchläßt, ist für die Physik wie für die Chemie von großer Wichtigkeit. Die Eigenschaft, vermöge derer das Volumen der Körper durch Druck oder durch Erkältung vermindert werden kann, heißt Zusammendrückbarkeit; das Gegentheil Ausdehnbarkeit. Poröse Körper, wie Papier, Holz, Baumwolle und Heu lassen sich am meisten zusammendrücken; auch die Metalle erlangen durch Hämmern und Prägen ein kleineres Volumen. Tropfbare Körper lassen sich nur in einem sehr geringen, dagegen die luftförmigen in hohem Grade zusammendrücken. Durch mechanische Mittel kann man nur die festen Körper ausdehnen, weil sich an tropfbaren und luftförmigen keine Zugkräfte anbringen lassen. Bei jedem Körper aber ohne Ausnahme bewirkt die Wärme eine Ausdehnung nach allen Seiten hin; nur geschieht dies bei den verschiedenen Körpern wieder in verschiedenen Graden.

2. Bestimmung der Größe der Körper.

Die physikalischen Untersuchungen erfordern öfters eine genaue Kenntniß von der Größe der Körper durch Ausmessung, weßhalb es nothwendig erscheint Einiges darüber hier mitzutheilen. Die Bestimmung der Abmessungen der Körper geschieht in der Regel mittelst Messung von geraden Linien und von Winkeln. Als Winkeleinheit dient der Winkel, welcher einen Grad oder den 360ten Theil des mit einem beliebigen Halbmesser aus seinem Scheitel beschriebenen Kreisumfanges zwischen seinen Schenkel enthält. Den Grad theilt man in 60 Minuten und die Minute in 60 Secunden. Die Längeneinheit, welche man anfänglich von Dimensionen des menschlichen Körpers entlehnt hat, wie Elle, Fuß, Zoll, Linie, weichen von einem Lande zum andern ab. Wir halten uns hier an das neue französische Maß, dem der Meter als Grundlage dient. Die Länge des Meters kommt dem zehnmillionsten Theile des nördlichen Meridianquadranten der Erde gleich. Der zehnte Theil des Meter heißt Decimeter; der hundertste

Centimeter; der tausendste Millimeter. Zehn Meter mach einem Decameter; hundert Meter einen Hectometer; tausend Meter einen Kilometer; Zehntausend Meter einen Myriameter. Zur Vergleichung verschiedener Längenmaße dienen folgende Zahlenangaben:

ein pariser Fuß hält 0,3248394 Meter;
ein englischer Fuß hält 0,3047945 Meter;
ein österreichischer Fuß hält 0,3161109 Meter;
ein preußischer Fuß hält 0,3138535 Meter;
ein bairischer Fuß hält 0,291859 Meter;
ein würtembergischer Fuß hält 0,2804903 Meter;
ein hanöverischer Fuß hält 0,2920947 Meter;
ein badischer Fuß hält 0,300000 Meter;
ein hessischer Fuß hält 0,25 Meter.

Zur Ausmessung von Flächen dient das Quadrat, dessen Seite der Längeneinheit gleich ist; zum Messen des Rauminhaltes oder Volumens braucht man den Würfel, welcher die Längeneinheit zur Seite hat. Als Hohlmaß wird jedoch gewöhnlich nicht der Kubikmeter angewendet, sondern der Liter, ein Würfel dessen Seite ein Decimeter lang ist.

Zur genaueren Bestimmung der Längenausdehnungen bedient man sich fein getheilter Maßstäbe, die häufig mit einem Nonius oder Vernier versehen sind. Diese nach ihrem Erfinder dem französischen Physiker Vernier genannte Vorrichtung ist ein kleinerer Maßstab, welcher an der Seite eines größeren in gleiche Theile getheilten Maßstabes hin und her geschoben werden kann. Der Nonius ist allemal so getheilt, daß n seiner Theile entweder gleich $n-1$ Theilen oder gleich $n+1$ Theilen des Maßstabes sind. Im ersten Falle ist mithin die Länge eines Noniustheiles um den nten Theil kleiner und im zweiten Fall um ebenso viel größer als ein Theil des Maßstabes. Angenommen der Maßstab sei in Millimeter getheilt und auf den Nonius 9 Millimeter aufgetragen und diese Länge in zehn gleiche Theile getheilt; so ist jeder Noniustheil um $^1/_{10}$ Millimeter kleiner als ein Theil des Maßstabes. Mit diesem Maßstabe läßt sich nun eine gegebene Länge bis auf $^1/_{10}$ Millimeter genau messen. Vorerst bestimmt man nämlich mittelst des größeren Maßstabes die in der Länge enthaltene ganze Anzahl a von Millimetern, worauf der hinzukommende Bruchtheil $^6/_{10}$ Millimeter mit Hülfe des Nonius ermittelt wird. Man schiebt deshalb den Nullpunct des Nonius an den Endpunkt des zu messenden Längenstücks und sieht alsdann welcher Theilstrich des Nonius einem Theilstriche so nahe zu liegen kommt, daß man den einen als die Verlängerung des andern betrachten kann. Wäre dies so bei

dem 6ten Theilstriche des Nonius von Null an gerechnet der Fall, so würde die Größe des fraglichen Bruchtheils 6 Zehntel eines Millimeters betragen und die gesuchte Länge gleich sein $\left(a + \frac{6}{10}\right)$ Millimeter bis auf $^1/_{10}$ Millimeter genau. Hätte man statt 9 Millimeter deren 19 Millimeter genau oder 29 auf den Vernier aufgetragen und dessen ganze Länge in 20 oder 30 gleiche Theile getheilt, so könnte man die Längenausdehnungen bis auf $^1/_{20}$ oder $^1/_{30}$ eines Millimeters genau messen. Da aber wegen der Breite der Theilstriche in solchen Fällen mehrere Theilstriche des Vernier mit denen des Maßstabes zusammenzufallen scheinen, so muß man, um die wahre Coincidenz genau zu bemerken eine Lupe zu Hülfe nehmen. Im Allgemeinen lassen sich deßhalb vermittelst des Vernier Längen nicht genauer als bis auf $^1/_{50}$ eines Millimeters messen, obschon es übrigens einigen Künstlern gelungen ist in eine Länge von einem Millimeter 100 gleiche von einander verschiedene Theilstriche zu zeichnen. Auch bei Kreistheilungen findet der Vernier Anwendung, um die Unterabtheilungen des Grades zu bestimmen.

Zum Messen kleiner Längen dient ferner die Mikrometerschraube. Dieselbe ist nichts anders als eine genau bearbeitete Schraube, bei deren ganzen Umdrehung die Schraubenmutter um den Abstand zweier Schraubengänge fortrückt, und bei einem Zehntel oder einem Hundertel der Umdrehung die Schraubenmutter auch nur um den ebensovielten Theil des Abstandes zweier Gänge sich vorwärts bewegt. Beträgt demnach dieser Abstand ein Millimeter und ist zugleich an dem Kopfe der Schraube ein in 360 gleiche Theile getheilter Kreis angebracht, so kann man bei jeder Drehung der Schraube um einen solchen Theil die Schraubenmutter um $^1/_{360}$ Millimeter fortrücken lassen und die Längen bis auf diese Annäherung hin messen. Zur Klasse der Schraubmikrometer gehört Cauchoix's Sphärometer, welches zum Messen der Dicke von dünnen Drähten, Blechen u. dgl. gebraucht wird. Es besteht aus einer feinen Schraube, deren feste Schraubenmutter auf drei stählernen Füßen ruht. Die verticale Schraube trägt eine abgerundete Scheibe, deren Rand in 100 gleiche Theile getheilt ist. An der Seite der Scheibe befindet sich ein verticales Metallstück, dessen Theilung dem Abstande der einzelnen Schraubengänge entspricht. Beträgt derselbe z. B. ein Millimeter, so wird die Schraube bei einer vollen Umdrehung um 1 Millimeter und bei $^1/_{100}$ einer Umdrehung um $^1/_{100}$ Millimeter gehoben und gesenkt. Will man das Instrument zur Bestimmung der Dicke eines Plättchens brauchen, so dreht man zuerst die Schraube so lange, bis ihr unteres Ende mit den Spi-

ten der drei Füße in derselben Ebene liegt. Hat man es dahin gebracht, so bestimmt man den Stand der Schraube an dem verticalen Maßstabe und der kreisförmigen Scheibe. Hierauf schraubt man die Schraube zurück, daß man das Plättchen darunter bringen kann; alsdann schraubt man sie wieder abwärts bis sie das Plättchen berührt, ohne daß das Instrument seine feste Stellung verliert; endlich bestimmt man wieder den Stand der Schraube an dem Maßstabe und der Kreisscheibe. Der Unterschied im Stande der Schraube in beiden Lagen gibt die Dicke des Plättchens: beträgt gedachter Unterschied z. B. eine ganze Umdrehung und 16 Theile der Kreisscheibe, so ist die Dicke 1,16 Millimeter.

Zum Messen kleiner Höhenunterschiede dient das von Dülong angegebene Kathetometer, von welchem Regnault vielfältigen Gebrauch gemacht hat. Es besteht aus einer durch Fußschrauben vertical zu stellenden Säule, die eine mit einem Vernier versehene Millimetertheilung trägt, längs welcher ein horizontal gestelltes Fernrohr sanft auf und abwärts bewegt werden kann. Indem man das Fadenkreuz des Fernrohrs nach und nach auf zwei Punkte einstellt, erhält man auf der Skala ihren Abstand. Um den Unterschied zweier nahezu gleicher Längen zu bestimmen, bedient man sich des Comparators. Er besteht aus zwei ungleichen Hebelsarmen, der größere etwa zehnmal länger als der kürzere. Der längere mit einem Nonius versehene Arm bewegt sich über einem kleinen festen in $^1/_5$ Millimeter eingetheilten Kreisbogen, so daß er demnach $^1/_{50}$ Millimeter angibt. Der kürzere Arm wird durch eine Feder an das eine Ende der zu messenden Länge angedrückt, während das andere Ende derselben an einen festen Punkt sich stützt. Vermittelst einer Lupe sucht man alsdann den Theilstrich des Bogen, welcher mit einem Theilstrich des Vernier zusammenfällt. Bringt man die zweite der zu vergleichenden Längen an die Stelle der ersten, so wird der Vernier um eine gewisse Größe verrückt, welche durch Aufsuchen der zusammenfallenden Theilstriche leicht bestimmt werden kann. Dividirt man diese Größe durch 10, d. h. durch das Verhältniß der beiden Hebelsarme; so bekommt man den Unterschied der zu vergleichenden Längen. Auf solche Weise ist man im Stande einen Längenunterschied von $^1/_{500}$ Millimeter zu bestimmen.

In der Physik findet man sich häufig in die Nothwendigkeit versetzt, Röhren theils enge theils weite in Theile von gleichem Raumin-halte abzutheilen: eine Röhre in derartige gleiche Raumtheile zu theilen heißt dieselben calibriren. Wenn es sich um das Calibriren enger Röhren handelt, sucht man in das Innere solcher Röhren eine kleine Quecksilbersäule zu bringen, welche darin eine Länge von einigen

Centimetern einnimmt. Durch Neigen und sanftes Klopfen läßt man dann die Queckſilberſäule nach und nach verſchiedene Lagen in der Röhre einnehmen, wobei der Anfang der Queckſilberſäule in jeder folgenden Lage ohngefähr da iſt, wo ihr Ende in der vorhergehenden Lage war. Indem man die dergeſtalt erhaltenen Enden der Queckſilberſäule durch Theilſtriche auf der Röhre bemerkt, wird dieſelbe in lauter gleiche Raumtheile getheilt, welche dem Volumen der Queckſilberſäule gleich ſind. Dabei mißt man mit möglichſter Sorgfalt die Längen der Queckſilberſäule in ihren verſchiedenen Lagen. Findet man nun ſämmtliche Längen gleich groß oder nahezu gleich, ſo kann man bei Beſtimmung der Unterabtheilungen jede Abtheilung der Röhre von gleichem Querſchnitte anſehen, ohne deßhalb merkliche Fehler bei den Raumbeſtimmungen zu begehen. Zeigen ſich dagegen in jenen Längen beträchtlichere Unterſchiede, ſo ſind die betreffenden Röhren zu derartigen Raumvergleichungen unbrauchbar. In der Regel wendet man nur ſolche Röhren an, bei denen der größte Unterſchied zwiſchen gedachten Längen den $^1/_{20}$ Theil ihres mittleren Werthes nicht überſteigt. Um weite Röhren oder auch Gefäße in gleiche Raumtheile abzutheilen, gießt man in die zu calibrirende Röhre oder in das zu calibrirende Gefäß immer gleiche Gewichtstheile von Queckſilber oder reinem Waſſer und beſtimmt nach jedem Eingießen den Ort, bis an welchen die Flüſſigkeit in der Röhre oder in dem Gefäß geſtiegen iſt. Des Queckſilbers bedient man ſich bei Röhren, des Waſſers bei Gefäßen. Hat man das Gewicht von einem gegebenen Volumen Queckſilber oder Waſſer, z. B. einem Cubikcentimeter oder von einem Liter, genau ermittelt; ſo kann man die gleichen Räume in der Röhre oder in dem Gefäß von der einen oder der andern beſtimmten Größe werden laſſen. Zur Beſtimmung des Volumen tropfbar flüſſiger Körper bedient man ſich dergleichen calibrirter Gefäße. Auch benutzt man ſolche Gefäße, um den Rauminhalt eines feſten Körpers aufzufinden. Man füllt nämlich das calibrirte Gefäß bis zu einem beſtimmten Zeichen mit einer Flüſſigkeit, worauf man den Körper veranlaßt, in derſelben unterzuſinken: die Zunahme des Volumens der Flüſſigkeit in dem Gefäß gibt den Rauminhalt des eingetauchten Körpers an. Hierbei hat man jedoch darauf zu achten, daß der Körper nicht chemiſch von der Flüſſigkeit angegriffen wird.

3. Aggregationszuſtände der Körper.

Die Aggregattheile der Körper hängen auf verſchiedene Weiſe unter ſich zuſammen, woraus ſich verſchiedene Formen ihres *Aggregationszuſtandes* ergeben. In dem *feſten* oder *ſtarren* Zuſtande ſind die Aggregattheile dergeſtalt verbunden, daß ſie nur durch Anwen-

der Nebel entsteht, wenn auf einen warmen und feuchten Tag eine kalte Nacht folgt. Wenn man Kochsalz in Wasser bringt, so verschwindet das Salz nach und nach, und man hat zuletzt eine Flüssigkeit vor sich, in welcher die Anwesenheit des Salzes durch den Geschmack deutlich erkannt wird. Der Salpeter krystallisirt aus seiner Auflösung im Wasser, wenn man dieser Auflösung Weingeist zusetzt.

4. Materielle Verschiedenheit der Körper.

Verschiedene Körper wirken theils verschieden auf unsere Sinne, theils verschieden auf andere Körper. Kochsalz und Zucker erzeugen eine verschiedenartige Geschmacksempfindung; Wasser vermag Salpeter aber keinen Schwefel aufzulösen. Phosphor und Quecksilber unterscheiden sich wesentlich von einander, denn durch keine Operation läßt sich letzteres in ersteren und umgekehrt verwandeln; dasselbe gilt von Blei und Eisen und vielen andern Körpern. Wenn wir von diesem Gesichtspunkte aus die Körper betrachten und ihre innere materielle Verschiedenheit kennen lernen wollen, so sagt uns die Chemie, daß die meisten Körper, die uns die Natur liefert, nicht aus gleichartigen (homogenen), sondern aus ungleichartigen (heterogenen) Stoffen zusammengesetzt sind, obschon das äußere Ansehen häufig keine derartige Verschiedenheit an den räumlich trennbaren Theilen zu erkennen gibt. So ist Zinnober aus Quecksilber und Schwefel, Wasser aus Sauerstoff und Wasserstoff, Kochsalz aus Chlor und Natrium, atmosphärische Luft aus Sauerstoff und Stickstoff zusammengesetzt. Durch die Zerlegung oder chemische Analyse erfährt man, aus welchen Stoffen ein Körper zunächst besteht und die man deßhalb auch seine näheren Bestandtheile nennt. Oefters lassen sich diese nochmals zerlegen und in ihre besonderen Bestandtheile auflösen, welche demnach die entfernteren Bestandtheile jenes Körpers sind. Doch kommt man bei dergleichen Zerlegungen zuletzt immer auf Stoffe, die sich nicht weiter zerlegen lassen, sei es, daß sie wirklich einfach und unzerlegbar sind, oder sie durch die zu Gebote stehenden Mittel nicht weiter zerfällt werden können. Diese unzerlegten oder einfachen Stoffe heißen Elemente oder Grundstoffe, insofern sie die Grundlage aller in der Natur vorfindigen Stoffe ausmachen. Bei Zerlegung des Salpeters erhält man als nähere Bestandtheile: Salpetersäure und Kali; die Salpetersäure zerfällt ihrerseits wieder in Stickstoff und Sauerstoff, das Kali seinerseits in Kalium und Sauerstoff, welche beide Stoffe nebst dem Stickstoff Grundstoffe sind. Die näheren Bestandtheile des Glaubersalzes sind Schwefelsäure und Natron; die Schwefelsäure besteht

aus Schwefel und Sauerstoff, das Natron aus Sauerstoff und Natrium, welches letztere wie der Schwefel ebenfalls zu den Grundstoffen gehört.

Gegenwärtig kennt die Chemie 60 Grundstoffe, welche in zwei Hauptgruppen zerfallen. Die erstere Gruppe umfaßt 13 Grundstoffe, die Metalloide heißen. Sie sind sämmtlich schlechte Wärmeleiter und in reinem Zustande auch schlechte Leiter der Electricität. Ihre Namen sind: Sauerstoff, Wasserstoff, Stickstoff, Chlor, Fluor, Brom, Jod, Schwefel, Selen, Phosphor, Kohlenstoff, Bor und Kiesel. Die fünf ersten darunter kommen in gasförmiger Gestalt vor; Brom erscheint bei gewöhnlicher Luftwärme als Flüssigkeit; Schwefel und Kohlenstoff finden sich gediegen vor, während die vier letzteren in neuerer Zeit auch in krystallisirtem Zustande dargestellt worden sind. Die zweite Gruppe enthält 47 Grundstoffe, welche Metalle genannt werden. Sie charakterisiren sich durch einen eigenthümlichen Glanz, Schmelzbarkeit, Unauflöslichkeit im Wasser und durch Leitungsfähigkeit für die Wärme. Die Metalle kommen selten in der Natur in reinem Zustande vor, sondern meist als Erze in Verbindung mit Sauerstoff, Schwefel, Chlor, als auch mit den andern Metalloïden. Man kann die Metalle in leichte und schwere eintheilen. Erstere haben ein specifisches Gewicht, das die Zahl 5 nicht überschreitet; während es bei den schweren von 6 bis 22 geht. Die Namen der häufiger vorkommenden Metalle sind: Kalium, Natrium, Barium, Strontium, Calcium, Magnesium, Aluminium, welche als Bestandtheile theils der Alkalien theils der Erden sich vorfinden; Gold, Silber, Platin, Quecksilber, welche zu den edlen Metallen gehören; Kupfer, Eisen, Wismuth, Mangan, Zink, Blei, Nickel, Kobalt, welche zu den unedeln Metallen gerechnet werden; Antimon, Zinn, Arsen, Chrom, Molybdän, Titan, welche vorzugsweise Säuren bilden.

II. Von den Kräften der Materie.

1. Schwere. Richtung der Schwere. Absolutes und specifisches Gewicht. Dichtigkeit.

Jeder Naturerscheinung muß eine Ursache zum Grunde liegen, aus deren Thätigkeit sie mit Nothwendigkeit hervorgegangen ist. Solche in der Natur wirkende Ursachen nennen wir Kräfte, deren inneres Wesen uns verborgen ist, da wir nie die Kraft selbst sondern nur ihre Wirkungen wahrnehmen können. Auf Verschiedenheit dieser Naturkräfte dürfen wir vor der Hand mit Sicherheit schließen, wenn die Art und Weise, wie sie zur Wirkung kommen eine in die Sinne fallende verschiedene ist. Damit wollen wir doch nicht sagen, daß solche Kräfte wesentlich von einander verschieden sind, sie sollen uns nur so

lange als verschiedene gelten bis es uns gelungen ist, sie als Kräfte einer und derselben Art oder als besondere Modificationen eines und desselben Agens ansehen zu dürfen. Eine der wichtigsten Naturkräfte ist die Schwerkraft, vermöge welcher sämmtliche Körper an allen Orten und zu jeder Zeit ein Bestreben zeigen zur Erde zu fallen, und wenn sie daran gehindert, ohne Unterlaß einen Druck oder Zug gegen das Hinderniß äußern. Der Schwerkraft sind die Körper nicht als Ganze, sondern alle ihre Theile unterworfen, weil man bei der Theilung jedes noch so kleine Stückchen schwer findet. Wenn zuweilen auch sich scheinbar Ausnahmen zeigen, wie z. B. das Schweben der Wolken in der Luft, das Aufsteigen des Rauches in dieselbe; so kann man doch den ersteren wie dem letztern ebenso wenig die Schwere absprechen, als man sie einem Stücke Korkholz abspricht, welches im Wasser nicht untersinkt. Die Richtung der Schwere erkennt man aus der Richtung, in welcher ein frei fallender Körper sich bewegt; oder genauer aus der Richtung, welche ein biegsamer durch die Schwere gespannter Faden annimmt. Man befestigt zu diesem Behufe gewöhnlich eine kleine Bleikugel an einen Faden und nennt diese Vorrichtung ein Bleiloth. Die Richtung, welche das Bleiloth anzeigt, heißt eine verticale oder lothrechte; die darauf Senkrechte nennt man horizontal oder wagrecht. Der Erfahrung zufolge sind die verticalen Richtungen an nahe einander liegenden Orten parallel, dagegen sie an weit von einander entfernten Orten gegen die Erde zu convergiren; die Richtungen der Schwere an einander nahe liegenden Orten und bei den Dimensionen der gewöhnlich uns umgebenden Körper können ohne merklichen Fehler als parallel angesehen werden.

Den Druck, welchen ein Körper vermöge der Schwere auf seine horizontale Unterlage ausübt, heißt sein Gewicht. Da jedes Theilchen eines Körpers Schwere zeigt, so wird das Gewicht des Körpers um so größer sein, je größer die Menge seiner materiellen Theile oder seiner Masse ist. Als Gewichtseinheit bedienen wir uns des Grammes, welches das Gewicht eines Cubikcentimeters reinen Wassers bei 4° C darstellt. Ein Zehntel, Hundertel, Tausendtel ... davon heißt Decigramm, Centigramm, Milligramm ...; das Zehnfache, Hundertfache, Tausendfache ... desselben Dekagramm, Hektogramm, Kilogramm. Das Kilogramm ist demnach das Gewicht von einem Cubikdecimeter oder einem Liter Wasser, das Milligramm dasjenige von einem Cubikmillimeter.

Oefters hat man nöthig, andere Gewichtssysteme mit dem Grammgewichte zu vergleichen. Das Pfund verschiedener Länder mit dem Kilogramm verglichen hat folgenden Werth.

Das pariser Pfund	0,489505	Kilogramme;
das englische Pfund (avoir dupoids) .	0,453597	„
das österreichische Pfund	0,560012	„
das preußische Pfund	0,467711	„
das bairische Pfund	0,560000	„
das würtembergische Pfund	0,467728	„
das sächsische Pfund	0,500000	„
das badische Pfund	0,500000	„
das hessische Pfund	0,500000	„
das hannöverische Pfund	0,467711	„

Von einem Körper, der in gleichen Raumtheilen gleich viel Wasser enthält, sagt man er sei gleichförmig dicht; findet das Gegentheil statt, so sagt man der Körper sei ungleichförmig dicht. Sind D und D′ die Dichten, M und M′ die Massen, V und V′ die Volumen zweier gleichförmig dichten Körper, so hat man $M : M' = VD : V'D'$, woraus folgt $M = VD$, wenn man jene Dichte als Einheit der Dichten wählt, bei welcher die in der Volumeneinheit erhaltene Masse als Einheit der Masse gilt. Als Einheit der Masse nimmt man in der Regel die des reinen Wassers bei 4° C an. Denkt man sich die Masse eines ungleichförmig dichten Körpers in sein Volumen gleichmäßig vertheilt, so ergibt sich daraus die mittlere Dichte dieses Körpers, welche jederzeit gemeint wird, wenn von dessen Dichte die Rede ist. Das Gewicht eines Körpers, wie es die Abwägung gibt, heißt sein absolutes Gewicht, im Gegensatz zu seinem specifischen Gewicht, unter welchem man das in die Volumeneinheit gehende Gewicht des Körpers versteht, weil er sich dadurch specifisch von andern Körpern unterscheidet. Bezeichnet man das specifische Gewicht eines Körpers mit s, sein Volumen mit V und sein absolutes Gewicht mit Q; so hat man $Q = Vs$. Für einen andern Körper, dessen absolutes Gewicht mit Q′, specifisches Gewicht mit s′ und Volumen mit V′ bezeichnet wird, hat man ebenfalls $Q' = V's'$. Daraus ergibt sich $Q : Q' = Vs : V's'$. Nimmt man $s = s'$, so ist $Q : Q' = V : V'$, d. h. bei gleichartigen Körpern verhalten sich die absoluten Gewichte wie die Volumen. Ist $V = V'$, so kommt $Q : Q' = s : s'$, d. h. bei gleichem Volumen verhalten sich die specifischen Gewichte zweier Körper wie ihre absoluten. Ist $Q = Q'$, so wird $V : V = s : s'$, d. h. bei gleichem absolutem Gewichte verhalten sich die specifischen Gewichte umgekehrt wie die Volumen. Drücken D und D′ die Dichten der beiden fraglichen Körper aus, so hat man $D : D' = s : s'$, woraus wie s′ das specifische Gewicht des Wassers bedeutet, dessen Dichte $D' = 1$ ist, folgt: $s = Ds'$. Bei gleichem Volumen ist aber $Q : Q' = s : s'$, woraus in Folge der Relation

$s = Ds'$ entspringt, $D = \frac{Q}{Q'}$; d. h. die Dichte eines Körpers wird gefunden, wenn man sein absolutes Gewicht durch das Gewicht des reinen Wassers von gleichem Volumen dividirt.

2. Molecularkräfte. Cohäsion. Adhäsion. Chemische Verwandtschaft.

Der Widerstand, welchen wir zu überwältigen haben, so oft wir einen festen Körper auszudehnen oder seine Theilchen zu trennen suchen, veranlaßt uns die Materie mit anziehender oder attractiver Kraft begabt zu denken. Dagegen der Widerstand, welchen wir erfahren, wenn wir einen Körper von irgend welcher Aggregationsform zusammenzudrücken streben, die Vorstellung einer abstoßenden oder repulsiven Kraft erweckt. Beide Kräfte, welche in den Körpertheilen ihren Sitz haben und von denen die einen die Theilchen einander zu nähern, die andern aber sie von einander zu entfernen strebt, heißen Molecularkräfte. Die eine, die Molecularanziehung, ist nur auf unmeßbare Entfernung hin thätig und kann schon bei kaum merklichen Entfernungen als nicht vorhanden angesehen werden. Ein Stück Holz von mäßiger Dimension, das man mit beiden Händen zu zerreißen sucht, widersteht seiner Trennung mit bedeutender Stärke und zeigt damit, daß der Zusammenhang zwischen seinen nächsten Theilchen ein sehr beträchtlicher ist. Bringt man aber die Theile des zerbrochenen Holzes durch Aneinanderdrücken so nahe als möglich zusammen, so werden sie bei weitem nicht mehr mit der nämlichen Kraft aneinander haften bleiben wie vor dem Bruche, weil wir nicht vermögen die Trennungsflächen in hinreichend vielen Punkten gehörig nahe zu bringen, damit die Theilchen mit der erforderlichen Stärke sich anziehen könnten. Zwei mit ihren polirten gut an einander passenden Schnittflächen an einander gelegte Bleistücke haften nach mäßigem Druck ziemlich stark an einander; die Stücke behaupten ihr Beisammensein in einem noch höheren Grade, wenn man sie gegen einander hämmert, wodurch die Grenztheilchen gewaltsam an einander gebracht werden. Zwei Platten von Spiegelglas, welche mit ihren genau an einander passenden Flächen auf einander gelegt und zusammen gedrückt werden, geben ein merkliches Aneinanderhaften zu erkennen; dasselbe findet nicht mehr statt, wenn man ein feines Papierblättchen dazwischen bringt. Getrennte Stücke weicher Körper kann man durch kräftigen Druck miteinander vereinigen, weil deren Theile ohne Aufhebung des Zusammenhanges leicht sich verschieben und dadurch so nahe an einander bringen lassen, daß sie sich mit gehöriger Stärke anziehen können. Auf diese Weise lassen sich zwei Stücke Wachs zusammenkneten und zwei Streifen von Kautschuck zu einem starken Aneinanderhaften

dung merklicher der Größe nach bestimmbaren Kräften in andere Lagen gebracht oder von einander getrennt werden können. Der feste Körper hat darum einen starken Zusammenhang, vermöge dessen er seine äußere Gestalt bewahrt. Im tropfbar- oder wasserartig flüssigen Zustande lassen sich die Theile mit der größten Leichtigkeit verschieben; sie zeigen noch einen schwachen Zusammenhang, in Folge dessen sie in kleinen Mengen Tropfen bilden, während sie in größeren Mengen nach allen Seiten zerfließen, wenn sie nicht daran gehindert werden. Tropfbare Körper besitzen darum keine selbstständige Gestalt, sondern nehmen immer die Form der Gefäße an, worin sie sich befinden. Diese Flüssigkeiten lassen sich sehr schwer und nur in einem sehr geringen Grade zusammen drücken, weßhalb sie oft gerade zu unzusammendrückbare Flüssigkeiten genannt werden. Im luftförmigen oder ausdehnsamen Zustande lassen sich die Körper leicht und bedeutend zusammendrücken, und ihre Theile zeigen ein unausgesetztes Bestreben sich von einander zu entfernen, welches Bestreben man Ausdehnsamkeit nennt. Meistens sind die Aggregationszustände scharf geschieden. Indessen erscheinen manche Körper in einer Art Mittelzustand zwischen dem Flüssigen und dem Festen, wie z. B. Honig und Oele. Bei dergleichen Zwischenstufen scheint der Zusammenhang zwischen den Theilchen schon merklicher hervorzutreten als es bei den vollkommen Flüssigkeiten der Fall ist; möglich aber auch, daß solche Zustände von der Mengung eines flüssigen und eines fein zertheilten Stoffes herrühren.

Manche Körper können in alle drei Aggregationsformen versetzt werden, ohne daß dadurch ihre charakterisirenden Eigenschaften eine wesentliche Veränderung erleiden. So erscheint das Wasser im festen Zustande als Eis, im ausdehnsamen Zustande als Dunst und behält in der einen wie in der anderen Aggregationsform die nämlichen Eigenschaften, welche wir daran erkannt haben als es im tropfbaren Zustande sich befand. Dasselbe findet auch für Quecksilber und Schwefel statt. Von andern Körpern, wie z. B. Eisen und Platin, kennen wir nur zwei Zustände, den festen und den flüssigen. Noch andere, wie z. B. Sauerstoff und Wasserstoff, zeigen sich nur in dem ausdehnsamen Zustande. Doch deutet Alles darauf hin, daß jeder Körper je nach dem Grade der Temperatur, dem er ausgesetzt wird, in allen drei Aggregationszuständen auftreten könne. Der Aggregationszustand der Körper läßt sich ändern durch mechanischen Druck, durch Erwärmung oder Erkältung und durch chemische Vermischungen. Wenn Wasserdunst in einem kleineren Raum zusammengedrängt wird, so bilden sich flüssige Tröpfchen. Durch Wärme wird der feste Körper zum Schmelzen, der flüssige zum Verdampfen gebracht. In starker Kälte ist das Wasser fest;

bringen. Ueber die eigentliche Natur der Molecularanziehung etwas Bestimmtes auszusagen sind wir außer Stande. Gleich der Schwere ist die anziehende Molecularkraft eine mit dem Wesen der Materie innigst zusammenhängende Eigenschaft, welche wir als einen nicht weiter erklärbaren Thatbestand hinnehmen müssen. Was die in den Körpertheilen waltende Abstoßungskraft anlangt, so steht dieselbe mit dem Wärmezustande der Körper in einer solchen nahen Beziehung, daß es höchst wahrscheinlich wird, sie sei weniger ein Attribut der Materie als eine Aeußerung des in den Körpern enthaltenen Wärmeprincips. Von dem gegenseitigen Verhältniß der beiden Molecularkräfte, welche von wesentlich verschiedener Natur zu sein scheinen, hängt der Aggregationszustand der Körper ab. Beim Ueberwiegen der Anziehung befindet sich der Körper in festem Zustande; annähernde Gleichheit beider Kräfte erzeugt die verschiedenen Grade des tropfbaren Zustandes, während in den ausdehnsamen Körpern die Abstoßungskraft ein entschiedenes Uebergewicht hat.

Die Molecularattraction erhält verschiedene Namen, je nach den Umständen unter denen sie hervortritt. Sie heißt Cohäsion, wenn sie gleichartige Theilchen an einander bindet. So werden die Molecüle eines Wassertropfens oder eines Stückes Metall durch die Cohäsion zusammen gehalten. Bei den ausdehnsamen Körpern ist die Cohäsion ungemein klein, auch bei den Flüssigkeiten ist sie noch gering, dagegen erreicht sie bei den festen Körpern oft eine bedeutende Stärke. Die Cohäsion wirkt nicht nur bei chemisch verschiedenen Stoffen mit ungleicher Stärke, sondern sie kann auch bei einem und demselben Körper verschiedene Grade der Intensität annehmen. Der Grund dieser Verschiedenheit rührt offenbar daher, daß die Atome sich einmal so und das andre Mal anders gruppiren, wonach jene Körper bei gleicher chemischer Zusammensetzung der letzten Bestandtheile dennoch verschiedene Eigenschaften besitzen können. Wir werden übrigens später an der einen und an der andern Stelle auf diese besonderen Eigenthümlichkeiten, wie Festigkeit, Elasticität, Dehnbarkeit, Krystallisation wieder zurückkommen, bei denen die Cohäsionskraft auf eine mehr characterisirende Weise hervortritt. Wenn die Molecularanziehung zwischen den äußeren Theilen zweier Körper, die einander berühren, thätig ist, so nennt man sie Adhäsion. Die Adhäsion ist die Ursache, warum staubige und erdige Theilchen an der Oberfläche anderer Körper hängen bleiben. Auf der Adhäsion, die zwischen zwei festen Körpern sich entwickelt, beruht das Vergolden und Versilbern, wobei Holz, Glas, Papier und Metalle mit einem dünnen Ueberzug von Gold und Silber versehen werden. Je inniger die Berührung ist, desto stärker ist die Adhäsion; darum

wird sie erhöht durch Politur, Reinheit und Größe der Berührungsflächen, wie auch Druck, um dieselben recht nahe an einander zu bringen. Reine Silber- und Goldbleche zusammengewalzt hängen fest an einander; beim Schweißen zweier Metalle hämmert man die glühend gemachten Stücke aufeinander, wodurch ein so inniges Ineinandergreifen entsteht, daß die geschweißten Stellen nicht schwächer als die übrigen erscheinen. Die Adhäsion findet nicht blos zwischen zwei festen Körpern statt, sondern auch zwischen einem festen und flüssigen oder zwischen zwei flüssigen Körpern. Ein Wassertropfen zerfließt auf einer reinen Glaßplatte, ebenso verhält es sich mit einem Queckfilbertropfen auf einer Zinntafel; dagegen bleibt der Wassertropfen auf einer Fettschichte wie der Queckfilbertropfen auf Glas kugelförmig. Die beiden ersten der vorhin erwähnten Erscheinungen wie das einfache Phänomen des Naßwerdens eines Körpers in verschiedenen Flüssigkeiten bezeugen das Vorhandensein einer Anziehung zwischen den festen und flüssigen Körpern. Um eine Glasplatte von einer Wasserfläche loszureißen, ist eine gewisse Kraft nöthig; man kann dieselbe messen, wenn man die Platte an dem einen Arm eines Wagebalkens herabhängen läßt und durch Gegengewichte am andern Arm im Gleichgewicht hält. Vermehrt man letzteres Gewicht allmählig bis das Abreißen der Platte von der Flüssigkeitsfläche erfolgt, so kann das zum Losreißen nöthige Gewicht als Größe des Widerstandes gelten, welcher hier zu überwinden war. Weil die gehobene Glasplatte an der unteren Hälfte mit Wasser benetzt erscheint, so rührt besagter Widerstand nicht von der Adhäsion, sondern vielmehr von der Cohäsion des Wassers her, insofern nämlich Wassertheilchen von Wassertheilchen getrennt werden. Die Richtigkeit dieser Ansicht wird dadurch bestätigt, daß gleich große Platten von jedem andern Material, wofern es nur von dem Wasser benetzt wird, stets einerlei Kraft zum Losreißen von der Wasserfläche benöthigen. Bringt man dagegen eine Glasplatte auf eine ähnliche Weise mit der Oberfläche des Queckfilbers in Berührung, so ist das zum Losreißen erforderliche Gewicht das wirkliche Maß der Adhäsion, die zwischen dem Queckfilber und dem Glase besteht und geringer ist als die Cohäsion der Flüssigkeit, weil die Platte von derselben nicht mehr benetzt erscheint. Wiederholt man die Versuche mit verschiedenartigen aber gleichgroßen Platten, die ebenfalls von Queckfilber nicht benetzt werden, so findet man, daß dieselben mit verschiedener Kraft an dem Queckfilber adhäriren. Auch wächst der Widerstand, den man beim Abreißen der Platte von der Oberfläche einer Flüssigkeit, von welcher sie nicht benetzt wird, mit der Größe der Platte und mit Abnahme der Temperatur; woraus folgt, daß die Adhäsion durch die Größe der Berüh-

rungsfläche erhöht, durch Erwärmung der Flüssigkeit aber vermindert wird. Das Ueberziehen einer Glasplatte mit der geringsten Fettschichte ist hinreichend das Naßwerden zu verhindern und die Kraft, mit welcher die Platte an der Wasserfläche haftet, gänzlich abzuändern; auch fließen darauf fallende Wassertropfen nicht, sondern behalten ihre Kugelgestalt. Hieraus erhellet, daß die Anziehung des Glases gegen Wasser sich nur auf die kleinsten, nicht mehr meßbaren Entfernungen erstrecken können; was auch daraus hervorgeht, daß die Dicke der Platte auf die Größe ihrer Adhäsion gegen Wasser keinen Einfluß ausübt. Wird zwischen zwei gut an einander passende Flächen fester Körper eine flüssige Substanz gebracht, die an ihnen hängen bleibt und durch Trocknen oder Erkalten in den festen Zustand übergeht; so haften diese Körper mit bedeutender Stärke zusammen. Hierauf gründen sich mehrere technische Arbeiten, wie Leimen, Kitten, Löthen, und das Verfahren mittelst des Mörtels Backsteine und andere poröse Steine zum haltbarsten Ganzen zu verbinden. Ein Tropfen fetten Oels breitet sich schnell auf einer Wasserfläche aus; die darauf befindliche fette Oelschichte wird durch flüchtiges Oel, eine solche aus letzterem durch Weingeist verdrängt, was beweißt, daß fettes und flüchtiges Oel und Weingeist dem Wasser adhäriren. Ausdehnsame Stoffe adhäriren an festen und tropfbaren. Beobachtet man einen festen Körper sogleich nach dem Eintauchen in Wasser oder Alkohol, so bemerkt man an ihm kleine Luftbläschen, welche von der durch die Flüssigkeiten verdrängten adhärirenden Luftschichte herrühren. Salz wird in feuchter Luft naß; Papier, Darmsaiten ziehen die Dünste stark an und werden leicht feucht.

Ist die Adhäsionskraft zwischen einem festen und tropfbaren Körper von solcher Stärke, daß letzterer den ersteren nicht blos benetzt, sondern zwischen die Theilchen desselben hineinzieht und deren Zusammenhang aufhebt, dergestalt, daß der feste Körper nach und nach verschwindet und ein neues gleichförmiges Aggregat entsteht, welches sowohl die Eigenschaften des tropfbaren als auch des festen an sich trägt so sagt man der feste Körper sei in dem tropfbaren *aufgelößt*. Eine Flüssigkeit, welche einen festen Körper auf diese Weise auflößt, heißt ein *Auflösungsmittel*; und der Hergang sowohl als das Produkt der Erscheinung eine *Auflösung* oder *Lösung*. Wird z. B. ein Stück Kochsalz in Wasser gelegt, so verschwindet das Salz allmählich und man erhält eine Salzlauge, in welcher die Anwesenheit des Kochsalzes durch den Geschmack deutlich erkannt wird. Nicht jeder feste Stoff ist in jeder Flüssigkeit lößlich; so vermag das Wasser Kochsalz, Salpeter, aber keine Kohle keinen Schwefel aufzulösen. Selbst eine Flüssigkeit, die einen Stoff auflößt, kann von demselben nicht jede be-

liebige Menge auflösen, sondern nur ein gewisses Quantum, über welches hinaus keine weitere Auflösung erfolgt. Von einer Flüssigkeit, welche von einem Stoffe die größtmögliche Menge aufgelöst hat, sagt man sie sei mit diesem Stoffe gesättigt. Das zur Sättigung nöthige Quantum des festen Stoffes hängt von seiner und des Auflösungsmittels Beschaffenheit, und in den meisten Fällen auch von der Temperatur ab. So ist Salpeter in warmem Wasser löslicher als in kaltem, dagegen Kalk im kalten Wasser mehr löslich als im warmen während Kochsalz in Wasser von beliebiger Temperatur ziemlich gleich löslich sich zeigt. Die Auflösung geht desto langsamer vor sich, je näher man dem Sättigungspunkt kommt. Eine mit einem Körper bereits gesättigte Lösung kann öfters noch von einem andern Körper auflösen, manchmal sogar mehr als das reine Auflösungsmittel. Eine gesättigte Kochsalzlösung vermag noch Salpeter aufzulösen, Kochsalz löst sich in größerer Menge in gypshaltigem als in reinem Wasser. Werden ausdehnsame Stoffe von tropfbaren und festen Stoffen in Folge der Adhäsionskraft in die Zwischenräume aufgenommen und daselbst mehr oder minder verdichtet, so heißt ein solcher Vorgang Absorption. Die Absorption findet vorzüglich bei porösen und fein gepulverten Substanzen statt, wie poröses Holz, Meerschaum, Platinpulver, Silberstaub. Das Schäumen von Sauerwassern, moussirenden Weinen rührt vom Entweichen der absorbirten Gase her. Vereinigen sich zwei tropfbare oder zwei ausdehnsame Flüssigkeiten zu einem gleichförmigen, das Gepräge beider an sich tragenden Ganzen, so hat man eine sogenannte Mischung. Eine solche Mischung stellen Alkohol und Wasser, atmosphärische Luft und Wasserdunst dar.

Verbinden sich zwei oder mehrere ungleichartige Stoffe zu einem gleichartigen Ganzen, dessen Eigenschaften von denen der Bestandtheile wesentlich abweichen, so nennt man sowohl den Act der Vereinigung als auch das Product derselben eine chemische Verbindung. Die Kraft, vermöge welcher die Stoffe eine chemische Verbindung eingehen, nennt man chemische Verwandtschaft oder Affinität. Die chemische Affinität wirkt wie die Cohärenzkraft und die Adhäsionskraft nur auf sehr geringe Entfernungen, weßhalb die Stoffe, welche sich vereinigen sollen, mit einander in Berührung gebracht werden müssen. Die Affinität wirkt nicht leicht zwischen festen Körpern, weil die gegenseitige Berührung der Theilchen nicht innig genug ist, und bei dergleichen Körpern die Cohäsionskräfte zu stark sind. Durch Pulverisiren und Erhitzen der Stoffe schwächt man die Cohäsion und befördert damit die chemische Verbindung. In der Regel muß wenigstens einer dieser Stoffe in den tropfbarflüssigen oder gasförmigen Zustand übergeführt

werden, was durch Lösung (auf nassem Wege), oder durch Erhitzung (auf trockenem Wege) geschieht. Eisen und Schwefel verbinden sich in Massen nicht mit einander; bringt man aber Eisenfeile in geschmolzenen Schwefel, so geht die Verbindung zu Schwefeleisen mit Lebhaftigkeit vor sich. Quecksilber mit fein zertheiltem Schwefel in einem Mörser anhaltend zusammengerieben und dann der Sublimation unterworfen, liefert einen neuen Körper, der unter dem Namen Zinnober bekannt ist, in welchem weder Schwefel noch Quecksilber zu sehen sind. Sehr wechselnd ist der Einfluß, den die Temperatur auf die chemische Verwandtschaft ausübt. Das eine Mal verstärkt eine Temperaturerhöhung diese Kraft, zwischen zwei Körpern das andere Mal wirkt die Temperaturerhöhung gerade umgekehrt. Bei gewöhnlicher Temperatur zeigen Schwefel und Sauerstoff nicht die mindeste Verwandtschaft zu einander, während sie erhitzt sich energisch mit einander zu schwefeliger Säure verbinden. Bei gewöhnlicher Temperatur ist die chemische Verwandtschaft zwischen Kalk und Kohlensäure beträchtlich, während dieselbe in Rothglühhitze Null ist. Ein Körper, der soeben aus einer Verbindung befreit wird, geht in diesem Momente leichter eine andere Verbindung ein, entweder weil er dann noch nicht die ihm eigenthümliche Cohärenz angenommen hat, oder weil er sich schon in Bewegung befindet und nicht erst seine Trägheit zu überwinden ist. Bringt man Wasser mit Zink und Schwefelsäure zusammen, so wird das Wasser in Wasserstoff und Sauerstoff zerlegt, wobei der letztere sich zugleich mit dem Zink und der Schwefelsäure zu schwefelsaurem Zinkoxyd verbindet. Häufig wird die chemische Verbindung zweier Stoffe durch die Gegenwart eines dritten vermittelt, der entweder sich mit dem chemischen Producte vereinigt oder durch seine bloße Gegenwart wirkt, ohne selbst eine Verbindung einzugehen. Stickstoff und Sauerstoff vereinigen sich in Gegenwart von Kali zu Salpetersäure, welche sich sofort mit dem Kali zu Salpeter verbindet. Sauerstoffgas und Wasserstoffgas mit Platinpulver in Berührung gebracht, vereinigen sich augenblicklich chemisch mit einander, während dies sonst nicht der Fall ist. Eine chemische Zerlegung oder Analyse kann durch verschiedene Mittel bewerkstelligt werden. Dergleichen Mittel sind die Wärme, das Licht, die Electricität; meistens aber die überlegene Verwandtschaft oder Wahlverwandtschaft eines oder mehrerer anderen Stoffe zu einem oder mehreren der Bestandtheile, welche getrennt werden sollen. Kohlensaurer Kalk wird durch Glühhitze, Silbersalze werden durch Licht, Wasser wird durch Electricität zerlegt. In Berührung mit Eisenfeile unter Beihülfe der Wärme wird der Zinnober durch einfache Wahlverwandtschaft zerlegt, indem das Eisen sich des Schwefels bemächtigt und Quecksilber frei wird. Durch doppelte Wahlverwandt-

schaft zerlegt man schwefelsaures Kali mit salpetersaurem Baryt, wodurch salpetersaures Kali (Salpeter) und schwefelsaures Baryt (Schwerspath) entsteht. Manche chemische Verbindungen zerlegen sich sehr rasch, wobei der eine oder der andere Bestandtheil plötzlich in Gasform übergeht, und somit heftige Explosionen bewirkt. Die Zubereitung solcher Verbindungen erfordert daher die größte Vorsicht. Wird Knallqueckſilber auf einem Amboß mit einem Hammer geschlagen, so explodirt es mit einem betäubenden Knalle und mit solcher Heftigkeit, daß es sowohl im Amboß wie im Hammer Eindrücke zurückläßt. Knallsilber explodirt schon bei der bloßen Berührung mit einem harten Körper; man sollte es darum nie in eine Flasche bringen oder auf irgend eine Art berühren, bei welcher eine etwas starke Reibung stattfinden kann. Es explodirt auch unter einer Flüssigkeit, wenn man es mit einem Glasstabe berührt.

3. Gesetze der chemischen Verbindungen.

Die Characteristik der Grundstoffe, sowie die nähere Betrachtung der in der Natur vorkommenden Körper, insoweit jene Grundstoffe darin enthalten sind, gehört der Chemie an. Doch darf der Physiker nicht unterlassen, mit den Grundsätzen, nach denen die chemischen Verbindungen der Körper stattfinden, sich bekannt zu machen, weil sie mit mehreren physikalischen Gesetzen in innigem Zusammenhange stehen. Das erste dieser Gesetze ist das Gesetz der Erhaltung der Quantität der Materie. Das Gewicht eines zusammengesetzten Stoffes ist nämlich stets der Summe der Gewichte seiner Bestandtheile gleich. Besitzen mithin bei der Zerlegung eines Körpers die gesonderten Bestandtheile weniger Gewicht als der zusammengesetzte Körper vor der Zerlegung, so muß bei der Operation ein Verlust stattgefunden haben; dagegen muß etwas Fremdartiges hinzugekommen sein, wenn die Summe der Bestandtheile das Gewicht des zerlegten Körpers übersteigt.

Das zweite Gesetz ist das Gesetz der bestimmten Verhältnisse, in Folge dessen sich zwei Stoffe in einem oder in einigen bestimmten Gewichtsverhältnissen mit einander verbinden. So z. B. vereinigen sich 5 Gewichttheile Calcium mit 2 Gewichttheilen Sauerstoff zu 7 Gewichttheilen Kalk; 4 Gewichttheile Schwefel geben mit 25 Gewichttheilen Queckſilber 29 Gewichttheile Zinnober. Würde von dem einen oder dem andern Bestandtheile etwas mehr vorhanden sein, so bleibt der Ueberschuß unverbunden, es sei denn, daß die Mengen in einem andern bestimmten Verhältnisse stehen, wobei jedoch ein gänzlich verschiedenes Product zum Vorschein kommt.

Verbinden sich zwei Stoffe in mehreren verschiedenen Verhältnissen mit einander, so lassen sich dieselben auf eine einfache Weise aus dem kleinsten Verhältnisse herleiten. Darin besteht das Gesetz der Vielfachen. So verbinden sich: 8 Gewichttheile Sauerstoff mit 14 Gewichttheilen Stickstoff zu Stickstoffoxydul; 8×2 Gewichttheile Sauerstoff mit 14 Gewichttheilen Stickstoff zu Stickstoffoxydgas; 8×3 Gewichttheile Sauerstoff mit 14 Gewichttheilen Stickstoff zu salpetriger Säure; 8×4 Gewichttheile Sauerstoff mit 14 Gewichttheilen Stickstoff zu Untersalpetersäure; 8×5 Gewichtstheile Sauerstoff mit 14 Gewichtstheilen Stickstoff zu Salpetersäure. Es verhalten sich also die Gewichtsmengen des Sauerstoffs, welche sich mit 14 Gewichttheilen Stickstoff chemisch verbinden, wie 1:2:3:4:5, sind mithin in den höheren Verbindungen wirklich Vielfache der in der niedrigsten Verbindungsstufe vorkommenden Zahlen.

Man hat nun durch höchst sorgfältig angestellte Versuche für die verschiedenen Grundstoffe die Gewichtsmengen ermittelt, welche erforderlich sind mit 100 Gewichttheilen Sauerstoff die erste chemische Verbindungsstufe einzugehen. Diese Gewichtsmengen sind sehr verschieden, z. B. für Wasserstoff 12,5 Gewichttheile; für Kohlenstoff 75 Gewichttheile; für Schwefel 201 Gewichttheile; für Quecksilber 1250 Gewichttheile. Eben erwähnte Gewichttheile bringen im Allgemeinen dieselbe chemische Wirkung hervor, nämlich ein Aufheben der wesentlichen Eigenschaften von 100 Gewichttheilen Sauerstoff. Je wirksamer ein Stoff ist, desto weniger wird man davon bedürfen, um ein solches Aufheben zu bewirken. Von dem chemisch kräftigsten Stoffe wird man darum die kleinste Quantität hierzu brauchen, während man von dem chemisch schwächsten die größte Quantität dazu nöthig haben wird. Der kräftigste Stoff ist der Wasserstoff, der schwächste das Tantalmetall. Dergleichen Gewichtsmengen sind zugleich diejenigen, in welchen die Grundstoffe sich mit einander in der ersten Verbindungsstufe chemisch vereinigen und in ihren Verbindungen einander ersetzen. So verbinden sich 200 Gewichttheile Schwefel mit 1250 Gewichttheilen Quecksilber zu 1450 Gewichttheilen Zinnober; ferner 200 Gewichttheile Schwefel mit 12,5 Gewichttheilen Wasserstoff zu 212,5 Gewichttheilen Schwefelwasserstoffgas. Die so gefundenen Gewichttheile werden deßhalb Mischungsgewichte oder chemische Aequivalente genannt. Man kann jene Gewichtsmengen durch Zahlen ausdrücken, denen irgend eine bestimmte Einheit zu Grunde liegt. Als solche nehmen an einige Chemiker die Gewichtsmenge des Wasserstoffs als des chemisch kräftigsten, andere die des Sauerstoffs als des bei den Verbindungen am häufigsten vorkommenden, und drücken die der anderen Grundstoffe nach jener Einheit gemessen aus. Dividirt

man die vier oben Aequivalente durch 12,5, d. h. mit dem Aequivalent des Waſſerſtoffs, ſo geben die Quotiente der Aequivalente jener Grundſtoffe an, denen das Aequivalent des Waſſerſtoffs als Einheit zum Grunde liegt. Die Aequivalente wären hiernach folgende: für Sauerſtoff 8; für Kohlenſtoff 6; für Schwefel 16; für Queckſilber 100.

Nachſtehende Tabelle enthält die Aequivalente der am häufigſten gebrauchten Grundſtoffe mit ihren chemiſchen Zeichen, welche zugleich die entſprechenden Aequivalente ausdrücken, das Aequivalent des Waſſerſtoffs als Einheit angenommen.

Waſſerſtoff H = 1.	Gold Au = 196,6.
Sauerſtoff O = 8.	Silber Ag = 108.
Stickſtoff N = 14.	Platin Pl = 98,6.
Chlor Cl = 35,4.	Queckſilber Hg = 100.
Fluor Fl = 19,2.	Kupfer Cu = 32.
Brom Br = 78,4.	Eiſen FE = 28,0.
Schwefel s = 16.	Wismuth Wi = 208,0.
Phosphor P = 32.	Mangan Mn = 27,57.
Kohlenſtoff C = 6.	Zink Ze = 32,5.
Jod J = 126,3.	Blei Pb = 104.
Bor B = 10,9.	Nickel Ni = 29,5.
Kieſel Si = 21,3.	Kobalt Co = 29,5.
Kalium K = 39,2.	Antimon H = 129.
Natrium Na = 23.	Zinn Sn = 59.
Barium Ba = 68,6.	Arſen As = 75.
Calcium Ca = 20.	Chrom Cr = 36,7.
Magneſium Mg = 12.	Molybdän Mo = 46.
Aluminium Al = 13,7.	Titan Ti = 25,2.

Jeder Stoff behält in einer eingegangenen Verbindung ſeinen chemiſchen Werth bei, weßhalb das Aequivalent eines zuſammengeſetzten Körpers der Summe der Aequivalente ſeiner Beſtandtheile gleich kommt. Um es zu beſtimmen, muß man daher nicht nur die Aequivalente der Beſtandtheile kennen, ſondern auch wiſſen, wie viel Aequivalente von dem einen oder andern Stoff in der fraglichen Verbindung vorkommen. Dies iſt das Geſetz der chemiſchen Verbindungen.

Sind in einer Verbindung mehrere Aequivalente von einem Grundſtoffe verbunden, ſo wird die Anzahl derſelben durch eine rechts am Zeichen unten angeſetzte Ziffer angedeutet. Die Verbindungen der Grundſtoffe werden dadurch angezeigt, daß man die Zeichen der Grundſtoffe mit den entſprechenden unten angehängten Ziffern neben einander ſetzt. So iſt z. B. $H O$ das Zeichen des Waſſers, d. h. einer Verbindung von 1 Aequivalent Waſſerſtoff mit 1 Aequivalent Sauerſtoff;

und das Aequivalent des Wassers $HO = 1 + 8 = 9$. Das Zeichen der wasserfreien Schwefelsäure ist SO_3, d. i. einer Verbindung von 1 Aequivalent Schwefel mit 3 Aequivalenten Sauerstoff, und das Aequivalent dieser Schwefelsäure $SO_3 = 16 + 3 . 8 = 40$. Bei Verbindungen zusammengesetzter Körper werden die nächsten Bestandtheile durch das Zeichen + verbunden, wobei dem Zeichen eines zusammengesetzten Bestandtheiles, der mehrmals als ein Aequivalent in der Verbindung erscheint, ein Coeficient vorgesetzt wird, welcher die Anzahl dieser Aequivalente angibt. So ist z. B. das Zeichen des schwefelsauren Kali, einer Verbindung aus 1 Aequivalent Kali und 1 Aequivalent Schwefelsäure, $KO + SO_3$; weil das Aequivalent für Kali $KO = 39{,}2 + 8 = 47{,}2$, und das Aequivalent des schwefelsauren Kali $KO + SO_3 = 47{,}2 + 40 = 87{,}2$. Für den krystallisirten Gyps, welcher aus 1 Aequivalent Schwefelsäure, 1 Aequivalent Kalk und 2 Aequivalenten Wasser besteht, hat man das Zeichen $SO_3 + CaO + 2HO$; und das chemische Aequivalent $40 + 28 + 18 = 86$, weil $CaO = 20 + 8$ ist.

4. Einige der wichtigeren chemischen Verbindungen.

Die zahlreichen aus der Verbindung der Grundstoffe gebildeten Körper haben sehr verschiedene Eigenschaften, insbesondere sind es vier Klassen, nämlich Säuren, Basen, Salze und indifferente Stoffe, welche für den Physiker von Wichtigkeit sind, weßhalb es angemessen erscheint, Einiges darüber hier mitzutheilen. Die Stoffe, welche sich entschieden als Säuren charakterisiren, haben einen sauren Geschmack und besitzen die Eigenschaft, die wässerigen Lösungen gewisser blauen Pflanzenpigmente, wie z. B. des Lackmus, des Färbestoffs des Kohles, der Veilchen, der Trauben ꝛc. zu röthen. Diese Farbenveränderungen bringen aber sauerschmeckende Körper selbst dann noch hervor, wenn sie durch Wasser so stark verdünnt sind, daß sie den Geschmackssinn nicht mehr zu afficiren vermögen; wie sie denn auch durch manche Stoffe bewirkt wird, welche nicht sauer schmecken, wie z. B. die Blausäure und die Schwefelwasserstoffsäure. Damit ein Körper diese Farbenveränderung (saure Reaction) hervorbringen könne, muß er in Wasser lößlich sein; und doch gibt es viele Stoffe, wie z. B. die Kieselsäure, welche hinsichtlich ihrer charakterisirenden Eigenschaften mit den Lackmus röthenden Stoffen übereinstimmen und daher mit derselben in eine Klasse zu setzen sind, ohne im Wasser auflößlich zu sein. Man nennt darum gegenwärtig alle jene Körper Säuren, die ein ähnliches chemisches Verhalten wie die gewisse Pflanzfarben röthenden Stoffe zeigen. Diesem Verhalten gemäß kann der Begriff von Säure nur als

relativer gelten, insofern ein Körper nicht an und für sich, sondern bloß in Bezug auf andere eine Säure ist. Jede Säure besteht hiernach aus *säuerndem Princip* und einem damit verbundenen Stoffe, welcher das *Radical* heißt. Uebernimmt der Sauerstoff die Rolle des säuernden Princips, so haben wir eine *Sauerstoffsäure*; thut es der Wasserstoff, so bekommen wir eine *Wasserstoffsäure*. Man benennt die Sauerstoffsäuren bloß nach dem Radicale, indem man demselben das Wort Säure nachsetzt. So heißt die aus Chlor und Sauerstoff bestehende Säure Chlorsäure; die aus Schwefel und Sauerstoff zusammengesetzte Säure Schwefelsäure. Bei den Wasserstoffsäuren setzt man dem Radicale entweder das Wort *Hydro* vor, oder das Wort *Wasserstoffsäure* nach. So wird die aus Chlor und Wasserstoff gebildete Säure entweder *Hydrochlorsäure* oder Chlorwasserstoffsäure; die aus Jod und Wasserstoff bestehende Säure entweder *Hydrojodsäure* oder *Jodwasserstoffsäure* genannt. Liefert ein Radical mit dem Sauerstoff zwei Säuren, so wird die den meisten Sauerstoff enthaltene saure Verbindung auf die angegebene Weise benannt; zur Bezeichnung der mit der kleineren Sauerstoffmenge versehenen Verbindung bildet man aus dem Namen des Radicals ein sich auf *ig* endigendes Beiwort und setzt dieses dem Hauptworte Säure vor. So heißt z. B. die aus Chlor mit der größeren Sauerstoffmenge bestehende Säure *Chlorsäure*, die mit der kleineren Sauerstoffmenge zusammengesetzte Säure, *chlorige Säure*. Läßt ein Radical mehr als zwei Sauerstoffsäuren zu, so bezeichnet man die Rangordnung der übrigen dadurch, daß man den auf die vorhin erwähnte Weise gebildeten Bezeichnungen die Sylbe *Ueber* oder *Unter* oder *Nieder* vorsetzt. So heißen die vier Sauerstoffsäuren des Chlors: Unterchlorsäure, Chlorsäure, chlorige Säure und unterchlorige Säure; und die vier bekannteren aus Schwefel und Sauerstoff bestehenden Säuren: unterschwefelige Säure, schwefelige Säure, Unterschwefelsäure, Schwefelsäure.

Einige der häufiger vorkommenden Säuren sind folgende:

1) Die *Salpetersäure*, welche sich aus dem Salpeter darstellen läßt, wenn man denselben mit Schwefelsäure übergießt und in einer Retorte erhitzt. Die Salpetersäure wird so aus ihrer Verbindung durch Schwefelsäure ausgetrieben, welche sich mit dem Kali zu schwefelsaurem Kali verbindet, während die Salpetersäure in Verbindung mit einem Antheil Wasser oder im Hydratzustande frei wird: ihre Formel ist $NO_5 + HO$. Sie ist farblos, schwach rauchend und von unangenehmen Geruche; färbt die thierische Haut und andere organische Körper dauerhaft gelb. Sie wird auch Scheidewasser genannt, weil sie zur Scheidung des Goldes, welches sie nicht angreift, vom Silber dient.

Uebergießt man Kupferfeile mit Salpetersäure, so werden diese rasch oxydirt und die Salpetersäure in eine niedrigere Stufe des Stickstoffs verwandelt, die man Stickoxyd auch Salpetergas nennt. In Berührung mit atmosphärischer Luft oder mit Sauerstoff geht das Stickoxyd in eine höhere Oxydationsstufe des Stickstoffes, in salpetrige Säure über, welche in reinem Zustande als eine dunkelgrüne sehr flüchtige, bei großer Kälte farblose tropfbare Flüssigkeit erscheint. Ist die salpetrige Säure mit Salpetersäure verbunden, so erhält sie eine rothgelbe Färbung und heißt rauchende Salpetersäure, weil sie an der Luft rothe Dämpfe bildet. Wird Zink in sehr verdünnter Salpetersäure aufgelöst oder dem Stickoxyd durch feuchte Eisenfeile Sauerstoff entzogen, so erhält man Stickoxydul, ein farbloses Gas, welches vom Wasser absorbirt wird und ingeathmet eine berauschende Wirkung ausübt.

2) Die schwefelige Säure erhält man, wenn Schwefel unter dem Zutritte der atmosphärischen Luft erhitzt wird; der Schwefel schmilzt, entzündet sich zuletzt und verwandelt sich in ein farbloses Gas, welches vom Wasser begierig verschluckt wird. Die schwefelige Säure oder das schwefelig-saure Gas, dessen chemische Formel SO_2 ist, kann durch mäßigen Druck oder Kälte in eine wasserhelle tropfbare Flüssigkeit verwandelt werden, welche schon bei -10° C findet, und ihrer Flüchtigkeit wegen die Körper, die damit benutzt werden, sehr stark abkühlt. Der erstickende Rauch, welchen brennender Schwefel verbreitet, ist nichts anders als schwefelige Säure, die sich des in der atmosphärischen Luft befindlichen Wasserdunstes bemächtigt hat und auf diese Weise Nebel bildet. — Man unterscheidet zwei Arten von Schwefelsäure, die weiße englische und die braune sächsische. Erstere bereitet man durch Verbrennen des Schwefels unter Zusatz von Salpeter, wobei ein Theil der sich bildenden schwefeligen Säure auf Kosten des Salpeters oxydirt und in Schwefelsäure übergeht, welche mit dem Kali des Salpeters sich verbindet; die zerlegte Salpetersäure liefert Stickstoffoxyd, welches der atmosphärischen Luft Sauerstoff entzieht und sich sogleich wieder in rothe Dämpfe von salpetriger Säure und Untersalpetersäure verwandelt. Indem diese gleichzeitig mit Wasserdampf zusammentreffen, erfahren sie eine Umsetzung in Salpetersäure und Stickoxyd. Die gebildete Salpetersäure überträgt ihren Sauerstoff an die vorhandene schwefelige Säure, wodurch diese in Schwefelsäure, sie selbst aber wieder in Untersalpetersäure verwandelt wird; indem diese wieder mit Wasser in Berührung kommt, wird sie sogleich wieder in Salpetersäure und Stickstoffoxyd zurückgeführt. Das neue entstandene Stickstoffoxyd nimmt abermals Sauerstoff aus der Luft auf, geht wieder in Untersalpetersäure über und diese Aufeinanderfolge der merkwürdigen Reactionen setzt sich

immer fort in der Weise, daß, solange noch Luft vorhanden, eine und dieselbe Menge von Stickstoffoxydgas eine unbegrenzte Menge von schwefeliger Säure in Schwefelsäure überführen kann. — Die sächsische Schwefelsäure wird durch Zerlegung des vorher bis zu einem gewissen Punkte durch Röstung entwässerten Eisenvitriols, des schwefelsauren Eisenoxyduls mittelst Hitze erhalten. Die englische Schwefelsäure ist ein Hydrat der wasserfreien Schwefelsäure und hat $SO_3 + HO$ zur Formel, während die sächsische Schwefelsäure eine Mischung von wasserfreier und englischer Schwefelsäure ist. Die Schwefelsäure verbindet sich mit dem Wasser unter starker Erhitzung, weshalb beim Vermischen dieser Säure mit Wasser dieselbe nur in kleinen Mengen und unter beständigem Umrühren dem Wasser zugegossen werden muß.

3) Die Kohlensäure (CO_2) bildet sich beim Verbrennen der Kohle, bei der Bier- und Weingährung, bei dem Athmungsprocesse und kann auch künstlich durch Schwefelsäure aus kohlensaurem Kalke ausgetrieben werden. Sie erscheint in der Regel als Gas, wird vom Wasser leicht absorbirt, dem es einen angenehmen säuerlichen Geschmack ertheilt. — Beim Verbrennen der Kohle unter gehemmtem Luftzutritte bildet sich das Kohlenoxyd (CO), ein brennbares Gas, welches vom Wasser nicht absorbirt wird.

4) Die Phosphorsäure (PO_5) entsteht, wenn Phosphor im Sauerstoffgase verbrennt. Verbindet sich der Phosphor mit Sauerstoff nur langsam, so entsteht phosphorige Säure (PO_3); sie bildet den weißen knoblauchartigriechenden Dampf, welchen der Phosphor an der Luft von sich gibt.

5) Die Chlorwasserstoffsäure oder Salzsäure (HCl) erhält man, wenn man Kochsalz mit Schwefelsäure vorsichtig übergießt und hierauf erwärmt. Das Kochsalz ist Natriumchlorid $NaCl$; in Berührung mit Schwefelsäurehydrat $SO_3 + HO$ entsteht einerseits schwefelsaures Natriumoxyd $NaO + SO_3$, anderseits Chlorwasserstoffsäure HCl. Sie erscheint als farbloses Gas, welches mit dem Wasser sich im hohen Grade begierig verbindet und deßwegen in feuchter Luft weiße Nebel bildet; vom Wasser bis zur Sättigung verschluckt, gibt es die wässerige Salzsäure, welche wegen der von ihr ausgestoßenen Dämpfe auch rauchende Salzsäure genannt wird. Eine Mischung von Salzsäure und Salpetersäure führt den Namen Königswasser, wegen ihrer Eigenschaft Gold aufzulösen.

6) Die Schwefelwasserstoffsäure (HS) entsteht, wenn man Schwefeleisen, das man durch Zusammenschmelzen von Eisenfeile mit Schwefel erhalten, mit verdünnter Schwefelsäure übergießt und das Ganze erwärmt. Der Sauerstoff des Wassers verbindet sich mit dem

Eisen zu Eisenoxydul, welches sich mit der Schwefelsäure zu schwefelsaurem Eisenoxydul vereinigt, während der Schwefel mit dem Wasserstoff des zerlegten Wassers sich zu Schwefelwasserstoff verbindet. Derselbe bildet ein farbloses, nach faulen Eiern riechendes Gas, wird vom Wasser absorbirt und ist in den Schwefelwassern natürlich damit verbunden.

Die Basen, insbesondere die stärkeren, welche sich durch einen brennenden (kaustischen) Geschmack auszeichnen, stellen die durch Säuren veränderten Pflanzenfarben wieder her, bewirken selbst eine Aenderung in den natürlichen Farben vieler Pflanzensäfte, färben die blaue Kohl- und Veilchentinctur grün, die gelbe Curcumatinctur braun (alkalische Reaction). Die nicht im Wasser löslichen Basen ändern die Pflanzenfarben nicht; ihre basische Eigenschaft aber wird erkannt, daß sie aus ihren Verbindungen durch entschiedene Basen ausgeschieden werden. Die im Wasser löslichen Basen heißen Alkalien und alkalische Erden; bei ihnen, besonders aber bei den Alkalien tritt die basische Natur am stärksten hervor. Zu den Alkalien gehören Kali, Natron, Lithion und Ammoniak, von denen die drei ersteren weiße, spröde Massen sind, die sich schmelzen und sogar verflüchtigen lassen. Kali und Natron ziehen sogar das Wasser an und zerfließen; wegen dieser Verwandtschaft zum Wasser kennt man sie hauptsächlich als Hydrate. Sie heißen ätzende Alkalien, weil sie, insbesondere Aetzkali und Aetznatron, organische Substanzen angreifen und mit der Zeit zerstören. Die Alkalien mit Fettsäure verbunden, liefern in Wasser lösliche Seifen. Kali erscheint in allen Landpflanzen, und Natron in allen Seepflanzen gewöhnlich mit Pflanzensäuren in Verbindung. Der Ammoniak (NH_3) oder flüchtige Alkali ist ein farbloses Gas von starkem stechendem Geruch, der zu Thränen reizt; es entwickelt sich bei der Fäulniß thierischer Körper. Die alkalischen Erden, nämlich Kalk, Baryt, Strontian und Bittererde, besitzen die Eigenschaften der Alkalien; nur sind sie im Wasser weniger löslich als die letztgenannten und nur sehr schwer schmelzbar. Die Erden, wie Thonerde und Zuckererde, sind im Wasser unlöslich, besitzen weder Geschmack noch Geruch, und sind für sich sehr schwer schmelzbar; sie haben zu den Säuren eine weit geringere Verwandtschaft als die Alkalien und alkalischen Erden, und heben deren Eigenschaften nicht so vollständig auf wie die letzteren.

Die Salze sind Verbindungen der Säuren mit Basen, sie charakterisiren sich durch einen eigenthümlichen Geschmack, die Löslichkeit in Wasser, die Neigung zu Krystallbildung, welche Eigenschaften nicht nur von der Beschaffenheit der Säure und der Base, sondern auch von dem Mischungsverhältnisse beider abhängen. Sie führen den Namen Am-

phidsalze zum Unterschiede der sogenannten Haloidsalze, welche Verbindungen der vier Grundstoffe Chlor, Fluor, Brom und Jod mit Metallen sind. Man theilt die Salze oder Amphidsalze nach der Säure in Gattungen und diese wieder nach der Base in Arten ein. So bilden z. B. die salpetersauren, kohlensauren Salze Gattungen; schwefelsaures Kali, schwefelsaurer Kalk Arten der Gattung schwefelsaurer Salze. Manche Salze haben auch Trivialnamen, welche ihrer Kürze wegen häufig in der Wissenschaft gebraucht werden. So sagt man z. B. Salpeter statt salpetersaures Kaliumoxyd, Glaubersalz statt schwefelsaures Natriumoxyd.

Indifferente oder neutrale Stoffe sind solche, welche weder zu den Säuren, noch zu den Basen und Salzen gerechnet werden können. Man zählt auch das Wasser zu den indifferenten Stoffen, weil es in manchen Fällen keine deutlich ausgesprochene saure oder basische Natur zeigt. Doch gibt es wieder Verbindungen, in denen das Wasser entschieden die Rolle einer Säure, und andere in denen es die Rolle einer Base übernimmt; im ersteren Falle kann es nur durch Säuren, im letzteren nur durch Basen aus seinen Verbindungen vertrieben werden. Wir sehen daraus, daß der Begriff von Base wie jener von Säure kein absoluter ist, sondern im Allgemeinen ein blos relativer, weil ein und derselbe Stoff bald als Säure bald als Base auftreten kann. Im Uebrigen hängt der Zustand der Neutralität von der relativen Stärke der Säure und Base ab. Denn eine starke Base vermag selten durch eine schwache Säure neutralisirt zu werden, wie denn auch eine schwache Base selten vollständig die Wirkung einer energischen Säure aufheben kann.

III. Wesen der Materie und Wesen der Kraft.

1. Atomistische Ansicht.

Von jeher war man bemüht über die Grundconstitution der Körper sich eine Anschauung zu verschaffen, indem es dem Menschengeiste ein Bedürfniß ist, die verschiedenen Erscheinungsgebiete mit einander zu verknüpfen und einem höheren Allgemeinen unterzuordnen. So haben sich denn über den Grundzustand der Materie im Wesentlichen zwei verschiedene Ansichten gebildet, die atomistische einerseits und die dynamische anderseits, deren eine wie die andere auf verschiedene Weise modificirt und dargestellt worden ist. Hier können die particulären Ansichten der Einzelnen keine Berücksichtigung erhalten, sondern nur die Hauptpunkte von beiden Lehren mitgetheilt werden, worin die hauptsächlichsten Vertreter der einen oder der andern Ansicht überein-

stimmen. Beide Ansichten sind blos als Vermuthungen oder Hypothesen zu betrachten; doch gebührt ohnstreitig der atomistischen Ansicht der Vorzug, da sie in die speciellen Erscheinungen tiefer eingeht und die verschiedenartigen physikalischen Vorgänge unter einfacheren und klareren Gesichtspunkten verknüpft als die dynamische Vorstellungsweise. Nach der atomistischen Ansicht besteht die wägbare Materie aus gesonderten Theilchen von unbestimmbarer Kleinheit oder aus unendlich kleinen Theilchen. Diese unendlich kleine Theilchen heißen einfache Atome und sind bei einem und demselben Grundstoffe gleichartig, bei den verschiedenen Grundstoffen aber hinsichtlich ihrer materiellen Beschaffenheit und ihrer physikalischen Eigenschaften verschieden. Ueber Gestalt, Größe, Dichtigkeit, Masse der letzten Atome oder Grundatome ist bis jetzt nichts bekannt. Die einfachen Atome sind entweder an sich unzerstörbar oder sind es wenigstens durch keine irdische Kräfte. Mit der Discretion der Theilchen ist die Möglichkeit gegeben, daß die Körper durch Zusammendrückung oder Erkaltung sich in einen kleineren Raum bringen lassen; die Möglichkeit gegeben, daß bei chemischen Verbindungen, Auflösungen, Mischungen oder Absorptionen die Theilchen verschiedener Körper zwischen einander eindringen können. Es hat sogar keine Schwierigkeit, einzusehen, wie Blei und Wismuth nach dem Zusammenschmelzen einen kleineren Raum einnehmen als beide Metalle zusammengenommen vorher; wie Wasser und Weingeist nach dem Zusammengießen einen geringeren Raum umfassen, als der ist, den sie vorher getrennt einnehmen; wie Sauerstoffgas eine große Menge Kohlenstoff aufzunehmen vermag, ohne dadurch in seinem Umfang verändert zu werden. Bei der Unzerstörbarkeit der letzten Atome wird es uns begreiflich, wie mit der Verflüchtigung der Auflösungsmittel die aufgelößten Körper mit ihren besonderen Eigenthümlichkeiten wieder hervorgehen, wie bei einer chemischen Analyse die einzelnen Grundstoffe mit ihren charakteristischen Eigenschaften hervortreten können. — Im Uebrigen thut der Physiker, insofern er die letzten Atome sich von einander gesondert vorstellt, im Grunde nichts anders, als daß er das, was er auf dem Felde des Sichtbaren wahrnimmt, consequent auf das Gebiet des Unsichtbaren überträgt. Zunächst sieht er gröbere Massen aus gesonderten Theilen bestehend; mit Hülfe des Mikroskops erblickt er dasselbe an kleineren Massen, bei denen das bloße Auge die Sonderung der Theilchen nicht zu erfassen vermochte; mittelst des Verstandes rückt er die Grenzen noch weiter hinaus, und gelangt so in der Einstimmung der Wissenschaft selbst zu den letzten Atomen.

Vereinigt sich eine gewisse Anzahl Atome eines Grundstoffes mit einer gewissen Anzahl Atome eines andern Grundstoffs oder mehrerer

andern Grundstoffe zu einer Gruppe, so hat man ein zusammengesetztes Atom oder Molecül, insofern es als näheres Element in die Zusammensetzung eines Körpers eingeht. Ein chemisch zusammengesetzter Körper besteht demnach aus einer Menge von Atomencombinationen oder Molecülen, die für die Sinne als gleichartig erscheinen und nur durch chemische Mittel in ihre einfache Atome zerlegt werden können. So ist das Molecül des Wassers eine Verbindung von Sauerstoff- und Wasserstoffatomen; das Molecül der Weinsäure eine Combination von Sauerstoff-, Wasserstoff- und Kohlenstoffatomen. — Im Sinne der atomistischen Vorstellungsweise gehen die Erscheinungen der Aggregation, Adhäsion, Mischung, Auflösung lediglich von den Molecülen aus, während die chemischen Phänomene von den Atomen selbst hervorgerufen werden. Was die chemische Verbindung anlangt, so erfolgt sie vermöge der der Materie eigenen Anziehungskraft, und zwar wird sie allenthalben in bestimmten Verhältnissen verwirklicht, wie wir solche früher angeführt haben. — Was den Abstand der letzten Atome betrifft, so ist er sehr groß im Verhältniß zu deren Dimensionen, wie dies in ähnlicher Weise bei den Weltkörpern stattfindet, welche sich so weit als möglich von einander halten. Auch scheint bei den ponderabelen Atomen dasselbe Gesetz der Anziehung im einfachen Verhältniß der Massen und im verkehrten der Quadrate der Entfernungen obzuwalten, welches an größeren Massen und für größere Entfernungen beobachtet worden ist. — Weniger bestimmt können wir uns in Betreff der abstoßenden Kräfte aussprechen, weil das Grundverhältniß des Unwägbaren zu dem Wägbaren uns unbekannt ist. Nur so viel dürfte sich mit Sicherheit annehmen lassen, daß, wie alle wägbaren Atome sich gegenseitig anziehen, sich alle Theilchen des Unwägbaren gegenseitig abstoßen, dagegen zwischen einem wägbaren Atome und einem Theilchen des Unwägbaren Anziehung stattfindet. Jedes wägbare Atom ist von einer verdichteten Sphäre des Unwägbaren umgeben, was den gasförmigen Aggregationszustand bewirkt; wenn die zwischen jenen Sphären obwaltende Abstoßung die Anziehung der wägbaren Kerne überwiegt.

In dem tropfbaren Zustande stehen die Atome nach allen Richtungen in gleichem Abstande von einander. Hieraus ist es nicht unschwer sich zu erklären, warum im Inneren einer tropfbaren Masse die Theilchen nach allen Seiten sich so leicht bewegen und verschieben lassen: denn die mit der Entfernung der Theilchen sich ändernde Anziehungskraft muß bei den tropfbaren Körpern nach allen Seiten eine und dieselbe sein, was allenthalben hin eine wechselseitige Compensation zur Folge hat und bewirkt, daß die Theilchen überall hin den nämlichen Widerstand entgegensetzen. — In den festen Körpern sind die Theilchen

nach verschiedenen Richtungen schon verschieden von einander entfernt. Die unmittelbare Folgerung davon ist, daß solche Körper nach den Richtungen, in welchen die Theilchen weiter von einander abstehen, sich leichter trennen lassen müssen als nach jenen Richtungen, in denen die Theilchen näher beisammen sind. Auch zeigen alle Krystalle, mit Ausnahme derer, welche zum regulären System gehören, nach verschiedener Richtung eine verschiedene Härte und Spaltbarkeit. Insofern die Theilchen dergleichen Krystalle nach verschiedenen Richtungen in ungleichen Abständen zu einander stehen, werden sie durch denselben Wärmeeinfluß nach verschiedenen Richtungen in ungleichem Verhältnisse ausgedehnt werden müssen, da dieses Verhältniß unter sonst gleichen Umständen von der schon vorhandenen Entfernung der Theilchen nothwendigerweise abhängt. Und wirklich erfahren jene Krystalle nach verschiedenen Richtungen eine ungleiche Ausdehnung durch die Wärme, wie sie denn auch verschiedene optische Eigenschaften und ein verschiedenartiges Verhalten in Bezug auf Magnetismus nach einer und der andern Richtung deutlich zu erkennen geben. Das oben Gesagte enthält die Grundzüge der physikalischen Atomistik, wie sie die Thatsachen selbst zu fordern scheinen. Diese Ansicht wird im Verlaufe des ganzen Werkes uns als fester Haltpunkt und allgemeiner Einigungspunkt dienen, wenn es sich um eine tiefergehende Betrachtung der Dinge und einen durchgreifenden Zusammenhang der Erscheinungen handelt. Wie leicht und einfach übrigens sich Verschiedenartiges durch die atomistische Betrachtungsweise auslegen läßt, möge beispielshalber an einigen besonderen Fällen erörtert werden.

Wir denken uns zuerst, daß ein an einem Ende befestigter gleichförmiger Faden durch eine am andern Ende angebrachte Kraft mehr und mehr in die Länge gezogen werde. Die von vornherein zwischen den Theilchen stattfindende Entfernung wird dadurch größer und mit der Zunahme der dehnenden Kraft zuletzt so groß, daß die von dem Abstande zwischen den Theilchen abhängige und auf unmeßbar kleine Entfernung hin thätige Anziehungskraft unmerklich wird. Die Cohäsionskraft kann so die Theilchen nicht mehr zusammenhalten; der Faden wird folglich zerreißen, und zwar zuerst an der am wenigsten haltbaren Stelle. Auf ähnliche Weise vermag man sich genügende Rechenschaft von dem Entweichen der Kohlensäure aus dem kohlensauren Kalk durch Erwärmung zu geben. Kohlensäure und Kalk finden sich in dem kohlensauren Kalk schon getrennt vor; wird nun derselbe durch die Wärme ausgedehnt, so kommen die Theilchen seiner beiden Bestandtheile in immer größere Entfernung von einander, wobei die Theilchen der Kohlensäure sich anders als die des Kalkes verhalten, weil sie keine

identischen Substanzen sind. So kann es sich dann ereignen, daß das durch die Erwärmung gesteigerte Ausdehnungsbestreben der Kohlensäure die vom Kalk ausgehende Anziehungskraft überwiegt und dem gemäß die Kohlensäure zwischen den Theilen des Kalkes heraustritt, welcher dadurch als lockerer Körper zurückbleibt. Wir betrachten drittens den Fall der Isomerie, in welchem zwei Körper die nämlichen Bestandtheile in einerlei Verhältniß enthalten und dennoch verschiedene Eigenschaften besitzen. Die Eigenschaften einer chemischen Verbindung hängen nämlich nicht allein von der qualitativen und quantitativen Zusammensetzung der in ihr vorkommenden Grundstoffe, sondern auch wie an früherem Orte schon gelegentlich bemerkt wurde von der Art der Gruppirung der Elemente in den näheren und in den entfernteren Bestandtheilen ab. In der That, wenn die der Beschaffenheit und der Zahl nach nämlichen Atome in einem Körper so und in einem zweiten anders sich ordnen, so werden diese beiden Körper nicht identisch sein, wenn sie übrigens sonst ganz gleich sind. Sie können dadurch eine ganz andere chemische Constitution innerlich und damit durchaus verschiedene Eigenschaften erlangen, indeß die Verhältnisse der Bestandtheile im Ganzen die nämlichen bleiben. In der Cyanursäure, dem Cyansäurehydrat und Cyamelid hat man drei solcher Körper; der erstere ist im Wasser löslich und krystallisirbar; der zweite ist eine flüchtige, im höchsten Grade ätzende Flüssigkeit; der dritte ist eine weiße, in Wasser völlig unlösliche porcellanartige Masse. Daß eine bloße Veränderung in der Lagerungsweise der Atome wesentliche Modificationen in den Eigenschaften der Körper hervorzubringen vermag, sehen wir an einer weichen Eisenstange, welche längere Zeit hindurch schwachen aber sich stets wiederholenden Hammerschlägen ausgesetzt wird. Durch eine derartige Behandlung kann offenbar nichts anders bewirkt werden, als eine andere Lage der kleinsten Theile; und in der That findet man die Stange krystallinisch und brüchig wie Gußeisen; auch ist der Bruch nicht mehr wie beim weichen Eisen fadenförmig, sondern glatt und glänzend. Die besprochene Erscheinung tritt an den eisernen Achsen der Locomotiven und Reisewagen mehr oder minder rasch ein, und ist die Ursache von nicht vorherzusehenden Unfällen. Die Wärme, welche eigentlich nur eine Veränderung in der Lage der kleinsten Theile bewirkt, erzeugt auffallende Veränderungen in den Eigenschaften der Körper. Ein bekanntes Beispiel bietet uns das Hühnerei dar, das durch den Einfluß einer Temperatur von etwa 94° C eine gänzliche Veränderung in allen seinen Eigenschaften erleidet; das flüssige, kaum gelblich gefärbte Eiweiß verliert die Durchsichtigkeit und Löslichkeit, indem es in eine weiße porcellanartige Masse übergeht, deren Theilchen alle Beweglichkeit verloren

haben und jetzt gegen die einwirkende ſtörende Urſache, die Wärme nämlich, einen Widerſtand äußern, der ihnen urſprünglich fehlte. Dieſe merkwürdige Umwandlung iſt vor ſich gegangen, ohne daß Etwas hinzugekommen oder hinweggenommen worden; nur die Atome haben ſich zu einer neuen Gruppe geordnet, von welcher verſchiedenartige Lagerungsweiſen die veränderten Eigenſchaften herrühren.

2. Dynamiſche Anſicht.

Nur Weniges werden wir über die dynamiſche Anſicht ſagen, wiewohl ſie zu ſeiner Zeit von den geiſtreichſten Philoſophen mit vielem Beifall aufgenommen und mit großem Eifer vertheidigt wurde. Sie iſt gefallen, wie jeder Irrthum mit der Zeit der Gewalt der Wahrheit weichen muß. Ihre geringe Anzahl von Anhängern gehört überhaupt weniger der eigentlichen Klaſſe der Phyſiker an, als der Klaſſe der ſogenannten Metaphyſiker, welche die Erſcheinungen a priori mit Hülfe von Begriffsbeſtimmungen und Begriffszuſammenhängen zu begründen und zu erläutern beſtrebt ſind, und ſich weniger an das Thatſächliche und Erfahrungsmäßige halten. Und doch müſſen Thatſachen ſtets in erſter Linie ſtehen und Worte immer auf etwas Aufzeigbares und Vorſtellbares ſich beziehen, wenn es gilt, die Wirklichkeit richtig aufzufaſſen, und Wirkliches aus Wirklichem zu erſchließen. Wenn bei dem Dynamiker dergleichen thatſächliche Beziehungen meiſtens außer Acht geblieben ſind, vielmehr an deren Stelle abſtracte Begriffe geſetzt wurden; ſo darf es uns nicht befremden, wenn er bei einer ſolchen Betrachtungsweiſe der Dinge öfters in leeren Abſtractionen ſich bewegt hat und zu Reſultaten gelangt iſt, denen keine Realität beigelegt werden konnte. Für den Dynamiker beſteht die Materie nicht aus Atomen und leeren Räumen, ſondern ſie erfüllt den Raum ſtetig. Für ihn gibt es keine ſich in größere und kleinere Theile ſich gliedernde und untergliedernde Körper, ſondern bloß von der Materie continuirlich erfüllte Räume. Für ihn exiſtirt keine verſchiedenartige Materie, exiſtiren keine einfache Stoffe; beim ihm erhält die Materie erſt Exiſtenz durch die zwei Urkräfte, die Attractiv- und Repulſionskraft, aus deren quantitativen Verhältniſſen die individuellen Qualitäten der Materie hervorgehen. Jede Theilung eines materiellen Körpers führt nicht zu dem phyſiſch unendlich Kleinen oder zu dem Atome, ſondern zum geometriſch unendlich Kleinen, d. h. die Materie verſchwindet als ſolche, und geht in die ſie conſtituirenden Urkräfte über. Die chemiſchen Erſcheinungen beruhen nicht auf einer Nebeneinanderlagerung heterogener einzelner Theilchen, ſondern auf einer wirklichen Durchdringung derſelben, während ſie bei einem Gemenge neben einander liegen. Der chemiſche Prozeß findet

nur bei ungleichartigen Stoffen statt; d. h. bei solchen, deren Verhältniß der Grundkräfte ein verschiedenes ist. Aus dem resultirenden Verhältniß der Grundkräfte, welche bei dem chemischen Prozeß thätig sind, entspringt die chemische Verbindung, deren Eigenschaften daher von denen der zusammensetzenden Stoffe wesentlich abweichen.

Die dynamische Ansicht betrachtet die unwägbaren Principien, wie Licht, Wärme, Magnetismus und Elektricität, welche in den drei folgenden Bänden den Gegenstand unserer Untersuchung abgeben, als keine wirklichen Substanzen, sondern bloß als Kraftäußerungen, die an den wägbaren Dingen selbst vor sich gehen und so uns zur Wahrnehmung kommen. Der Atomistiker dagegen sieht die unwägbaren Dinge oder ihre gemeinschaftliche Grundlage den Aether als Substanzen an, welche den nämlichen allgemeinsten Gesetzen des Gleichgewichtes und der Bewegung unterworfen sind wie die wägbaren Substanzen, mit derselben aber nicht die Eigenschaften der Wägbarkeit und der Tastbarkeit selbst theilen. Möglich, daß die unwägbaren Substanzen durch hinlängliche Grade der Verdichtung in wägbare Substanzen verwandelt werden können, ja wirklich die wägbaren Substanzen nur Verdichtungen der unwägbaren sind, welche nur lose zwischen den verdichteten Massen schweben. Dem sei übrigens wie ihm wolle. Für den Atomistiker schreiten die Aetherwellen ebenso gut durch den Raum fort wie die Meereswellen. Bei ihm pflanzt sich die Lichtwelle nicht durch den Aether wie durch ein Continuum fort, sondern durch den Aether, dessen Theilchen ebenso gut von einander getrennt sind, wie die der wägbaren Substanzen. Ist es ihm hier doch gelungen, von der sicheren Hand der Theorie geleitet, aufzufinden, daß der Abstand der Aethertheilchen keineswegs ganz ins Unvorstellbare hinüberreicht, sondern groß genug ist, um gegen die Länge einer Lichtwelle, ohngefähr 406 bis 645 Milliontheil eines Millimeters, nicht vernachlässigt werden zu können. Mit dergleichen Resultaten kann sich der Atomistiker wohl zufrieden geben, wenn es ihm auch bisher nicht gelungen ist, über den Abstand der letzten Theilchen der wägbaren Substanzen Aehnliches mit Bestimmtheit aussagen zu dürfen. Was jetzt nicht ist, kann künftig werden. Ihm sind und bleiben die discreten Theilchen der wägbaren wie unwägbaren Substanzen wirkliche Dinge, denn sie wirken Erscheinungen, das ist genug, wenn sie dem Auge auch selbst nicht erscheinen.

3. Physikalischer Begriff der Kraft und der Materie.

Aus dem Spiele der anziehenden und abstoßenden Kräfte construirt der Dynamiker die Materie. Nicht so der Atomistiker, für welchen verschiedenartige besondere Materien bestehen, weil sie sich durch ver-

schiedene Eigenschaften von einander unterscheiden. An jenen besondern Materien nimmt der Physiker gar mancherlei Erscheinungen und Veränderungen wahr; dieselben kehren aber jederzeit ganz in der nämlichen Weise und Ordnung wieder, wenn für sie die Umstände und Bedingungen die nämlichen bleiben. Es muß also den Veränderungen etwas Unwandelbares, Constantes zum Grunde liegen, was da macht, daß der Verlauf der Erscheinung sich unverändert wiederholt, oder mit anderen Worten: die Gesetze sind unveränderlich, nach denen die Erscheinungen vor sich gehen. Um die Entdeckungen solcher Gesetze wird es darum dem Physiker zunächst zu thun sein; er gibt es ohne Weiteres zu, daß ihm das Wesen der Kräfte verborgen ist, durch welche die Gesetze ausgeführt werden. Für ihn können sich die Kräfte blos durch Gesetze charakterisiren; von der Kraft kennt er nichts anders als das Gesetz, nach welchem sie wirkt. Der physikalische Kraftbegriff hat hiernach die sächliche Bedeutung eines Gesetzesbegriffes. Wie jede klare Fassung der physischen Kraft wirklich auf Darstellung des Gesetzes ihrer Wirkungsweise hinausläuft, wird sich deutlich an der Erörterung einiger specieller Fälle zeigen.

Wir betrachten den Fall eines schweren Körpers. Wir nehmen ein Stück Eisen in die Hand; losgelassen fällt es sogleich auf die Erde. Dasselbe geschieht, wenn wir das Stück Eisen auf die Spitze eines hohen Thurmes tragen, und es sich selbst überlassen. Wir finden Unterschiede in der Bewegung zwischen jetzt und vorhin; die Bewegung ist nämlich am Ende des zweiten Falles viel schneller als am Ende des ersteren. Durch nähere Erwägung der hier obwaltenden Umstände ergibt sich, daß die von der Ruhe an durchlaufenen Fallräume sich verhalten, wie die Quadrate der verflossenen Fallzeiten. Dergestalt hat man ein physisches Gesetz, mit Hülfe dessen sich im Voraus bestimmen läßt, auf welche Weise die Erscheinung für alle einzelnen unter dem Gesetze begriffenen Fälle erfolgen wird. Hierdurch erhalten wir aber noch keinen Aufschluß über die eigentliche Ursache, welche die Körper zum Fallen bringt. Nennen wir sie Schwerkraft, so wird das oben ausgesprochene Gesetz als sicherer Charakter derselben gelten können, ohne deßwegen damit zu behaupten, daß das innere Wesen dieser Kraft bekannt sei. Die ihrem Wesen nach uns unbekannte Kraft folgt aber in ihren Wirkungen genau dem obenangegebenen Gesetze, welches solchergestalt als eine dieselbe charakterisirende Eigenthümlichkeit angesehen werden darf. Wir denken uns zweitens einen Eisenstab verschiedenen gegebenen Wärmeeinflüssen ausgesetzt. Durch Erwärmung dehnt sich der Stab aus, durch Erkältung zieht er sich zusammen und erhält bei Wiederkehr derselben Temperatur seine ursprüngliche

Länge wieder. Angenommen nun, daß dergleichen Längenveränderungen den Temperaturveränderungen genau proportional sind, was innerhalb gewisser Grenzen wirklich der Fall ist; so können jene physische Wirkungen theilweise zur Nachweisung der größeren oder geringeren Energie der Wärme dienen, vorausgesetzt, daß man sie durch ein schickliches Verfahren zur deutlichen Wahrnehmung zu bringen vermag. Wenn wir übrigens dergestalt die Temperatur abschätzen, so trägt eine solche Bestimmung zwar das Gepräge des Gesetzes an sich, nach welchem sich das Eisen in der Wärme ausdehnt, gibt uns deßhalb aber noch keine Auskunft über das eigentliche Wärmeprincip. Wir betrachten ferner ein kleines Eisenstäbchen in der unmittelbaren Nähe eines Magneten. Das Stäbchen wird sofort von dem Magneten angezogen und selbst in einen kleinen Magneten verwandelt; allein seine magnetischen Eigenschaften verschwinden augenblicklich, wenn man den Magneten entfernt. Enthält das Eisen eine geringe Menge Kohle, oder ist es in Stahl umgewandelt worden, so entwickelt sich der Magnetismus in demselben zwar langsamer, allein er verbleibt darin nach der Entfernung des Magneten längere Zeit. Die oben angeführten Erscheinungen sind sammt und sonders Wirkungen der uns verborgenen Kraft, welche Magnetismus genannt wird. Sie geschehen in Folge des Gesetzes, welches das Eisen in seiner Zusammenstellung mit dem Magneten zu erfüllen hat. Dasselbe können wir ebenfalls von der Veränderung aussagen, welche das Eisen in feuchter Luft erfährt, indem es sich darin mit Rost bedeckt. Dieses Rosten besteht in einer von der Oberfläche ausgehenden Oxydation des Metalls, die besonders leicht in Gegenwart von Kohlensäure erfolgt. Unter dem Einfluß der Kohlensäure und des Sauerstoffs verwandelt sich das Eisen in kohlensaures Eisenoxydul, das einen neuen Theil Sauerstoff absorbirt und sich in Eisenoxydhydrat verwandelt. Kurz die Verwandlung geht vor sich kraft des Gesetzes, welchem das Eisen in seiner Zusammenstellung mit Sauerstoff und Kohlensäure Genüge zu leisten hat.

Aus den vorstehenden Beispielen erhellet, welche Worte wir immerhin auch gebrauchen mögen, um den Grund und die Ursache physischer Ereignisse näher zu charakterisiren, daß wir zuletzt thatsächlich, nichts als das Gesetz finden, woran man sich zu halten hat, wenn es sich um eine klare Vorstellung des Grundes dieser oder jener Erscheinung handelt. Zugleich ersehen wir aus den angeführten Beispielen, wie verschiedenartig sich eine und dieselbe Materie im Zusammensein mit anderen Materien äußern kann. Das Eisen im Zusammensein mit dem Erdkörper wies auf die Schwerkraft hin; in Gegenwart eines Wärme ausstrahlenden Körpers zeigte es die Abstoßungskraft, welche

die Körpertheile unter dem Einfluß der Wärme erleiden; in der unmittelbaren Nähe eines Magneten ward das Eisen selbst ein Magnet, während es in Berührung mit feuchter Luft in einen andern Körper verwandelt wurde. Schwerkraft, Repulsionskraft, magnetische Kraft, chemische Affinität sind in ihrer Thätigkeit an verschiedene Gesetze gebunden, wodurch sie sich als anders geartete Kräfte charakterisiren. — Im hohen Grade bemerkenswerth wie gesagt ist es, daß die nämliche Materie nach und nach die allerverschiedensten Kräfte zu erfahren und zu äußern vermag. Kraft kann darum nicht das eigene Wesen der Materie selbst bedeuten, nicht das der Materie bleibende Constantesein, wodurch sie sich von anderen Materien unterscheidet. Dem Physiker ist die Materie zunächst dasjenige, was sich dem Tastgefühle bemerklich macht. Durch die Erfahrung belehrt, daß mit der Eigenschaft der Tastbarkeit in nächster Verbindung auch noch andere Erscheinungen stehen, welche mit dem Gesichtssinne noch leichter als mit dem Tastsinne verfolgt werden können, schließt er nun aus solchen Erscheinungen auf das Vorhandensein der Materie, wenn sie auch nicht unmittelbar tastend gefühlt werden kann. Andere Sinneswahrnehmungen wie Hören, Riechen, Schmecken, treten endlich mit dem Tastgefühle und der Gesichtsempfindung in solchen Verhältnissen auf, daß er erfahrungsmäßig dadurch aufgefordert wird, die einen wie die andern Sinneswahrnehmungen als charakteristisch für das Dasein der Materie gelten zu lassen. So ist denn Materie die allgemeine Unterlage der Erscheinungen in der Natur.

Anders als der Materienbegriff gestaltet sich der Kraftbegriff, der nicht geeignet ist die Materie daraus zu construiren. Wir wiederholen es, Kraftbegriff hat mit Gesetzesbegriff einerlei Bedeutung; Kraft ist kein sinnlich wahrnehmbares, kein wie die Materie aufzeigbares Ding; ein solch aufzeigbares Ding ist aber das Gesetz, nach welchem die Kraft wirkt; das Gesetz ihrer Thätigkeit ist allein Gegenstand unserer Erkenntniß. Möglich nicht nur, ja selbst wahrscheinlich ist es, daß verschiedene Kräfte, wie Schwerkraft, Cohäsion, Elasticität, chemische Affinität, nichts anders als bloße Modificationen einer allgemeinen höheren Grundkraft sind, welche jene Kräfte als Specialkräfte in sich schließt. Die Schwerkraft geht in Cohäsionskraft über, wenn die materiellen Theile aus merklichen Entfernungen in unmerkliche gerückt sind. Die Totalaction der Erde auf einen entfernten Körper ist eine nothwendige Folge des allgemeineren Newton'schen Gesetzes, daß die Anziehungskraft, welche je zwei materielle Theile auf einander ausüben, sich verhält gerade wie die Massen der Theilchen, und umgekehrt wie das Quadrat ihrer Entfernung. Die chemische Affinität leistet *gewissermassen* das bezüglich

der heterogenen Atome, was die Cohärenzkraft bezüglich der homogenen Molecüle vollbringt. Die chemiſche Kraft erſcheint als Cohäſion in den Fällungen der chemiſchen Verbindungen; die Cohäſion wird zur chemiſchen Affinität, wenn die Körper in den flüſſigen oder gasförmigen Zuſtand übergetreten ſind. Wir wollen die eben gemachten Andeutungen nicht weiter hier verfolgen; ſie ſtehen übrigens zu dem beſprochenen Gegenſtande in zu enger Beziehung, um mit Stillſchweigen übergangen zu werden. Genug, wenn im Einzelnen auch noch viel zu erklären iſt, Thatſache iſt und bleibt es; außer den verſchiedenen Atomen, welche als weſentliche Beſtandtheile in die beſonderen Materien eingehen, gibt es in der Natur der Dinge eine Kraft oder mehrere Kräfte; jene Kraft oder dieſe Kräfte ergreifen die Körpertheile, durch deren wechſelndes Zuſammenſein die Kraft oder die Kräfte zur wechſelnden aber jederzeit geſetzmäßigen Thätigkeit geweckt werden.

4. Einiges über die drei niederen Sinne.

Die äußere Natur beſteht in letzter Inſtanz nur, inſofern ſie erſcheint oder möglicherweiſe erſcheinen kann. Jede ſinnliche Erſcheinung bietet zwei Seiten dar, eine objective und eine ſubjective; mit der einen iſt ſie dem äußeren Gegenſtande, mit der anderen dem Bewußtſein zugewandt. Vermittelſt der äußeren Sinne, d. i. der an der Peripherie des Nervenſyſtems gelagerten und mit den Centraltheilen deſſelben in inniger Verbindung ſtehenden Organe erſcheint uns die Außenwelt oder gelangt ſie zu dem Bewußtſein der Seele. Auf die Betrachtung der Außendinge wie auf die Geſammtheit unſerer Erkenntniſſe überhaupt müſſen darum die äußeren Sinne den größten Einfluß haben. Es muß deßhalb dem Phyſiker von Intereſſe und Wichtigkeit ſein, den Mechanismus der Sinnesthätigkeiten und den Bau der Sinnesapparate einigermaßen kennen zu lernen, wenn er auch überall bei jedem Sinnesorgane an eine ſcharfe Grenze der Erkenntniß ſtößt, welche zu überſchreiten vergebens er ſich bemüht. Bei jedem Sinne, er ſei welcher er wolle, ſind wir nicht im Stande anzugeben, wie aus dem äußern Anſtoß und den Vorgängen in den Nervenfaſern die bewußte Empfindung geweckt wird. Auch ſind wir im Irrthum, wenn wir die ſpecifiſche Qualität der Empfindung für eine Eigenſchaft der Außendinge halten, welche die Empfindung veranlaſſen. Der Eſſig iſt nicht an und für ſich ſauer, ſondern die Empfindung nur iſt es, welche er hervorruft; der Zucker iſt nicht an und für ſich ſüß, ſondern die Geſchmacksempfindung nur iſt es, welche er erzeugt. Wir vermögen nicht anzugeben, auf welche Weiſe eine Geſchmacksempfindung zu Stande kommt; den Unterſchied zwiſchen den verſchiedenartigen Geſchmacksempfindungen näher

zu charakterisiren sind wir unvermögend, das einer Substanz innewohnende wirksame Princip können wir nicht nennen, wodurch sie schmeckbar oder geschmacklos, sauer oder süß wird; nicht wissen wir zu erklären, wie die Seele die von den Stoffen auf die Zunge gemachten Eindrücke in Geschmacksempfindungen übersetzt. Wir sprechen von einem Rosengeruch, von einem Veilchengeruch, von einem gewürzhaften oder fauligen Geruch. Doch sind wir außer Stande diese verschiedenen Geruchsqualitäten näher zu bezeichnen und ihre unterscheidenden Merkmale scharf zu bestimmen. Die Bezeichnungen sind sämmtlich den äußeren Gegenständen entnommen, von denen gasförmige Stoffe sich entwickeln, welche die Geruchsorgane afficiren. Auf die Frage durch welche Kräfte der Moschusdampf so starkriechend wird, und warum die reine atmosphärische Luft geruchlos ist, können wir keine befriedigende Antwort ertheilen. Auch die Frage, was eine Tastempfindung ist, vermögen wir nicht zu beantworten. Wir können die Tastempfindung nicht beschreiben, keine unterscheidenden Merkmale der Empfindung nennen. Berühren wir mit dem Finger irgend einen Gegenstand, so entsteht eine Tastempfindung und damit zugleich eine Vorstellung von dem äußeren Objecte als Ursache der Empfindung. Auf welche Weise aber durch die Reizung der Tastnerven die Empfindung vor das Bewußtsein tritt, darüber vermögen wir wieder keine Auskunft zu geben.

Die eigenthümliche Beschaffenheit der an den äußeren Enden der verschiedenen Empfindungsnerven befindlichen Apparate bedingt die verschiedenen specifischen Empfindungen, welche die einzelnen Nerven vermitteln. Diese Apparate sind nun die Sinnesorgane. Durch sie wird der Nerv vorzugsweise für einen bestimmten Reiz empfänglich, dergestalt, daß er durch denselben allein erregt wird, während die anderen Nerven durch jenen Reiz nicht erregt werden. Auf solche Weise erhält die Seele eine zuverlässige Nachricht von der Außenwelt, da sie so die erzeugte Empfindung auf eine bestimmte äußere Ursache mit Sicherheit zu beziehen vermag. Das Organ des Tastsinnes erstreckt sich auf die gesammte Hautfläche, vorzüglich aber ist es in den Fingerspitzen concentrirt, die überdies bei ihren Tastoperationen in der Lage und der Beweglichkeit der Finger vielfache Unterstützung findet. Der Tastsinn fordert physische Berührung des Gegenstandes; er führt uns zu der Vorstellung von Härte, Weichheit, Glätte, Rauheit; verschafft uns desgleichen die Vorstellung von dem verschiedenen Gewichte der Körper und ihrer Gestalt, weßhalb er auch der Sinn für das Feste, Starre genannt wird. Die Cohäsionsverhältnisse der Körper stehen mit ihrer Temperatur im innigsten Zusammenhange, woher es denn kommen mag, daß die Temperatur in die Sphäre des Tastsinnes fällt.

Die Größe des Widerstandes, welchen wir bei der Zusammendrückung eines Körpers erfahren, gibt der Empfindung ihren Charakter und erzeugt die Vorstellung von Härte des Körpers. Ist der von Seiten des Körpers geleistete Widerstand so gering, daß sich seine Theile durch den ausgeübten Druck leicht verschieben lassen, ohne gänzlich aus dem wechselseitigen Zusammenhange zu gerathen; so haben wir eine Empfindung, welche die Vorstellung von Weiche des Körpers erweckt. Wenn wir beim Hinbewegen der Fingerspitze über die Oberfläche eines Körpers an sämmtlichen nahe an einander liegenden Stellen das nämliche Gefühl verspüren, so entsteht die Empfindung von Glätte; dagegen erwächst die Empfindung von Rauhigkeit, wenn beim Hingleiten der Fingerspitze auf der Fläche die nach einander gemachten Eindrücke abwechselnd stärker und schwächer sind. Bei Beurtheilung der Gewichte kommt das Muskelgefühl vielfältig in Betracht. Wir schätzen nämlich die Größe des Gewichtes eines Körpers nach der Größe der Anstrengung, welche die Muskeln machen, um den Körper zu heben. Wir können wohl sagen von zwei auf einander folgenden Druckempfindungen, welche die stärkere, welche die schwächere ist, nicht aber nach der Stärke der Empfindung bestimmte numerische Werthe für die entsprechenden Gewichte angeben, wie dies mit Hülfe der Waage geschehen kann. Um eine Vorstellung von der Gestalt eines Körpers mittelst des Tastorganes zu erhalten, müssen wir dasselbe auf der Oberfläche des Körpers hin und her bewegen, die Grenzen seines Umfangs gleichsam nachzeichnen. Die eigenthümlichen Muskelgefühle, welche diese verschiedenen Bewegungen begleiten und welche die Seele durch Erfahrung allmählich auslegen und deuten lernt, verschaffen uns die Vorstellung von Gestalt und Form der Körper. Das Organ des Tastsinnes ist mithin nicht so einfach als man gewöhnlich glaubt, sondern aus eigentlichen Empfindungsnerven und Bewegungsnerven zusammengesetzt; ein bemerkenswerther Umstand, welcher darauf hinweißt, daß die Empfindung nicht Zustand eines bloßen Leidens ist, sondern die willkürliche Einwirkung des empfindenden Wesens erheischt. Die Empfindungen, welche durch den Tastsinn vermittelt und gewöhnlich als einfache directe Empfindungen hingenommen werden, sind demnach Gefühle zusammengesetzter Natur. Sie erfordern einmal Einwirkung des äußeren Gegenstandes auf die Hautnerven und eine dadurch veranlaßte bestimmte Erregung der Nerventhätigkeit; dann Wahrnehmung dieser bestimmten Erregung; ferner willkürliche Zurückwirkung seitens der Centralorgane des Nervensystems auf die Muskeln mittelst der Bewegungsnerven; endlich Vergleichung der äußeren Einwirkung mit der willkürlichen organischen Zurückwirkung und Abschätzung des

zwischen beiden bestehenden Wechselverhältnisses. Der Tastsinn kann wie jede menschliche Thätigkeit durch Uebung eine hohe Stufe von Vollkommenheit erreichen, wie wir dies namentlich bei den Blinden sehen, denen die Finger den Verlust des höheren Gesichtssinnes in einem bewunderungswürdigen Grade zu ersetzen vermögen. Jene Unglücklichen waren genöthigt, die Mittheilungen ihres Tastsinnes in sorgfältiger Weise zu prüfen, der Uebersetzung der Einzelempfindungen in Vorstellungen eine größere Aufmerksamkeit zuzuwenden als wir Andere, die beim Urtheil über die Eigenschaften der Außendinge, welche der Tastsinn zur Wahrnehmung bringt, den Gesichtssinn mitsprechen lassen, und dadurch die aus der Tastempfindung abgeleiteten Vorstellungen zu modificiren im Stande sind. Möglich, daß die verschiedenen Sinnesarten nur mannigfaltige Offenbarungen eines und desselben Sinnes sind; hieraus erklärlich, warum ein Sinn den andern zu ergänzen, der eine an die Stelle des andern zu treten vermag.

Das nächste Organ des Geschmacksinnes ist die Zunge, hauptsächlich ist es aber der hintere Theil des Zungenrückens, welcher den feinsten Geschmackssinn besitzt. Wollen wir nämlich Speise und Getränke auf ihre Geschmackseigenschaften prüfen, wie es bei dem sogenannten Kosten der Fall ist, so bringen wir dieselben mit Hülfe der Schluckbewegung auf den hinteren Theil des Zungenrückens und drücken sie wiederholt an den harten Gaumen an. Beim jedesmaligem Andrücken tritt die Geschmacksempfindung deutlich hervor, auf deren Qualität wir alsdann das Urtheil fällen. Einen Beweis für die eben ausgesprochene Behauptung liefert auch folgende Thatsache. Bringt man einen Tropfen von einer Lösung eines süßen oder bittern Stoffes auf verschiedene Stellen der Zunge, so wird man keine Spur von einem süßen oder bittern Geschmack wahrnehmen, solange die Lösung nicht mit dem Speichel bis zur Gegend des Zungenrückens hingelangt ist. Substanzen, welche einen brennenden oder beißenden Geschmack haben, geben keine reine Geschmacksempfindung, sondern erregen gleichzeitig eine Tastempfindung. Nun ist der Tastsinn über die ganze Mundhöhle verbreitet, weßhalb denn solche Substanzen auch an den von der Geschmacksregion abliegenden Orten Empfindungen veranlassen, welche leicht mit Geschmacksempfindungen verwechselt werden können. Bis jetzt ist es noch nicht gelungen an den Geschmacksnerven die specifischen Vorrichtungen zu entdecken, mittelst derer die Seele die von den in den Mund eingeführten Stoffen gemachten Eindrücke in Geschmacksempfindungen umzusetzen vermag. Im Uebrigen gehen außer den Geschmacksnerven nach der Zunge noch gar mancherlei Bewegungsnerven und Tastnerven. Mit Hülfe der ersteren läßt sich die Zunge nach allen Richtungen be-

wegen, während sie mittelst der andern der Seele Kunde bringt von der Form, Größe, Weichheit oder Härte der in den Mund eingegangenen Stoffe. Es ist daher im hohen Grade wahrscheinlich, daß Tastempfindungen wie Muskelgefühle bei Erzeugung der Geschmacksempfindungen mitwirken und zur Bildung des ganzen Geschmacksorganes einen wesentlichen Beitrag liefern. Und in der That, wenn man mit einiger Aufmerksamkeit der Entstehung der Geschmacksempfindung nachgeht, so wird man deutlich wahrnehmen, wie dabei die Zunge durch den Einfluß des Willens mancherlei Bewegungen und Gestaltungen erfährt, sich bald mehr zuspitzt, bald mehr in die Fläche ausbreitet, bald rückwärts bald vorwärts sich bewegt. Selbst die Lippenmuskeln und die Muskeln des weichen Gaumens nehmen an diesen Bewegungen Theil, welche zur Bildung und Verstärkung der Geschmacksempfindung auf mannigfaltige Weise beitragen, indem sie theils die Absonderung des Speichels vermehren, theils die Berührung zwischen dem schmeckbaren Körper und den Nervenwärzchen vervielfältigen. Alle diese Muskelbewegungen zeigen auf unverkennbare Weise, daß die Geschmacksempfindung wie die Tastempfindung kein blos leidender Zustand ist, sondern beide unter dem Princip einer freien Selbstbestimmung stehen. Man kann den Geschmack sehr wohl ein modificirtes äußeres Gefühl nennen; schon die nahe Verwandtschaft, in welcher die Organe beider Sinne zu einander stehen, weiset auf eine engere Verbindung zwischen denselben hin, indem die Zunge gewissermaßen nur eine Fortsetzung der äußeren Haut ist. Der Geschmackssinn fordert unmittelbare Berührung und kann von einer Substanz nur erst dann einen Eindruck erfahren, wenn sie auf die Fläche des Geschmacksorgan in flüssiger Form einwirkt. Ein fester Körper, welcher in der Speichelflüssigkeit oder in Wasser unlößlich ist, wird darum nicht schmeckbar sein. Damit ist jedoch nicht gesagt, daß mit der Lößlichkeit in Wasser der Körper an und für sich die Eigenschaft erlange, überhaupt schmeckbar zu werden. Daß dem nicht so ist, ergibt sich schon daraus, daß das Wasser selbst und mehrere darin leicht lößliche Substanzen keinen Geschmack haben. Indessen gibt es Körper, welche sich in Speichel nicht geradezu auflösen, z. B. Metalle, und dennoch eine Art von Geschmacksempfindung erregen, wenn sie mit der Zunge in unmittelbare Berührung kommen. Dergleichen Empfindungen rühren von einem galvanischen Processe her, der einen chemischen zur Begleitung hat, und werden zu seiner Zeit ausführlicher besprochen werden. Liegen doch den gewöhnlichen Geschmacksempfindungen ebenfalls chemische Processe zu Grunde, welche die Bestandtheile der schmeckbaren Materie mit der Speichelflüssigkeit eingehen. Die Geschmacksempfindung beruht daher im Allgemeinen auf einem chemischen Vorgange, weßhalb denn

der Geschmackssinn auch der Sinn für Chemismus oder für das Flüssige genannt wird. Was die Intensität der Geschmacksempfindung anlangt, so sind wir nicht im Stande, dieselbe in bestimmtem Maße abzuschätzen und in einer Zahl anzugeben. Wir können bei zwei verschiedenen Zuckerlösungen wohl herausschmecken, welche Lösung mehr Zucker enthält, aber nicht aussagen, in welchem Verhältnisse der Zucker in den beiden Lösungen vorhanden ist. Die Intensität der Empfindung wächst, wenn die schmeckbare Lösung sich über eine größere Fläche des Geschmackorganes ausbreitet; die gleichzeitig auf die Nervenfasern gemachten einzelnen Eindrücke scheinen sich einigermaßen zu summiren. Desgleichen steigt die Stärke der Empfindung, wenn der schmeckbare Gegenstand längere Zeit auf der Zunge verweilt; es kann dann offenbar von demselben eine größere Menge sich auflösen, in die Zungenschleimhaut eindringen und so auf die Nervenenden einwirken. Die Geschmacksempfindung wird beträchtlich verstärkt durch Reibung der schmeckbaren Materie gegen den Zungenrücken und den harten Gaumen; wahrscheinlich erleichtert ein derartiges Einreiben die Vermengung des Geschmacksobjectes mit der Speichelflüssigkeit und das Eindringen der Lösung in die Zungenschleimhaut. Daß nach Genuß von sauren Substanzen süße uns süßer schmecken und umgekehrt ist eine bekannte Thatsache, woraus abermals hervorgeht, daß sauer und süß keine den schmeckbaren Gegenständen an und für sich zukommende Eigenschaften, sondern nur Ausdrücke sind, um verschiedenartige Geschmacksempfindungen zu bezeichnen, welche jene Gegenstände bei uns hervorrufen. Für die Richtigkeit dieser Behauptung spricht ebenfalls der Umstand, daß die nämlichen Geschmacksobjecte nicht nur bei verschiedenen Personen, sondern auch bei einer und derselben Person zu verschiedenen Zeiten ungleiche Geschmacksempfindungen hervorbringen.

Der nach außen gewandte Theil des Organs des Geruchssinnes ist eine die Nasenhöhlen und die in denselben hervorragenden Muscheln überziehende Schleimhaut, welche als Fortsetzung der Schleimhaut des Mundes gelten kann. Der nach innen gekehrte Theil des Organs besteht aus unzähligen kleinen länglichen Bläschen oder Zellen, welche dicht und regelmäßig mit ihrem spitzen hinteren Ende auf einer weichen Membran senkrecht wie Palliſaden aufſitzen und an ihrem breiten vordern gegen die Nasenhöhle gerichteten Ende mit außerordentlich feinen zarten Härchen besetzt sind. Diese Zellen bilden die Endorgane der Geruchsnerven, d. h. derjenigen Apparate, auf welche zunächst die riechende Substanz wirkt, um in den Nervenfasern irgend welchen Vorgang zu erwecken, aus welchem die Geruchsempfindung erzeugt wird. Riechbar sind nur ursprünglich gasförmige Stoffe und flüchtige Stoffe, welche

aus dem festen oder flüssigen Zustand in den gasförmigen Zustand übergegangen sind. Denn feste Körper in Pulverform in die Nasenhöhle eingeblasen oder flüssige Stoffe in dieselbe eingespritzt, vermögen keine Geruchsempfindungen hervorzubringen. Der Geruchssinn führt darum nicht mit Unrecht den Namen des Sinns des Luftförmigen. Nicht alle Gase oder Dünste sind aber riechbar; es muß also zu dem Gase oder Dunste Etwas hinzukommen, wodurch sie fähig werden, auf die Geruchsnerven erregend einzuwirken. Wir sind aber wie gesagt außer Stand, darüber Einiges mit Bestimmtheit anzugeben. Die Erfahrung lehrt, daß in einer riechenden Atmosphäre die Geruchsempfindungen beträchtlich an Intensität zunehmen, wenn wir mit kräftigen Zügen die Luft durch die Nase einziehen. Auch ist bekannt, daß wir in einer solchen Atmosphäre nichts riechen, wenn wir mit den Fingern die Nase fest verschließen und die Luft lediglich durch den Mund einathmen, der ihr den Zutritt zur Nasenhöhle gestattet. Es folgt daraus, daß für das Zustandekommen einer Geruchsempfindung die Bewegung der Riechluft über die Nasenschleimhaut ein wesentliches Moment abgibt. — Die vermeintlichen scharfen und stechenden Geruchsempfindungen, welche z. B. brennender Schwefel und Salmiakgeist verursachen, sind eigentliche Tastempfindungen, welche die Dämpfe jener Stoffe durch die in den Nasenhöhlen vorhandenen Tastnerven erwecken. Eben diese Nerven sind es, deren Reizung durch leise Berührung den Kitzel erzeugt, welcher das Nießen hervorruft. Die Ausdrücke saurer und bitterer Geruch sind schwankend und deuten auf Geschmacksempfindungen hin. Bewirkt nämlich eine oder die andere Substanz auf der Zunge eine Geschmacksempfindung, so gelangen von der Substanz auch Dämpfe in die Nasenhöhle, welche mit dem Munde mittelst eines besonderen Kanals in offener Verbindung steht. Diese Dämpfe erregen eine Geruchsempfindung, welche also gleichzeitig mit einer Geschmacksempfindung und Tastempfindung eintritt. An die Geruchsempfindung knüpft sich aber keine deutliche Vorstellung von dem Orte ihrer Erregung in der Nasenhöhle, während die den beiden andern Empfindungen zukommende Ortsvorstellung einen bestimmtern Charakter an sich trägt: auf diese Weise geschieht es denn, daß Geschmacksempfindungen mit Geruchsempfindungen fälschlich zusammengeworfen werden. — Die Intensität der Geruchsempfindung hängt nicht blos ab von der Qualität des Riechstoffes und der Quantität, in welcher er zur Nasenhöhle gelangt, sondern auch von der Empfindlichkeit der Schleimhaut und von jener der Endorgane des Geruchsnerven. Die Empfindlichkeit ist bei verschiedenen Personen verschieden und ändert sich bei einer und derselben Person, wie denn auch manche Menschen für einzelne Gerüche ganz unempfindlich sind und

Andere zu einer Zeit an einem Geruche sich ergötzen, welchen sie zu einer andern Zeit verschmähen. Lauter in die Augen fallende Thatsachen, welche zeigen, wie einerseits die nackten Empfindungen von den damit verbundenen Vorstellungen zu trennen, anderseits die Qualitäten der Empfindungen von den Eigenschaften der Dinge, welche sie hervorrufen, zu unterscheiden sind. — Der Geruchssinn wirkt in der Entfernung und kann gewissermaßen als ein Geschmack in der Ferne gelten. Bei den durch ihn geweckten Empfindungen gibt sich ebenfalls, wenn auch in minder hervorstechendem Grade als bei den übrigen Sinnen, der Einfluß des Willens zu erkennen. Denn soll eine Geruchsempfindung zu Stande kommen, so müssen die Muskeln, welche die Nasenöffnungen verengern und erweitern, ferner die Muskeln, mit deren Hülfe das Einathmen vollbracht wird, durch Willensäußerungen in Thätigkeit gesetzt werden. Diese durch den Willen bestimmten Muskelbewegungen bezwecken einmal die Riechluft in die Nasenhöhlen zu ziehen und mit der Riechhaut in Berührung zu bringen, dann die eigentlichen Empfindungsnerven lebhafter und näher anzuregen, damit die quantitative und qualitative Beschaffenheit der Geruchsempfindung zum Vorschein komme. So finden wir denn, wenn wir den Vorgängen, welche dieser Art von Empfindungen zum Grunde liegen, mit einiger Aufmerksamkeit nachgehen, wieder unverkennbare Spuren eines den Charakter der freien Handlung an sich tragenden empfindenden Wesens.

IV. Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte.

1. Grundbegriffe.

Wirken Kräfte auf einen Körper, so können sie eine Bewegung hervorbringen oder sich gegenseitig aufheben, in welchem letztern Falle man sagt, die Kräfte stehen im Gleichgewicht. Die Mechanik oder die Lehre von den Wirkungen bewegender Kräfte zerfällt daher in die Statik oder die Lehre vom Gleichgewichte, und in die Dynamik oder die Lehre von der Bewegung. Jeder dieser Zweige theilt sich nach den drei Hauptformen der Aggregation, der festen, tropfbaren und ausdehnsamen in drei Unterabtheilungen, indem die Verschiedenheit des Aggregationszustandes die eine und die andere Modification mit sich führt. Für alle Kräfte, welcher Art sie auch sein mögen, bleibt übrigens die Zusammensetzungsweise ihrer Theilwirkungen völlig die gleiche: es scheint demnach durch die Natur der Sache geboten zu sein, mit dieser allgemeinen Zersetzungsweise der Kräfte sich zu beschäftigen, ehe man zur speciellen Betrachtung der einzelnen Fälle übergeht. — Eine Kraft ist vollkommen bestimmt, wenn man folgende drei Stücke kennt: erstens ihren Angriffspunkt, d. h. den Punkt, auf welchen sie ihre

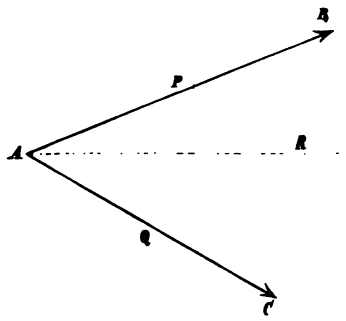
Einwirkung äußert; zweitens ihre Richtung, d. h. die gerade Linie, nach welcher sie den Punkt zu bewegen strebt; drittens ihre Stärke oder Intensität, mit welcher sie wirkt im Verhältniß zu einer andern als Einheit angenommenen Kraft. Zwei Kräfte haben einerlei Stärke, wenn sie an einem frei beweglichen Punkte nach gerade entgegengesetzten Richtungen wirkend einander das Gleichgewicht halten. Wirken zwei, drei ... gleiche Kräfte an einem Punkte nach derselben Richtung, so entsteht eine Kraft, deren Stärke das Doppelte, Dreifache ... der Stärke jeder einzelnen dieser Kräfte beträgt. Ueberhaupt wird durch das Zusammenwirken mehrerer Kräfte, welche einen Punkt nach der nämlichen Richtung treiben, eine Kraft hervorgebracht, welche der Summe jener Kräfte gleichkommt. Dergestalt sieht man ein, wie sämmtliche Kräfte hinsichtlich ihrer Intensität durch Zahlen ausgedrückt werden können. Die Intensitäten der Kräfte lassen sich auch durch gerade Linien darstellen. Auf diese Weise kann man die den einzelnen Kräften entsprechenden Längen längs den Richtungen der Kräfte von dem Angriffspunkte ausgehend auftragen und so die Richtung und die Größe jeder Kraft in einem Bilde sich vorhalten.

Eine solche Kraft, welche denselben Effect hervorbringt wie ein Inbegriff oder System von Kräften heißt die Mittelkraft oder Resultirende dieser Kräfte; letztere aber werden die Seitenkräfte oder Componenten genannt. Die Resultirende mehrerer Kräfte ausmitteln, heißt diese Kräfte zusammensetzen; statt einer Kraft andere Kräfte substituiren, welche dieselbe Wirkung hervorbringen, heißt die Kraft zerlegen. So ist also die Resultirende mehrerer längs derselben Geraden nach derselben Gegend hin auf einen Punkt wirkender Kräfte gleich der Summe dieser Kräfte. Dagegen ist die Resultirende von beliebig vielen Kräften, deren Richtungen in einer und derselben Geraden liegen aber nach entgegengesetzten Seiten hin auftreten, gleich dem Ueberschuß der Summe derjenigen, welche nach einer Seite hin wirken, über die Summe derjenigen, welche nach der entgegengesetzten Seite hin wirksam sind; dabei hat sie die Richtung der Kräfte, welche die größere Summe geben. Denn ist P die eine Summe, Q die andere und $P > Q$, so daß $P = Q + R$; so kann man an die Stelle von P nach derselben Richtung die äquivalenten Kräfte Q und R setzen. Die beiden nach entgegengesetzten Seiten hin auftretenden Kräfte Q heben einander auf, und es bleibt als Resultirende sämmtlicher Kräfte bloß die Kraft R übrig, welche die Richtung der größeren Summe hat.

Wir betrachten zwei Kräfte P und Q, welche nach den unter einem Winkel geneigten Richtungen AB und AC (Fig. 1) auf den materiellen Punkt A wirken. Die Richtung ihrer Resultirenden R liegt offenbar

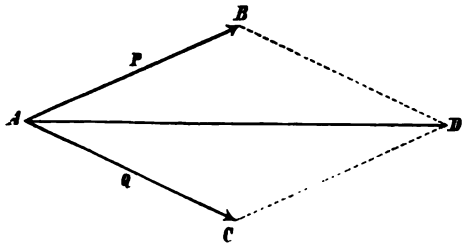
innerhalb des Winkels der Richtungen der Seitenkräfte, weil jede dieser Kräfte strebt, den Angriffspunkt von der Richtung der andern Kraft hinweg gegen ihre eigene Richtung hin zu lenken. Sind die beiden Kräfte P und Q einander gleich, so wird die Richtung der Mittelkraft den Winkel der beiden Seitenkräfte halbiren; denn es ist kein Grund vorhanden, warum die Richtung der Resultirenden mit der Richtung der einen Seitenkraft einen kleineren Winkel bilden sollte als mit jener der andern.

Fig. 1.



Die Richtung dieser Resultirenden läßt sich durch eine Construction bestimmen. Denn stellen die Linien AB und AC (Fig. 1a) die Größen der Kräfte P und Q dar,

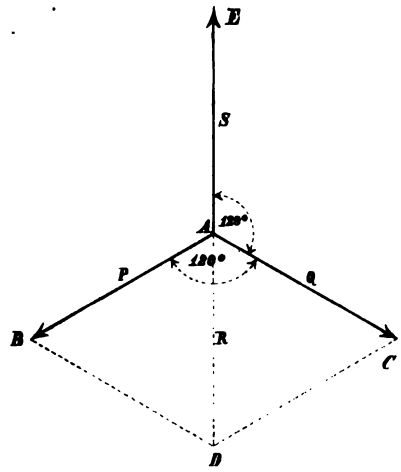
Fig. 1a.



construirt man mit diesen beiden Längen und deren eingeschlossenem Winkel das Parallelogramm ABDC und zieht dessen von dem Angriffspunkt A nach der gegenüberliegenden Ecke D hinlaufende Diagonale; so halbirt diese den Winkel BAC, wenn die Längen AB und AC einander gleich sind, d. h. die beiden Kräfte P und Q einerlei Größe haben. Ein solches Parallelogramm, deren Seiten sich wie die Kräfte verhalten und deren Richtungen vorstellen, heißt Kräftenparallelogramm. Es ist hiermit bewiesen, daß die Richtung der Mittelkraft zweier gleicher Kräfte, die an demselben Punkt A unter einem beliebigen Winkel angebracht sind, durch die Diagonale des Kräfteparallelogramms gegeben ist.

In dem besonderen Falle, daß die zwei gleichen Kräfte P und Q einen Winkel von 120° einschließen, läßt sich auch die Größe der Mittelkraft leicht bestimmen. Denken wir uns nämlich den materiellen Punkt A von drei an Größe gleichen Kräften P, Q, S angegriffen, deren Richtungen AB, AC, AE (Fig. 1b) in einerlei Ebene liegen und je zwei einen Winkel von 120° mit einander bilden; so müssen

Fig. 1b.



gedachte drei Kräfte im Gleichgewichte stehen, weil kein Grund vorhanden ist, aus welchem die Bewegung vorzugsweise nach der einen von jenen drei Richtungen erfolgen sollte. Die den beiden Seitenkräften P und Q gleichgeltende Mittelkraft R, welche ihre Richtung der Diagonale AD entlang hat; wird mithin der dritten Kraft S gleich und entgegengesetzt sein. In dem vorliegenden speciellen Falle wird also die Diagonale AD des Parallelogramms ABCD die Mittelkraft R in Richtung und Größe genau darstellen. Der für einen speciellen Fall eben aufgestellte Lehrsatz behält in allen Fällen Gültigkeit, in welchem Verhältniß die beiden Kräfte zu einander stehen, und welchen Winkel ihre Richtungen auch miteinander machen mögen. Um diesen wichtigen Satz, der für die Mechanik das ist, was das Dreieck für die Geometrie, in erforderlicher Weise zu begründen, werden wir uns vorerst mit der Zusammensetzung der Kräfte beschäftigen, welche nach parallelen Richtungen wirken.

Wir stellen zu diesem Behufe zwei Grundsätze voran, welche folgendermaßen lauten:

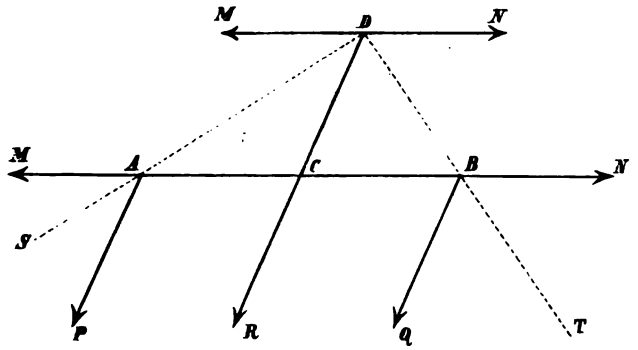
1) Der Angriffspunkt einer Kraft kann unbeschadet ihres Effectes an jeden Punkt ihrer Richtung hin verlegt werden, vorausgesetzt daß dieser Punkt mit dem ursprünglichen Angriffspunkt auf eine unveränderliche Weise verbunden ist.

2) An der Wirkung eines Systems von Kräften wird nichts geändert, wenn man demselben mehrere im Gleichgewichte befindliche Kräfte hinzufügt oder hinwegnimmt.

2. Zusammensetzung paralleler Kräfte.

Zwei gleiche Kräfte P und Q, welche parallel zu einander in demselben Sinne an den Enden A und B (Fig. 2) einer festen geraden Linie AB wirken, haben eine Mittelkraft R, deren Größe gleich der Summe der beiden Kräfte ist, deren Richtung denen dieser Kräfte parallel läuft und deren Angriffspunkt C in der Mitte der Linie AB

Fig. 2.

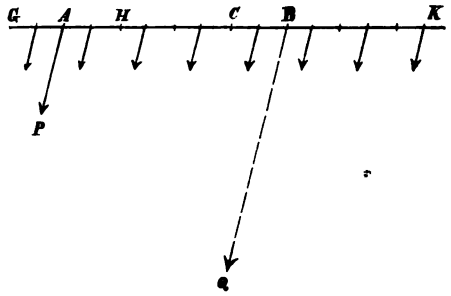


liegt. Man denke ſich an den beiden Punkten A und B zwei Kräfte M und N angebracht, welche längs der Geraden AB nach entgegengeſetzten Seiten hin wirken, und an Größe den Kräften P und Q gleich ſind. Statt der zwei in A wirkenden gleichen Kräfte M und P kann ihre unbekannte Mittelkraft S, deren Richtung den Winkel A halbirt, und ſtatt der beiden in B thätigen gleichen Kräfte N und Q ihre unbekannte Mittelkraft T geſetzt werden deren Richtung ebenfalls den Winkel B halbirt. Die Richtungen der beiden Mittelkräfte S und T ſchneiden ſich nothwendig in einem Punkte D, an welchem man ſich dieſelben wirkend vorſtellen darf. Zerlegen wir nun hier die Kraft S in ihre zwei Seitenkräfte M und P, deßgleichen die Kraft T in ihre Seitenkräfte N und Q; ſo werden die beiden direct einander entgegengeſetzten Kräfte M und N ſich tilgen, und die zwei offenbar einerlei Richtung habenden Kräfte P und Q zuſammen eine einzige R ausmachen, welche der Summe der beiden parallelen Kräfte P und Q gleich iſt, und deren Richtung den Richtungen dieſer beiden Kräfte parallel läuft. Der Angriffspunkt D der Mittelkraft R läßt ſich in den Punkt C verſetzen, in welchem ihre Richtung die Gerade AB trifft. Die Dreiecke ACD und DCB ſind aber gleichſchenklig, woraus einerſeits $AC = CD$, und anderſeits $CB = CD$ entſpringt; folglich $AC = CB$. Hieraus folgt unmittelbar, daß die Mittelkraft mehrerer paralleler Kräfte P, P; P′, P′; ... von denen je zwei einander gleich nach der nämlichen Seite hin und in gleichen Abſtänden von der Mitte C einer geraden Linie AB wirken, der Summe aller dieſer Kräfte zuſammengenommen gleich iſt, parallel mit ihnen läuft, und durch die Mitte C der geraden Linie AB geht. Und umgekehrt kann man jede an einer geraden Linie wirkende Kraft wieder in paarweis gleiche parallele Kräfte

P, P; P′, P′; ... zerlegen, insofern die entsprechenden Paare in gleichen Entfernungen vom Angriffspunkt C der Kraft R auf beiden Seiten desselben angebracht sind.

Zwei parallele ungleiche Kräfte P und Q, welche an den Enden einer geraden Linie AB (Fig. 3) nach derselben Gegend hinwirken,

Fig. 3.



haben eine den Kräften P und Q parallel laufende und ihrer Summe gleiche Mittelkraft R. Die Richtung der letzteren Kraft theilt den Abstand AB in zwei Theile, die mit den Kräften im verkehrten Verhältnisse stehen, so daß man hat, $P:Q = BC:AC$. Angenommen, daß $P:Q = m:n$ ist; denke man sich die Linien AB durch den Punkt H dergestalt getheilt, daß $AH:BH = m:n$. Man verlängere die Linie AB über A hinaus und mache $GA = AH$, und über B hinaus und mache $BK = BH$. Die ganze Linie GK enthält so $2m + 2n$ gleiche Theile. Statt der Kraft P kann man nun $2m$ gleiche und parallele Kräfte S setzen, die links und rechts von A in jedem der $2m$ Theile der Linie GH angebracht sind, deßgleichen statt der Kraft Q $2n$ gleiche parallele Kräfte S substituiren, welche links und rechts von B in jedem der $2n$ Theile der Linie HK angreifen. Alle diese $2(m + n)$ gleiche und parallele Kräfte S haben eine Mittelkraft R, welche gleich ihrer Summe $2(m + n)\,S = P + Q$ ist und nothwendig durch die Mitte C der Linie GK geht. Es ist aber $GC = AB$; woraus, wenn man auf beiden Seiten AC abzieht, entspringt GA oder $AH = CB$. Deßgleichen ist $CK = AB$, woraus, wenn man auf beiden Seiten CB abzieht, erwächst BK oder $BH = AC$. Vorher hatte man $P:Q = AH:BH$; folglich ist jetzt $P:Q = BC:AC$. — Fällt man von dem Angriffspunkt C (Fig. 4) eine Senkrechte DE auf die Richtungen der parallelen Kräfte, so liefert die Aehnlichkeit der Dreiecke ACD und BCE die Proportion $AC:CB = DC:EC$, mittelst derer die obige Proportion $P:Q = BC:AC$ die nachstehende Relation gibt: $P.DC = Q.EC$. Nennt man nun das Product einer Kraft mit der aus

einem Punkte außerhalb ihrer Richtung auf ſie gefällten Senkrechten kurzweg das ſtatiſche Moment der Kraft bezüglich jenes Punktes; ſo ſagt die obige Relation aus, daß die ſtatiſchen Momente zweier in demſelben Sinne wirkender paralleler Kräfte P und Q in Bezug auf irgend einen in ihrer Reſultirenden liegenden Punkt einander gleich ſind. Der Lehrſatz von dem Moment der Kräfte läßt ſich an folgender einfacher Vorrichtung nachweiſen. An einem aufrecht ſtehenden Brette iſt eine hölzerne Scheibe M (Fig. 5) befeſtigt, die an ihrem Umfange eine Vertiefung hat, um

Fig. 4.

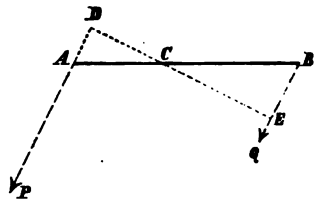
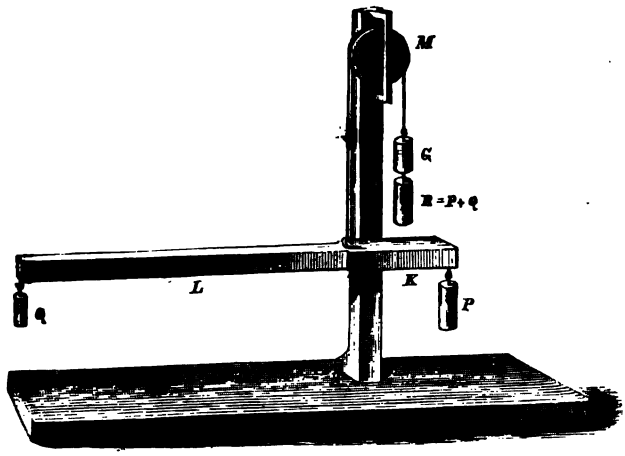


Fig. 5.

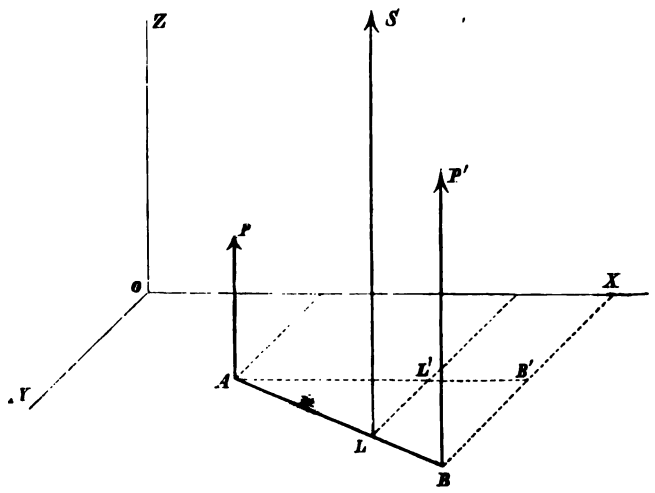


eine Schnur faſſen zu können, welche an einem Ende einen hölzernen Stab und am andern Ende ein Gegengewicht trägt, dergeſtalt daß der Stab eine vollkommen horizontale Lage annimmt. Der Stab beſteht aus einem kürzeren dicken Theil von k Decimeter Länge, und aus einem längeren dünnen Theil von l Decimeter Länge; außerdem iſt er an jedem ſeiner beiden Enden mit Häkchen verſehen, um Gewichte daran aufhängen zu können. Die Lage des Stabes wird nun nicht geändert, wenn man an dem kürzeren Theil ein Gewicht P und an dem längeren Theil ein Gewicht Q anhängt, und auf der anderen Seite das urſprüngliche Gegengewicht um eine der Summe jener beiden Gewichte gleiches Gegengewicht R vermehrt, vorausgeſetzt, daß dieſelben der Bedingungsgleichung $Pk = Ql$ Genüge thun. Wäre z. B. $k = 1{,}5$ Decimeter, und $l = 3{,}5$ Decimeter, ferner $P = 132$ Grammes; ſo würde

Q = 440 Grammes und R = 572 Grammes betragen. Mit
tigkeit läßt sich zeigen, daß der Momentensatz bezüglich der Ri
der Resultirenden R ebenfalls gültig ist, wenn die Kräfte P u
incommensurabel zu einander sind, weßhalb wir uns dabei nicht
aufhalten wollen.

Wenn auf einen Körper mehrere parallele Kräfte P, P', P
nach derselben Gegend hin an unveränderlich verbundenen An
punkten A, B, C, ... wirken, so ist die Resultirende R der
gleich ihrer Summe. Man bestimmt zuerst die Mittelkraft S der
P und P'; sie ist gleich der Summe P + P' und geht durch einen
L der Linie AB, welcher dieselbe im umgekehrten Verhältniß der
P und P' theilt. Hierauf verbindet man den Angriffspunkt
Mittelkraft S mit dem Angriffspunkt C der dritten Kraft P''.
Mittelkraft von S und P'' ist gleich S + P'' = P + P' + P''; ihre
griffspunkt M findet man, wenn man die Linie LC im umgek
Verhältnisse der Kräfte S und P'' theilt. Indem man auf diese
fortschreitet, ergibt sich, daß die Resultirende R aller parallelen
P, P', P'' ... gleich ihrer Summe und parallel mit ihnen ist
daß ihr Angriffspunkt Z eine ganz bestimmte Lage hat. Um
Lage zu ermitteln, nehmen wir drei auf einander senkrechte Coordi
achsen OX, OY, OZ, (Fig. 6) an, deren letztere zu den Richt

Fig. 6.



der Kräfte P, P', P'' ... parallel lauft, und versetzen ihre An
punkte nach den Punkten A, B, C ..., in welchen die Richtung
Kräfte die Ebene YOX treffen, die auf ihnen senkrecht steht un

dem Körper auf eine unveränderliche Weise verbunden gedacht werden muß. Es seien x, y; x', y'; x'', y''; ... beziehungsweise die Coordinaten der Angriffspunkte A, B, C ...; ferner x_1, y_1 die Coordinaten des Angriffspunktes C der Mittelkraft S von P und P'. Zufolge des oben Gesagten hat man $AL : LB = P' : P$ oder $AL' : L'B' = P : P'$, wo L L' und B B' parallel zu OY sind. Aus der letzteren Proportion entspringt: $x_1 : (P + P') = Px + P'x'$, oder $x_1 . S = Px + P'x'$. Ist nun weiter M der Angriffspunkt der Mittelkraft S', welche zu den Kräften S und P'' gehört, so hat man, wenn x_2 die Abscisse des Punktes M bezeichnet, wie vorhin $x_2 S' = P''x'' + Sx_1 = Px + P'x' + P''x''$. Fährt man auf solche Weise fort, so erhält man, wenn X die Abscisse der Mittelkraft R der parallelen P, P', P'', P''', bedeutet folgende Gleichung:

$$RX = Px + P'x' + P''x'' + P'''x''' .....$$

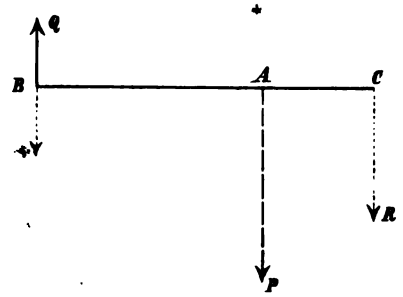
Bringt man dasselbe Verfahren in Bezug auf die Ordinaten in Anwendung, so erhält man die Relation:

$$RY = Py + P'y' + P''y'' + P'''x''' .....$$

in welcher Y die Ordinate des Angriffspunktes der Mittelkraft R darstellt. Mittelst der zwei eben aufgestellten Gleichungen, in denen jede Coordinate mit ihrem zugehörigen Vorzeichen zu nehmen ist, kann der Angriffspunkt Z der Mittelkraft als bestimmt angesehen werden. Versteht man unter statischen Moment einer Kraft in Bezug auf eine Ebene das Product aus dieser Kraft in das aus ihrem Angriffspunkte auf jene Ebene gefällte Perpendikel, so sagen die obigen Gleichungen aus, daß das statische Moment der Mittelkraft auf eine Ebene bezogen, gleich ist der Summe der statischen Momente der parallelen Kräfte in Beziehung auf dieselbe Ebene. Liegen die Kraftrichtungen in einerlei Ebene, so folgt aus einer solchen Gleichung, daß das statische Moment der Mittelkraft in Bezug auf einen Punkt gleich ist der Summe der statischen Momente der parallelen Kräfte auf den nämlichen Punkt bezogen.

Wirken zwei parallele Kräfte P und Q nach entgegengesetzten Richtungen, so ist ihre Mittelkraft R dem Unterschiede dieser Kräfte gleich, auf der Seite der größeren Kraft im Sinne derselben auftretend, und ihre Richtung trifft die Verbindungslinie der Angriffspunkte in einem Punkte, dessen Abstände von den Angriffspunkten sich verkehrt wie die Seitenkräfte verhalten. Es seien A und B (Fig. 7) die Angriffspunkte der nach parallelen aber entgegengesetzten Richtungen wirkenden Kräfte P und Q, von denen P die größere sein mag, dergestalt daß $P = Q + R$. Man denke sich die Kraft P in zwei parallele Kräfte zerlegt, von denen die erstere in B angreifend die ihr gerade entgegengesetzte Kraft Q

Fig. 7.



aufhebt, und die andere $R = P - Q$ in C angebracht ist, sofern die Proportion $CA : BA = Q : R$ stattfindet. Aus derselben entspringt: $BC : CA = P : Q$, wonach der Momentensatz für zwei ungleiche parallele nach entgegengesetzten Richtungen wirkenden Kräfte ebenfalls seine Gültigkeit behält.

Wenn die beiden parallelen nach entgegengesetzten Richtungen strebenden Kräfte P und Q gleich sind, so lassen sie keine einzige Mittelkraft zu, weil kein Grund vorliegt, warum dieselbe eher nach der Richtung der einen Seitenkraft als nach der Richtung der andern Seitenkraft wirken sollte. Daß derartige Kräfte keine Resultirende geben, zeigt auch die oben erhaltene Proportion: $CA : BA = Q : R$, aus welcher folgt: $CA = BA \cdot \frac{Q}{P - Q}$. Der Punkt C rückt also desto weiter hinaus, je weniger die Kräfte P und Q von einander verschieden sind, er rückt ins Unendliche hinaus, wenn sie einander gleich werden. Von solchen zwei gleichen und entgegengesetzten parallelen Kräften, welche sich nicht durch eine einzige vertreten lassen, sucht die eine einen Punkt des festen Systems nach der einen Seite und die andere einen andern Punkt desselben festen Systems mit der nämlichen Stärke nach der entgegengesetzten Seite hinzutreiben, woraus, wie leicht einzusehen ist, nichts anders als eine Drehung des festen Systems bewirkt werden kann. Ein Verein zweier gleichen, parallelen und entgegengesetzten Kräfte, die nicht an einem und demselben Punkte angebracht sind und das feste System nach zwei entgegengesetzten Seiten zu bewegen streben, wollen wir ein Gegenpaar oder ein Drehpaar nennen. Solche Drehpaare haben bemerkenswerthe Eigenschaften, die wir bald kennen lernen werden.

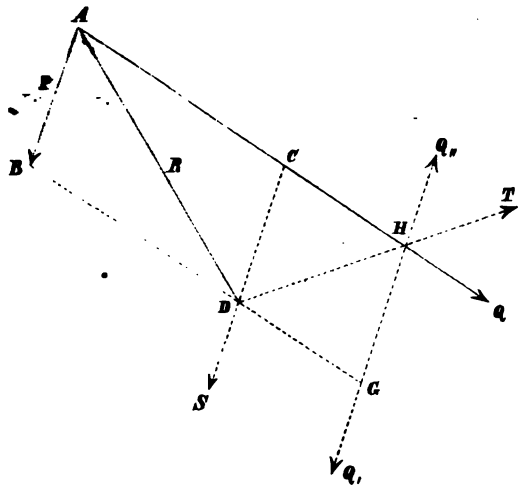
Die Resultirende eines Systems paralleler Kräfte, von denen einige nach der einen, die übrigen nach der entgegengesetzten Seite hinwirken, ist mit jenen Kräften parallel und gleich der Differenz zwischen der Summe der nach der einen Seite hinwirkenden Kräfte und der Summe derer, welche nach der entgegengesetzten Seite hin wirksam sind. Sind beide Summen einander gleich und die ihnen entsprechenden Kräfte gerade entgegengesetzt, so halten sämmtliche Kräfte einander das Gleichgewicht; dagegen liefern sie ein Drehpaar, wenn jene Kräfte dabei nicht

gerade entgegengesetzt sind. Auch hat es nicht die mindeste Schwierigkeit nachzuweisen, daß die oben ausgesprochenen Sätze in Bezug auf die statischen Momente in den Fällen, in welchen die parallelen Kräfte nach entgegengesetzten Seiten wirken, Geltung behalten, insofern auf die Vorzeichen der Kräfte und auf die Coordinaten ihrer Angriffspunkten gehörige Rücksicht genommen wird.

3. Zusammensetzung der in einen Punkt zusammenlaufenden Kräfte.

Wir gehen nunmehr zur Begründung des allgemeinen Lehrsatzes des Parallelogrammes der Kräfte über, wo zuvörderst gezeigt werden soll, daß die Diagonale die Richtung der Mittelkraft darstellt. Man verlängere zu diesem Behufe die Seite BD des bereits verzeichneten Parallelogramms ABCD (Fig. 8) und nehme die Verlängerung

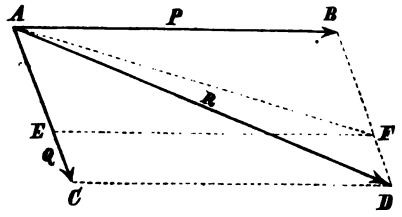
Fig. 8.



DG = DC, so daß noch der Rhombus CDHG entsteht. In G und H bringe man die zwei gerade entgegengesetzten Kräfte Q' und Q'' an, deren jede gleich Q ist. Die Mittelkraft T der beiden Kräfte Q und Q'' geht, wenn sie verlängert wird, durch den Punkt D, an welchem man sie angebracht denken kann. Desgleichen muß die Mittelkraft S der beiden parallelen Kräfte P und Q', welche sich wie die Linien DG und BD verhalten, durch den Punkt D gehen. Der Punkt D liegt demnach auf der Richtung der Mittelkraft der beiden Kräfte S und T oder auf der Richtung der Mittelkraft der vier Kräfte P, Q, Q', Q'', welche mit der Mittelkraft der gegebenen Kräfte P und Q identisch ist. Diese Mittelkraft hat also nothwendiger Weise ihre Richtung der Diagonale

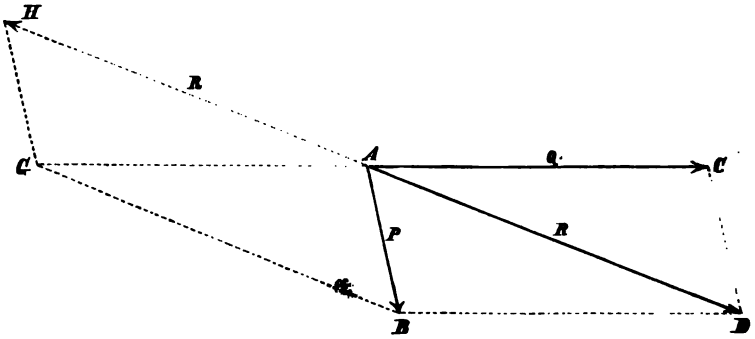
AD entlang. Hieraus folgt, daß, wenn man die Richtung und zugleic die Größe AB einer Seitenkraft P (Fig. 9), ferner von der zweite

Fig. 9.



Seitenkraft Q bloß die Rich tung AC und die Richtung AI der aus beiden sich ergebende Mittelkraft R kennt, auch di Größe der blos ihrer Richtun nach bestimmten Seitenkraft leicht gefunden werden kann Zieht man nämlich durch de Endpunkt B der völlig be stimmten Seitenkraft AB = P eine Parallele zur Richtung der de Größe nach unbekannten Seitenkraft Q, so schneidet jene Parallele di Richtung der Mittelkraft in einem Punkte D. Die durch diesen Punk zu der Richtung der andern Seitenkraft P gezogenen Parallele trifft die Richtung AC der Seitenkraft Q in einem Punkte C, dergestalt da die Linie AC die Größe der blos der Richtung nach gegebenen Seiten kraft Q darstellt. Denn wäre dies nicht der Fall, sondern verhielte sic P : Q = AB : AE, wo AE kleiner oder größer als AC ist, so würd die Mittelkraft R der beiden Kräfte P und Q der Diagonale AF de Parallelogrammes AEFB entlang gerichtet sein, was der Annahme zu widerläuft. Dies vorausgeschickt, läßt sich nun zeigen, daß die Mittel kraft der beiden Seitenkräfte P und Q auch ihrer Größe nach durch di Diagonale AD des aus den Linien AB und AC (Fig. 10) construirte

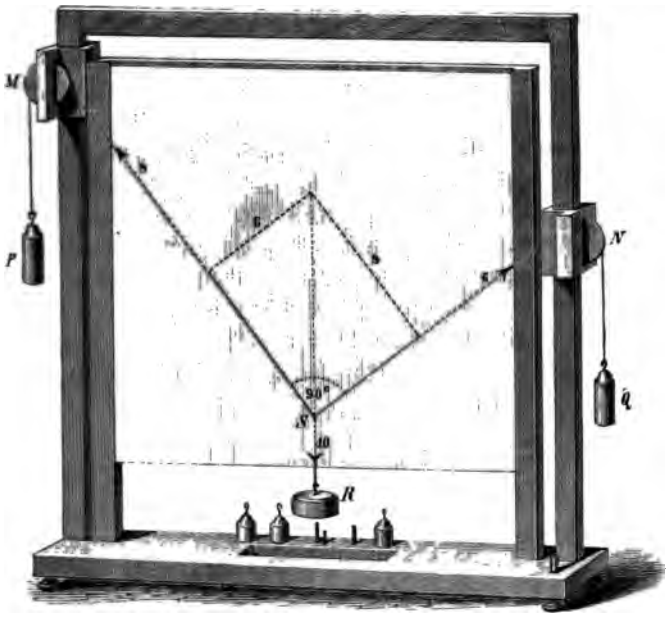
Fig. 10.



Parallelogramms dargestellt wird. Es sei R die unbekannte Größ dieser Mittelkraft und dieselbe an dem Punkte A auf der Verlängerun der Diagonale AD nach gerade entgegengesetzter Richtung AH angebracht Die drei Kräfte P, Q und R sind alsdann um den Punkt A in

Gleichgewicht; daher iſt die eine von ihnen, z. B. die Kraft Q der Mittelkraft der beiden andern P und R gleich aber gerade entgegengeſetzt. Zieht man demnach aus dem Punkte B mit der Richtung A H die Parallele B G, und aus dem Punkte G, in welchem dieſelbe die Verlängerung von C A trifft, mit der Richtung A B die Parallele G H; ſo ſtellt die Linie A H die geſuchte Kraft R dar. Nun iſt A H = B G = A D; folglich ſtellt die Diagonale A D des Parallelogramms die Mittelkraft R in Richtung und Größe genau dar. Um den Satz des Kräfteparallelogramms durch Verſuche nachzuweiſen, laſſe man über zwei Rollen M und N (Fig. 11) eine Schnur gehen, welche an ihren Enden die Ge-

Fig. 11.



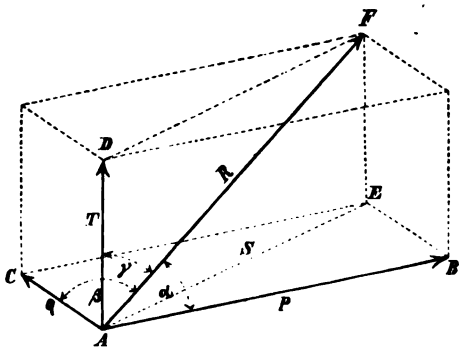
wichte P und Q trägt. Das an einer andern Stelle S der Schnur herabhängende Gewicht R ſetzt ſich, wenn die Schnur einen gewiſſen Winkel M S N bildet, mit den beiden andern Gewichten P und Q ins Gleichgewicht. Zieht man von S aus auf einer hinter den Schnüren angebrachten Tafel in den Richtungen von S M und S N Linien, trägt dann auf letzteren beziehungsweiſe ſo viel Einheitslängen auf als P und Q Gewichtseinheiten haben; ſo findet man, daß die Diagonale des verzeichneten Parallelogramms ſoviel Einheitslängen enthält, als das Gewicht R Gewichtseinheiten hat. Iſt z. B. P = 264 Grammes und

$Q = 352$ Grammes und der Winkel MSN ein rechter, so beträgt $R = 440$ Grammes.

Da die Stücke eines Parallelogrammes in dem von zwei Seiten und der Diagonale desselben gebildeten Dreiecke vorkommen, so kann das Parallelogramm der Kräfte durch ein sogenanntes Dreieck der Kräfte ersetzt werden. Sind demnach P und Q die Seitenkräfte, α der von ihnen eingeschlossene Winkel, ferner R die Resultirende, β der Winkel, den die Kraft P, γ der Winkel, den die Kraft Q mit der Resultirenden macht; so hat man:

$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha$; $P : R = \sin \gamma : \sin \alpha$; $P : Q = \sin \beta : \sin \alpha$: jede der drei Kräfte verhält sich mithin wie der Sinus des Winkels, welchen die Richtungen der beiden andern einschließen. Ist der Winkel $\alpha = 90^0$, so ist $R = \sqrt{P^2 + Q^2}$; $P = R \cos \beta$ und $Q = R \cos \gamma$. — Zerlegt man also eine Kraft in zwei andere, deren Richtungen senkrecht zueinander stehen; so bekommt man jede Seitenkraft, wenn man die gegebene Kraft mit dem Cosinus des Winkels multiplicirt, welchen sie mit der Richtung jener Seitenkraft bildet. Sind an einem Punkte mehrere Kräfte angebracht, welche auf eine beliebige Weise im Raume gerichtet sind; so wird die Mittelkraft dieser Kräfte gefunden, wenn man zuerst für zwei der gegebenen Kräfte die Resultirende sucht, alsdann die gefundene Resultirende mit der dritten Kraft zu einer Mittelkraft zusammensetzt, und auf ähnliche Weise fortfährt, bis sämmtliche gegebene Kräfte berücksichtigt worden sind. Wirken drei Kräfte P, Q, T an einem Punkte A nach drei Richtungen AB, AC, AD (Fig. 12),

Fig. 12.



welche nicht in einerlei Ebene liegen; so stellt die Diagonale AF des über jenen drei Kräften construirten Parallelepipeds die Mittelkraft R derselben dar. Die beiden Kräfte P und Q, welche durch die beiden Seiten des Parallelogramms ABCE vorgestellt werden, haben nämlich

eine Mittelkraft S, welche durch die Diagonale AE dieſes Parallelogrammes repräſentirt wird. Die beiden Kräfte S und T geben ihrerſeits eine Mittelkraft R, welche durch die Diagonale AF des Parallelogrammes AEFD vorgeſtellt wird, die zu gleicher Zeit die Diagonale des conſtruirten Parallelepipeds iſt. Iſt das Parallelepiped rechtwinkelig, ſo hat man $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + T^2}$. Bezeichnet man mit α den Winkel, welchen die Mittelkraft R mit der Seitenkraft P macht, ſo bekommt man $P = R \cos \alpha$. Nennt man β und γ die Winkel, welche die Mittelkraft beziehungsweiſe mit den Seitenkräften Q und T bilden; ſo findet man ebenfalls: $Q = R \cos \beta$ und $T = R \cos \gamma$. Da $R^2 = P^2 + Q^2 + T^2$ iſt, ſo erhält man

$$R^2 = R^2 (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma)$$

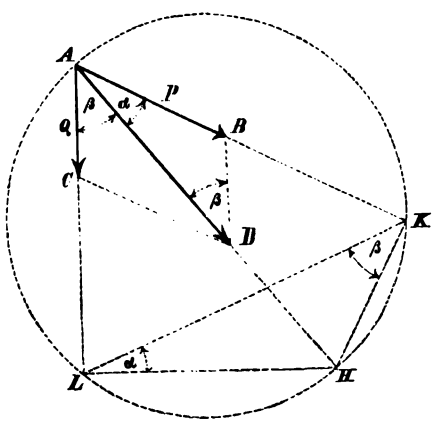
oder

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1;$$

eine Relation, welche jederzeit zwiſchen den Winkeln ſtattfindet, die eine gerade Linie mit den drei rechtwinkeligen Achſen im Raume macht.

Für jeden Punkt der Reſultirenden zweier an einem Punkt angebrachten Seitenkräfte verhalten ſich dieſelben verkehrt wie die ihnen entſprechenden Senkrechten und die Reſultirende, wie die Verbindungslinie der Fußpunkte jener Senkrechten. Es ſeien AB, AC, AD (Fig. 13) die Richtungen der Seitenkräfte P, Q und der Reſultirenden R und ABD ein Kräftedreieck, folglich $P : Q : R = AB : BD : AD$; ferner ſeien von dem Punkte H in der Richtung der Reſultirenden auf AB und AC die Perpendikel HK und HL gefällt, und K mit L verbunden. Da die Winkel bei K und L Rechte ſind, ſo läßt ſich um das Viereck AKHL ein Kreis legen; mithin ſind die Winkel HAK und HLK, desgleichen die Winkel ADB und HKL einander gleich; folglich die Dreiecke ABD und LHK einander ähnlich. Man hat daher $AB : BD : AD = HL : HK : KL$, welche Proportion mit der oben aufgeſtellten Proportion verglichen, liefert $P : Q : R = HL : KH : KL$, wie behauptet wurde. Man kann den Satz auch umkehren und beweiſen, daß ein innerhalb des Winkels der *Richtungen* zweier Kräfte befind-

Fig. 13.

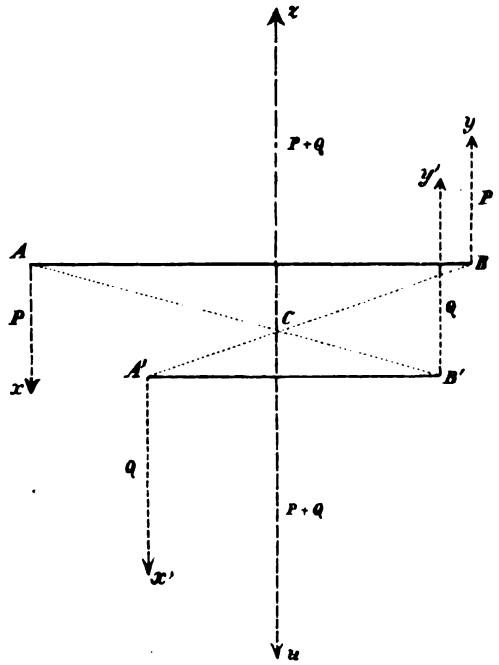


licher Punkt, für welchen die Momente der Kräfte gleich sind, in der Richtung ihrer Resultirenden liegen muß.

4. Zusammensetzung der Drehpaare.

Ein beliebiges Drehpaar (P, — P) kann durch ein anderes (Q, — Q) ersetzt werden, welches in demselben Sinne wirkt, wenn die Momente dieser Drehpaare einander gleich sind. Es seien (Fig. 14) A und B die

Fig. 14.

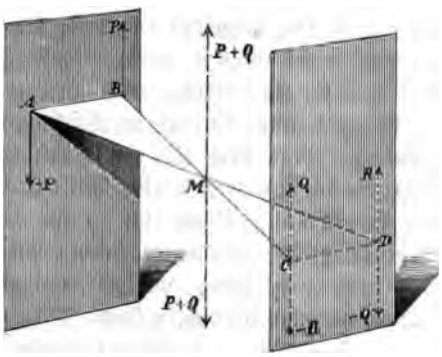


Angriffspunkte der beiden nach parallelen Richtungen wirkenden Kräfte, deren jede gleich P ist. Sollen denselben zwei andere parallele und entgegengesetzte Kräfte, deren jede gleich Q ist, substituirt werden; so nehme man den beliebigen Punkt A' als Angriffspunkt der Kraft Q an, welche in der zu A x parallelen und mit dieser übereinstimmend liegenden Richtung A'x' thätig ist. Man ziehe hierauf BA' und bestimme in derselben den Punkt C dergestalt, daß die Proportion A'C : BC = P : Q stattfindet. Die in B nach der Richtung By strebende Kraft kann als die Resultirende zweier Kräfte angesehen werden, wovon die eine gleich P + Q in C nach der mit By parallelen und übereinstimmenden Richtung Cz, und die andere gleich Q in A' nach der parallelen entgegen-

gesetzten Richtung A'x' wirksam ist. Man ziehe ferner AC und verlängere diese Gerade bis B', so daß die Proportion $B'C : AC = P : Q$ besteht. Die in A nach Ax thätige Kraft P läßt sich wieder als die Resultirende zweier Kräfte betrachten, wovon die eine gleich $P + Q$ in C nach der mit Ax parallelen und übereinstimmenden Richtung Cu und die andere gleich Q in B' nach der Richtung B'y' wirkt. Statt des ursprünglichen Drehpaares $(P, -P)$ kann man nun vier Kräfte nehmen, wovon zwei, deren jede gleich $P + Q$ ist, nach gerade entgegengesetzten Richtungen Cu, Cz auftretend, einander tilgen; es bleiben folglich nur die beiden nach A'x' und B'y' wirkenden Kräfte übrig, deren jede gleich Q ist. Aus der Proportion $A'C : B'C = BC : AC$ und der Gleichheit der Winkel ACB und A'CB' ergibt sich die Aehnlichkeit der Dreiecke ACB und A'CB' und der Parallelismus der Geraden A'B' und AB. Da ferner $B'C : AC = A'B' : AB$ ist, so besteht die Proportion: $A'B' : AB = P : Q$. — Zwei Drehpaare, welche ein materielles System in demselben Sinne zu drehen streben, sind also als gleichgeltend zu betrachten, wenn sie gleiche Momente haben. Hieraus läßt sich leicht entnehmen, daß das Moment eines Drehpaares das Maß der Wirkung desselben abgibt, wobei als Einheit dasjenige Moment gelten wird, welches aus zwei der Einheitskraft gleichen Kräften besteht, deren parallele Richtungen um die Einheitslänge von einander entfernt sind.

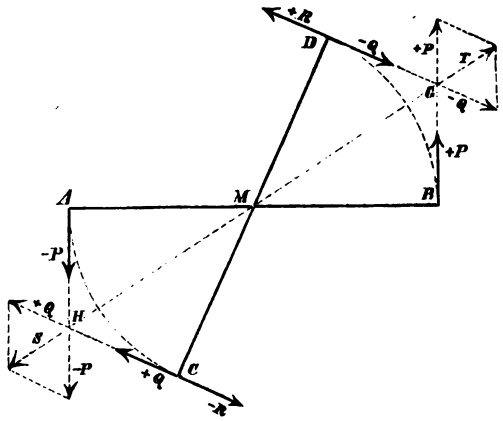
Jedes an einem Körper befindliche Drehpaar kann ohne dessen Wirkung zu ändern in seiner Ebene an irgend eine beliebige Stelle oder auch in jede andere parallele Ebene hingebracht werden, vorausgesetzt, daß die neuen Angriffspunkte an dem Körper sich befinden. Es sei $(P, -P)$ das ursprüngliche Drehpaar senkrecht an AB (Fig. 15) angebracht; man nehme nun irgendwo in

Fig. 15.



der Ebene dieses Paares oder in einer mit ihr parallelen Ebene die Linie CD gleich und parallel mit AB, ziehe AD und BC, welche Linien in einer Ebene liegen und sich gegenseitig in M halbiren. Jetzt bringe man an CD mit den Kräften, (P, — P) die beiden entgegengesetzten Drehpaare (Q, — Q) und (R, — R) an, die unter sich mit dem Drehpaare (P, — P) gleich sind, wodurch die Wirkung des letzteren Paares gar nicht geändert wird. Die beiden gleichen und parallelen Kräfte P und Q, die an BC angebracht sind, haben eine Mittelkraft P + Q, deren Angriffspunkt M ist. Dasselbe gilt von den beiden an AD angebrachten Kräften — P und — Q, deren Resultirende — P — Q die erstere Resultirende P + Q aufhebt. Es bleibt demnach nur noch das Drehpaar (R, — R) übrig, welches dem ursprünglichen gleich und in eine zu ihm parallele Lage gekommen ist. — Ein Drehpaar (P, — P), dessen Angriffspunkte A und B sind (Fig. 16), kann in seiner Ebene beliebig

Fig. 16.



gedreht werden. Man ziehe in dieser Ebene unter einem beliebigen Winkel die Linie CD = AB, dergestalt daß beide Linien sich in M halbiren. Bringt man nun an CD zwei entgegengesetzte Drehpaare (Q, — Q) und (R, — R) an, welche unter sich und dem gegebenen Drehpaar (P, — P) gleich sind: so wird die Wirkung des letzten Paares dadurch nicht geändert. Man sieht aber bald, daß die beiden gleichen Kräfte P und — Q, die sich in G treffen, eine Mittelkraft T liefern, welche der Mittelkraft S der Kräfte — P und Q, die sich in H treffen, gleich und gerade entgegengesetzt ist. Es bleibt mithin nur das an CD angebrachte Drehpaar (R, — R) übrig, welches man als das ursprüngliche in seiner Ebene gedrehte betrachten kann.

Mittelſt der vorhergehenden Fundamentalſätze läßt ſich eine beliebige Anzahl Drehpaare, welche in einerlei Ebene oder auch in parallelen Ebenen eine beliebige Lage haben, ſtets in ein einziges äquivalentes Drehpaar verwandeln. Man bringt nämlich dieſe Drehpaare in ein und dieſelbe Ebene, macht dann ihre Richtungen parallel, gibt ihnen hierauf dieſelben zwei Angriffspunkte, und ſetzt ſie endlich zuſammen. Es ſeien, $(P, -P)$, $(P', -P')\ldots$ die Drehpaare, welche das Syſtem materieller Punkte in einem Sinne, $(Q, -Q)$, $(Q', -Q')\ldots$ die Drehpaare, welche es im entgegengeſetzten Sinne zu drehen ſtreben; ferner $p, p'\ldots q, q'$ beziehungsweiſe die Entfernungen der Richtungen je zweier Drehpaare. Statt der Momente $Pp, P'p'\ldots$ der Drehpaare $(P, -P)$, $(P', -P')\ldots$ kann man die ihnen reſpective gleichgeltenden Momente Sr, $S'r'\ldots$ der Drehpaare $(S, -S)$, $(S', -S')\ldots$ ſetzen; deßgleichen ſtatt der Momente $Qq, Q'q'\ldots$ der Drehpaare $(Q, -Q)$, $(Q', -Q')\ldots$ die ihnen äquivalenten Momente $Tr, T'r\ldots$ der Drehpaare $(T, -T)$, $(T', -T')\ldots$ ſubſtituiren. Man hat ſo:

$$(S+S'+\ldots)r-(T+T'\ldots)r=Pp+P'p'+\ldots-Qq-Q'q'\ldots$$

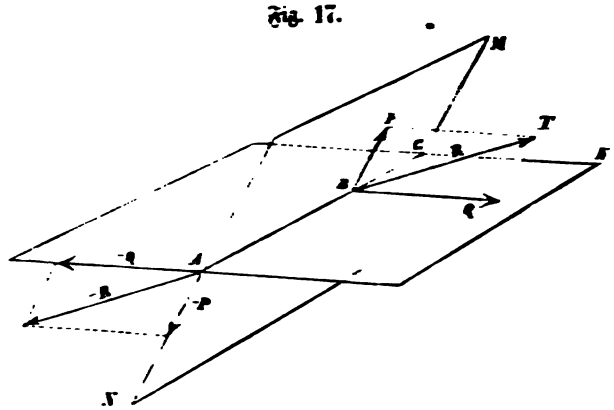
oder

$$Rr=Pp+P'p'+\ldots-(Qq+Q'q'\ldots),$$

weil die Kräfte $S+S'\ldots-T-T'-\ldots$ ſich auf eine Reſultirende R zuſammenziehen laſſen. Das Moment des Drehpaares, welches mehreren in einerlei Ebene oder auch in parallelen Ebenen befindlichen Drehpaaren gleich gilt, iſt folglich gleich der Summe der Momente der Kräfte, welche das Syſtem der Angriffspunkte nach der einen Seite hin zu drehen ſtreben, weniger der Summe der Momente der Kräfte, welche es nach der andern Seite hin zu bewegen trachten; der Sinn der Drehung entſpricht der größeren Momentſumme.

Es bleibt jetzt nur noch zu zeigen übrig, wie zwei Drehpaare, welche in nicht parallelen Ebenen liegen, ſich in ein einziges zuſammenſetzen laſſen. Zu dieſem Behufe mögen die zwei Drehpaare in den beiden Ebenen AGM und AGN (Fig. 17) liegen, deren Durchſchnittslinie AG iſt, und gedachte Drehpaare reſpective in gleich geltende $(P, -P)$ und $(Q, -Q)$ verwandelt ſein, welche die nämlichen auf der Durchſchnittslinie befindlichen Angriffspunkte A und B haben und deren erſteres in der Ebene AGM und zweites in der Ebene AGN liegt. Die in B angebrachten Kräfte P und Q geben eine Mittelkraft R, welche ihre Richtung der Diagonale BR entlang hat, und die in A wirkenden Kräfte $-P$ und $-Q$ ſetzen ſich in eine einzige Kraft $-R$ zuſammen, welche der erſteren R vollkommen gleich, parallel und entgegengeſetzt iſt. Auf dieſe Weiſe erhält man ſtatt der beiden Paare $(P, -P)$ und $(Q, -Q)$ das einzige ihnen gleichgeltende Paar $(R, -R)$, deſſen Ebene den Winkel der beiden *gegebenen* Drehpaare ebenſo theilt,

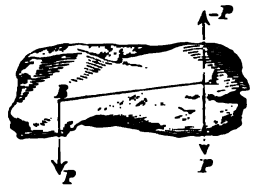
Fig. 17.



wie die Diagonale BR den Winkel PBQ der beiden anliegenden Seiten des Parallelogramms BQRP. Dergeſtalt läßt ſich alſo jede Anzahl gegebener Drehpaare, die auf eine beliebige Weiſe an einem Körper angebracht ſind, auf ein einziges Drehpaar zurückführen, welches hinſichtlich der Wirkung allen übrigen zuſammengenommen gleich kommt und ſomit dieſelben vertreten kann.

Wir können nun eine beliebige Menge von Kräften P, P', P'', P''' ..., welche auf eine willkürliche Weiſe an einem feſt verbundenen Syſtem von Punkten wirken, zuſammenſetzen. Die Kraft P z. B., deren Angriffspunkt in B liegt, (Fig. 18) bleibt hinſichtlich ihrer Wirkung unverändert, wenn man an dem Punkte A, der mit dem Syſtem der Angriffspunkte auf eine unveränderliche Weiſe feſt verbunden iſt, zwei gerade entgegengeſetzte Kräfte P und — P anbringt, welche mit der gegebenen Kraft P gleich und parallel ſind. Dergeſtalt haben wir ſtatt der an B angebrachten Kraft P, die an A wirkende Kraft P und das Drehpaar (P, — P), deſſen Angriffspunkte A und B ſind. Nimmt man für alle übrigen Kräfte P', P'' ... die nämliche Umwandlung in Bezug auf denſelben Punkt A vor, ſo ſieht man, daß beliebig viele an einem feſten Körper wie immer wirkenden Kräfte gleichgeltend ſind einer einzigen Kraft R an einem willkürlich gewählten Punkte in Verbindung mit einem entſprechenden Drehpaare (T, — T). — Soll Gleichgewicht zwiſchen den Kräften ſtattfinden, ſo muß ſowohl die Einzelkraft R wie das Moment T des Drehpaares gleich Null ſein. Liegt das Drehpaar (T, — T) mit der Einzelkraft R in einerlei Ebene, ſo läßt ſich das Syſtem der Kräfte auf eine einzige Mittelkraft reduciren. Die

Fig. 18.



Einzelkraft R dringt auf fortschreitende Bewegung und bleibt der Größe und der Richtung nach immer dieselbe, an welchen Ort man auch den Punkt A hinverlegt haben mag. Das Moment des Drehpaares (T, — T), welches bloß auf drehende Bewegung hinzielt, ändert sich dagegen mit der Lage jenes Punktes A. Es ist Gegenstand der rationellen Mechanik die vorhin ausgesprochenen Bedingungen des Gleichgewichtes für ein beliebiges System von Kräften durch allgemeine Gleichungen auszudrücken, wie es denn auch nur eine Sache der Geometrie und der Rechnung ist, den Werth der Mittelkraft R und den Werth des zusammengesetzten Drehpaares für ein gegebenes System von Kräften zu bestimmen.

Zweiter Abschnitt.

Gleichgewicht des Festen. (Statik.)

I. Einwirkungen der Schwere.

1. Vom Schwerpunkt.

Da, wie früher schon gesagt, alle Einwirkungen der Schwere auf die Theilchen eines Körpers von mäßiger Ausdehnung als parallele, dem Mittelpunkt der Erde zugewendete Kräfte angesehen werden können; so entspricht denselben eine ihrer Summe gleiche Resultirende, welche das Gewicht des Körpers ist, und an einem völlig frei beweglichen Körper blos eine progressive aber keine drehende Bewegung hervorbringen kann. Insofern die Theile eines festen Körpers auf unveränderliche Weise mit einander verbunden sind, mithin das System der Angriffspunkte der parallelen Schwerkräfte bei verschiedenen Stellungen des Körpers stets dieselbe relative Lage beibehält, geht die Richtung der Resultirenden aller jener Kräfte durch einen und denselben rücksichtlich des Körpers der Lage nach völlig bestimmten Punkt. Diesen Angriffspunkt der Resultirenden der Schwerkräfte, welche einen Körper beherrschen, nennt man dessen Schwerpunkt. Da an die Stelle sämmtlicher, die Theile eines Körpers antreibenden Schwerkräfte ihre Mittelkraft substituirt werden kann, welche genau dieselbe Wirkung hervorbringt; so läßt sich der Schwerpunkt eines Körpers gleichsam als ein Punkt betrachten, in welchem die ganze Masse des Körpers vereinigt wäre. Wir können demnach die Theilchen eines Körpers als schwerlos anneh-

men, wofern wir uns vorstellen, daß sein Schwerpunkt vertical abwärts von einer Kraft getrieben wird, welche dem Gewichte des Körpers gleich kommt. Die Lage des Schwerpunktes eines Körpers hängt von der Art und Weise ab, wie alle Theilchen gegen einander gestellt sind. Aendert sich aber die Gestalt des Körpers, und damit die gegenseitige Lage seiner Theilchen, so erfährt auch die Lage des Schwerpunktes eine Aenderung. Dies geschieht bei Menschen und Thieren, wenn sie im Stehen oder Gehen ihren Gliedern eine andere Lage geben, oder Lasten tragen. Bei einem aufrecht stehenden Menschen mit herabhängenden Armen liegt der Schwerpunkt in der Mitte zwischen beiden Hüftknochen; streckt aber der Mensch einen Arm nach einer Seite aus, so wird der Schwerpunkt nach dieser Seite hin verrückt. Ein Mann, der mit einem Arme eine Last trägt, beugt sich auf die entgegengesetzte Seite, oder streckt den Arm nach dieser Seite hin aus; er beugt sich vorwärts, wenn er die Last auf dem Rücken, dagegen rückwärts, wenn er die Last vor sich trägt; er bleibt in seiner natürlichen aufrechten Stellung, wenn er in beiden Händen gleiche Lasten hält; er thut Alles dieses, damit der gemeinschaftliche Schwerpunkt seines Körpers und der getragenen Last über die Unterstützungsfläche der Füße zu liegen komme. Will man von seinem Sitze sich erheben, so sucht man durch Vorbeugen den Schwerpunkt zu unterstützen. Ist man in Gefahr zu fallen, so strebt man durch instinctartige Ausstreckung des Armes nach entgegengesetzter Seite hin den Schwerpunkt wieder über die Grundfläche der Füße zu bringen. Unser Gang ist ein fortwährend unterbrochenes Fallen, indem wir beim Aufheben des einen oder des anderen Fußes uns stets nach der entgegengesetzten Seite hin neigen, um dadurch den nach Vorn fallenden Schwerpunkt wieder zu unterstützen. Dergleichen Bewegungen des Körpers nach Rechts und nach Links bei dem Gehen zeigen sich in auffallender Weise, wenn man die Füße weit aus einander hält, wie es stark beleibte Personen zu thun pflegen. Wollen wir auf einem schmalen Balken einhergehen, wo die Füße gerade vor einander gesetzt werden müssen, so suchen wir theils durch Wendungen des Körpers, theils durch Ausstreckung der Arme den Schwerpunkt über der schmalen Fläche zu erhalten.

Um einen Körper der Schwere zu entziehen und gegen das Fallen zu sichern, braucht man nur seinen Schwerpunkt zu unterstützen. Schwerpunkt und Unterstützungspunkt müssen aber dann in der *Directionslinie* liegen, d. i. in der durch den Schwerpunkt gehenden Verticallinie. Befindet sich der Unterstützungspunkt über dem Schwerpunkt, so sagt man der Körper sei an jenem Punkte *aufgehängt*; liegt er unter ihm, so sagt man der Körper sei *unterstützt*. Wird ein Kör-

per durch mehrere Stützpunkte in Ruhe erhalten, so heißen diese fixen Punkte die Unterlage des Körpers. Der Körper ist in dem betreffenden Falle im Gleichgewichte, wenn die Directionslinie des Körpers durch das Polygon geht, welches man bekommt, indem man durch je zwei benachbarte Stützpunkte gerade Linien zieht; es heißt dieses Polygon die Grundfläche oder Basis des Körpers. Die schiefen Thürme zu Pisa und Bologna haben ungeachtet ihrer bedeutenden Neigung dennoch eine feste Stellung, da die Directionslinie innerhalb ihrer Basis fällt, und die einzelnen Theile der Thurmmasse sich in einem starken Zusammenhange befinden. Wir stehen um so fester auf den Füßen, je größer die denselben gebotene Unterstützungsfläche ist, weil wir dann unseren Bewegungen einen größeren Spielraum gestatten können, ohne daß die Directionslinie außerhalb jener Unterstützungsfläche fällt. Einen Kegel vermögen wir nicht zum Stehen auf seiner Spitze zu bringen, weil die Unterstützungsfläche unendlich klein ist. Durch zweckmäßige Bewegungen kann man einen Körper auf einem Finger oder auf einer Degenspitze im Gleichgewichte erhalten; es geschieht, wenn solche Bewegungen den Unterstützungspunkt auf die Seite versetzen, wohin der Schwerpunkt zu fallen strebte.

Wenn die Directionslinie oder Richtungslinie des Körpers nicht durch einen festen Punkt geht, oder in die Grundlinie des Körpers fällt, bewegt sich der Körper und der Schwerpunkt sinkt. Daher kommt es, daß ein hohler Cylinder von Pappe, in dessen Umfang ein Bleistück angebracht ist, auf einer schiefen Ebene eine kurze Strecke aufwärts rollen kann. Das Aufsteigen eines Doppelkegels nach einer durch zwei zusammenlaufende Linien gebildeten Neigung ist nur scheinbar, weil in der That der Schwerpunkt desselben sinkt, während seine Stützpunkte auf den beiden Linien sich ändern. Die sogenannten chinesischen Treppengänger erhalten ihre Bewegung durch Aenderungen der Lage des Schwerpunktes. Die Schiffslampe hat eine solche Einrichtung, daß sie um eine über dem Schwerpunkt liegende Achse beweglich ist, deren Zapfen ihre Unterstützung in einem Ringe haben, welcher sich wieder um eine zweite auf der ersten senkrechte Achse innerhalb eines zweiten größeren Ringes drehen läßt. Da auf diese Weise die Lampe sich um zwei auf einander senkrechte Achsen drehen kann, und der Schwerpunkt beständig die unterste Stelle einzunehmen strebt, so wird der oberste Theil der Lampe immer eine nahe zu horizontale Lage behalten, wenn auch das Instrument in starken Schwankungen sich befindet.

Um den Schwerpunkt eines Körpers durch Versuche zu ermitteln, hängt man den Körper an einem Faden auf, und wartet, bis das Gleichge-

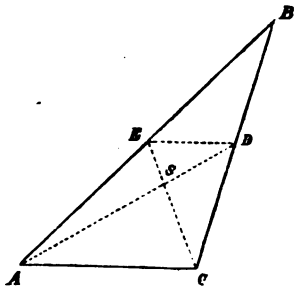
wicht hergestellt ist; der Schwerpunkt liegt alsdann in der Richtung des Fadens. Hierauf wird der Körper an einer anderen Stelle aufgehängt, und wieder die Richtung des Fadens bemerkt, wenn der Körper in Ruhe gekommen ist. Der Schwerpunkt desselben befindet sich abermals in der Richtung des Fadens, mithin wird er sicher in dem Punkte liegen, in welchem sich die zwei verschiedenen Richtungen des Fadens schneiden. Die Verlängerung des Fadens im Innern des Körpers genau zu bestimmen, hat jedoch seine Schwierigkeiten. Man kann den Schwerpunkt eines Körpers auch dadurch finden, daß man ihn auf eine scharfe Kante legt und darauf hin und her schiebt, bis er ruht; die Richtungslinie geht dann durch die Auflagkante, deren Lage auf der Oberfläche des Körpers durch eine Linie angedeutet wird. Man bringt hierauf den Körper in einer anderen Stellung auf der Kante ins Gleichgewicht und merkt wieder die Lage derselben auf der Oberfläche durch eine Linie an. Der Durchschnittspunkt beider Linien wird den Schwerpunkt angeben. In manchen Fällen läßt sich die Lage des Schwerpunktes durch sehr einfache Betrachtungen ermitteln. So liegt unter Voraussetzung einer gleichförmigen Dichte, der Schwerpunkt einer geraden Linie genau in der Mitte derselben, der Schwerpunkt eines Kreises und einer Kugel im Mittelpunkte, der Schwerpunkt eines Cylinders in der Mitte der Achse, der Schwerpunkt bei den regelmäßigen Polyedern in dem Punkte, der von allen Ecken gleich weit entfernt ist. Der Schwerpunkt liegt nicht immer in der Masse des Körpers; ein Ring und eine hohle Kugel haben ihren Schwerpunkt im Mittelpunkt, wie eine Scheibe oder massive Kugel; bei einer hohlen Röhre liegt der Schwerpunkt in der Achse derselben. Hat der Körper nicht in seiner ganzen Ausdehnung eine gleichförmige Dichte, so fällt der Schwerpunkt nach der Seite hin, auf welcher die größere Dichte vorkommt. Bei Körpern, welche eine bestimmte geometrische Gestalt und überall gleiche Dichte haben, läßt sich der Schwerpunkt auf theoretischem Wege bestimmen, wie in Folgendem an einigen Beispielen gezeigt werden soll.

2. Schwerpunktsbestimmungen.

Der Schwerpunkt S eines Dreiecks ABC (Fig. 19) liegt in der Linie, welche von einer seiner Ecken A nach der Mitte D der gegenüberliegenden Seite gezogen worden ist, und zwar um ein Drittel dieser Linie von der Mitte D, oder um zwei Drittel derselben von der Ecke A entfernt. Denn offenbar geht die von dem Scheitel A nach der Mitte D der Seite BC gezogene Linie durch die Mitte oder Schwerpunkte aller mit BC parallelen Linien; mithin liegt der Schwerpunkt des Dreiecks ABC in der Linie AD. In gleicher Weise liegt der Schwer-

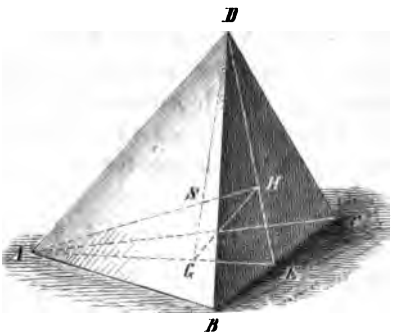
punkt des Dreiecks in der Linie CE, welche von dem Scheitel C nach der Mitte E der gegenüberliegenden Seite BA gezogen worden ist. Der Schwerpunkt S des Dreiecks muß demnach in dem Durchschnittspunkte S jener beiden Linien liegen. Zieht man nun DE, so ist ED mit AC parallel und halb so groß wie AC. Die Aehnlichkeit der Dreiecke ESD u. ASC gibt SD : SA = = ED : AC = 1 : 2, woraus 2SD = = SA oder $SD = \frac{AD}{3}$ und AS = ⅔AD wie behauptet. — Um den Schwerpunkt eines gegebenen Polygons von n Seiten zu finden, zerlege man es von einer Ecke aus durch Diagonalen in Dreiecke, und bestimme die Schwerpunkte dieser Dreiecke. Man erhält so n — 2 der Lage nach gegebene schwere Punkte, deren verschiedene Gewichte durch die Inhalte dargestellt werden. Der Angriffspunkt der Mittelkraft dieser Gewichte ist der gesuchte Schwerpunkt des Polygons.

Fig. 19.



Der Schwerpunkt einer dreiseitigen Pyramide DABC (Fig. 20) liegt in der geraden Linie DG, welche den Scheitel D der Pyramide mit dem Schwerpunkte G der Grundfläche ABC verbindet, und zwar um ein Viertel dieser Linie von der Grundfläche, oder drei Viertel derselben vom Scheitel an gerechnet. Denn offenbar liegt der Schwerpunkt der Pyramide in der Linie DG, weil sie durch die Schwerpunkte aller mit der Grundfläche parallelen Schnitte geht. Ebenso liegt der Schwerpunkt der Pyramide auch in der Linie AH, welche von der Ecke A nach dem Schwerpunkte H der gegenüberliegenden Fläche gezogen wird. Mithin muß der Schwerpunkt S der Pyramide in dem Durchschnittspunkt beider Linien liegen, die sich nothwendig schneiden müssen, weil sie in einerlei Ebene AED liegen. Zieht man die Linie GH, so muß letztere mit AD parallel sein, und ein Drittel von AD betragen. Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke SHG und ADS entspringt nun: SG : DS = HG : AD = 1 : 3, woraus 3SG = DS oder SG =

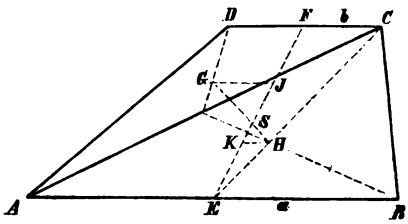
Fig. 20.



$= {}^1/_4 DG$, wie behauptet wurde. Es läßt sich leicht beweisen, daß auch bei jeder beliebigen Pyramide und ebenso beim Kegel der Schwerpunkt auf der Linie liegt, welche den Schwerpunkt der Grundfläche mit dem Scheitel verbindet, und zwar in einer Entfernung von der Grundfläche, welche ein Viertel dieser Linie beträgt. Handelt es sich darum den Schwerpunkt eines Polyeders zu finden, so zerlege man es in dreiseitige Pyramiden, und bestimme den Schwerpunkt jeder einzelnen Pyramide. Man erhält auf diese Weise eine Menge von schweren Punkten, deren Gewichte beziehungsweise durch die Inhalte jener Pyramiden vorgestellt werden. Der Angriffspunkt der Resultirenden gedachter Gewichte ist der Schwerpunkt des Polyeders.

Will man den Schwerpunkt eines Trapezes ABCD (Fig. 21) finden, so zerlege man es durch die Diagonale AC in zwei Dreiecke ACD und ACB, und suche die Schwerpunkte dieser Dreiecke. Der Schwerpunkt liegt dann in der geraden Linie GH, welche jene zwei Schwerpunkte mit einander verbindet. Anderseits befindet sich der fragliche Schwerpunkt auch auf der Linie EF, welche die beiden parallelen Seiten AB und DC halbirt; er wird folglich im Durchschnittspunkte S erwähnter zwei Linien liegen. Zieht man nun GJ und HK parallel mit AB; so hat man $EK = KJ = \frac{1}{3} EF$; ferner $KH = \frac{1}{3} . FC = \frac{1}{3} DC$; und $GJ = \frac{1}{3} AE = \frac{1}{3} AB$. Setzt man jetzt $ES = x$; dann $AB = a$, $CD = b$ und $EF = c$; so geben die ähnlichen Dreiecke KSH und GSI:

Fig. 21.



$$x - \tfrac{1}{3} c : \tfrac{2}{3} c - x = \tfrac{1}{3} b : \tfrac{1}{3} a;$$

woraus

$$x = \frac{c}{3} \cdot \frac{a + 2b}{a + b}.$$

Ist $b = o$, so wird $x = \frac{c}{3}$, wie es sein muß, weil dann das Trapez in ein Dreieck sich verwandelt hat.

Soll man den Schwerpunkt einer mit der Grundfläche parallel abgekürzten Pyramide bestimmen, so denke man sich die Pyramide ergänzt. Bezeichnet nun G den Inhalt der Grundfläche, G' den der Endfläche, h den Abstand dieser beiden Flächen, y die Höhe der Ergänzungspyramide, endlich x die Entfernung des gesuchten Schwerpunktes von der Grundfläche; so findet die Gleichung statt:

$$\tfrac{1}{3}G(h+y)\left(\frac{h+y}{4}\right)=\tfrac{1}{3}h(G+\sqrt{GG'}+G')x+\frac{G'x}{3}h+\tfrac{1}{4}y),$$

oder
$$x=\frac{G(h+y)^2-G'y(4h+y)}{4h(G+\sqrt{GG'}+G')},$$

wenn man erwägt, daß das Moment der ganzen Pyramide der Summe der Momente der abgekürzten Pyramide und der Ergänzungspyramide gleich sein muß. Es ist aber $y=\frac{h\sqrt{G'}}{\sqrt{G}-\sqrt{G'}}$; substituirt man diesen Werth in die vorige Gleichung, so erhält man

$$x=\frac{h}{4}\cdot\frac{G^2-4G'\sqrt{GG'}+3G'^2}{(G+\sqrt{GG'}+G')(\sqrt{G}-\sqrt{G'})^2},$$

oder, wenn man Nenner und Zähler durch $(G-\sqrt{G'})^2$ dividirt:

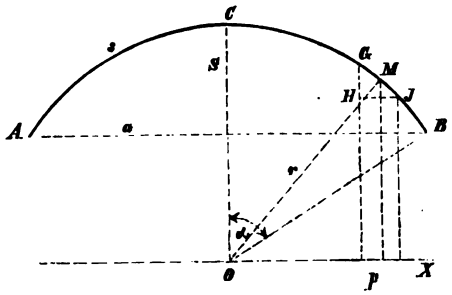
$$x=\frac{h}{4}\cdot\frac{G+2\sqrt{GG'}+3G'}{G+\sqrt{GG'}+G'}.$$

Für den Schwerpunkt eines abgekürzten Kegels, dessen Radien r und r' sind, hat man:

$$x=\frac{h}{4}\cdot\frac{r^2+2rr'+3r'^2}{r^2+rr'+r'^2}$$

Der Schwerpunkt S eines Kreisbogens ABC (Fig. 22) liegt offenbar auf dem nach der Mitte C des Bogens gehenden Radius OC. Um nun die Lage des Schwerpunktes S auf dieser Linie zu finden, nehmen wir die durch den Mittelpunkt O zur Sehne AB des Bogens parallel gehende Gerade OX als Momentenaxe an, und denken uns den Kreisbogen in eine solche große Anzahl kleiner Theile GI getheilt, daß jeder derselben als gerade Linie angesehen werden kann, deren Schwerpunkt in der Mitte M liegt. Das Moment des Bogenelements GI in Bezug auf die Achse OX ist hiernach, wenn man von M aus auf dieselbe die Senkrechte MP fällt, gleich GI.MP, welcher Ausdruck in Folge der Aehnlichkeit der Dreiecke GHI und OMP mit dem Ausdrucke HI.OM gleichbedeutend ist. Aehnliches gilt für die Momente aller übrigen Elemente, deren Summe dem Moment des ganzen Bogens in Bezug auf seinen Schwerpunkt S gleich ist. Bezeichnet daher s die Länge des Bogens ACB, a die der Sehne AB, r den Radius OM und x den Abstand des Schwerpunktes S vom Mittelpunkt, so erhält man die

Fig. 22.



Gleichung $sx = ar$. Daraus folgt, wenn α den halben Centriwinkel im Bogenmaß für den Radius $= 1$ bedeutet: $x = \frac{r \sin \alpha}{\alpha}$. Für den Bogen des ganzen Kreises ist $\alpha = \pi$; mithin dann $x = 0$, wie es sein muß.

Denkt man sich den Kreisausschnitt in unendlich kleine Ausschnitte zerlegt, deren jeder als Dreieck betrachtet werden kann; so werden die Schwerpunkte aller dieser Dreiecke um $\frac{2}{3}$ des Radius vom Mittelpunkt entfernt sein. Um also den Schwerpunkt S eines Kreisausschnittes zu bestimmen, hat man nur nöthig, den Schwerpunkt eines mit $\frac{2}{3}$ des Halbmessers beschriebenen materiellen Kreisbogens zu suchen. Die Entfernung x dieses Schwerpunktes vom Kreismittelpunkt ist demnach, wenn s die Bogenlänge, r den Radius, a die Sehne und α den halben Centriwinkel bezeichnen: $x = \frac{2}{3}\frac{ar}{s}$, oder $x = \frac{2}{3} r \frac{\sin \alpha}{\alpha}$. — Um den Schwerpunkt eines Kreisabschnittes A zu finden, dessen Bogen $= s$, Sehne $= a$ und Radius r ist, erwäge man, daß die Summe der Momente des Dreiecks und des Abschnittes gleich dem Momente des Ausschnittes ist. Nun ist das Moment des Ausschnittes $= \frac{2}{3} \frac{ar}{s} \cdot \frac{sr}{2} = \frac{1}{3} a r^2$, und das Moment des Dreiecks $= \frac{2}{3} h \cdot \frac{ah}{2} = \frac{1}{3} a h^2$, wo h die Höhe des Dreiecks bedeutet. Bezeichnet x den Abstand des Schwerspunktes S des Abschnittes A vom Mittelpunkt, so kommt

$$\tfrac{1}{3} a r^2 = x \,.\, A + \tfrac{1}{3} a \,.\, h^2; \text{ oder } \tfrac{1}{3} a r^2 = x A + \tfrac{1}{3} a r^2 - \tfrac{1}{12} a^3;$$

woraus $x = \frac{a^3}{12 A}$.

Um den Schwerpunkt des Mantels eines senkrechten Kegels zu finden, denke man sich den Kegelmantel durch unendlich viele aus dem Scheitel nach dem Umfange der Grundfläche gehende Linien in Dreiecke zerlegt. Die Schwerpunkte dieser Dreiecke liegen sämmtlich auf der Peripherie des Kreises, dessen Ebene um zwei Drittheile der Achse vom Scheitel entfernt ist. Der Schwerpunkt des Kegelmantels liegt folglich im zweiten Drittheile der Achse vom Scheitel aus gerechnet. — Um den Schwerpunkt einer Kugelzone oder einer Calotte zu finden, denke man sich die Zone oder Calotte durch gleich weit von einander abstehende und zu der Grundfläche parallele Ebenen in unendlich viele dünne Zone zerlegt. Der Schwerpunkt einer jeden solchen kleinen Zone wird auf der Linie liegen, welche die Höhe der ganzen Zone oder Calotte angibt. Da nun die Geometrie lehrt, daß auf einer Kugel alle Zonen von gleicher Höhe auch gleichen Flächeninhalt haben, so

kann man sich das Gewicht der ganzen Zone oder Calotte über ihre Höhe gleichmäßig vertheilt denken. Es liegt daher der Schwerpunkt der Zone oder Calotte offenbar in der Mitte ihrer Höhe.

Den Schwerpunkt eines Kugelausschnittes zu finden, dessen Radius = r und Höhe = h ist. Man denke sich den Kugelausschnitt in unendlich viele Pyramiden zerlegt, deren Scheitel im Mittelpunkt der Kugel liegen. Die Schwerpunkte aller dieser Pyramiden befinden sich um drei Viertel des Radius vom Mittelpunkt entfernt; der Schwerpunkt der mit $\frac{3}{4}r$ beschriebenen Calotte ist also zugleich der Schwerpunkt des Kugelausschnittes. Derselbe liegt demnach in der Mitte der Höhe dieser Calotte, welche Höhe gleich $\frac{3}{4}h$ ist. Seine Entfernung x vom Mittelpunkt der Kugel ist mithin $x = \frac{3}{4}r - \frac{1}{2}.\frac{3}{4}h = \frac{3}{8}(2r - h)$. Für die Halbkugel bekommt man $x = \frac{3}{8}r$. — Den Schwerpunkt eines Kugelabschnittes zu bestimmen, dessen Radius = r und Höhe = h ist. Man benutzt zu diesem Behuf den Satz, in Folge dessen die Summe der Momente vom Abschnitt und vom Kegel dem Moment des Kugelausschnittes gleich ist. Das Moment des Kugelausschnittes ist $\frac{2\pi}{3}r^2.h.\frac{3}{8}(2r - h)$; das Moment des Kegels ist $\frac{1}{3}\pi(2rh - h^2)(r - h).\frac{3}{4}(r - h)$; das Moment des Abschnittes ist $\frac{1}{3}\pi h^2(3r - h).x$. Man erhält hiernach die Gleichung:

$$xh(3r - h) = \frac{3}{4}r^2(2r - h) - \frac{3}{4}(2r - h)(r - h)^2;$$

woraus entspringt $x = \frac{3}{4}.\frac{(2r - h)^2}{3r - h}$. Verwandelt sich der Abschnitt in eine Halbkugel, so erhält man wie oben $x = \frac{3}{8}r$.

3. Verschiedene Arten des Gleichgewichtes. — Stabilität eines Körpers.

Die gegenseitige Lage des Unterstützungspunktes und des Schwerpunktes eines Körpers bedingt verschiedene Arten des Gleichgewichtes, welche am füglichsten an dieser Stelle zur Sprache kommen. Man sagt, ein Körper sei im *stabilen* oder *sicheren* Gleichgewichte, wenn er bei einer kleinen Verrückung aus seiner Gleichgewichtslage sich selbst überlassen in die alte Gleichgewichtslage zurückzukehren strebt. Ein derartiges Gleichgewicht findet allemal statt, wenn der Schwerpunkt des Körpers sich lothrecht unterhalb seines Unterstützungspunktes befindet. Der an einem Faden hängende Körper hat stets ein stabiles Gleichgewicht. Ein Ei, welches auf einem Tische so liegt, daß seine größere Achse horizontal ist, hat eine stabile Lage. Ein mit einer Stahlspitze versehenes Holzstück kann auf einem flach ausgehöhlten Metallstückchen leicht zum Balanciren gebracht werden, *wenn man* mit dem Holzstücke

gewichtige Massen fest verbindet, so daß der Schwerpunkt des Ganzen unterhalb des Unterstützungspunktes zu liegen kommt. Ein von unten in einem Punkte unterstützter Körper wird in stabiles Gleichgewicht versetzt, sobald man ihn nicht blos auf einen einzigen Punkt, sondern auf eine breite Fläche stützt. Man sagt, der Körper sei im labilen oder unsicheren Gleichgewichte, wenn er das Bestreben hat, sich immer weiter von der Gleichgewichtslage zu entfernen, aus welcher er nur wenig gerückt worden ist. Der Körper befindet sich im Zustande des labilen Gleichgewichtes, wenn der Unterstützungspunkt lothrecht unter dem Schwerpunkt liegt. Ein Ei, dessen größere Achse vertical steht, oder ein Stock, der in aufrechter Stellung auf einem Finger balancirt wird, bieten Beispiele eines solchen Gleichgewichtes dar. In dem besonderen Falle, daß Schwerpunkt und Unterstützungspunkt zusammenfallen, findet das Gleichgewicht bei jeder Lage des Körpers statt. Diese Art des Gleichgewichtes pflegt man das indifferente Gleichgewicht zu nennen. Beispiele für diesen Fall liefert eine auf horizontaler Ebene ruhende Kugel, oder ein mit seiner Seitenfläche daselbst aufliegender Kegel.

Befindet sich ein Körper auf einer Unterstützungsfläche in einem stabilen Gleichgewichte, so ist eine Kraft nöthig, um den Körper durch Drehung um eine seiner Kanten aus seiner Lage zu bringen. Das Moment des Körpers in Bezug auf die Umdrehungskante, d. i. das Product des Gewichtes des Körpers mit dem Abstande seiner Directionslinie von gedachter Kante, gilt als Maß der Standfähigkeit oder Stabilität des Körpers rücksichtlich der Drehung um jene Kante. Denn eine im Schwerpunkt des Körpers horizontal wirkende Kraft, welche den Körper durch Drehung um genannte Kante aus seiner Lage zu bringen strebt, muß, um dahin zu gelangen, hinsichtlich dieser Kante ein Moment besitzen, welches jenes Maß übertrifft. Bezeichnet Q das Gewicht des Körpers, P die Kraft genügend diesem Gewichte bei Umdrehung um die Kante das Gleichgewicht zu halten; ferner a die Entfernung der Directionslinie von dem Punkte A der Umdrehungskante, in welchem die durch den Schwerpunkt des Körpers gelegte Verticalebene jene Kante schneidet; endlich b den Abstand des Schwerpunktes von der Grundfläche; so gibt die Gleichheit der Momente in Bezug auf den Drehpunkt A die Relation $P = Q \cdot \frac{a}{b}$. Die Stabilität wächst also mit dem Gewichte des Körpers, mit der Entfernung der Directionslinie vom Rande der Grundfläche, und nimmt mit der Höhe des Schwerpunktes ab.

Hiernach wird die Standfähigkeit der Bauwerke, Geräthschaften, befrachteten Wagen, der mehr oder minder feste Stand der Thiere und Menschen beurtheilt. Postamente oder Säulen von Stein stehen fester als gleich große und gleich gestaltete Postamente oder Säulen von Holz. Die Fußgestelle hoher Leuchter oder Lampen füllt man mit Blei aus, um ihre Stabilität zu vergrößern. Durch Ausbreitung der Grundfläche an Gefäßen und an Möbeln sichert man diese Gegenstände gegen das Umfallen. Vierfüßige Thiere haben wegen der ausgedehnteren Grundfläche, auf welcher ihr Körper ruht, eine größere Stabilität als Menschen. In einem schwankenden Boote ist die Gefahr des Umschlagens geringer wenn man sich darin niederlegt, als wenn man aufrecht steht. Ein mit Stroh oder Heu beladener Wagen ist dem Umwerfen mehr ausgesetzt als ein Wagen, dessen Ladung aus dichten Stoffen besteht. Beim Beladen eines Wagens oder Schiffes hat man daher darauf zu sehen, daß die schwersten Sachen unten liegen. In neuerer Zeit werden die Postkutschen in der Art gebaut, daß der größere Theil der Ladung möglichst nahe den Achsen der Räder liegt, wodurch die Gefahr des Umfallens beträchtlich vermindert wird. In der Technik findet die Berechnung der Stabilität der Körper vielfache Anwendung. Einige einfache dahin einschlagende Aufgaben sind folgende:

Für ein auf horizontaler Ebene stehendes Parallelepiped, dessen drei Abmessungen a, b, c sind und dessen Cubikeinheit das Gewicht p hat, ist, wenn der Köper auf dem Rechtecke ab aufsteht, die Stabilität in Bezug auf die Kante a gleich $\frac{1}{2}ab^2cp$; und die Stabilität in Bezug auf die Kante b gleich $\frac{1}{2}a^2bcp$. — Für ein auf horizontaler Ebene stehendes senkrechtes dreiseitiges Prisma, dessen Grundflächen rechtwinkelige Dreiecke mit den Katheten b und c sind, und dessen dritte Abmessung a darstellt, ist die Stabilität, wenn der Körper aufsteht, in Bezug auf die eine Kante a gleich $\frac{1}{3}ab^2cp$; und die Stabilität in Bezug auf die andere Kante gleich $\frac{1}{3}ab^2cp$. — Für ein auf horizontaler Ebene stehendes senkrechtes Prisma, dessen Grundflächen Trapeze mit den parallelen Seiten a, b und der Höhe h sind, und dessen dritte Dimension c bezeichnet, ist die Stabilität, wenn der Körper auf einem der Trapeze aufsteht, in Bezug auf die Achse a gleich $\frac{1}{6}h^2(a+2b)cp$; und in Bezug auf die Achse b gleich $\frac{1}{6}h^2(2a+b)cp$. — Auf einer horizontalen Ebene steht eine lothrechte Mauer von der Länge a, Breite b und Höhe h. Eine äußere Einwirkung strebt diese Mauer um die Längekante a umzuwerfen, weßhalb die Mauer auf der dem Druck gegenüberliegenden Seite dossirt ist. Bezeichnet c die Auslage der Dossirung, welche mit der Mauer einerlei Länge und Höhe hat, und aus demselben Material besteht; so ist die Stabilität der Dossi-

rung gleich $\frac{a\,c\,h}{2}\,.\,p\,.\,\frac{2}{3}c$, und die Stabilität des parallelepipedischen Theils gleich $a\,b\,h\,p\left(c+\frac{b}{2}\right)$; folglich die Stabilität der dossirten Mauer gleich $\frac{a\,h\,p}{6}\{2\,c^2+6\,c\,b+3\,b^2\}$. Ist die Mauer auf beiden Seiten dossirt, so ist die Stabilität in Beziehung auf die Längenkante a gleich:

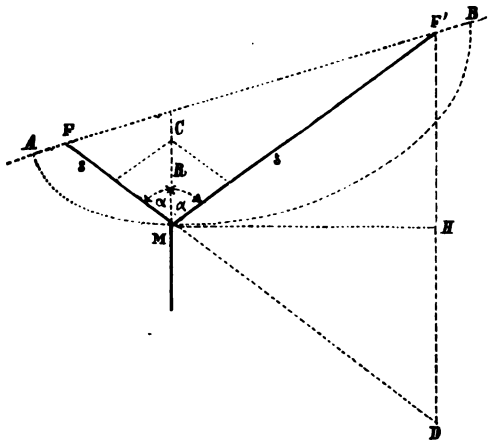
$$\frac{a\,h\,c}{2}\,p\,.\,\frac{2}{3}c+a\,b\,h\,p\left(c+\frac{b}{2}\right)+\frac{a\,h\,k}{2}\,p\left(c+b+\frac{k}{3}\right),$$

wo k die Auslage der auf der Seite des Drucks befindlichen Dossirung bezeichnet.

4. Von den auf Seile wirkenden Kräften.

Ein gewichtloses Seil FMF′ (Fig. 23) ist in den Punkten F und F′ befestigt, und an dasselbe mittelst eines beweglichen Ringes M das Gewicht R aufgehangen. Bei der Bewegung des Ringes bleiben die beiden Seilstücke MF und MF′ stets gespannt, was bewirkt, daß dabei der Aufhängepunkt M eine Ellipse beschreibt, deren große Achse AB = MF + MF′ ist und Brennpunkte F und F′ sind. Soll nun gedachter Punkt M vermöge der Kraft R auf dieser Curve im Gleichgewichte sein, so muß die Directionslinie MC auf der Tangente für jenen Punkt M der Ellipse senkrecht stehen. Die Geometrie lehrt aber, daß die Normale MC den Winkel FMF′ der zwei Leitstrahlen halbirt; mithin müssen die durch das Gewicht R in den zwei Seilstücken MF und MF′ hervorgerufenen inneren Kräfte oder die Spannungen dieser Seilstücke einander gleich sein. Die Größe S dieser Spannung beträgt $\frac{R}{2\cos\alpha}$, wo α die Hälfte des Winkels FMF′ bezeichnet. Um die Lage des Punktes M für den Fall des Gleichgewichtes zu bestimmen, ziehe man die Verticale F′D, und durch-

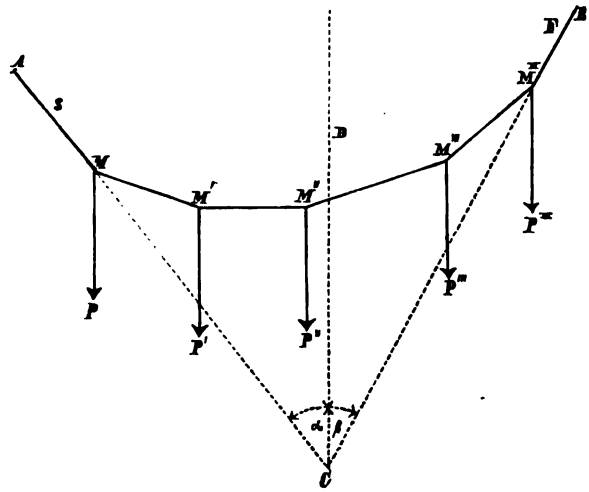
Fig. 23.



schneide diese Linie von F aus mittelst eines Kreisbogens, dessen Halbmesser der Gesammtlänge des Seiles gleich ist in D; hierauf halbire man die Gerade F'D in H, und ziehe endlich die Horizontale HM; letztere Linie wird dann die Gerade FD in dem gesuchten Punkte M schneiden.

Ein gewichtloses Seil ist mit seinen beiden Enden A und B (Fig. 24)

Fig. 24.



befestigt, und an verschiedenen anderen Punkten oder Knoten M, M', M''... durch herabhängende Gewichte P, P', P''... belastet. Für den Zustand des Gleichgewichtes muß die Resultirende R der an den Knoten wirksamen Kräfte P, P', P''... durch den Punkt C gehen, in welchem die Richtungen der beiden letzten Seilstücke AM und BM'' einander schneiden; woraus zugleich hervorgeht, daß das sich bildende Seilpolygon in der durch die beiden Befestigungspunkte gelegten Verticalebene liegt. Bezeichnet man mit α und β die Winkel, welche die Richtungen der beiden letzten Seilstücke mit der Verticalen CD einschließen; ferner mit S und T die Spannungen jener beiden Seilstücke; so bekommt man

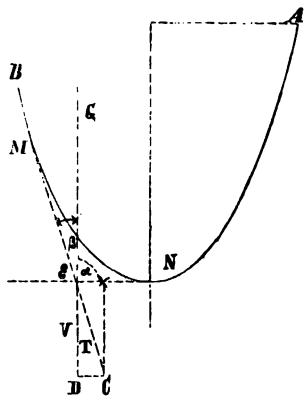
$$S = \frac{R \sin \beta}{\sin(\alpha+\beta)} \text{ und } T = \frac{R \sin \alpha}{\sin(\alpha+\beta)}.$$

Ebenso leicht lassen sich die an andern Stellen des Seilpolygons stattfindenden Spannungen mit Hülfe des Parallelogrammes der Kräfte bestimmen.

Man kann ein schweres homogenes Seil oder eine schwere homogene Kette als einen gewichtlosen Faden *ansehen*, der in allen seinen

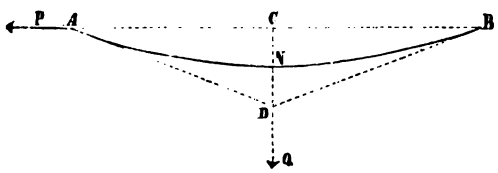
Punkten durch kleine verticale Kräfte herabgezogen wird, deren Summe dem Gewichte des Seils oder dem der Kette gleichkommt. Wird ein solches Seil an zwei Punkten A und B (Fig. 25) befestigt, so erhält man ein Seilpolygon von unendlich vielen Seiten oder vielmehr eine krumme Linie ANB, welche **Kettenlinie** heißt. Um die Spannung T an einem beliebigen Punkt M zu bestimmen, verlängere man die in diesem Punkte an die Curve gelegte Tangente MC bis zu ihrem Zusammentreffen mit der durch den tiefsten Punkt N gezogenen Tangente, welche eine horizontale Lage haben muß. Gedachte Tangenten durchschneiden sich in der Directionslinie GD des Seilstückes NM, so daß die in jenen tangentialen Richtungen entstehenden Spannungen T und H mit dem Gewichte V dieses Seilstückes im Gleichgewichte stehen. Die Spannung T in irgend einem Punkte des Seiles hat also eine constante Horizontalspannung H, welche der Spannung des tiefsten Punktes N gleich kommt, und eine veränderliche Verticalspannung V, welche dem Gewichte V des Seilstückes NM vom tiefsten Punkte N bis zum betreffenden Punkte M gleich ist. Die höher liegenden Punkte erleiden deßhalb eine stärkere Spannung als die tieferliegenden. Die Spannung T selbst beträgt so viel wie das Gewicht des Bogens dividirt durch den Sinus des Winkels, welchen die Tangente an dem Endpunkte des Bogens mit der Horizontallinie bildet. Befinden sich die beiden Aufhängepunkte AB in einer horizontalen Linie, so liegt der tiefste Punkt in der Mitte des Seiles und die verticale Spannung in jedem Aufhängepunkte ist dann dem halben Gewichte des Seiles gleich.

Fig. 25.



Wird ein Seil mit dem einen Ende B (Fig. 26) an eine Last befestigt, und letztere durch eine am andern Ende A des Seiles horizontal wirkende Zugkraft P fortgezogen, so läßt sich das Seil nicht in eine mit dieser Richtung zusammenfallende gerade Linie ausspannen. Denn bezeichnet Q das Gewicht

Fig. 26.



des Seiles, so hat man die Relation $P = Q \cdot \frac{\sin CDB}{\sin ADB}$; dieselbe liefert aber für P einen unendlich großen Werth, wenn das Seil in eine gerade Linie ausgespannt werden soll, weil in diesem Fall der Winkel $CDB = 90^0$, und der Winkel $ADB = 180^0$ wird.

II. Gleichgewicht der Kräfte an Maschinen.

1. Maschinen überhaupt. — Einfache und zusammengesetzte Hebel.

Der Zusammenhang der Theile fester Körper gestattet mittelst gewisser Vorrichtungen eine Kraft auf einen außerhalb ihrer Richtung liegenden Punkt zu übertragen und auf einen daselbst befindlichen Widerstand wirken zu lassen. Dergleichen Vorrichtungen heißen Maschinen; den mittelst der Maschine zu überwältigenden Widerstand nennt man Last, während die zur Bekämpfung dienende Kraft vorzugsweise Kraft genannt wird. Um den Effect einer Maschine zu beurtheilen, denkt man sich die Kraft gegen die Last dergestalt abgemessen, daß beide Kräfte vermittelst der Maschine einander das Gleichgewicht halten; das Verhältniß, in welchem sie hierbei zu einander stehen, heißt das statische Verhältniß der Maschine. Zeigt sich dabei die Kraft kleiner als die Last, so findet ein Gewinn an Kraft statt; dagegen tritt ein Verlust an Kraft ein, wenn die Kraft die Last an Größe übertrifft. Eine Maschine heißt einfach, wenn sie keine Bestandtheile enthält, die für sich als Maschinen dienen können; zusammengesetzt heißt dagegen die Maschine, wenn sie aus mehreren mit einander verbundenen Maschinen besteht. Die einfachen Maschinen zerfallen in zwei Klassen, in solche, welche auf drehende Bewegung, und in andere, welche auf gleitende Bewegung hinzielen; bei der ersten Klasse hängt das Gleichgewicht vom Satze des statischen Momentes ab, bei der zweiten Klasse vom Satze des Parallelogramms der Kräfte. Die einfachen Maschinen der ersteren Art sind der Hebel, das Wellrad, die feste Rolle und die lose Rolle; in die zweite Klasse gehören die schiefe Ebene, der Keil, die Schraube und die Kniepresse. Aus diesen einfachen Maschinen besteht die zahllose Menge zusammengesetzter Maschinen, deren man sich zu den mannigfaltigsten Zwecken bedient. Die Beurtheilung der Wirkung aller zusammengesetzten Maschinen beruht auf der Kenntniß der Wirkung ihrer einfachen Bestandmaschinen; es ist daher nothwendig in der Physik mit der Theorie der einfachen Maschinen sich zu beschäftigen, damit man im Stande sei, die Einrichtung und Anwendung der verschiedenen vorkommenden Apparate richtig beurtheilen zu können. — Wir betrachten, wie schon gesagt, hier

die Maschinen nur im Gleichgewichte und dabei noch im *idealen* oder *mathematischen* Zustande, d. h. es wird bei der Maschine auf die Bewegungshindernisse keine Rücksicht genommen, wie Reibung und Widerstand, den die Seile, die in der Maschine etwa angewendet werden, gegen ihre Biegung äußern. Wie dergleichen Hindernisse abzuschätzen, d. h. wie die Maschinen im *reellen* oder *physischen* Zustande zu betrachten sind, wird sich in der Folge zeigen. Will man mit Hülfe der Maschine die Last in Bewegung versetzen und darin erhalten, so muß man die für den Zustand des Gleichgewichtes erforderliche Größe an Kraft um einen gewissen Betrag vermehren, um eines Theils jene Bewegungshindernisse zu überwinden, und andern Theils die beabsichtigte Bewegung zu erzeugen. Die Abschätzung des in Frage stehenden Ueberschusses an Kraft beruht auf besonderen Principien, welche in der Lehre von der Bewegung oder in der Dynamik zur Sprache kommen.

Jeder gerade oder gekrümmte um eine feste Achse bewegliche Stab wird *Hebel* genannt. Der Hebel heißt *einarmig*, wenn die Angriffspunkte der Kraft und Last auf einerlei Seite des *Unterstützungs*punktes liegen: dagegen *zweiarmig*, wenn dieser Punkt zwischen jenen Angriffspunkten sich befindet. Die Vereinigung zweier Stäbe unter einem Winkel, dessen Scheitel den Unterstützungspunkt abgibt, heißt ein *Winkelhebel*. Von welcher Beschaffenheit der Hebel auch sein mag, immer müssen für den Fall des Gleichgewichtes in Bezug auf den Unterstützungspunkt die in einem Sinne drehenden Momente den im entgegengesetzten Sinne drehenden gleich sein; denn die Resultirende geht alsdann durch den Unterstützungspunkt und es kann keine Bewegung erfolgen. Bezeichnen wir mit P die Kraft, mit Q die Last und G das Gewicht des Hebels; ferner mit α, β und γ die Winkel, welche die Richtungen dieser Kräfte mit den Verbindungslinien a, b, c ihrer Angriffspunkte mit dem Unterstützungspunkte machen; so haben wir für den Stand des Gleichgewichtes die Relation: $Pa\sin\alpha = Qb\sin\beta + Gc\sin\gamma$, vorausgesetzt, daß das Moment des Gewichtes des Hebels dem Moment der Last zu Gute kommt. Das Moment jenes Gewichtes muß dagegen zu dem Momente der Kraft addirt werden, wenn diese Kräfte den Hebel in einerlei Sinn zu drehen streben; was der Fall sein wird, wenn der Schwerpunkt des Hebels auf die Seite der Kraft fällt und diese abwärts gerichtet ist, oder wenn jener Schwerpunkt auf die Seite der Last fällt und diese aufwärts wirkt. Sind die Winkel α, β, γ sämmtlich rechte Winkel, so hat man $Pa = Qb + Gc$; in welchem Falle die Hebelarme mit den Entfernungen der Angriffspunkte von der Drehachse übereinstimmen. Ist überdies $c = o$, so verhalten sich in diesem besonderen Falle die Kräfte im Zustande des Gleichge-

wichtes verkehrt wie ihre Hebelarme. Dreht ſich der Hebel, ſo verhalten ſich die Geſchwindigkeiten u, v der beiden Angriffspunkte wie a zu b; und es beſteht die Relation $P.u = Q.v$. Durch Vermittelung des Hebels läßt ſich alſo eine große Laſt mit einer kleinen Kraft in Bewegung ſetzen. Die Kraft muß aber deßhalb eine verhältnißmäßig größere Geſchwindigkeit als die Laſt beſitzen, ſo daß was auf der einen Seite an Kraft gewonnen wird, auf der anderen Seite an Geſchwindigkeit verloren geht. Der eben ausgeſprochene Satz behält in der geſammten Mechanik Gültigkeit, und läßt ſich leicht an jeder Maſchine nachweiſen. — Wirken ſämmtliche Kräfte rechtwinklig gegen die Verbindungslinien ihrer Angriffspunkte mit dem Unterſtützungspunkte, ſo iſt der Druck R, den dieſer Punkt erleidet, gleich $P + Q + G$, während er in dem allgemeineren Falle durch die Gleichung

$$\sqrt{(P\cos\alpha + Q\cos\beta + G\cos\gamma)^2 + (P\sin\alpha + Q\sin\beta + G\sin\gamma)^2}$$

beſtimmt wird.

In den Geſchäften des gewöhnlichen Lebens wird von dem Hebel vielfacher Gebrauch gemacht. Ein ſogenannter Hebel der erſten Art, bei welchem der Unterſtützungspunkt zwiſchen den Angriffspunkten der Laſt und der Kraft liegt, iſt der Hebebaum, um eine Laſt zu heben; ferner der Traghebel, ein über der Schulter ruhender Stab, mittelſt deſſen eine Laſt getragen wird. Scheeren und Zangen ſind aus zwei dergleichen Hebeln zuſammengeſetzt; der ſie vereinigende Stift bildet die Drehungsachſe; der Gegenſtand, welchen man zerſchneiden oder ergreifen will, iſt die Laſt, während die am andern Ende des Hebels thätige Hand die Kraft abgibt. Der Hammer beim Herausziehen eines Nagels an der Wand iſt ein Winkelhebel, bei welchem der auf der Wand aufliegende Kopf des Hammers den Stützpunkt darbietet und der zwiſchen den Zacken des Hammers befindliche Nagel als Laſt zu betrachten iſt. Ein Hebel der zweiten Art, bei welchem der Angriffspunkt der Laſt zwiſchen dem Unterſtützungspunkt und dem Angriffspunkt der Kraft liegt, iſt eine Thür, welche ſich in ihren Angeln dreht. Ein ſolcher Hebel iſt auch ein Schiebkarren; die Stelle, an welcher das Rad auf den Boden drückt, bildet den Stützpunkt; das Gewicht des Karrens ſammt Ladung gibt die Laſt, welche die an den Enden der Handhaben wirkſamen Kräfte fortzuſchaffen ſtreben. Aehnliche Hebel ſind das Hechſelmeſſer, mit welchem man das Stroh zerſchneidet, und das Ruder, mit dem man ein Boot vorwärts treibt. — Zu Hebeln der dritten Art, bei denen der Angriffspunkt der Kraft zwiſchen dem Angriffspunkt der Laſt und dem Drehpunkt liegt, gehören die Tritte an den Drehbänken und Spinnrädern; deßgleichen Feuerzangen, deren beide Schenkel durch die am Gelenke des Werkzeuges wirkſame Hand geöffnet und ge-

schlossen werden. In dem Bau unseres beweglichen Körpergerüstes finden wir mechanische Veranstaltungen, welche als Hebel dieser dritten Art zu betrachten sind. Der Muskel, welcher sich auf Geheiß des Willens zusammenzieht, wirkt hier als Kraft; das Gewicht des Gliedes sammt dem Widerstand, welcher letzterem sich entgegenstellt, ist die Last. Meistens haften die Muskeln mit ihren beiden Enden an Knochen, die unter einander durch ein Gelenk verbunden sind, welches den Drehpunkt für den beweglichen Knochen bildet. Der über das Gelenk hinlaufende Muskel ist dem Drehpunkte möglichst nahe angesetzt; auf solche Weise werden zweckwidrige Gestaltveränderungen vermieden, große Mannigfaltigkeit und Leichtigkeit in den Bewegungen ermöglicht, obschon Verlust an Kraft auf der andern Seite dabei eintritt. Bei ausgestrecktem Arme ist das auf der Hand liegende Gewicht ohngefähr 32 mal weiter vom Schultergelenk entfernt als der Angriffspunkt des den Arm emporziehenden Muskels. Beträge demnach das auf der Hand liegende Gewicht 10 Kilogramm, so müßte der Schultermuskel eine Kraft von 320 Kilogramm anwenden, wenn er senkrecht am Arm wirkte; weil er aber unter einem spitzen Winkel angreift, so muß die Kraft noch größer sein. Die Größe der Muskelkraft an und für sich hängt ab von der Zahl der wirksamen Fasern, also von der Dicke des Muskels, während der Umfang der erzeugten Bewegung durch die Länge desselben bedingt ist.

Durch eine Verbindung mehrerer zweiarmiger Hebel entsteht der zusammengesetzte Hebel. Es seien l, l', l'' die längeren Hebelsarme, und k, k', k'' die kürzeren Hebelsarme dreier einfacher in einander eingreifenden Hebel, deren Schwerpunkte der leichteren Betrachtung halber mit den Stützpunkten beziehungsweise zusammenfallen mögen. An dem Hebelsarm k'' wirkt die Last Q senkrecht, welche durch die am Hebelsarm l wirklich angebrachte Kraft P im Gleichgewicht erhalten werden soll. Man denke sich an dem Punkte, in welchem der dritte Hebel in den zweiten eingreift, zwei gleiche direct einander entgegengesetzte Kräfte x von solcher Größe angebracht, wie sie das statische Verhältniß der an dem dritten Hebel wirksamen Kräfte Q und x verlangt; deßgleichen an dem Punkte, in welchem der zweite Hebel in den ersten eingreift, zwei gleiche unmittelbar entgegengesetzte Kräfte y eingeführt, wie sie das statische Verhältniß der an dem zweiten Hebel thätigen Kräfte y und x fordert. Man hat dann die beiden Gleichungen $x\,l'' = Q\,k''$ und $y\,l = x\,k'$, in welcher ersteren Gleichung die eine Kraft x die Rolle der Kraft und in der zweiten Gleichung die andere Kraft die Rolle der Last spielt. Der zweiten Kraft y, welche

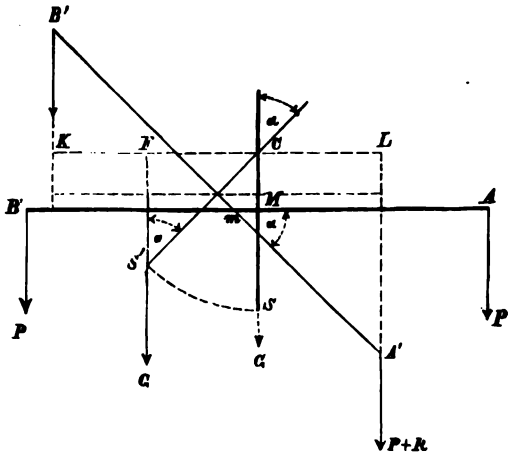
als Last betrachtet wird, muß die Kraft P mittelst des ersten Hebels im Gleichgewicht sein, was gibt $Pl = yk$. Durch Multiplication der vorstehenden drei Gleichungen mit einander entspringt $Pl.l'.l'' = Qk.k'.k''$, woraus $P = \frac{k.k'.k''}{l.l'.l''}.Q$. — Wäre jeder längere Hebelsarm stets zehnmal größer als jeder kürzere, so hätte man $P = \frac{1}{1000}Q$; bei einer solchen Hebelverbindung könnte dann die Kraft eine 1000 mal größere Last im Gleichgewichte erhalten. Man sieht aber bald ein, daß, wenn die große Last ein Centimeter steigen soll, die kleine Kraft um 1000 Centimeter sinken muß; der mechanische Vortheil oder der Gewinn an Kraft wird also vollständig ausgeglichen durch den mechanischen Nachtheil oder den Verlust an Geschwindigkeit. — Weil die Hebelarme leicht von einander abgleiten, so ist ein solches zusammengesetztes Hebelwerk zu Hebungen von Lasten nicht geeignet. Wie es durch eine kleine Veränderung in der Form, durch ein sogenanntes Räderwerk in gewünschter Weise ersetzt werden kann, wird sich zeigen, wenn von dem Rade an der Welle die Rede sein wird. Vorerst wollen wir uns aber mit einem für den Physiker wichtigen Instrumente etwas ausführlicher beschäftigen, nämlich der gemeinen Wage, womit er die Gewichte verschiedener Körper unter einander vergleichen, und die geringsten Differenzen derselben ermitteln kann, und dann noch einige andere Hebelwagen kennen lernen, welche im bürgerlichen Leben zur Bestimmung des Gewichtes der Körper benutzt werden.

2. Verschiedene Wagen.

Die gemeine Wage besteht aus einem gleicharmigen metallenen Hebel, dem Wagebalken, welcher vermöge einer durch seine Mitte gehenden scharfen abwärts gekehrten Schneide von Stahl auf einer horizontalen glatten Unterlage, gewöhnlich Platten aus Achat oder Feuerstein, leicht beweglich ruht. Diese Schneide ist die Drehungsachse des Wagebalkens, und wird entweder von einer verticalen Säule getragen, oder in einer gabelförmigen Vorrichtung angebracht, der sogenannten Scheere, welche durch die Art der Aufhängung sich stets in eine verticale Lage versetzt. In der Mitte des Balkens steht senkrecht auf demselben ein aufwärts oder abwärts gerichteter Zeiger, die Zunge, welche seine Stellung bei jedesmaliger Belastung angibt. — An den Enden des Wagebalkens hängen die Wageschalen zur Aufnahme der abzuwägenden Körper und der Gewichte herab. Die Einrichtung der Wage soll von solcher Beschaffenheit sein, daß sich zwei gleiche in den Schalen befindlichen Gewichte das Gleichgewicht halten. Bezeichnet man

daher mit P das Gewicht des einen Armes des Balkens, mit P' das andern mit a die Länge des ersteren, mit a' die des zweiten, ferner m und b' die Entfernungen der Schwerpunkte der beiden Arme von Drehungsachse, und mit Q das auf jede der zwei Schalen gelegte wicht; so hat man für den Zustand des Gleichgewichtes $aQ + bP = a'Q + b'P'$ oder $bP - b'P' = (a' - a)Q$. Soll dieser Gleich für jeden Werth von Q Genüge geschehen, so muß $a = a'$ und $bP = b$ sein. Bei einer richtigen Wage müssen also die beiden Arme des B gebalkens gleiche Momente gegen die Drehungsachse haben, und Aufhängepunkte der Wageschalen von der Umdrehungsachse gleich v entfernt sein. Diesen Bedingungen wird entsprochen, wenn der Wa balken zu beiden Seiten der Drehachse vollkommen symetrisch geb ist, und die Aufhängeachsen der Wagschalen der Drehachse des Wa balkens genau parallel laufen. — Auf solche Weise hat man blos Durchschnitt des Wagebalkens mit der durch seinen Schwerpunkt S (Fig

Fig. 27.



gelegten Verticalebene zu betrachten. Die Durchschnittspunkte A u B dieser Ebene mit den Aufhängeachsen der Schalen können als Au hängepunkte der Schalen und der Durchschnittspunkt C gedac Ebenen mit der Drehachse als Drehungspunkt des Wageball angesehen werden. Man nennt die Gerade AB die Längenach ihren Halbirungspunkt M den Mittelpunkt, und die Hälften der L genachse die Arme des Wagebalkens. Die Stabilität des unbelaste Balkens erheischt, daß der Schwerpunkt S unter den Stützpunkt fa Die Längenachse hat eine horizontale Lage, wenn die Punkte S, M in einer und derselben Verticallinie liegen. Bei ungleicher Belast

der Schalen neigt sich der Wagebalken gegen die stärker belastete Seite hin, d. h. es entsteht ein Ausschlag. Je größer dieser Ausschlag bei einem bestimmten Zulagegewicht wird, desto empfindlicher ist die Wage. Die Bedingungen, von denen die Empfindlichkeit der Wage abhängt, ergeben sich aus folgender Betrachtung. Es sei G das Gewicht des Wagebalkens; sein Schwerpunkt S liege um die Größe c vom Stützpunkt C entfernt; an den Aufhängepunkten, die auf einer vom Stützpunkte um b abstehenden Linie sich befinden, wirken die Lasten P und überdies auf der einen Seite bei A das Uebergewicht R, wodurch der Wagebalken in die geneigte Stellung A'B' kommt, also $AmA' = \alpha$ der Ausschlagwinkel ist. Zieht man durch den Stützpunkt C eine Horizontale, welche den durch die Angriffspunkte A', B' und S' der drei Kräfte P + R, P und G gezogener Verticalen in den Punkten L, K und F begegnet; so besteht vermöge des Gesetzes des Gleichgewichtes die Gleichung:

$$(P + R)(a \cos \alpha - b \sin \alpha) = P(a \cos \alpha + b \sin \alpha) + G c \sin \alpha;$$

woraus

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{R a}{(2P + R) b + G c}.$$

Je länger folglich der Wagebalken ist, je geringer das Gewicht und die Belastung des Balkens sind, je näher der Schwerpunkt desselben und die Aufhängepunkte der Schalen dem Drehungspunkte liegen, einen desto größeren Ausschlag gibt ein bestimmtes Zulagegewicht, um so empfindlicher ist also die Wage. — Für $b = o$ bekommt man $\operatorname{tang} \alpha = \frac{aR}{cG}$, mithin der Ausschlagwinkel von der Belastung unabhängig. — Für $b = o$ und $c = o$ wird $\operatorname{tang} \alpha = \infty$, d. h. der Wagebalken nimmt alsdann bei der geringsten Ungleichheit der Belastung eine verticale Stellung an; dieser Fall ist deßhalb bei dem Baue einer Wage zu vermeiden.

Um die Richtigkeit einer Wage zu erproben, muß man vorerst zur Prüfung des Baues des Wagebalkens schreiten. Man nimmt zu diesem Behufe die Wagschalen hinweg und sieht, ob der Balken in horizontaler Lage stehen bleibt. Ist Solches der Fall, so kann man überzeugt sein, daß die Momente seiner unbelasteten Arme in Bezug auf die Achse einander gleich sind. Hierauf muß man sich vergewissern, ob die Schalen einerlei Gewichte haben. Um dahin zu gelangen, hängt man die Schalen ein, und beobachtet den Stand des Balkens, wenn er in Ruhe gekommen ist. Alsdann verwechselt man die Schalen und beobachtet wieder die Lage des ruhenden Balkens. Stimmen beide Lagen genau überein, so haben beide Schalen dasselbe Gewicht. Wenn dies nicht der Fall ist, muß man das Gewicht der schwereren vermin-

dern, bis die Gleichheit hergestellt ist. Um zu untersuchen, ob beide Arme gleich lang sind, legt man, nachdem man sich vorerst versichert hat, daß der unbelastete Balken in horizontaler Lage zur Ruhe kommt, auf die beiden gleich schweren Schalen gleiche Gewichte. Ist der Stand des Balkens, wenn er zur Ruhe gekommen ist, wieder die horizontale, so werden die Arme gleich lang sein. Findet man bei dieser Prüfung, daß die Arme nicht gleich lang sind, so muß man den einen oder den andern Arm so lange verkürzen oder verlängern, bis der Balken bei der abermals vorgenommenen Prüfung in horizontaler Lage in Ruhe bleibt. Die Empfindlichkeit einer Wage schätzt man nach dem Bruche, dessen Nenner die größte erlaubte Belastung ist, und dessen Zähler das kleinste Gewicht bezeichnet, bei welchem die Wage unter der größten Belastung noch einen merklichen Ausschlag herbeiführt. Eine Wage, welche bei einem Kilogramm Belastung noch für ein Milligramm empfindlich ist, genügt für viele physikalische Zwecke.

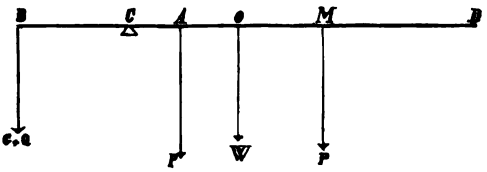
Selbst sehr genau gearbeitete Wagen entsprechen nicht in aller Strenge den Bedingungen, welche erfüllt werden müssen, um als eine vollkommen richtige Wage gelten zu dürfen. Bei solchen Wagen sind aber die Fehler so klein, daß man sie in den meisten Fällen gänzlich außer Acht lassen kann. Will man jedoch eine möglichst genaue Wägung erzielen, so bedient man sich der Methode der **Doppelwägung**. Man bringt nämlich den zu wägenden Körper in die eine Schale, und legt in die andere so viele Gewichte, als zur Herstellung des Gleichgewichtes erforderlich sind; hierauf nimmt man den Körper hinweg und ersetzt ihn durch die nöthigen Gewichte bis der vorige Stand des Gleichgewichtes wieder hergestellt ist; letztere Gewichte geben dann offenbar das Gewicht des Körpers an. Damit die Reibung zwischen den Lagern und der Drehungsachse bei beiden Abwägungen gleich groß bleibe, und daher keinen Einfluß auf die Bestimmung des Gewichtes ausübe, ist es gut den Wagebalken, während man den abzuwägenden Körper von der Schale nimmt und an dessen Stelle Gewichte bringt, in seiner ersten Lage zu unterstützen, und ihn erst dann wieder frei zu lassen, wenn die eingelegten Gewichte dem Gewichte des Körpers schon nahe gleich kommen.

Dieses Verfahren führt selbst an einer falschen Wage zur genauen Bestimmung des Gewichtes eines Körpers. Dasselbe gilt auch für die folgende Verfahrungsweise. Man legt den abzuwägenden Körper, dessen unbekanntes Gewicht X ist, in eine Wagschale, und so viel Gewicht P in die andere, als erforderlich ist, um den Balken in horizontaler Lage ins Gleichgewicht zu bringen. Es besteht dann die Gleichung $Pb = aX$, in welcher a und b zwei vom Bau des Balkens abhängige

Größen sind. Hierauf unterstütze man den Balken und bringe den Körper in die andere Schale. Bezeichnet Q alsdann das erforderliche Gegengewicht, um den Balken wieder in horizontaler Lage in Ruhe zu versetzen; so hat man $Q a = b X$. Aus beiden Gleichungen entspringt $X = \sqrt{PQ}$; d. h. das Gewicht des Körpers ist die mittlere geometrische Proportionale zwischen den beiden Gewichten, welchen er in den beiden verschiedenen Schalen das Gleichgewicht hält.

Die Schnellwage ist ein ungleicharmiger Hebel, an dessen kürzerem Arme BC (Fig. 28) die Schale oder der Hacken zur Aufnahme

Fig. 28.



des abzuwägenden Körpers sich befindet, und auf dessen längerem Arme CD ein bestimmtes Gewicht P, das Laufgewicht genannt, so lange hin und her geschoben wird, bis es mit dem fraglichen Körper bei horizontaler Lage des Wagebalkens im Gleichgewichte steht. Diese Wage hat ihre Vortheile, wenn es sich um Abwägung größerer Lasten und mehr um eine schnelle als eine genaue Gewichtsbestimmung handelt. Ist die Schnellwage dergestalt eingerichtet, daß der Schwerpunkt des Wagebalkens sammt der Wagschale genau in den Unterstützungspunkt C fällt, so wird das Gewicht Q des Körpers durch die Gleichung $Q = P \cdot \frac{CM}{CB}$ bestimmt, in welcher CM die Entfernung des Laufgewichtes vom Unterstützungspunkt bedeutet, wenn es mit dem Körper im Gleichgewichte steht. Im vorliegenden Falle kann man daher den kürzeren Arm BC auf den längeren so oft übertragen, als es angeht und durch Multiplication des Laufgewichtes mit der Anzahl der Theilstriche, welche zwischen das Laufgewicht und den Stützpunkt fallen; das gesuchte Gewicht Q erhalten. — Bleibt aber der Balken unbelastet nicht in der horizontalen Lage in Ruhe, so muß die Eintheilung der Schnellwage geändert werden. Es sei O der Schwerpunkt des Wagebalkens, W dessen Gewicht, G das Gewicht der Wagschale, P das Laufgewicht, und A der Punkt, auf welchen letzteres Gewicht geschoben werden muß, um mit der leeren Schale im Gleichgewicht zu sein; es besteht dann die Gleichung

$$G \cdot BC = P \cdot CA + W \cdot CO.$$

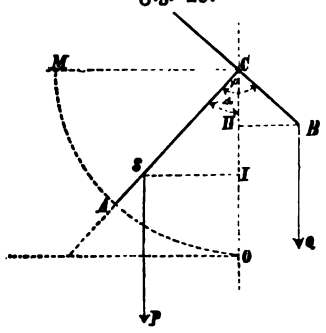
Wird jetzt in die Schale das Gewicht Q gelegt und zur Herstellung des Gleichgewichtes das Laufgewicht nach M geschoben, so ist

$$(G + Q)\,BC = P.CM + W.CO.$$

Durch Subtraction der ersteren Gleichung von der letzteren entspringt $Q = P.\frac{AM}{BC}$; woraus erhellet, daß die Eintheilungspunkte in dem zweiten Falle wie in dem ersteren aufgetragen werden, nachdem vorerst der Anfangspunkt der Scala ermittelt worden ist, d. h. diejenige Stelle, an welche das Laufgewicht gebracht werden muß, damit der Wagebalken mit der leeren Schale in horizontaler Lage in Ruhe erscheine.

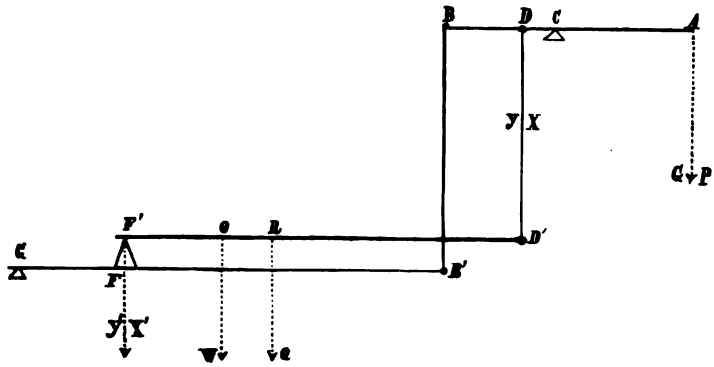
Die Zeigerwage ist ein Winkelhebel ACB (Fig. 29), welcher um den festen Punkt C beweglich ist und dessen Arm CA über einem aus C beschriebenen Kreisbogen OM spielt. In B hängt eine Wagschale, welche zur Aufnahme des abzuwägenden Körpers dient. Der Arm CA oder der Zeiger der Wage wird aus einer so schweren Materie verfertigt, daß das in seinem Schwerpunkte S vereint gedachte Gewicht P allein die Dienste eines Gegengewichtes leistet. So lange der Balken nicht belastet ist, fällt der Zeiger in die Verticallinie CO. Wie aber eine Last Q auf die Wagschale wirkt, neigt sich der Arm CB (b) und der andere Arm CA erhebt sich, so daß der Winkelhebel eine Lage annimmt, in welcher die Momente Q.BH und P.SJ auf beiden Seiten gleich sind. Bezeichnet man mit α den Winkel ACO, welchen der Zeiger mit der Verticallinie macht, mit a die Entfernung CS seines Schwerpunktes von dem Unterstützungspunkte und mit φ den Winkel ACB; so wird die Gleichung für das Gleichgewicht $Pa \sin \alpha = Qb \sin(\varphi - \alpha)$; woraus folgt: $\operatorname{tang} \alpha = \frac{Qb \sin \varphi}{Pa + Qb \cos \varphi}$. Man kann die Theilung am Bogen OM nach dieser Formel einrichten, damit der Zeiger das Gewicht der Last unmittelbar angibt. Ist $\varphi = 90^0$, so erhält man $\operatorname{tang} \alpha = \frac{b}{Pa}.Q$. Die Tangente des Neigungswinkels des Zeigers wächst alsdann genau in dem Verhältnisse des Gewichtes des Körpers.

Fig. 29.



Die Brückenwage ist ein zusammengesetzter Hebelapparat. Auf dem ersten in G unterstützten einarmigen Hebel GB' (Fig. 30) liegt der Stützpunkt F eines zweiten einarmigen Hebels F'D'. Die Endpunkte B' und D' beider Hebel sind in zwei verticale Zugstangen B'B

Fig. 30.



und D'D eingehängt, welche ihrerſeits wieder an dem kürzeren Arm eines in C unterſtützten dritten ungleicharmigen Hebels beweglich eingehängt ſind. Der längere Arm CA dieſes Hebels trägt die Schale zur Aufnahme der Gewichte, während auf den Hebel F'D', die ſogenannte **Brücke**, die Laſt gelegt wird. Wie ſich das Gewicht Q der Laſt auf dieſer für den Handel nützlichen Wage bei der Wiederherſtellung des Gleichgewichtes durch das in die Wagſchale gelegte Gewicht P beſtimmen läßt, ergibt ſich aus folgender Betrachtung. In O ſei der Schwerpunkt der Brücke, deren Gewicht W iſt, in R der Schwerpunkt der Laſt und Q ihr Gewicht. Das Gewicht W vertheilt ſich auf die beiden Punkte D' und F' in der Art, daß auf D' der Theil $X = W \cdot \frac{OF'}{F'D'}$ und auf F' der Theil $X' = W \cdot \frac{OD'}{F'D'}$ kommt. Ebenſo kommt von dem Gewichte Q auf den Punkt D' der Theil $Y = Q \cdot \frac{RF'}{F'D'}$ und auf den Punkt F' der Theil $Y' = Q \cdot \frac{RD'}{F'D'}$. Der durch die Kraft $(X' + Y')$ auf den Punkt B' mithin auch auf den Punkt B verurſachte Druck iſt gleich $(X' + Y') \frac{GF}{GB'}$, während der Punkt D mit einer Kraft gleich $(Y + X)$ herabgezogen wird. Soll nun dieſe in B und D wirkenden Kräfte durch das in die Schale gelegte Gewicht P im Gleichgewicht erhalten werden, ſo hat man, wenn G das Gewicht der Schale bezeichnet, nachſtehende Gleichung:

$$(P + G)\,AC = (X + Y)\,CD + (X' + Y') \cdot \frac{GF}{GB'} \cdot CB.$$

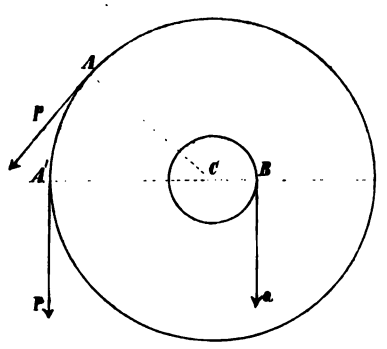
Nimmt man das Verhältniß der Hebelarme GF und GB' auf ſolche Art an, daß $\frac{GF}{GB'} \cdot CB = CD$ iſt, ſo verwandelt ſich die vorige Gleichung in folgende einfachere: $(P + G)\,AC = (X + Y + X' + Y')\,CD$, oder

in: $(P + G)\,AC = (W + Q)\,CD$. Wird bei der Einrichtung der Wage das Gewicht der Brücke und Hebel durch das Gewicht der leeren Schale ausgeglichen, besteht mithin die Gleichung $G \cdot AC = W \cdot CD$; so erhält man $Q = P\frac{AC}{CD}$. Macht man $CD = \frac{AC}{10}$, so hat man eine sogenannte Decimalwage. Die oben aufgestellte Bedingungsgleichung $\frac{GF}{GB'} \cdot CB = CD$ führt den bemerkenswerthen Umstand herbei, daß die Lage des Schwerpunktes der Last bei der Wage gar nicht berücksichtigt zu werden braucht, die Last also an jeder beliebigen Stelle auf die Brücke gelegt werden kann.

3. Anderweitige Maschinen mit Drehung.

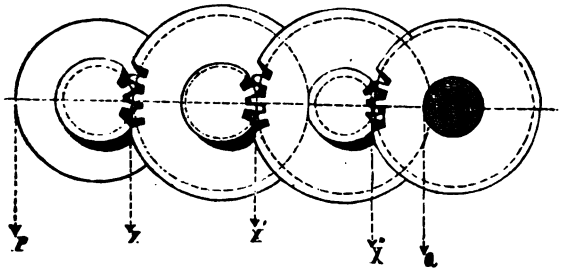
Das Wellrad ist ein um seine Achse beweglicher Cylinder (Welle) mit einem Rade, dessen Ebene senkrecht auf der Achse des Cylinders steht. Die Kraft wirkt am Umfange des Rades, die Last am Umfange des Cylinders. Man kann das Wellrad als einen zweiarmigen Hebel betrachten, welcher, je nachdem die Kräfte parallel oder schief gegen einander wirken, als ein gerader $A'CB$, oder als ein Winkelhebel ACB (Fig. 31) erscheint, dessen Arme AC, CB den Halbmessern des Rades und der Welle entsprechen. Da die Kraft P und die Last Q nach den auf jenen Halbmessern senkrechten Richtungen wirksam sind, so besteht für den Gleichgewichtszustand die Gleichung $P \cdot AC = Q \cdot CB$. Die Achse der Welle hat entweder eine horizontale, oder verticale, oder gegen den Horizont geneigte Lage. Bei horizontaler Welle heißt das Wellrad im Allgemeinen Haspel, und zwar Radhaspel, wenn die Kraft an einem wirklichen Rade wirkt, und Kreuzhaspel, wenn das Rad durch kreuzweise durchgesteckte Stäbe ersetzt wird. Bei verticaler Welle wird das Wellrad Winde genannt; der Göpel, das Laufrad, die Tretscheibe, das Wasserrad gehören hierher.

Fig. 31.



Sind mehrere an verschiedenen Wellen befindliche Räder dergestalt mit einander verbunden, daß die Drehung eines Rades die der andern bedingt, so heißt die Vorrichtung ein Räderwerk. Jede Welle trägt ein größeres Rad, vorzugsweise Rad genannt, und ein kleineres, welches Getriebe heißt. Jede Welle greift, wie (Fig. 32) es zeigt, mit *ihrem Rade in das* Getriebe einer vorhergehenden und mit ihrem Ge-

Fig. 32.



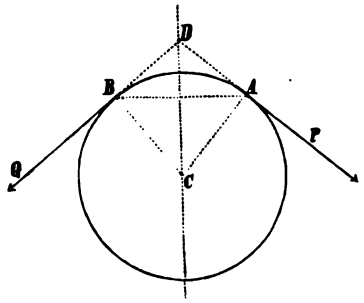
triebe in das Rad einer nachfolgenden Welle durch sogenannte Zähne ein, welche bei den Rädern schlechtweg Zähne, und bei den Getrieben Triebstöcke heißen. An dem Umfange des Rades der ersten Welle greift die Kraft P an, während an dem Umfange des Getriebes der letzten Welle die Last Q wirkt. — Bezeichnet man mit r, r', r''... die Halbmesser der Räder, mit k, k', k''... die Halbmesser der Getriebe der einzelnen Wellen, ferner mit X, X', X''... die zwischen zwei eingreifenden Rädern stattfindenden Widerstände; so gibt das Gleichgewicht der einzelnen Wellen die Relation:

$$\frac{P}{X}=\frac{k}{r},\quad \frac{X}{X'}=\frac{k'}{r'},\quad \frac{X'}{X''}=\frac{k''}{r''}\ldots;$$

woraus durch Multiplication entspringt: $P=Q\,.\,\frac{k\,.\,k'\,.\,k''\ldots}{r\,.\,r'\,.\,r''\ldots}$; d. h. die Kraft verhält sich zur Last, wie das Produkt der Radien der Getriebe zum Produkte der Radien der Räder. — Solche Räderwerke kommen in sehr verschiedener Form vor. Sie werden Stirnräder oder Kronräder oder conische Räder genannt, je nachdem die Zähne radial auslaufen, oder senkrecht auf den Radien stehen, oder die Kegelform haben. Besteht die Welle aus zwei kreisförmigen Scheiben, die durch runde Stäbe mit einander verbunden sind, zwischen welche die Zähne des Rades eingreifen, so heißt das Räderwerk ein Trilling.

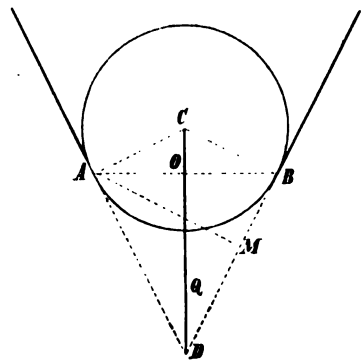
Eine Rolle ist eine kreisförmige Scheibe, an deren Umfang eine Furche zur Aufnahme eines Seiles eingeschnitten ist, auf welches entgegengesetzte Kräfte wirken. Die Rolle heißt eine feste, wenn sie bloß um ihre Achse sich drehen kann; dagegen heißt sie eine bewegliche, wenn sie sammt der Achse sich fortbewegen läßt. Es sei AB (Fig. 33) ein von einem absolut biegsamen Seile umfaßtes Bogenstück einer festen Rolle, C ihr Mittelpunkt, P und Q die Kräfte, welche das Seil spannen. Da C ein fixer Punkt ist, so besteht für das Gleichgewicht genannter Kräfte die Relation $P\,.\,AC=Q\,.\,BC$; d. h. bei der festen

Fig. 33.



Rolle ist im Zustande des Gleich gewichtes die Kraft der Last gleic Diese Maschine gewährt also kei Kraftersparniß, wohl aber den w sentlichen Vortheil, daß sie d Kraft eine andere Richtung zu g ben gestattet, weßhalb sie den auch Leitrolle genannt wird. – Die bewegliche Rolle wi von einem Seile getragen, d mit einem Ende durch einen N gel festgehalten ist, unter der Rolle hergeht, dann aufwärts steig um mit seinem andern Ende als Angriffspunkt der Kraft P zu diene während der Angriffspunkt der Last Q in die Achse der Rolle fäl Für den Fall des Gleichgewichtes besteht in Bezug auf den Punkt (Fig. 34) die Proportion P : Q = A O : A M, wenn A M senkrecht auf B

Fig. 34.



gezogen ist. Man hat aber AO : AM = = AC : AB; mithin auch P : Q = AC : AB; d. h. es verhält sich Kra zur Last, wie der Halbmesser d Rolle zur Sehne des vom Seile un faßten Bogens. Es findet daher b der beweglichen Rolle nur so lan Gewinn an Kraft statt, als die Seh des vom Seile umfaßten Boge größer als der Halbmesser ist, d. so lange jener Bogen innerhalb d Grenzen 60° und 300° liegt. A kleinsten wird die Kraft im Vergle zur Last, wenn die Endtheile d Seiles parallel zu einander sind; die Kraft beträgt alsdann die Häl der Last.

Verbindet man mehrere bewegliche Rollen dergestalt mit einand wie Fig. 35 zeigt, daß nämlich von den über die Rollen gehenden Seil immer das eine Ende an einem festen Gegenstande, das andere aber der Hülse der vorhergehenden Rolle befestigt ist; so hat man in die Zusammenstellung einen Rollenzug. Von der letzten beweglichen Ro Q läuft ein Seil über die feste Rolle D, wo die Kraft P angreift, wä rend die Last Q an der letzten Hülse hängt. Sind alle Rollen gle groß und gleich schwer, ferner die Seile sämmtlich vertical gerichtet; bestehen, wenn P die Kraft, Q die Last, G das Gewicht einer Rol

endlich X, X', X'' die Spannungen der an den Hülſen befeſtigten Seile bezeichnen, für den Fall des Gleichgewichtes folgende Gleichungen: $X = \frac{1}{2}(Q+G)$; $X' = \frac{1}{2}(X+G) = \frac{1}{4}Q + \frac{3}{4}G$; $X'' = \frac{1}{2}(X'+G) = \frac{1}{8}Q + \frac{7}{8}G$; $P = X'' = \frac{1}{8}Q + \frac{7}{8}G = \frac{1}{2^3}Q + \frac{2^3-1}{2^3}G$. — Deßgleichen für n bewegliche Rollen die Gleichung: $P = \frac{1}{2^n}Q + \frac{2^n-1}{2^n}G$. — Wird von dem Gewichte der Rollen abgeſehen, ſo hat man $P = \frac{1}{2^n}Q$. — Schließt man mehrere Rollen in ein Gehäuſe ein, ſo heißt eine ſolche Vorrichtung eine Flaſche. Werden zwei dergleichen Flaſchen mittelſt eines einzigen Seiles dergeſtalt verbunden, daß das Seil von einer Rolle der einen Flaſche auf eine Rolle der andern übergeht, ſo wird

Fig. 35.

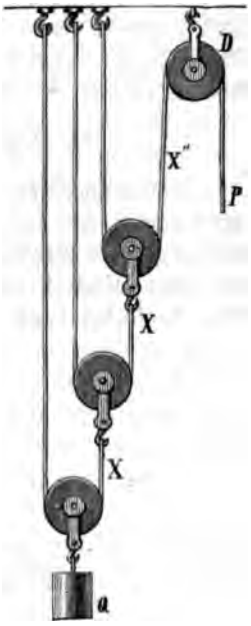
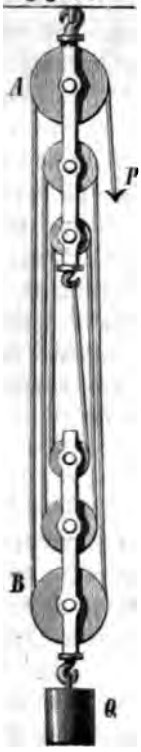


Fig. 36.



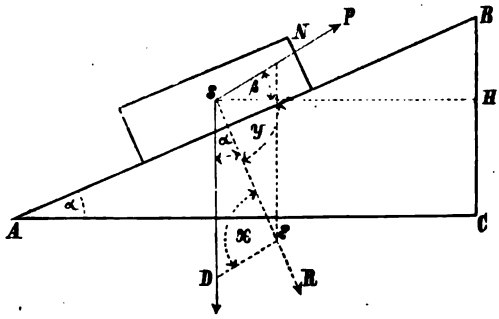
dieſe Verbindung ein Flaſchenzug genannt. Gewöhnlich wird die obere Flaſche an einen Balken befeſtigt, wodurch ſie als ein Syſtem von feſten Rollen erſcheint, während die untere Flaſche, an welcher die Laſt aufgehängt wird, ein Syſtem beweglicher Rollen bildet. Einen derartigen Flaſchenzug ſtellt die Figur 36 dar. Die Spannung des Seiles iſt in allen Punkten durchaus dieſelbe, nämlich gleich der Kraft P. Die ſechs tragenden parallelen Seile liefern eine Reſultante gleich 6P, welche der Laſt Q ſammt dem Gewichte G der beweglichen Flaſche das Gleichgewicht halten muß; folglich $P = \frac{Q+G}{6}$. Sind n tragende Seile vorhanden, ſo iſt $P = \frac{Q+G}{n}$. — Statt daß die Rollen jeder Flaſche ſich unter einander befinden, können ſie auch neben einander liegen; ferner ſowohl die feſten wie die beweglichen Rollen, welche ungleiche Größe haben, concentriſch auf einander befeſtigt ſein. Bei allen Anordnungen iſt es jedoch vortheilhaft, wenn die tragenden Seile möglichſt parallel mit der Richtung der Laſt ſind. Bei dem Rollenzuge wird die Wirkung der Kraft von einer Rolle auf eine an-

dere nach und nach übertragen, dagegen bei dem Flaſchenzuge ſämmtliche Rollen gleichzeitig in Wirkung treten; was zur Folge hat, daß das ſtatiſche Verhältniß zwiſchen Kraft und Laſt bei der letzteren Maſchine auf eine andere Art als bei der erſteren berechnet wird.

4. Maſchinen mit gleitender Bewegung.

Jede feſte Ebene, welche mit einer horizontalen einen ſpitzen Winkel macht, heißt eine ſchiefe Ebene. Auf einer ſolchen Ebene liegt ein Körper, deſſen Gewicht Q mittelſt einer in ſeinem Schwerpunkte angreifenden Kraft P auf jener im Gleichgewichte erhalten werden ſoll. Man denke ſich durch den Schwerpunkt S (Fig. 37) des Körpers eine

Fig. 37.



Verticalebene gelegt, deren Durchſchnitte mit der ſchiefen und horizontalen Ebene AB und AC ſein mögen; AB heißt dann die Länge, AC die Grundlinie, die Verticale BC die Höhe und der Winkel $BAC = \alpha$ der Neigungswinkel der ſchiefen Ebene. Damit die nach der Richtung SN unter dem Winkel β gegen den Horizont wirkende Kraft P auf der Länge AB das Gewicht Q erhalte, muß die Richtung der Reſultirenden R von P und Q auf AB ſenkrecht ſtehen. Das Dreieck SDE, deſſen Seiten SD, DE und SE den Richtungen der Kräfte Q, P und R entſprechen, gibt die Proportion:

$$P : Q = DE : SD$$

oder

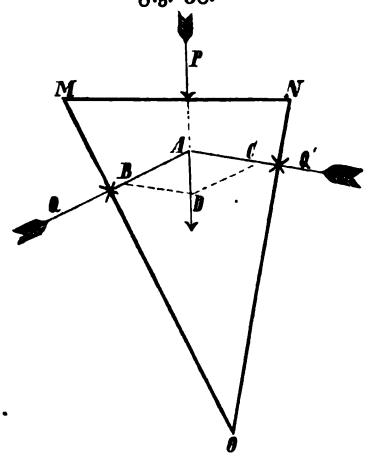
$$P : Q = \sin\alpha : \sin x = \sin\alpha : \sin(\gamma + \beta) = \sin\alpha : \cos(\beta - \alpha).$$

In dem beſonderen Falle, wenn die Kraft parallel der Länge der ſchiefen Ebene wirkt, wird $\beta = \alpha$ und man erhält $P : Q = \sin\alpha : 1$; es verhält ſich dann die Kraft zur Laſt wie die Höhe der ſchiefen Ebene zur Länge. — Iſt aber die Richtung der Kraft P der Grundlinie der ſchiefen Ebene parallel, ſo wird $\beta = 0$, und man bekommt $P : Q = \tang\alpha : 1$; d. h. es verhält ſich die Kraft zur Laſt, wie die Höhe der ſchiefen Ebene zur Grundlinie. — Setzt man an die Stelle der ſchiefen Ebene

eine gekrümmte Fläche, ſo verlangt das Gleichgewicht zwiſchen Kraft und Laſt, daß die Richtung ihrer Reſultirenden auf der tangirenden Ebene in dem Berührungspunkte ſenkrecht ſtehe. Liegt der Angriffspunkt der Kraft nicht im Schwerpunkte, ſondern in einem beliebigen andern Punkte des Körpers, ſo kann derſelbe umgeworfen werden. Soll er auf der ſchiefen Fläche im Gleichgewicht ſein, ſo muß die Richtung der Mittelkraft zwiſchen Kraft und Laſt mit der im Stützpunkt errichteten Normale wieder zuſammenfallen. Die Kraft, mit welcher ein Körper der ſchiefen Ebene hinunter zu gleiten ſtrebt, wird das relative Gewicht in Vergleich zu ſeinem abſoluten Gewichte Q genannt, mit welchem derſelbe Körper auf eine horizontale Ebene drückt. Dieſes relative Gewicht iſt gleich $Q \sin \alpha$, wo α den Neigungswinkel der ſchiefen Ebene darſtellt, während der normale Druck des Gewichtes Q auf die ſchiefe Ebene $Q \cos \alpha$ beträgt. Die ſchiefe Ebene wird häufig als Maſchine benutzt; z. B. um ſchwere Fäſſer in Keller herabzulaſſen, oder auf Wägen zu ſchaffen, um beladene Karren auf bedeutende Höhen heraufzuführen und Schiffe von Stapel zu laſſen.

Der Keil iſt ein dreiſeitiges Prisma, welches mit einer ſeiner Kanten zwiſchen die Theile eines Körpers hineingetrieben wird, um ſie zu trennen. Die Kante, mit welcher der Keil einzudringen ſtrebt, heißt die Schneide des Keiles, die beiden anliegenden Seiten ſeine Seiten, die gegenüberliegende Fläche ſein Rücken. In der Regel wirkt die Kraft ſenkrecht auf den Rücken, während zwei auf den Seiten des Keiles ſenkrecht ſtehende Kräfte Widerſtand leiſten. Es ſei MNO (Fig. 38) ein auf der Schneide ſenkrechter Durchſchnitt des Keiles. Für den Zuſtand des Gleichgewichtes muß die auf MN ſenkrecht wirkende Kraft P dergeſtalt ſich vertheilen, daß ihre Componenten den in den Richtungen BA und CA, welche auf den Seiten MO und NO ſenkrecht ſtehen, wirkenden Kräften Q und Q′ gleich und direct entgegengeſetzt ſind. ABD iſt demnach ein Kräftedreieck, aus deſſen Aehnlichkeit mit dem Dreiecke MNO entſpringt:

Fig. 38.



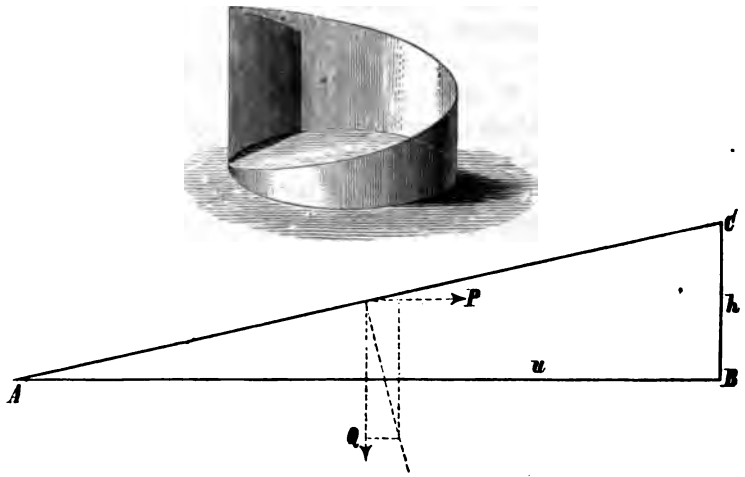
$$P : Q : Q' = MN : MO : NO;$$

d. h. die Kraft verhält ſich zu den Widerſtänden, wie der Rücken des Keiles zu den Seiten. Der Keil wird folglich um ſo wirkſamer ſein, je länger die Seiten im Vergleich gegen den Rücken ſind, d. h. je

ſpitzer er iſt. — Viele Werkzeuge, wie Meſſer, Aexte, Meiſel, Nägel ſind nichts anders als Keile. Auch wird der Keil zum Preſſen benützt, wie z. B. in der Oelmühle, wo das Oel aus dem zwiſchen zwei harte Holzplatten gebrachten Samen durch Hineintreiben von Keilen herausgepreßt wird. Deßgleichen wird der Keil gebraucht, um große Maſſen auf geringe Höhen zu heben.

Um die Theorie der Schraube gehörig zu verſtehen, müſſen wir uns vorerſt eine klare Anſicht von der Erzeugung der Schraubenlinie verſchaffen. Wickelt man ein rechtwinkliges Dreieck ABC (Fig. 39),

Fig. 39.



deſſen Grundlinie AB dem Umfange eines geraden Cylinders gleich iſt, um dieſen Cylinder; ſo entſteht aus der Hypothenuſe AC ein Schraubengang, deſſen Höhe der Höhe BC des Dreiecks entſpricht. Die Schraubenlinie ſelbſt entſteht, wenn mehrere ſolcher gleich großen Dreiecke nach einander um den Cylinder gewickelt werden. Schlingen ſich um den Cylinder Hervorragungen nach der Richtung der Schraubenlinie herum, ſo hat man eine Schraubenſpindel; dagegen erhält man eine Schraubenmutter, wenn in die Innenfläche eines hohlen Cylinders längs einer ganz gleichen Schraubenlinie Vertiefungen eingeſchnitten ſind, in welche die Schraubengänge der Spindel genau paſſen. Schraubenſpindel und Schraubenmutter bilden zuſammen die Schraube. Das eine von dieſen beiden Stücken iſt feſt, während das andere ſich ihm dergeſtalt anfügt, daß es ſich um die Achſe des Cylinders drehen, und zugleich auf dem erſteren wie auf einer ſchiefen

Ebene fortbewegen kann. Die Kraft P, welche den beweglichen Theil der Schraube um die Cylinderachſe zu drehen ſtrebt, wirkt horizontal am Umfange des Cylinders, mithin parallel zur Baſis der ſchiefen Ebene. Die Laſt Q dagegen wirkt parallel zur Achſe des Cylinders, mithin parallel zur Höhe der ſchiefen Ebene auf diejenigen Punkte vertheilt in denen Schraubenſpindel und Schraubenmutter mit einander in Berührung ſtehen. In wie vielen Punkten dies auch geſchehen mag, immer läßt ſich die Laſt Q in ebenſo viele Theile q, q', q''... zerlegt denken, welche in dieſen verſchiedenen Punkten wirken, und die Kraft P in ebenſo viele Kräfte p, p', p''... zertheilt annehmen, von denen jede einzelne einer der vorhergehenden Kräfte q, q', q''... in entſprechender Weiſe das Gleichgewicht hält. Da immer iſt

$$p : q = h : u,\quad p' : q' = h : u,\ \text{ꝛc.},$$

in welchen Proportionen h die Höhe eines Schraubenganges und u den Umfang des Schraubencylinders bezeichnet, ſo hat man auch

$$(p + p' + p'') : (q + q' + q'') = h : u,$$

oder

$$P : Q = h : u.$$

Je größer folglich der Umfang des Schraubencylinders zu der Höhe des Schraubenganges iſt, deſto kleinerer Kraft wird es bedürfen, um einer Laſt das Gleichgewicht zu halten. — Die Schraube wird zu den mannigfaltigſten Zwecken benutzt; einmal, um einen bedeutenden Druck zu erzeugen, wie bei der Münz-, Buchdrucker-, Oel und Papierpreſſe; dann, um große Laſten zu heben, wie bei der engliſchen Winde; ferner um langſame Bewegungen zu erzielen, wie beim Stangenzirkel; endlich um kleine Räume zu meſſen, wie wir zu ſeiner Zeit bei der Mikrometerſchraube geſehen haben. — Man unterſcheidet zwiſchen *ſcharfen* und *flachen Schraubengewinden*. Das *ſcharfe* oder *dreieckige Schraubengewinde* entſteht, wenn ein Dreieck, wie oben angegeben worden, um den Cylinder geführt wird; dagegen erhält man ein *flaches* oder *viereckiges Schraubengewinde*, wenn ein Viereck, deſſen Höhe gewöhnlich halb ſo groß iſt als die Höhe eines Schraubenganges, auf dieſelbe Weiſe um den Cylinder gewickelt wird. — Die *Schraube ohne Ende* (Fig. 40) beſteht aus einer mit einer Kurbel verſehenen Schraube A in deren Schraubengewinde die Zähne eines Rades R eingreifen. Die Kraft P wirkt an der Kurbel, dagegen die Laſt Q an der Welle des Rades herabhängt. Bei der Umdrehung der Schraube werden die Zähne des Rades dergeſtalt fortgeſchoben, daß an die Stelle jedes fortgeſchobenen Zahnes immer wieder ein neuer zwiſchen das Schraubengewinde tritt, woher der Name Schraube ohne Ende kommt. Zufolge des Gleichgewichtes der Schraube hat man, wenn r den Halbmeſſer der Kurbel und X den Druck bezeichnet, welcher zwiſchen Schrau-

Fig. 40.

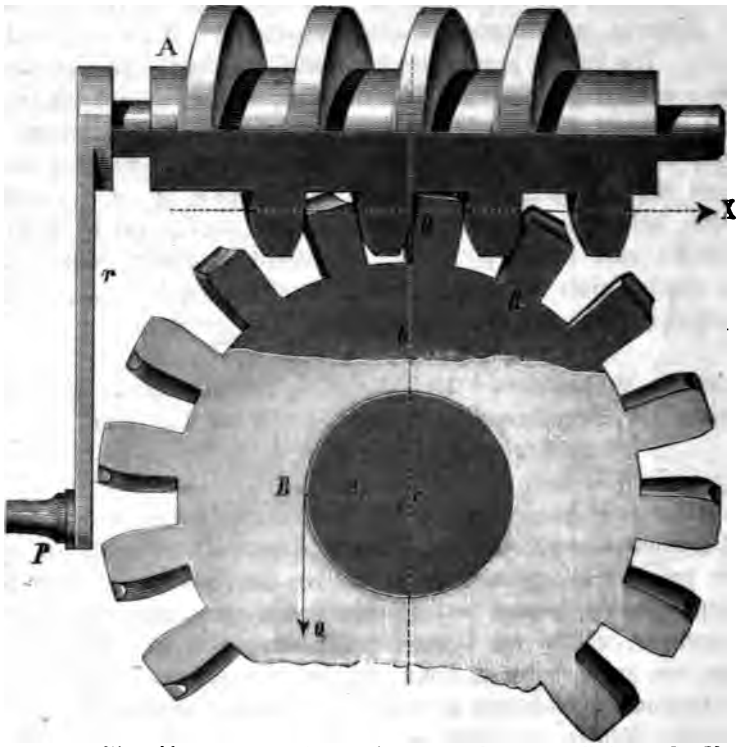
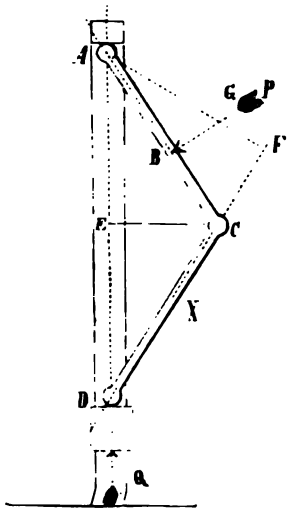


Fig. 41.



bengewinde und Zahn ſtattfindet: $P : X = h : 2\pi r$; wo h die Höhe des Schraubenganges bedeutet. Nach dem Geſetz für das Gleichgewicht des Rades an der Welle iſt: $X : Q = a : b$, wo a den Halbmeſſer der Welle, und b jenen des Rades darſtellt. Durch Multiplication der Glieder beider Proportionen entſpringt für das Gleichgewicht der Schraube ohne Ende die Gleichung: $P : Q = ah : 2\pi rb$.

Die Kniepreſſe beſteht aus zwei ſtarren Stäben AC und DC (Fig. 41), welche durch ein Gelenk bei C verbunden ſind. Der erſte Stab verhält ſich wie ein Hebel, deſſen Stützpunkt in dem Punkte A liegt; dagegen befindet ſich das Ende

zweiten Stabes in einer festen Fuge AD, in welcher es frei hin
her gleiten kann. An einem mit dem Hebel fest verbundenen
ndgriffe BG wirkt gewöhnlich senkrecht darauf die Kraft P, um in
einen oder den anderen Druck Q auszuüben. Für den Fall des
eichgewichtes der Maschine hat man einerseits nach dem Gesetze des
bels die Proportion: $P : X = AF : AB$ oder $P : X = AC \sin C : AB$,
nn AF senkrecht auf DC steht, und X die Wirkung bedeutet, welche
Punkt C erfährt. Zufolge der Theorie der schiefen Ebene ist an-
seits $X : Q = 1 : \cos D$. Durch Multiplication der Glieder beider
oportionen bekommt man $P : Q = AC \sin C : AB \cos D$; woraus
$= P \cdot \frac{AB}{AC} \cdot \frac{\cos D}{\sin C}$. — Je mehr der Winkel der Kniepresse sich öffnet,
sto mehr nähert sich der Factor cos D der Einheit, während der
ctor sin C mehr gegen die Null hin abnimmt. Daraus erhellet,
ß der ausgeübte Druck Q desto mehr zunimmt, je mehr sich die bei-
n Seiten der Kniepresse der geraden Linie nähern und so einen be-
chtlichen Druck hervorbringen können.

III. Wirkungen der Cohäsionskräfte.

1. Erscheinungen der Elasticität.

Elasticität oder Federkraft ist die Fähigkeit eines festen Kör-
es, vermöge welcher seine durch eine äußere Kraft aus ihrer Lage
brachten Theile genau wieder in die alte Lage zurückkehren, wenn die
örende Kraft zu wirken aufgehört hat. Die Theile der festen Körper
finden sich demnach für einen gewissen Umfang der Veränderungen
einem stabilen Gleichgewichtszustande. Bei manchen Körpern, wie
autschuck, mäßig gehärtetem Stahl, Elfenbein, Fischbein kehren die
heile selbst nach bedeutender Verschiebung wieder in ihre frühere Lage
rück; während bei andern, wie Blei, glashartem Stahl, Thon, Glas
e Theile keine merkliche Verschiebung vertragen können, ohne daß da-
rch eine bleibende Formveränderung an dem Körper bewirkt wird.
örper, bei denen die Theile nach großer Gestaltänderung genau ihre
sprüngliche Lage wieder annehmen, heißen vollkommen elastische;
gegen Körper, bei denen sich bleibende Formveränderungen zei-
n, unelastische genannt werden. Es scheint jedoch keinen Körper
geben, der nicht für sehr kleine Kräfte sich als einen vollkommen
astischen bewährte. Die größte Kraft, für welche ein Körper noch
ollkommen elastisch ist, nennt man seine Elasticitätsgröße, und
e durch letztere Kraft bewirkte Verschiebung seine Elasticitätsgrenze.
Wird diese Grenze überschritten, so erfolgt nach Beschaffenheit des Kör-

pers entweder eine Trennung der Theile, oder die Theile kommen in eine neue bleibende Lage, rücksichtlich welcher der Körper abermals eine gewisse Elasticität äußern kann. Beide Bestimmungen lassen übrigens keine scharfen Grenzen zu; denn sie sind nicht nur bei verschiedenartigen Körpern sehr verschieden, sondern sie sind auch bei einem und demselben Körper vielfachen Schwankungen unterworfen. Nach der Art und Weise, wie äußere Kräfte auf Körper wirken und die Elasticität in demselben hervorrufen, erhält man die Zug-, Druck-, Biegungs- oder Drehungselasticität. Am genauesten kennt man die Elasticitätsgesetze für die stab- oder drahtförmigen Körper, weßhalb wir uns mit denselben zunächst, und etwas ausführlicher beschäftigen wollen.

Um die Zugelasticität eines Stabes oder Drathes zu ermitteln, wird der Stab oder Drath an seinem oberen Ende festgeklemmt und am unteren Ende mit einer Wagschale beschwert, welche zur Aufnahme der zur Bewerkstelligung der Ausdehnung erforderlichen Gewichte dient. Auf dem Stabe werden zwei Punkte bezeichnet, deren Abstand vor und nach der Belastung genau gemessen wird. Durch solche Untersuchungen haben sich nun innerhalb der Elasticitätsgrenze folgende Gesetze herausgestellt: 1) Bei einem und demselben Stabe wächst die Verlängerung λ proportional mit dem spannenden Gewichte P. 2) Bei Stäben von verschiedener Länge l ist unter sonst gleichen Umständen die Verlängerung λ proportional der Länge l. 3) Bei Stäben von verschiedenem Querschnitt A verhalten sich unter übrigens gleichen Umständen die Verlängerungen verkehrt wie die Querschnitte. 4) Die Verlängerung λ ist bei gleichen Dimensionen l, A und dem nämlichen spannenden Gewichte P für verschiedene Substanzen verschieden. Wir können also setzen: $\lambda = \frac{1}{E} \cdot \frac{Pl}{A}$, wo E eine von der Beschaffenheit des Stoffes abhängige Größe bedeutet. Der Coefficient E, welcher gewöhnlich der Elasticitätsmodul genannt wird, läßt sich auf einen klaren Ausdruck bringen, wenn man annimmt, daß ein Stab von einem der Flächeneinheit gleichen Querschnitt um seine eigene Länge ausgedehnt würde, ohne dabei seine Elasticitätsgrenze zu überschreiten; das dazu nöthige Gewicht gibt dann den Werth des in Rede stehenden Coefficienten. — Bei den meisten Körpern kann der Elasticitätsmodul nicht direct durch den Versuch ermittelt werden, weil sie sich nicht um eine ihrer Länge gleiche Größe innerhalb der Elasticitätsgrenze ausdehnen lassen. Dieser Coefficient kann aber aus den innerhalb jener Grenze liegenden Versuche mit Hülfe der Formel: $E = \frac{P}{A} \cdot \frac{l}{\lambda}$ jederzeit leicht berechnet werden. — Nachstehende Tabelle enthält den Elasticitätsmodul E und die

e Elaſticitätsgröße P, in Kilogrammen ausgedrückt für den
tt von einem Quadratmillimeter für einige am häufigſten in
ziehung in Betracht kommenden Stoffe auf Grundlage der von
mit großer Sorgfalt angeſtellten Unterſuchungen.

le.	Elaſticitätsmodul E.		Elaſticitätsgröße P..	
	angelaſſen	gezogen	angelaſſen	gezogen
	1727	1803	0,25	kleiner als 0,25
	5584	8131	3	13
	7141	7357	2,5	11
	10519	12449	kleiner als 3	12
	15518	17044	14	26
aht	17278	18809	15	46
l	19561	19549	5	55
	20794	20972	kleiner als 5	32

t.	E in den Richtungen der Faſern.	P.	E ſenkrecht auf die Faſern.	Dichtigkeit.
	564	1,6	97	0,55
	921	2,3	188	0,87
	980	2,3	269	0,82
	997	1,6	81	0,81
	1021	2,7	157	0,67
	1113	2,2	94	0,49
	1121	2,1	111	0,69
	1165	1,8	122	0,72

gen.	Elaſticitäts-modul.	IV. Glasſorten.	Elaſticitäts-modul.	Dichtigkeit der Glasſorten.
ünze	8429	Bleihalt. Kryſtallgl.	5477	3,32
	8543	Bleifrei. Kryſtallgl.	6890	2,44
r	10788	Spiegelglas	7015	2,45
	11119	Fenſterglas	7917	2,51

Elaſticitätsmodul ändert ſich für ein und daſſelbe Metall;
ände, welche die Dichtigkeit erhöhen, machen ihn größer oder
. Der Elaſticitätsmodul nimmt für alle Metalle, Stahl und
genommen, mit ſteigender Temperatur fortwährend ab. Eine
ſticitätsgrenze gibt es für die Metalle nicht; wenn man zu-

weilen keine bleibende Verlängerung wahrnimmt, so geschieht es nur, weil man die Belastung nicht eine hinlängliche Zeit hat wirken lassen. Daher kommt es denn auch, daß elastische Federn bei längerem Gebrauch allmählich eine Form annehmen, die derjenigen sich nähert, welche sie im gespannten Zustande besaßen. Der Elasticitätsmodul einer Legirung ist fast das Mittel aus den Elasticitätsmodulen ihrer Bestandtheile; weder Elasticitätsgröße noch Elasticitätsgrenze lassen sich aber für eine Legirung aus diesen für die Bestandtheile bekannten Größen berechnen. — Für die Hölzer übertrifft öfters der Elasticitätsmodul in der Richtung der Fasern zehnmal denjenigen in senkrechter Richtung auf denselben. Der Elasticitätsmodul nimmt mit der Austrocknung zu, während die Elasticitätsgröße abnimmt. In dem Maße die Bäume älter werden, vermindert sich der Elasticitätsmodul. Hölzer auf der Nordseite oder auf trockenem Boden haben im Allgemeinen einen höheren Elasticitätsmodul. Die dichteste Schichte zeigt gewöhnlich den höchsten Elasticitätsmodul. Auch bei dem Holze wird die Elasticität nach und nach sehr geschwächt, wenn es längere Zeit der Einwirkung einer äußern Kraft ausgesetzt gewesen, welche die Verschiebung seiner Theile erzeugt hat. Deßhalb behält ein Bogen von elastischem Holz bei häufiger Spannung die gekrümmte Gestalt. — Auch für die Glassorten nimmt der Elasticitätsmodul mit der Dichtigkeit zu. Das Blei vermindert die Elasticität des Glases, während Mangan bei dem gewöhnlichen Glase sie erhöht, dagegen bei dem Krystallglas nicht merklich ändert.

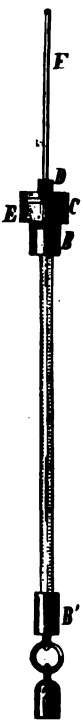
Wenn ein elastischer Stab einem Zuge unterworfen wird und auf diese Weise eine Verlängerung erfährt, so muß dabei nothwendigerweise der Querschnitt des Stabes eine Veränderung erleiden, d. h. im vorliegenden Falle sich verengern. Deutlich gibt sich dies an einem Streifen von Kautschuck zu erkennen, dessen Breite durch die Ausziehung nach der Länge eine merkliche Verkleinerung zeigt. Es wirft sich demnach zunächst die Frage auf, in welchem Verhältnisse die Verkleinerung des Querschnittes zu der Längenveränderung steht. Um die Frage zu beantworten, wiederholten wir die von Wertheim mit Kautschuck angestellten Versuche. Wir kitteten nämlich mehrere Stäbe von Kautschuck und Guttapercha mit quadratischem Querschnitte in zwei Fassungen von Eisen ein, die zur Ausübung des Zuges mit Ringen versehen waren. Die Abstände zweier auf den Stäben bezeichneten Punkte, sowie die Querseiten wurden mit Sorgfalt gemessen, wobei man, um Zeit zu den Messungen zu haben, die Ringe befestigte, nachdem die Stäbe unter verschiedenen Belastungen in bestimmte Gleichgewichtslagen gekommen

waren. Sind l der Abstand der bezeichneten, und b die Querseite des Stabes vor der Belastung, ferner l' und b' dieselben Größen nach der Verlängerung; λ die Verlängerung auf die Längeneinheit, β die Verkürzung der Querseite ebenfalls auf die Längeneinheit; so hat man $l' = l(1 + \lambda)$ und $b' = b(1 - \beta)$. — Die unten stehende Tabelle enthält die Werthe von l' und b', wie sie sich bei einigen unserer Versuche durch Messung ergaben, nebst den daraus berechneten Werthen von λ und β.

	l. mm	l'. mm	b	b'. mm	λ	β	$\frac{\lambda}{3}$	Belastung in Kilogramm.
Erster Stab von Kautschuk.	153	190	4,5	4,125	0,242	0,083	0,080	10,5
	155	227,5	4,5	3,75	0,4677	0,166	0,155	0,75
Zweiter Stab von Kautschuk.	146	243	4,75	3,8	0,664	0,200	0,221	0,8
	145	184	4,75	4,3	0,269	0,094	0,089	0,5
Erster Stab von Guttapercha.	151,75	160	7,25	7,125	0,054	0,017	0,018	10
	153	167,5	7,25	7	0,91	0,034	0,0308	15
Zweiter Stab von Guttapercha.	206,25	225	6,5	6,3	0,090	0,030	0,030	15
	206,25	219,5	6,5	6,35	0,064	0,023	0,021	10

Die Verkürzung der Seite des Querschnittes auf die Längeneinheit ist demnach nahe zu gleich dem Drittel der Verlängerung auf die Längeneinheit, wenn die Verlängerungen selbst nicht sehr bedeutend sind. Diese Uebereinstimmung hört aber auf, wenn λ sich der Einheit nähert, in welchem Falle β in einem kleinerem Verhältnisse als $\frac{1}{3}\lambda$ wächst. Die anderweitigen von Wertheim mit vieler Sorgfalt ausgeführten Versuche lassen vermuthen, daß das eben angegebene Aenderungsverhältniß für alle Substanzen Gültigkeit hat.

Fig. 42.



Wertheim verfuhr dabei folgendermaßen. Jede der Messing- oder Glasröhren A, mit denen er seine Versuche anstellte, hatte etwa eine Länge von 1 Meter und war an ihren beiden Enden in zwei kurze dicke Cylinder B, B' desselben Messings (Fig. 42) eingeschraubt und fest gelöthet. An dem unteren Cylinder B' befand sich ein Eisenring zum Aufhängen von Gewichten. Der obere Cylinder B besaß einen vorspringenden Rand E, auf welchem das mit dem Haarröhrchen F versehene Stück D festgeschraubt werden konnte; das zwischen gelegte Lederstück C diente zur hermetischen Verschließung. Hierauf füllte Wertheim die Röhre A mit wohl von Luft gereinigtem Wasser und schraubte das Haarröhrchen auf; erwärmte dann den oberen Theil des Apparates, um die in der Fuge etwa zurückgebliebenen Luft-

blasen zu entfernen; tauchte ferner das Ende des Haarröhrchens in ein mit Wasser gefülltes Gefäß, so daß nach der Erkaltung das Wasser eine gewisse Höhe in dem Röhrchen einnahm; und hing endlich den Cylinder B an einen Schraubstock auf, wobei der Rand E das Herabgleiten selbst unter starker Belastung verhinderte. Nachdem die Metall- und Glasröhren auf diese Weise vorgerichtet und aufgehängt waren, zog er in der Nähe der beiden Cylinder B und B' zwei feine Visirlinien, deren Entfernung sowie den Rand des Wassers in dem Haarröhrchen bei verschiedenen Belastungen er mit aller Genauigkeit bestimmte. Dergestalt erhielt Wertheim die durch verschiedene Belastungen erzeugten Längenveränderungen und in den entsprechenden Senkungen des Wasserstandes im Haarröhrchen die gleichzeitig dabei stattfindenden Volumenveränderungen. Die Längenveränderungen konnten so mit den entsprechenden Volumenveränderungen verglichen werden. Man hat nämlich, wenn l, b, V Länge, Radius, Volumen der Röhre A und λ, β, ν die gleichzeitigen Veränderungen der Einheit dieser Größen unter der Belastung P bezeichnen: $V + \nu V = \pi b^2 (1-\beta)^2 l (1+\lambda)$. Daraus entspringt $\nu = (\lambda - 2\beta)$, wenn die Produkte der kleinen Größen β und λ vernachlässigt werden; mithin $\nu = \frac{1}{3}\lambda$, wenn $\beta = \frac{1}{3}\lambda$ angenommen wird. Die Verlängerungen und Volumenzunahmen, wie solche Wertheim für zwei Messingröhren und zwei Glasröhren auf die Einheit der Belastung reducirt, d. h. für eine Last von 1 Kilogramm auf den Quadratmillimeter erhalten, finden sich nebst den dazu gehörigen Größen in der folgenden Tabelle zusammengestellt. In dieser Tabelle haben die Buchstaben l, b, λ, β die ihnen oben beigelegte Bedeutung, während πc^2 den Querschnitt des Haarröhrchens und w die Senkung des Wasserstandes in demselben vermöge der Verlängerung $l\lambda$ bezeichnet.

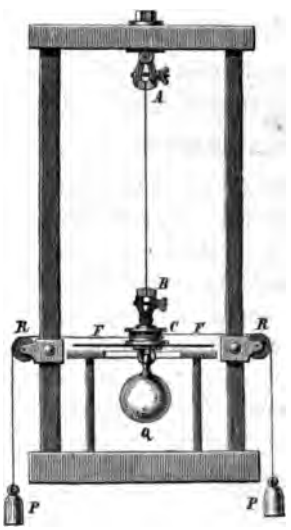
	l. mm	πb^2 □mm	πc^2 □mm	$l\lambda$ mm	w mm	$\pi c^2 . w$	$\pi b^2 l . \frac{\lambda}{3}$
Erste Messingröhre	899,5	19,182	0,14248	0,0845	3,6508	0,52017	0,5403
Zweite Messingröhre	897,75	19,292	0,14413	0,09109	3,7718	0,5436	0,5857
Erste Glasröhre	844	48,978	0,18358	0,21908	21,03	3,8613	3,5767
Zweite Glasröhre	864	15,668	0,14248	0,19508	8,051	1,1472	1,0188

Nach den von Poisson über das Gleichgewicht starrer elastischer Körper aufgestellten Formeln erhält ein dem Zug unterworfener elastischer Stab einen Volumenzuwachs, welcher auf die Volumeneinheit bezogen der Hälfte der linearen Verlängerung auf die Längeneinheit gleich ist. Die Resultate der oben mitgetheilten Versuche weichen von dieser Angabe bedeutend ab; dagegen stimmt die Annahme der Wertheimschen Relation $\nu = \frac{1}{3}\lambda$ mit ihnen sehr gut überein, so daß diese letztere für jetzt wohl als richtig angesehen werden kann. Nach diesem

ern ſich folglich Durchmeſſer ſowohl wie Volumen in einem ineren Verhältniſſe als die Länge.

t der Stab, deſſen Länge l und deſſen Volumen V iſt, einen des Zuges; ſo würde er innerhalb der Elaſticitätsgrenze, ine Biegung erlitte, um die Größe $l\lambda$ ſich verkürzen, und trag $\frac{V\lambda}{3}$ an Volumen abnehmen. In Folge der Biegung die Erſcheinung verwickelter als der Vorgang bei dem ein- e. Die bei ſchwachen Biegungen ſtattfindenden Senkungen tabes ſind in der von der Theorie gegebenen Formel $\alpha =$ enthalten. In dieſer Formel bedeuten E den Elaſticitäts- die Belaſtung, l die Länge des Stabes, Q eine von den Di- und der Geſtalt des Querſchnittes abhängige Größe, k einen ficienten, der mit der Art, wie der Stab gehalten wird, ſich ür einen Stab mit rechtwinkligem Querſchnitt von der Breite he h, wenn die Biegung im Sinne von h geſchieht, iſt für einen kreisförmigen Querſchnitt vom Radius r iſt $Q =$ — Wird der Stab an einem Ende feſtgehalten und am andern laſſen, und daſelbſt mit einem Gewichte belaſtet, ſo iſt $k = 4$. Stab an beiden Enden einfach geſtützt und in der Mitte beſchwert, $= \frac{1}{4}$. Bei Feſtklemmung an beiden Enden iſt $k = \frac{1}{16}$. Die Sen- den drei eben erwähnten Fällen verhalten ſich alſo bei gleicher wie 64 : 4 : 1. — Die Richtigkeit der oben angeführten Formel ei unſern mit verſchiedenen Metallſtäben angeſtellten vollkommen beſtätigt. Die wierigkeit bei dieſer Art von beſteht in der genauen Be- der Dimenſionen der Stäbe Senkungen, welche die daran Gewichte verurſachen. Die Ergebniſſe unſerer Verſuche ühren halten wir für unnö- e als bloſe Wiederholungen des oben ausgeſprochenen betrachten ſind.

Fig. 43.



Drehungselaſticität wird Drahte oder Faden geweckt, ihn an einem Ende feſthält, dern Ende um ſeine Achſe

dreht. Um die Gesetze der Drehungselasticität durch das Experiment kennen zu lernen, bedienten wir uns folgender Vorrichtung. Der Draht wurde mit dem oberen Ende A (Fig. 43) an ein massives Gestell befestigt, durch eine Zwinge B festgehalten und an seinem unteren Ende durch ein entsprechendes Gewicht Q gespannt. Die Zwinge war mit einem horizontalen Stifte F versehen, welcher eine Gradeintheilung durchlief, und als Zeiger diente, wenn der Draht durch Drehung aus seiner Ruhelage gebracht ward. Um den homogenen hölzernen Cylinder C waren zwei biegsame Fäden gelegt, deren jeder in horizontaler Richtung über eine am Gestelle befindliche Rolle R ging und an seinem Ende das Gewicht P trug, welches die Drehung des Drahtes bewirkte. Auf solche Weise ergaben sich für die verschiedenen zwischen den drehenden Kräften 2P und der durch sie geweckten Drehungselasticität eingetretenen Gleichgewichtslagen, wenn die Drehung nicht gewisse Grenzen überschreitet, welche von der Spannung, den Dimensionen und der Beschaffenheit des Drahtes abhängen, folgende Gesetze: 1) Für einen und denselben Draht ist der Torsionswinkel φ proportional der drehenden Kraft P. 2) Bei der nämlichen drehenden Kraft P und für Drähte von verschiedener Länge l aus demselben Stoffe wächst der Torsionswinkel proportional mit der Länge. 3) Für Drähte mit kreisförmigem Querschnitte von dem Radius r ist der Torsionswinkel unter sonst gleichen Umständen verkehrt proportional der vierten Potenz des Radius. 4) Verschiedene Substanzen liefern unter übrigens gleichen Umständen Torsionswinkel von verschiedener Größe. Wir können folglich setzen: $\varphi = \frac{1}{D} \cdot \frac{2Pal}{r^4}$, wo a den Hebelsarm der die Drehung hervorrufenden Kraft und D einen von der Beschaffenheit des Stoffes abhängigen Coefficienten bezeichnet, welcher Torsionsmodul heißen mag. Wird φ in Graden angegeben, dann ist $\frac{\pi}{180}\varphi$ statt φ zu schreiben. — Die Torsionskraft wird zur Messung schwacher Kräfte benutzt, wie wir an verschiedenen Stellen in diesem Werke später sehen werden. Solche Kräfte sind dann der geweckten Torsionskraft gleich und entgegengesetzt. Soll ein derartiger Meßapparat bedeutende Empfindlichkeit erlangen, so muß man feine und lange Drähte anwenden, die eine möglichst vollkommene Elasticität besitzen. Mit dergleichen Drähten lassen sich selbst mehrere ganze Umdrehungen bewerkstelligen, ohne daß dadurch der Elasticität der Drähte Eintrag geschieht.

Auch für den Torsionsmodul D läßt sich ein bestimmter Begriff festsetzen. Machen wir nämlich in der Relation $\varphi = \frac{1}{D} \cdot \frac{2Pal}{r^4}$ die

Größen φ, a, l, r gleich 1, so bekommen wir $D = 2P$. Der Torsionsmodul entspricht demnach dem doppelten Werthe des Gewichtes, welches am Ende eines Hebelarmes von der Längeneinheit einem eben so langen Drahte, dessen Radius der Längeneinheit gleich ist, eine Drehung von einer Bogenlänge gleich der Längeneinheit zu ertheilen vermag. — Es hat mithin gar keine Schwierigkeit auf Grundlage zuverlässiger Versuche den Torsionsmodul mit Hülfe der Formel $D = \frac{1}{\varphi} \cdot \frac{2Pal}{r^4}$ zu berechnen. Wir haben dergleichen Versuche mit Drähten aus verschiedenen Substanzen angestellt und die darauf bezüglichen Rechnungen ausgeführt. Die Resultate der Rechnung unterlassen wir, um Wiederholungen zu vermeiden, hier mitzutheilen, da wir später eine genauere Methode zur Bestimmung des Torsionsmodul werden kennen lernen. Verschwindet die äußere die Drehung erzeugende Kraft, so kehren die Theilchen in Folge der Elasticität nicht bloß in ihre ursprüngliche Lage zurück, sondern sie gehen darüber hinaus, und gerathen in eine oscillirende Bewegung, welche denen des Pendels analog sind. Aehnliches geschieht mit Drähten und Stäben, welche nach vorhergegangener Biegung oder Dehnung innerhalb der Elasticitätsgrenze sich selbst überlassen unter dem Einflusse der Elasticität schwingen. In der Akustik werden derlei Arten von Schwingungen ausführlicher zur Sprache kommen.

An Körpern von größerer Masse gibt sich die Elasticität ebenfalls zu erkennen, obschon in weniger einfacher Weise als an Körpern, bei denen eine der drei Dimensionen vorwaltet. So z. B. ist Glas in seinen Fäden sehr elastisch, dagegen besitzt es in großen Stücken nur eine geringe Elasticität. Am einfachsten tritt die Elasticität an dergleichen Körpern von größerer Masse hervor, wenn sie von allen Seiten gleich stark gedrückt werden; sämmtliche Dimensionen erleiden dann eine verhältnißmäßig gleiche Verminderung, wobei die neue Gestalt der ursprünglichen ähnlich bleibt. Läßt man eine elfenbeinerne Kugel auf eine berußte Marmorplatte fallen, so bemerkt man nach dem Abspringen der Kugel auf der Platte einen kreisrunden Fleck, dessen Umfang mit der Höhe zunimmt, von welcher die Kugel herabgefallen ist. Es liefert dies den Beweis, daß die Kugel beim Auffallen platt gedrückt wurde, und zwar Solches in einem desto stärkeren Grade, je größer die Kraft war, mit welcher die Kugel anstieß. Aehnliches zeigt sich an Kugeln von Achat, Holz und mehreren Metallen.

Aus den Versuchen, welche wir mit Prismen von Kautschuck und Guttapercha angestellt haben, die in der Richtung der Länge zusammengedrückt wurden, scheint sich zu ergeben, daß die Volumenabnahme auf die Volumeneinheit gleich dem Drittel der Verkürzung auf die Längenein-

heit ist. Es wäre mithin das nämliche Gesetz, welches die Stäbe befolgen, wenn sie einem Zuge nach der Länge unterworfen werden. Doch ist wohl zu bemerken, daß jenes Gesetz nur innerhalb gewisser Grenzen Gültigkeit hat und aufhört sich zu bewähren, wenn der Druck so stark geworden, daß die Seitenflächen eine gekrümmte Form erhielten. Die Resultate einiger unserer Versuche enthält folgende Tabelle, in welcher l und b die Länge und Breite der Prismen vor der Zusammendrückung, l′ und b′ diese Dimensionen nach der Zusammendrückung, λ die Verkürzung auf die Einheit der Länge und β die Vermehrung auf die Einheit der Breite darstellen.

	l	b	l′	b′	λ	β	$\frac{\lambda}{\beta}$
Erstes Prisma von Kautschuck	95 mm	66 mm	87,3 mm	69 mm	0,081	0,030	0,030
Zweites Prisma von Kautschuck	98,75 mm	65 mm	94,25 mm	65,97 mm	0,045	0,015	0,015
Erstes Prisma von Guttapercha	98,75 mm	64 mm	94,75 mm	65 mm	0,040	0,014	0,013
Zweites Prisma von Guttapercha	99 mm	63 mm	94,5 mm	63,945 mm	0,045	0,015	0,015

Die Wirkungen der Elasticität werden im gewöhnlichen Leben auf die mannigfaltigste Weise benutzt. Flachs, Hanf, Wolle, Seide eignen sich vermöge ihrer Elasticität zu Kleidungsstücken, welche den Bewegungen des menschlichen Körpers sich fügen müssen, wenn sie demselben keine Schmerzen verursachen sollen. Zerbrechliche Waaren werden beim Verschicken mit Papier, Stroh, Heu, Baumwolle umwickelt, um sie dadurch der Wirkung von Stößen zu entziehen, denen sie beim Fahren wiederholt ausgesetzt sind. Die Elasticität der Roßhaare und der Daunen verwenden wir in unseren Kissen und Matrazen. Die Kästen unserer Wagen ruhen auf elastischen Federn zur Dämpfung der Stöße, welche der Wagen beim Fahren erleidet. Unter den Ambos legt man ein Stück Holz, um durch dessen Elasticität für das Mauerwerk, auf welchem der Ambos steht, die häufigen Schläge weniger wirksam zu machen, welche der Ambos durch den Hammer erfährt. Die Elasticität stark zusammengedrehter Stricke gebrauchen wir zum Spannen der Sägeblätter bei den Sägen. Der Elasticität der Stricke und der Riemen bedienen wir uns, um die drehende Bewegung von einem Rade zu einem andern fortzupflanzen. Eine Spiralfeder gibt die bewegende Kraft in unseren Taschenuhren ab. Die Feder befindet sich mit dem einen Ende an einer festen Achse, während sie mit dem andern an der inneren Wand eines cylindrischen beweglichen Gehäuses befestigt ist. Indem sich die Feder in Folge der Elasticität aufzuwinden strebt, dreht sie das Gehäuse und vermittelst einer Kette das übrige Uhrwerk. Der gleichförmige Gang wird zu Stande gebracht einmal dadurch, daß man das

Moment der abnehmenden Federkraft durch Vergrößerung des Hebelarmes mit Hülfe der Schnecke gleich erhält; dann dadurch, daß man die Beschleunigung mit Hülfe der Unruhe hindert, einer zweiten zarten Spiralfeder, welche mittelst der Hemmung in die Bewegung eingreift.

Die Federwage besteht aus einer elastisch schraubenförmig gewundenen Stahlfeder, welche in einem metallenen Cylinder eingeschlossen und an dem untern Theile desselben befestigt ist. In der Richtung der Achse geht durch Feder und Cylinder ein mit einer Eintheilung versehener Stab, welcher oben mit der Feder in fester Verbindung steht, durch die untere Grundfläche des Cylinders aber frei hindurch geht. Der Cylinder hat oben einen Haken, an welchem der Apparat aufgehängt werden kann; ein solcher Haken befindet sich auch unten an dem Stabe zum Aufhängen der Last. Durch diese wird die Feder zusammengedrückt und der Stab aus dem Cylinder herausgezogen; die Zahl der herausgetretenen Theile gibt das Maß für die angehängte Last. Eine solche Einrichtung hat die gewöhnliche Federwage für Lasten von 1 bis 10 Kilogrammen. Für schwerere Lasten wählt man folgende Einrichtung. Ein elastischer stählerner Bügel, dessen beide Enden dünner als der übrige Theil sind, ist oval gebogen dergestalt, daß die verdünnten Enden zusammentreffen. An dem unteren Ende befindet sich ein kleines Gelenk mit einem Zeiger, welcher durch eine Oeffnung an dem oberen Ende hindurch geht und auf einem eingetheilten Bogen sich fortbewegen läßt. Oben hat der Bügel einen Ring, an welcher aufgehängt wird, und unten einen Haken zum Aufhängen der Last. Dehnt diese den Bügel, so gibt der Zeiger auf der Eintheilung die Größe der Belastung an. — Der Dynamometer von Regnier zur Messung der Muskelkraft benutzt, besteht aus einem starken elastischen in der Form einer Ellipse zusammengeschweißten stählernen Bügel, welcher bei einem Druck oder bei einem Zuge einen Zeiger fortbewegt. Die Zahl, bei welcher der Zeiger stehen bleibt, gibt die Größe der Kraft an. Der Apparat hat zwei Eintheilungen, deren eine für Druckkräfte, die andere für Zugkräfte bestimmt ist. — Der Dynamometer von Perreaux dient zur Messung der Stärke von Leinwand, Tüchern, Bändern, Seilen. Er besteht aus zwei Schlitten, an denen die beiden Enden der Gegenstände befestigt werden, deren Stärke man bestimmen will. Der eine Schlitten ist mit einer aus zwei Lamellen bestehenden Feder verbunden, dagegen der andere Schlitten durch Kurbel und Schraube bewegt wird. Geschieht dies, so wird der an die Schlitten befestigte Stoff und zugleich die mit dem einen Schlitten zusammenhängende Feder gespannt, wobei ein Zeiger sich dreht, der auf einer Eintheilung die Zugkraft angibt. Um die plötzliche Rückwirkung der Feder, welche beim Zerreißen

des Stoffes eintreten muß, aufzuheben, läßt man die Feder gegen einen Stift und diesen wieder gegen einen Daumen drücken, der seinerseits die Bewegung mittelst eines Räderwerkes auf ein kleines Schwungrad überträgt, durch dessen Masse die Kraft der rückkehrenden Feder absorbirt wird und der Zeiger an dem betreffenden Punkte der Scala stehen bleibt.

2. Erscheinungen der Dehnbarkeit.

Wird bei einem Körper durch Ziehen, Drücken, Biegen oder Drehen die Elasticitätsgrenze überschritten, so behalten die Theile die erlittene Verschiebung bei, wenn die äußere Kraft zu wirken aufhört. Die Eigenschaft, vermöge derer die Körper eine bleibende Verschiebung annehmen, wird Dehnbarkeit genannt. Sie ist nicht nur bei Körpern von verschiedener materieller Beschaffenheit, sondern selbst bei einem und demselben Körper nach den Umständen sehr verschieden. Weiches Eisen, warmes Wachs, feuchter Thon, Blei besitzen diese Eigenschaft in höherem Grade als andere Körper. Körper von sehr geringer Dehnbarkeit heißen spröde; dergleichen Körper sind Glas und harter Stahl. Die Sprödigkeit des Glases wird noch vermehrt, wenn man es in dem heißen Zustande, in welchem es in den Glashütten zu verschiedenartigen Waaren verarbeitet wird, schnell abkühlt; wie man dies an den sogenannten Glastropfen und Bologneser Fläschchen sieht. Der Stahl bekommt einen hohen Grad von Härte, wenn man ihn hellroth glühend macht und dann in kaltes Wasser oder Oel taucht; dieses Verfahren wird das Härten des Stahls genannt. Hart heißt überhaupt der Körper, zu dessen Verschiebung der Theile eine große Kraft erfordert wird; dagegen heißt er weich, wenn eine geringe Kraft dazu hinreicht. Gewöhnlich sind die weichen Körper dehnbar, die harten spröde; doch sind diese Eigenschaften nicht nothwendig verbunden.

Verschiedene Formen der Dehnbarkeit sind die Ziehbarkeit, Streckbarkeit und Hämmerbarkeit. Schätzt man die Ziehbarkeit der Metalle nach der Feinheit der Drähte, in welche sie sich ziehen lassen, ohne zu zerreißen, wenn sie durch immer kleiner werdende Löcher des Drahtzuges gezogen werden, so stehen sie in folgender Ordnung: Platin, Silber, Eisen, Kupfer, Gold, Zink, Zinn, Blei. — Beurtheilt man die Streckbarkeit der Metalle nach der Dünne der Platten, in welche sie sich strecken lassen ohne zu zerreißen, wenn sie wiederholt unter die Walzen eines Streckwerkes gebracht werden, so ist ihre Reihenfolge: Gold, Silber, Kupfer, Zinn, Blei, Zink, Platin, Eisen. — Kommt dagegen der Grad der Hämmerbarkeit in Betracht, d. h. die Dünne der Platten, in welche sie sich durch Hämmern strecken lassen

ohne zu zerreißen; so folgen sie in nachstehender Ordnung auf einander: Blei, Zinn, Gold, Zink, Silber, Kupfer, Platin, Eisen. — Woher diese bemerkenswerthen Verschiedenheiten, welche die Metalle hinsichtlich ihrer Dehnbarkeit je nach der Art der Behandlung zeigen, herrühren mögen, wissen wir nicht anzugeben. — Nur so viel können wir sagen, daß mit der Umstellung der Theilchen im Inneren des Körpers eine Aenderung der Dehnbarkeit verbunden ist; ein matter und faseriger Bruch deutet auf Dehnbarkeit, ein krystallinisch körniger auf Sprödigkeit. Das durch die Bearbeitung fadig gewordene Stabeisen ist dehnbarer als das feinkörnige Eisen; das spröde Wismuth ist ausgezeichnet krystallinisch, während das unkrystallinische Kalium in hohem Grade dehnbar ist.

Meistens erhöht die Wärme die Dehnbarkeit. Wachs, Harz, Siegellack, Schellack sind bei gewöhnlicher Temperatur spröde, bei höherer dehnbar. Aus Glas, wenn es gehörig erhitzt wird, lassen sich feine Fäden spinnen, und Körper mit dünnen Wänden blasen, welche eine bedeutende Biegung vertragen ohne zu brechen, wie wir es an den Glasbüscheln und an der Glastrompete sehen. Zink ist bei niederer Temperatur und bei einer Temperatur über 200° C spröde, dagegen es bei 100° bis 150° C sich leicht zu Platten auswalzen läßt. Gold, Silber, Kupfer, Blei, Zinn, Eisen lassen sich kalt und warm bearbeiten, doch werden sie durch die Wärme weicher und dehnbarer. Mit der Dehnbarkeit erzeugt die Erwärmung öfters eine Schwächung des Metalls, wie es beim Kupfer und einigen Messingsorten der Fall ist. Die meisten Metalle erweisen sich beim langsamen Abkühlen dehnbarer als beim schnellen; gewisse Messingsorten, zu denen das Tamtam der Chinesen gehört und aus denen die Cymbeln verfertigt werden, zeigen ein umgekehrtes Verhalten.

Durch chemische Verbindungen kann die Dehnbarkeit eines Körpers bedeutend verändert werden. Eisen wird durch einen Zusatz von Phosphor sehr spröde und in der Kälte sehr brüchig, weßhalb es in diesem Zustande kaltbrüchiges Eisen heißt; durch einen Zusatz von Schwefel ist es in der Rothglühhitze brüchig, weßwegen es in diesem Zustande rothbrüchiges Eisen genannt wird. Die mancherlei Abweichungen in den Eigenschaften verschiedener Eisensorten rühren von Beimengungen her. Durch einen Zusatz von 1 Procent Kohlenstoff wird das Eisen zu hartem Stahl; mit 5 Procent Kohlenstoff verbunden verwandelt es sich in weißes hartes Roheisen. Durch Zusammenschmelzen von Kupfer und Zink erhält man das weiche Messing; Kupfer und Zinn zusammengeschmolzen liefern das harte Glockengut, während sie in anderem Verhältnisse verbunden das noch härtere Spiegelmetall

geben. Gewisse Messingsorten aus Zink und Kupfer verlieren bedeutend an Dehnbarkeit durch einen kleinen Zusatz von Eisen. Gold büßt durch geringe Beimengungen von Arsenik oder Wismuth merklich von seiner Dehnbarkeit ein. Gold und Silber werden mit Kupfer legirt, um ihnen mehr Härte zu geben. Der aus Ostindien kommende Stahl, Wootz genannt, verdankt seine ausgezeichnete Härte einem Zusatz von Alumium, einem Metall, das in Verbindung mit Sauerstoff die Thonerde liefert.

3. Erscheinungen der Festigkeit.

Werden die Theile eines Körpers über die Grenzen seiner Dehnbarkeit verschoben, so erfolgt eine Trennung derselben. Die Größe der Kraft, welche man aufbieten muß, um die Trennung der Theile eines Körpers zu bewirken, nennt man seine Festigkeit. Nach der Art und Weise, wie die Festigkeit eines Körpers in Anspruch genommen wird, unterscheidet man vier Arten der Festigkeit; nämlich: Zugfestigkeit oder absolute Festigkeit gegen Zerreißen: Druckfestigkeit oder rückwirkende Festigkeit gegen Zerdrücken; Bruchfestigkeit oder relative Festigkeit gegen Zerbrechen; Torsionsfestigkeit oder Drehungsfestigkeit gegen Zerdrehen. Dem Zerreißen müssen widerstehen Seile, Ketten; dem Zerdrücken Pfeiler, Bausteine; dem Zerbrechen Balken Eisenbahnschienen; dem Zerdrehen Wellbäume, Bohrstangen. — Die Zugfestigkeit wird bestimmt, indem man den Körper an einem Ende vertical einspannt und am andern Ende allmählig mit Gewichten belastet, bis ein Zerreißen erfolgt. Das Gewicht P, welches das Zerreißen bewirkt, kann für die Größe der Zugfestigkeit angenommen werden. Die Erfahrung lehrt, daß diese Festigkeit mit der Größe des Querschnittes in geradem Verhältnisse steht. Wir haben daher $P = FA$, wo A den Querschnitt und F den Modul der Zugfestigkeit oder das Gewicht in Kilogrammen darstellt, bei welchem der Körper von 1 Quadratmillimeter Querschnitt zerreißt. — Die folgende Tabelle enthält den Modul der Zugfestigkeit für verschiedene Körper nach den von Wertheim angestellten zahlreichen Untersuchungen.

I. Namen der Metalle.	Modul F.	II. Namen der Hölzer.	Modul F. in der Richtung der Fasern.
Blei	1,2 bis 2,3	Fichte	2,4
Zinn	2,4 „ 3,5	Buche	3,5
Zink	12 „ 15	Ahorn	3,6
Gold	10 „ 27	Tanne	4,1
Silber	16 „ 29	Birke	4,3

I. Namen der Metalle.	Modul F.	II. Namen der Hölzer.	Modul F. in der Richtung der Fasern.
Platin	23 bis 34	Eiche	6,4
Kupfer	30 „ 40	Esche	6,7
Eisen	46 „ 61	Acacie	7,9

III. Für organische Fasern hat Frankenheim folgende Werthe gefunden.

	Durchm. Mill.	Modul.		Durchm. Mill.	Modul.
Pferdehaar	0,26	9,6	Hanffaden	0,26	25,9
Menschenhaar	0,1	11,5	Coconfaden	0,001	27,5

IV. Für Seile ist der Modul 4—6 und für Lederriemen 2.

Die Festigkeit der Metalle steht in keiner einfachen Beziehung zu ihrer Dichte. Gegossene Metalle sind schwächer als geschmiedete. Mäßiges Hämmern stärkt, heftiges Hämmern schwächt den Zusammenhang. Bei längerer Dauer der Belastung zeigt sich die Festigkeit geringer als bei kurz dauernder Belastung. — Bei den Hölzern ist die Festigkeit in der Richtung der Fasern am größten. Auch hängt die Festigkeit bei dem nämlichen Holze ab von dem Alter, von der Beschaffenheit des Bodens, ja an demselben Baume haben Aeste, Stamm und Wurzeln eine verschiedene Festigkeit. — Stricke von derselben Dicke sind desto stärker, je feiner der Stoff war aus dem sie bestehen und je weniger sie zusammengedreht sind. Geflochtene Stricke sind stärker als gedrehte; nasse Hanfseile sind schwächer als trockene, getheerte schwächer als ungetheerte. — Der Sicherheit wegen wird für praktische Anwendungen der Modul geringer angenommen, nämlich bei Metallen $\frac{1}{8}$, bei Hölzern $\frac{1}{10}$, bei Seilen $\frac{1}{2}$ desselben.

Die Druckfestigkeit wird geprüft, indem man prismatische Stücke auf feste Unterlagen setzt und sie von oben so lange belastet, bis die Zerdrückung erfolgt. Auch hier hat die Erfahrung gezeigt, daß diese Art von Festigkeit P mit der Größe A des Querschnittes wächst, mithin $P = F'A$ ist, worin F' den Modul der Druckfestigkeit oder das Gewicht in Kilogrammen bezeichnet, durch welches ein Körper bei 1 Quadratmillimeter Querschnitt zerdrückt wird. In nachstehender Tabelle sind die Werthe von F' für einige in dieser Beziehung besonders in Betracht kommende Stoffe angegeben.

I. Namen der Steine.	Werthe von F' in Kilogrammen.	II. Namen der Hölzer.	Werthe von F' in Kilogrammen.
Backstein	0,6 bis 1,7	Pappel	3,6
Sandstein	1 „ 2	Birke	4,4
Kalkstein	1 „ 4	Rothtanne	4,6
Marmor	3 „ 8	Fichte	4,7
Gneiß	4 „ 5	Weißtanne	5,1

I. Namen der Steine.	Werthe von F' in Kilogrammen.	II. Namen der Hölzer.	Werthe von F' in Kilogrammen.
Granit	5 bis 10	Esche	6,5
Basalt	16 „ 20	Buche	6,6
Porphyr	20 „ 24	Eiche	7,1

Bei einerlei Größe des Querschnittes ist die Druckfestigkeit desto bedeutender, je kleiner der Umfang dieses Querschnittes ist. Die Resultate der Versuche fallen sehr verschieden aus, je nachdem der Körper lang oder kurz ist. Am reinsten sind sie bei kurzen Körpern, weil solche sich nicht biegen. Durch Einwirkung der drückenden Kraft verkürzt sich zuerst der Körper und wird dicker, bis endlich bei immer zunehmendem Drucke die Zermalmung stattfindet. Von Metallen dient namentlich das Gußeißen zum Tragen und übertrifft in dieser Hinsicht die festesten Steine; der Modul desselben steigt bis auf 100 Kilogrammen. In der Anwendung wird, um sicher zu gehen, von dem Modul bei Steinen und Hölzern $\frac{1}{10}$, bei Gußeisen $\frac{1}{4}$ in Rechnung gebracht.

Die Bruchfestigkeit wird ermittelt, indem man prismatische Körper von überall gleichem Querschnitt an beiden Enden unterstützt und in der Mitte die Belastung so lange vermehrt, bis sie brechen. Die zum Zerbrechen nöthige Kraft steht bei Körpern von einerlei Materie in geradem Verhältnisse der Breite b, des Quadrates der Höhe h und im umgekehrten der Länge l. Für dergleichen Körper hat man demnach $P = \frac{1}{6} . F'' . \frac{b h^2}{l}$, wo der Modul der Bruchfestigkeit F'' aus Versuchen über den Bruch, indem man P, b, h, l mißt, berechnet wird. Er liegt bei einem Quadratmillimeter Querschnitt in Kilogrammen ausgedrückt für Hölzer zwischen 4 und 8 und für Eisen zwischen 8 und 32. — Für cylindrische Körper geht die vorstehende Formel in folgende über: $P = \frac{\pi}{4} . F'' r^3$, wo r den Radius bezeichnet. — Ist die Last über der ganzen Länge gleichförmig vertheilt, so ist die Tragkraft zweimal größer; dagegen fällt sie viermal geringer aus, wenn man denselben Körper nur an einem Ende befestigt und die ganze Last am andern Ende anbringt. — Hohle Körper sind im Verhältnisse zu ihrer Masse stärker als massive, weßhalb Stängel und Knochen bei wenig Masse viel aushalten, und metallene hohle Säulen eine bedeutende Tragkraft haben.

Die Drehungsfestigkeit hängt wie die übrigen Arten der Festigkeit von der Form des Körpers und von der Natur seines Materials ab. Für einen cylindrischen Körper vom Radius r, der an einem Ende festgehalten wird und an dessen anderem Ende die die Zerdrehung erzeugende Kraft mittelst eines Hebelarmes a wirkt, besteht die Formel

$P \cdot a = F''' \cdot \frac{\pi}{2} r^3$. Dieſe Formel geht für einen rechteckigen Querſchnitt mit der Breite b und Höhe h in folgende über:

$$P \cdot a = F''' \cdot \frac{2}{3} \frac{b^3 h^3}{\sqrt{(b^2 + h^2)^3}}. —$$

Der Modul der Drehungsfeſtigkeit F''' kann für Eiſen etwa zu 20 und für Eichenholz ohngefähr zu 1 angenommen werden, wenn man wieder Millimeter und Kilogramme zu Grunde legt. Doch fehlt es an zuverläſſigen Verſuchen, um darüber etwas mit Beſtimmtheit ausſagen zu können. Nur ſo viel läßt ſich behaupten, daß die Drehungsfeſtigkeit bei hohlen Cylindern größer iſt als bei maſſiven von demſelben Stoff und Gewicht.

4. Erſcheinungen der Kryſtalliſation.

Wie wir geſehen, beſitzen bei den Hölzern die Theile in der Richtung der Faſern einen feſteren Zuſammenhang als in einer darauf ſenkrechten Richtung. Sehr viele Mineralien geben ein ſolches Verhalten auf noch auffallendere Weiſe zu erkennen, in ſo fern ſie nach einigen Richtungen ſich leichter als nach anderen theilen laſſen, und dadurch mannigfaltige Verſchiedenheiten des Cohäſionszuſtandes verrathen, welche ſelbſt auf die äußere Geſtaltung der Mineralien von Einfluß ſind. Die Theile der meiſten unorganiſchen Körper zeigen ein Beſtreben ſich unter günſtigen Umſtänden zu regelmäßigen oder doch ſymetriſchen von ebenen Flächen begrenzten Polyedern zu gruppiren. Dergleichen Körper nennt man Kryſtalle. Sie ſind die Produkte chemiſch gleichartiger Theile, welche einer beſtimmten von Seiten der Cohäſionskräfte ausgehenden Anziehung Folge leiſten konnten. Dagegen jene Körper, wie z. B. Glas, Thon, welche nichts Kryſtalliniſches zeigen und amorphe oder geſtaltloſe heißen, als Conglomerate chemiſch verſchiedenartiger Theile gelten können, deren Kräfte eine weniger beſtimmte Anziehung zu äußern vermochten. Die Kryſtallbildung oder Kryſtalliſation lehrt uns die Molecularkräfte von einer neuen Seite kennen, weßhalb es von Intereſſe iſt, derſelben hier etwas näher nachzugehen. — Sie findet nur ſtatt bei dem Uebergange aus dem flüſſigen in den feſten Zuſtand, wenn mithin einmal die Körpertheilchen vollkommen frei beweglich ſind, und dann ſolche Umſtände hinzutreten, bei denen das kleine Spiel der Cohäſionskräfte ſeinen Einfluß ausüben kann. Letzteres geſchieht erſtens durch langſames Abkühlen einer geſchmolzenen Maſſe. So kryſtalliſirt man Schwefel, Wismuth oft mit großer Schönheit, wenn man die oberſte Kruſte durchſticht und die noch übrige Flüſſigkeit theilweiſe ausfließen läßt. Dergleichen Schwefelkryſtalle bilden ſich ebenfalls bei dem

Verdichten des durch Erhitzen erzeugten Schwefeldampfes an den kälteren Stellen der Gefäßwand, also bei dem Uebergang aus dem ausdehnsamen Zustand durch Erkältung in den festen. Die Tendenz zur Krystallbildung offenbart sich auch bei dem Uebergang des Wassers in Eis an den entstandenen feinen Eisnadeln, deßgleichen an der regelmäßigen Gestalt der Schneeflocken. Dann gehen aufgelößte Stoffe unter Krystallbildung in den festen Zustand über durch Abdampfen des Auflösungsmittels. Auf diese Weise erhalten wir aus einer Kochsalzlösung Krystalle von Kochsalz, aus einer Alaunauflösung Krystalle von Alaun. Sind mehrere Stoffe gleichzeitig aufgelößt, so werden sie meistentheils nach einander ausgeschieden, das schwerstauflößliche zuerst. So gibt demnach das Verdampfen ein Mittel ab, zwei Stoffe aus einer Lösung, worin beide enthalten sind, von einander zu scheiden. So trennt man das Chlorkalium vom Salpeter bei der gewöhnlichen Salpeterbereitung durch bloßes Abkühlen der Masse, weil ersteres später krystallisirt als letzterer. — Ferner bilden sich Krystalle durch chemische Aenderung des Auflösungsmittes. So scheidet Weingeist zu einer wässerigen Auflösung des schwefelsauren Kupferoxyds allmälig gegossen das Salz in krystallinischen Theilchen aus. Ebenso krystallisirt Salpeter aus seiner Auflösung in Wasser, wenn diese Auflösnng einen Zusatz von Weingeist erhält.

Die Bildung der Krystalle kann durch gewisse Nebenumstände ausnehmend befördert werden. Ist eine Flüssigkeit nahe daran zu krystallisiren, so genügt öfters ein schwacher Stoß, die Krystallbildung hervorzurufen. Dies zeigt sich schon bei dem Wasser, das in vollkommen ruhigem Zustande mehrere Grade unter dem Gefrierpunkt noch flüssig bleibt, dann aber bei einer leichten Bewegung der Luft in der ganzen Masse schnell erstarrt. Eine warme Auflösung von Glaubersalz ruhig hingestellt, bleibt auch nach dem Erkalten flüssig, bis die Erschütterung an einer Stelle die Krystallbildung einleitet, welche sich dann in kurzer Zeit über die ganze Flüssigkeitsmasse ausdehnt. – Ein anderes Beförderungsmittel ist die Berührung des krystallisirten Stoffes mit einem festen Körper. Rauhe Flächen, Holz, Schnüre wirken in dieser Beziehung besser als glatte Wände von Glas und Porzellan. Daher kommt es denn auch, daß die ersten Krystalle sich meistens an den Wänden ansetzen. — Keine Substanz wirkt in dieser Hinsicht aber kräftiger als ein Krystall derselben Natur. Legt man in eine gesättigte Kochsalzlösung einen schon gebildeten Kochsalzkrystall, so sieht man ihn schnell wachsen, wenn auch vorher noch keine Krystallisation bemerkt wurde. — Bringt man in eine Lösung von 3 Theilen Glaubersalz und 2 Theilen Salpeter mit 5 Theilen lauem Wasser einen Salpeterkrystall, so schießt

blos Salpeter an; thut man aber dasselbe mit einem Glaubersalzkrystall, so wird blos Glaubersalz ausgeschieden.

Viele Stoffe, die aus wässerigen Auflösungen krystallisiren, verbinden sich mit einer Quantität Wasser, das Krystallisationswasser heißt. Dasselbe wird in verschiedenen Verhältnissen aufgenommen; einige Krystalle, wie Kochsalz, Salpeter haben gar kein Wasser; manche enthalten davon eine große Menge, wie Alaun, Glaubersalz; bei andern wechselt der Gehalt an Wasser; je nachdem sie bei höherer oder niederer Temperatur krystallisirt worden sind. Das Krystallisationswasser verlieren viele Krystalle, wie z. B. Glaubersalz, Eisenvitriol, bei der gewöhnlichen Lufttemperatur ganz oder theilweise; sie büßen dann ihre Krystallgestalt ein und zerfallen zu einer mehlartigen Masse. Man nennt diese Erscheinung das Verwittern. Manche Krystalle, wie Gypsspath, Gypsstein verlieren das Krystallisationswasser erst bei einer höheren Temperatur; kommen sie hierauf wieder mit Wasser in Berührung, so verbinden sie sich rasch damit und erhärten. Der auf diese Weise zubereitete Gyps wird als Mörtel gebraucht; an feuchten Orten hat jedoch der Gypsmörtel keine bindende Kraft mehr. Oefters nehmen die Stoffe beim Krystallisiren nicht blos einen Theil der Mutterlauge, sondern auch andere Flüssigkeiten, selbst Gase auf und zerknistern dann beim Erhitzen in Folge der Ausdehnung dergleichen Flüssigkeiten. So fand man in Bergkrystallen Wassertropfen, in Flußspathen Luft, im Salz Wasserstoffgas, in Topasen und Amethysten eigene tropfbare Flüssigkeiten eingeschlossen. Es gibt auch Krystalle, welche das Wasser aus der Luft aufnehmen und zerfließen. Um die Krystalle von dem Zerfließen und Verwittern zu schützen, pflegt man sie in Terpentinöl aufzubewahren.

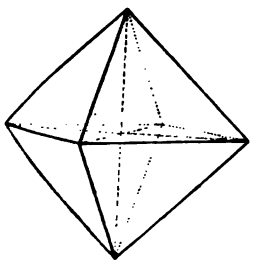
Krystalle unterscheiden sich von den unkrystallisirten Stoffen nicht blos durch die zwischen den Theilen nach verschiedenen Richtungen obwaltende ungleiche Cohäsion, sondern noch durch anderweitige physikalische und chemische Eigenschaften. Der krystallisirte Kohlenstoff als Diamant ist der härteste Körper, dagegen der amorphe Kohlenstoff nur eine geringe Härte zeigt. Die krystallisirte Thonerde ist im Saphir blau und durchsichtig, während die amorphe weiße Thonerde undurchsichtig ist. Ein Kochsalzkrystall löst sich schwerer im Wasser auf, als ein nicht krystallinisches Stück desselben Körpers. Weißblech widersteht an den Stellen, wo das Zinn krystallinisch erscheint, der Einwirkung der Salpetersäure mehr als an denjenigen Stellen, an welchen es amorph ist. Dergleichen verschiedenartige Zustände bei einem und demselben Körper nennt man allotropische; der Grund einer solchen Verschiedenheit liegt nur darin, daß die *gleichartigen* Theile in dem

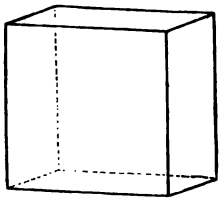
einen Zustande diese in dem andern jene Lage zu einander haben. Allotropie und Isomerie sind demnach verwandte Erscheinungen, mit dem Unterschiede, daß erstere eine Ungleichheit im Zustande der Grundstoffe andeutet, dagegen letztere auf ein verschiedenes Verhalten der Körper bei gleicher chemischen Zusammensetzung und gleichem Atomengewicht sich bezieht. — Bemerkenswerthe allotropische Zustände bieten Kohlenstoff, Schwefel und Phosphor dar. Der Kohlenstoff in der Form, wie er den Diamant bildet, ist farblos, durchsichtig und sehr schwer schmelzbar. Als Graphit ist er meistens amorph, dunkelgrau, ebenfalls schwer verbrennbar und von geringerem specifischem Gewichte als der Diamant. In der Holzkohle ist der Kohlenstoff leicht entzündlich. — Der Schwefel ist im krystallisirten Zustande gelb und durchsichtig; doch werden die Krystalle bald undurchsichtig und haben in diesem Zustande ein größeres specifisches Gewicht als im durchsichtigen. In einer andern Form erscheint der Schwefel braun, amorph und zäh und hat ein geringeres specifisches Gewicht als im krystallisirten und durchsichtigen Zustande. Im krystallinischen Zustande erscheint der Phosphor beinahe ungefärbt und durchsichtig; in einer andern Form zeigt er sich als milchweiße, weiche undurchsichtige Masse, die schwerer schmilzt als der Phosphor im vorhergehenden Zustande. Setzt man ihn in dem ersteren Zustande im luftleeren Raume dem Sonnenlichte aus, so verliert er seine Durchsichtigkeit an der Oberfläche; auch raucht er nicht in der Luft, was er in den beiden anderen Zuständen thut, und fordert zum Verflüchtigen eine höhere Temperatur als die letzteren, geht aber dabei in dieselben über. Der Krystall beginnt mit einem kleinen vollständig ausgebildeten Kern, welcher durch Anlegen paralleler Schichten bis zu einer gewissen Größe allmählig anwächst. Der Zuwachs erfolgt nach diametral entgegengesetzten Richtungen auf einerlei Weise, so daß paarweise parallele Begrenzungsebenen in der Form von Dreiecken und Vielecken, regelmäßigen oder symetrischen, vorkommen und das Merkmal eines vollständigen Krystalls sind. Wenn Abweichungen sich zeigen, so rühren sie von zufälligen Störungen her, welche beim Bildungsprocesse stattgefunden haben. — Jeder Krystallform liegt wie gesagt, Symetrie zu Grunde, obgleich sie in manchen Fällen nicht auf den ersten Blick erkannt wird. Alle Krystallformen besitzen einen Mittelpunkt, welcher der Halbirungspunkt mehrerer gegen die Krystallflächen symetrisch gestellter Linien ist, die Achsen genannt werden. Zeichnet sich eine dieser Linien von den andern aus, so nennt man sie Hauptachse, die übrigen dagegen die Nebenachsen. Die Achsen sind jedoch nicht wirkliche im Krystall vorhandene Linien, sondern sie bezeichnen nur Richtungen, welche durch an den Krystallen befindliche

Punkte angegeben werden, als da sind Ecken, Mittelpunkte der Kanten und Flächen. — *Einfache Krystallformen* sind solche, an welchen sich nur gleichartige Flächen vorfinden. Krystallformen mit ungleichartigen Flächen heißen *Combinationen*. *Grundform* ist die bestimmte einfache Gestalt, aus welcher sich andere einfache Formen ableiten lassen. Die natürlichen und künstlichen Krystalle zeigen uns die größte Mannigfaltigkeit in der Art der äußeren Erscheinung. Sie laßen sich aber in Beziehung auf die *Ausbildungsrichtungen* oder *Achsen* in wenige Klassen ordnen. — Der Inbegriff aller aus einer Grundgestalt abgeleiteten Gestalten bildet ein *Krystallsystem*. Solcher *Krystall-* oder *Achsensysteme* kann man *sechs* unterscheiden.

1) *Das reguläre System* mit drei auf einander senkrechten gleich großen Achsen. Die Grundgestalt des Systems ist das Octaëder (Fig. 44), an welchem sich acht gleichseitige Dreiecke befinden.

Fig. 44. Fig. 44a. Fig. 44b.





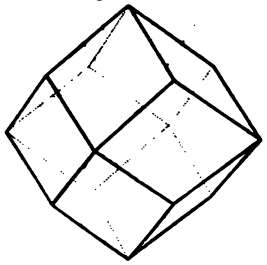
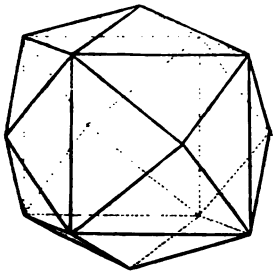
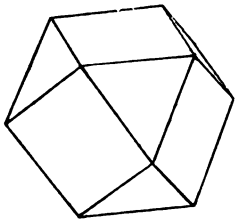
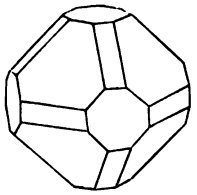


Fig. 44c. Fig. 44d. Fig. 44e.







Andere Formen des regulären Systems sind der *Würfel* (Fig 44a), an welchem sechs quadratische Flächen vorkommen; der *Rhombendodekaëder* (Fig. 44b), das zwölf rhombische Flächen hat; der *Pyramidenwürfel* (Fig 44c), ein von 24 gleichschenkligen Dreiecken eingeschlossener Körper. — In den Figuren (44d) und (44e) sind zwei Combinationen des regulären Systems dargestellt; erstere eine Combination von Octaëder und Würfel, die zweite eine Combination von

Octaëder, Würfel und Rhombendodekaëder. Im regulären System krystallisiren Alaun, Kochsalz; Bleiglanz, Granat, Flußspath, Magneteisen, salpetersaures Bleioxyd, Jodkalium.

2) Das quadratische System mit ebenfalls drei auf einander senkrechten Achsen, von denen aber nur zwei gleich lang sind, welche als Nebenachsen gelten. Die Grundgestalt ist eine quadratische Pyramide, und zwar eine spitze (Fig. 45), wenn die Hauptachse

Fig. 45.

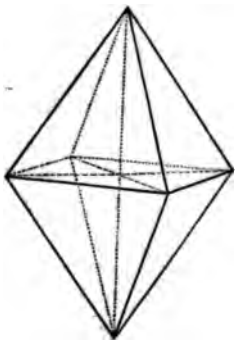


Fig. 45c.

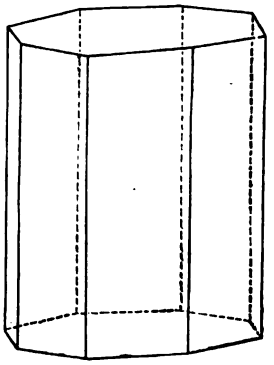


Fig. 45e.

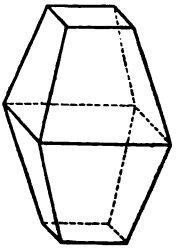


Fig. 45a.

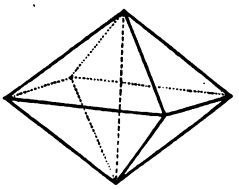


Fig. 45d.

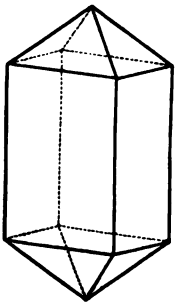
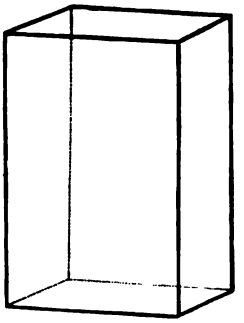


Fig. 45b.

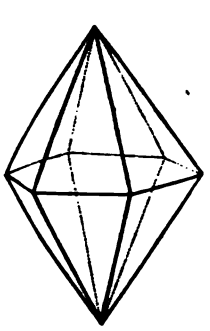


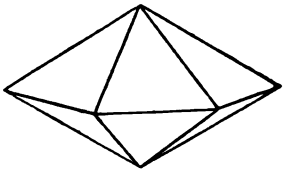
größer ist als eine Nebenachse; dagegen eine stumpfe (Fig. 45a), wenn die Hauptachse kleiner als eine Nebenachse ist. — Zwei andere Formen im quadratischen System sind das quadratische Prisma (Fig. 45b) mit vier gleichen der Hauptachse parallel laufenden Flächen, und das symetrisch achtseitige Prisma (Fig. 45c) dessen acht Flächen ebenfalls der Hauptachse parallel sich erstrecken. — Von den Combinationen des quadratischen Systems sind zwei in den Figuren (45d) und (45e) dargestellt; erstere entspricht einem quadratischen Prisma mit zwei aufsitzenden geraden Pyramiden; die zweite dem Falle, wenn die Scheitel der obern und untern Pyramide allein abgestumpft sind. —

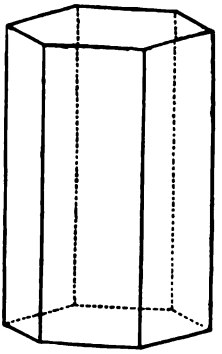
Im quadratiſchen Syſteme kryſtalliſiren ſchwefelſaures Nickeloxydul, Zinnſtein, Circon, Apophyllit, Blutlaugenſalz, Honigſtein, Veſuvian, ſaures arſenikſaures Kali.

3) Das hexagonale Syſtem mit vier Achſen, von denen drei gleiche in einer Ebene liegend einen Winkel von 60° mit einander machen, die vierte aber die Hauptachſe, ſenkrecht auf der Ebene der drei übrigen ſteht und ihnen ungleich iſt. Die Grundform iſt die reguläre ſechsſeitige Pyramide, nämlich eine ſpitze (Fig. 46) oder eine ſtumpfe

Fig. 46. Fig. 46a. Fig. 46b.

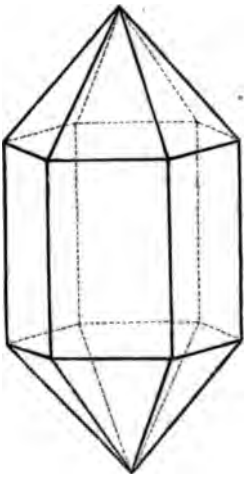






(Fig. 46a), je nach der Länge der Hauptachſe. Eine andere Form in dem hexagonalen Syſtem iſt das hexagonale Prisma (Fig. 46b) und eine gewöhnliche Combination die des Prismas und der Pyramide (Fig. 46c). — Im hexagonalen Syſtem kryſtalliſiren Kalkſpath, Quarz, Smaragd, Turmalin, Beryll, Graphit, Antimon, Apatit.

Fig. 46c.



4) Das rhombiſche Syſtem mit drei auf einander ſenkrechten ungleichen Achſen. Die Grundform bildet die gerade rhomiſche Pyramide (Fig. 47). Eine andere Form iſt das gerade rhombiſche Prisma (Fig. 47a). Zwei Combinationen des rhombiſchen Syſtems ſind in (Fig. 47b) und (Fig. 47c) abgebildet In dem rhombiſchen Syſtem kryſtalliſiren Salpeter, Schwefel, Arragonit, Topas, Schwerſpath, Zinkvitriol, ſchwefelſaures Kali, ſchwefelſaures Zinkoxyd.

5) Das monokliniſche Syſtem mit drei ungleichen Achſen, von denen zwei ſich nicht unter rechtem Winkel ſchneiden, die dritte

aber die Hauptachse senkrecht auf der Ebene der beiden schiefwinkligen steht. Die schiefe rhombische Pyramide (Fig. 48) bildet

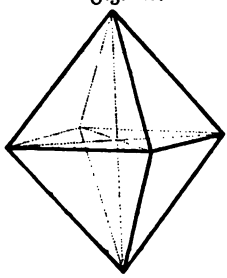
Fig. 47. 

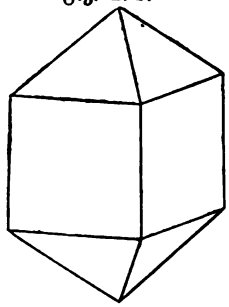
Fig. 47b. 

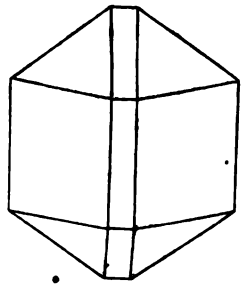
Fig. 47c. 

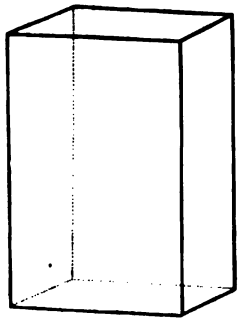
Fig. 47a. 

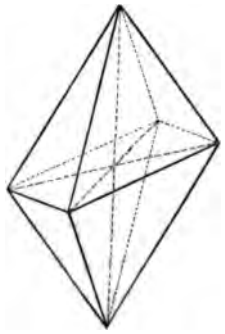
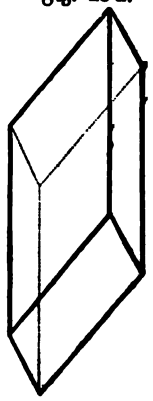
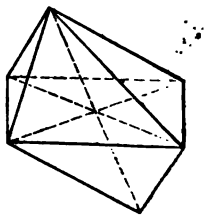
Fig 48. 

Fig. 48a. 

die Grundform des Systems. Eine andere Form ist das schiefe rhombische Prisma (Fig. 48a). Zu diesem System gehören Zucker, Glaubersalz, Eisenvitriol, Gyps.

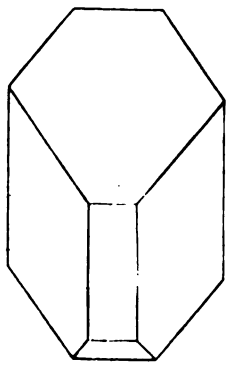
6) Das trykliniſche System mit drei auf einander schief stehenden ungleichen Achsen. Die schiefe rhomboidische Pyramide (Fig. 49) kann als Grundform des Systems betrachtet werden. Eine anderweitige Form ist das trykliniſche Prisma (Fig. 49a). — Kupfervitriol, Albit, Kyanit, Axinit gehören diesen Systemen an.

Fig. 49. 

Körper von derselben materiellen Beschaffenheit kommen in verschiedenen Krystallformen vor, doch gehören sie meistens zu einerlei Krystallsystem. So z. B. krystallisirt der Diamant in Octaëdern, Würfeln, Tetraëdern, Dodekaëdern, welche Gestalten sich sämmtlich vom Octaëder ab-

leiten lassen. Es gibt aber auch Substanzen, welche in verschiedenen Krystallsystemen vorkommen; dergleichen Stoffe nennt man dimorph. So krystallisirt die Kohle als Diamant im regulären System, als Graphit gehört sie zum quadratischen. Der kohlensaure Kalk krystallisirt als Calcit ebenfalls im quadratischen System, während er als Arragonit in dem rhombischen auftritt. — Warum der eine Stoff in dieser, der andere in jener Form krystallisirt, darauf vermögen wir keine bestimmte Antwort zu geben; obschon nicht zu verkennen ist, daß die Gegenwart eines fremdartigen Stoffes in der krystallrechten Flüssigkeit, das Ausscheiden des Krystalls aus einer Lösung oder chemischen Verbindung, das Abscheiden des Auflösungsmittels durch Abdampfen oder durch Zusatz eines neuen Stoffes, lauter Umstände sind, welche dabei einen Einfluß äußern. So z. B. krystallisirt Salmiak aus einer reinen wässerigen Lösung in Octaëdern, aus einer viel Harnstoff enthaltenden in Würfeln; Schwefel schießt aus einer Lösung in Schwefelkohlenstoff in einer zum rhombischen gehörigen, aus geschmolzenem langsam erkaltendem Schwefel in einer ins monokliniſche System fallenden Gestalt an; kohlensaurer Kalk krystallisirt in Form des Kalkspaths oder des Arragonits, je nachdem man eine Lösung von Chlorcalium durch eine Auflösung von kohlensaurem Ammoniak bei höherer oder niederer Temperatur zerlegt. Wird das rothe Queckſilberjodid erhitzt, so sublimirt es zu citronengelben Krystallen; ein solcher gelber Krystall gedrückt oder geritzt wird augenblicklich roth; die Farbenänderung ist die Folge einer Umlagerung der Molecüle, indem die monoklinischen gelben Krystalle des Jodids sich in ein Aggregat von quadratischen rothen Krystallen des Jodids verwandeln.

Fig. 49a.



Bei den Krystallen ereignet es sich öfters, daß nur die eine Hälfte der Flächen vorkommt, gleichsam als hätte sich dieselbe so weit ausgedehnt, daß die andere Hälfte dadurch verschwindet. Solche Krystalle nennt man halbflächige oder hemiedrische Krystalle. Einfache Beispiele der Hemiedrie sind das Tetraëder, das Pentagonaldodekaëder, das Rhomboëder, das rhombische Sphenoid. — Das Tetraëder (Fig. 50) ein von vier gleichseitigen Dreiecken eingeschlossener Körper, entsteht aus dem Octaëder, wenn zwei Flächen der oberen Pyramide und zwei Flächen der untern Pyramide nach allen Seiten wachsen, und dadurch die vier andern Flächen verdrängen. Das Tetraëder zeigt sich am Fahlerz. —

Fig. 50.

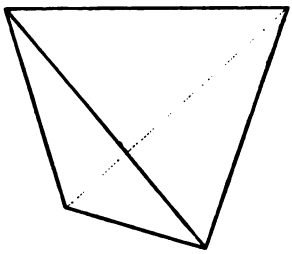


Fig. 52.

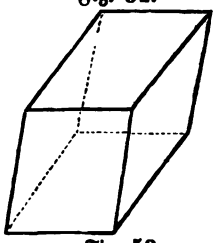


Fig. 53.

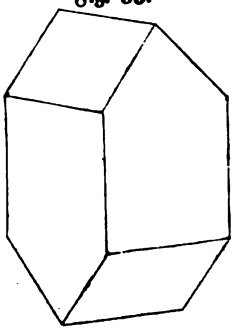
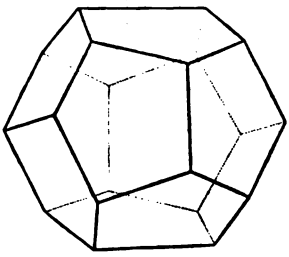


Fig. 51.



Das Pentagonaldodekaëder (Fig 51) besitzt zwölf gleichartige Flächen, deren jede vier gleiche Seiten und eine ungleiche hat. Der Körper läßt sich von dem Pyramidenwürfel ableiten. Das Pentagonaldodekaëder wird am Schwefelkies wahrgenommen. — Das Rhomboëder (Fig. 52) ein von sechs Rhomben eingeschlossener Körper, entspringt aus der doppelt sechsseitigen Pyramide, indem drei Flächen der obern Pyramide und drei Flächen der untern Pyramide durch weiteren Wachsthum sechs Flächen unterdrücken. Der Kalkspath zeigt das Rhomboëder. — Das rhombische Sphenoid (Fig. 53) entsteht aus einer Combination der rhombischen Pyramide und eines vierseitigen Prismas, indem die eine Hälfte der Pyramidenflächen wächst, die andere Hälfte dagegen verschwindet. Eine derartige hemiedrische Ausbildung zeigt häufig die schwefelsaure Magnesia.

Manchmal sind einzelne Krystalle mit einander verwachsen; solche Krystalle heißen Zwillingskrystalle, und zwar Berührungszwillinge, wenn sie an einer gemeinschaftlichen Ebene zusammenstoßen, dagegen Durchkreuzungszwillinge, wenn sie einander durchdringen. Das eine der den Zwilling bildenden Individuen erscheint gegen das andere verdreht gestellt. — Figur 54 entspricht einem Berührungszwilling, wie er in dem quadratischen System häufig bei dem Zinnstein vorkommt. Figur 55 stellt einen Berührungszwilling dar, wie man ihn in dem hexagonalen System bei dem Kalkspath antrifft. Der in

Fig. 54.

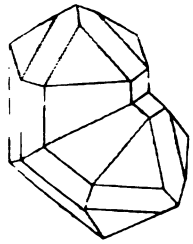


Fig. 55.

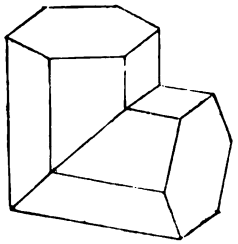
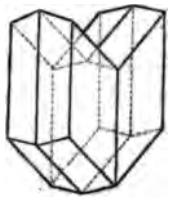
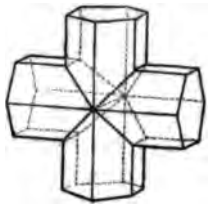


Fig. 56.



ur 56 gezeichnete Zwilling findet ſich bei dem
ſe, welcher dem monokliniſchen Syſteme an-
ört. In der Figur 57 iſt der Zwilling des
uroliths abgebildet; die Hauptachſen der bei-
dem rhombiſchen Syſteme angehörigen Indi-
en ſtehen nahe zu ſenkrecht zu einander. —
Zwillingskryſtalle laſſen ſich oft aus dem
handenſein einſpringender Winkel erkennen,
he bei einfachen Kryſtallen nie vorkommen; oder wo ſolche ſich nicht
inden, an dem Glanze, der Streifung der verſchiedenen Flächen
uthen.

Fig. 57.



Aus der Cohäſion entſpringende Hinderniſſe bei der Bewegung.

1. Gleitende Reibung.

Ein auf einer horizontalen Ebene liegender Körper ſollte durch die
ıgſte Kraft in Bewegung geſetzt werden, und dann ſich ſelbſt über-
n vermöge ſeiner Trägheit in der begonnenen Bewegung verharren
en. Dies iſt jedoch, wie die Erfahrung lehrt, keineswegs der Fall,
n einmal eine mehr oder minder bedeutende Kraft erforderlich iſt,
die Bewegung hervorzubringen, und dann dieſe Bewegung fort-
rend abnimmt und endlich ganz verſchwindet. Man nennt dieſen
der Bewegung zweier Körper an einander hervorgehenden Wider-
) die Reibung oder Friction. Sie rührt größtentheils von der
enheit der Körper her, in Folge derer die Erhabenheiten des einen
ie Vertiefungen des andern eingreifen; dann wirkt dabei mit die
ſion der einander berührenden Flächen, wie denn auch Elaſticität
Dehnbarkeit der Theilchen mehr oder weniger dabei einen Einfluß
iben können. Wegen dieſer Verwickelung der Umſtände beſchränkt
ſich hinſichtlich der Reibung auf das, was die Erfahrung darüber

ausſagt. — Man unterſcheidet zwiſchen gleitender und rollender Reibung. Erſtere findet ſtatt, wenn ein Körper über einen andern weggeſchoben wird; die zweite, wenn ein runder Körper über einen andern wegrollt. Ein Beiſpiel der gleitenden Reibung haben wir bei der Bewegung eines Pumpenkolbens an den Wänden des Cylinders; ein Beiſpiel der rollenden Reibung haben wir bei der Bewegung der Wagenräder auf dem Erdboden.

Um Verſuche über gleitende Reibung anzuſtellen, legt man auf einen horizontalen Tiſch den Körper mit ebener Grundfläche, deſſen Reibung unterſucht werden ſoll, und darauf den zweiten Körper mit ebenfalls ebener Grundfläche. An dem zweiten Körper wird eine Schnur befeſtigt, welche horizontal über eine Rolle geht und an ihrem freien Ende eine Wagſchale zur Aufnahme derjenigen Gewichte trägt, die gerade nöthig ſind, entweder den Körper aus dem Zuſtande der Ruhe in jenen der Bewegung zu verſetzen, oder ihn in der begonnenen Bewegung gleichförmig zu erhalten. Die erforderlichen Gewichte für den erſten Fall können als Maß der Reibung der Ruhe und die Gewichte für den zweiten Fall als Maß der Reibung der Bewegung gelten. — Die Geſetze, welche man auf dieſe Weiſe für die gleitende Reibung gefunden hat, ſind im Weſentlichen folgende: 1) Die Reibung iſt bei übrigens gleichen Umſtänden dem Drucke proportional. 2) Unter ſonſt gleichen Umſtänden iſt die Reibung von der Größe der Berührungsflächen unabhängig. 3) Die Reibung ändert ſich mit der Rauheit der Oberflächen und mit der Natur der Subſtanzen. 4) Bei harten Körpern hat die Geſchwindigkeit zwiſchen den Grenzen 0,003 und 3 Meter keinen merklichen Einfluß auf die Reibung; dagegen ändert ſich bei weichen und faſerigen Stoffen die Reibung bedeutend mit der Geſchwindigkeit. — Bezeichnet demnach P den Druck der Körper gegen einander, ſo hat man für die Größe R der Reibung den Ausdruck $R = \mu P$. Die Zahl μ, welche angibt, den wie vielten Theil des Drucks man nehmen muß, um den Betrag der Reibung zu erhalten, wird der Reibungscoefficient genannt, und kann nur aus Verſuchen beſtimmt werden. — Zur Ermittelung des Reibungscoefficienten läßt ſich auch die ſchiefe Ebene gebrauchen, indem man die um eine Achſe bewegliche ſchiefe Ebene bis zu dem Neigungswinkel α emporhebt, bei welchem der aufgelegte Körper vom Gewichte P herabzugleiten beginnt. Der zur ſchiefen Ebene normale Druck iſt gleich $P \cos \alpha$, die der ſchiefen Ebene parallel wirkende und der Reibung gleiche Kraft beträgt $P \sin \alpha$; folglich hat man $\mu = \operatorname{tang} \alpha$, d. h. der Reibungscoefficient iſt gleich der Tangente des Neigungswinkels, bei welchem das Herabgleiten eintritt.

In nachstehender Tabelle sind die Reibungscoefficienten μ der gleitenden Reibung für die Bewegung für die in der Anwendung am meisten vorkommenden Körper auf Grundlage zuverlässiger Versuche zusammengestellt.

I. Metalle.	Reibungscoefficient.		Reibungscoefficient.
Eisen auf Eisen	0,14	Gußeisen auf Bronce	0,17
Eisen auf Gußeisen	0,19	Gußeisen auf Messing	0,18
Eisen auf Bronce	0,15	Bronce auf Bronce	0,20
Gußeisen auf Gußeisen	0,16	Zink auf Blei	0,23

II. Steine.	Reibungscoefficient.
Weicher Kalkstein auf weichem Kalkstein	0,64
Weicher Kalkstein auf hartem Kalkstein	0,67
Harter Kalkstein auf hartem Kalkstein	0,38
Backstein auf weichem Kalkstein	0,65
Backstein auf hartem Kalkstein	0,60
Eisen auf hartem Kalkstein	0,24
Eisen auf weichem Kalkstein	0,69

III. Hölzer.	Reibungscoefficient bei parallelen Fasern.	IV. Hölzer mit Metallen und Steinen.	Reibungscoefficient.
Eiche auf Eiche	0,48	Eisen auf Eiche	0,26
Eiche auf Ulme	0,25	Eisen auf Ulme	0,25
Eiche auf Buche	0,36	Gußeisen auf Buche	0,39
Eiche auf Tanne	0,41	Messing auf Eiche	0,61
Rindsleder auf Eiche	0,33	Eiche auf weichem Kalkstein	0,38
Riemen auf Eiche	0,27	Eiche auf hartem Kalkstein	0,39
Hanfgurte auf Eiche	0,52	Eiche auf Gußeisen	0,22
Hanfseil auf Eiche	0,51	Esche auf Gußeisen	0,40

Bei den Metallen erweist sich die Reibung der Ruhe an reinen Flächen kaum verschieden von jener der Bewegung; dagegen ist bei Hölzern die erstere Reibung größer als die letztere, auch wächst sie mit der Dauer der Berührung. Dasselbe gilt bei der Reibung von Holz auf Metall, wo das Maximum der Reibung der Ruhe oft erst nach Tagen eintritt. Bei Hölzern ist die Reibung geringer, wenn sich die Fasern durchkreuzen als wenn sie parallel laufen. Feuchtigkeit vermehrt die Reibung der Hölzer, Hitze die der Metalle. Gleichartige Körper reiben sich gewöhnlich stärker als ungleichartige, doch finden unter ungleichartigen ebenfalls Unterschiede statt. So z. B. reibt sich Stahl am wenigsten auf Zink, mehr auf Messing, noch mehr auf Blei, am meisten auf Zinn. — Schmiermittel vermindern die Reibung, wenn sie zweckmäßig angewendet werden, *indem sie die* Vertiefungen aus-

füllen und das Eindringen der Unebenheiten hindern. Für verschiedene Körper braucht man verschiedene Schmiermittel, um die Reibung möglichst zu vermindern. Für leichte Maschinentheile aus Metall bewähren sich die dünnflüssigen Oele, für schwere Maschinentheile Seife oder eine Mischung von vier Theilen Schweinfett und ein Theil Graphit. Wenn Holz auf Holz sich bewegt, wendet man Talg an; Wasser wird genommen, wenn Metalle auf Steinen sich reiben. Für die Reibung von Gußeisen auf Erz sank der Reibungscoefficient, welcher für sich 0,25 betrug, auf folgende Werthe herab: mit Oel auf 0,17, mit Fett auf 0,11, mit Seife auf 0,03, mit Schmiere aus Fett und Graphit auf 0,02. Für die Reibung von Eiche auf Buche, reducirte sich der Reibungscoefficient, welcher 0,36 für sich war, auf nachstehende Werthe: mit Seife auf 0,14, mit Fett auf 0,12, mit Unschlitt auf 0,08, mit Schweineschmalz auf 0,07.

2. Rollende Reibung.

Die Reibung fällt bedeutend geringer aus, wenn die gleitende Bewegung in eine rollende umgesetzt wird. Deshalb legt man, um schwere Lasten fortzuschaffen, dieselben auf Walzen oder Kugeln, oder bringt sie auf Wägen, bei welchen letzteren die Ueberwindung der rollenden Reibung an dem Umfang der Räder und der drehenden Reibung an den Achsen der Räder einen bedeutend geringeren Kraftaufwand erfordert, als wenn die nämliche Last fortgeschleift werden sollte. — Um Versuche über rollende Reibung anzustellen, läßt man Walzen von verschiedenen Durchmessern auf Unterlagen rollen. Das Uebergewicht, welches die Bewegung bewirkt, befindet sich in einer an den Walzen angehängten leichten Wagschale. Außerdem sind über die Walzen noch zwei Schnüre gelegt, um auf beiden Seiten gleiche Gewichte anhängen und so den Druck in entsprechender Weise abändern zu können. Aus dergleichen Versuchen hat sich nun ergeben, daß die rollende Reibung unter sonst gleichen Umständen dem Drucke direct und dem Halbmesser der Walze umgekehrt proportional ist. Es bestände demnach für die Größe R' der rollenden Reibung die Relation $R' = \mu' \frac{P}{r}$, wo P den Druck und r den Halbmesser der Walze bezeichnet. — Bei Unterlagen von Eichenholz fand Coulomb, wenn P in Kilogrammen und r in Metern ausgedrückt wird, für Walzen aus Guajakholz $\mu' = 0{,}002$, für Walzen aus Ulmenholz $\mu' = 0{,}003$. Für gußeiserne Räder, welche auf gußeisernen Schienen laufen, hat man erhalten $\mu' = 0{,}004$ und für Wagenräder auf fester Straße im Schritt $\mu' = 0{,}04$. — Vor-

stehende Werthe sind hinreichend, um zu erkennen, daß die rollende Reibung weit weniger als die gleitende beträgt.

Was die Größe der drehenden oder Achsenreibung R'' anlangt, welche bei der Bewegung einer Radwelle in dem Lager oder eines Zapfens in der Pfanne stattfindet, so hat diese Reibung den Versuchen zufolge zum Ausdruck $R'' = \mu'' P$, in welchem P den aus allen auf die Radwelle oder auf den Zapfen wirkenden Kräften hervorgehenden Normaldruck bezeichnet. Der Coefficient der Zapfenreibung μ'' ist kleiner als der für gleitende Reibung. Die nachstehende Tabelle enthält diesen Coefficienten für verschiedene Materien:

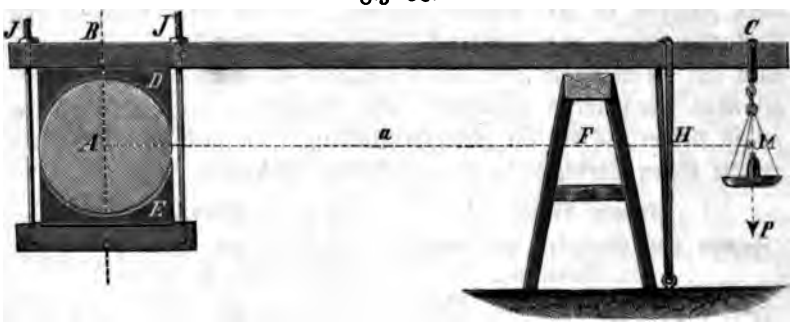
Reibende Körper.	Zustand der Flächen.	Reibungscoefficient.
Zapfen von Gußeisen auf Lagern von Gußeisen,	geschmiert mit Oel oder Schweinefett	0,054
Zapfen von Gußeisen auf Lagern von Bronce,	geschmiert mit Oel oder Schweinefett	0,054
Zapfen von Gußeisen auf Lagern von Guajakholz,	geschmiert mit Oel oder Schweinefett	0,09
Zapfen von Guajakholz auf Lagern von Guajakholz,	geschmiert mit Schweinefett	0,07

Die Zapfenreibung wird bedeutend vermindert durch Anwendung sogenannter Frictionsrollen. Man läßt nämlich den Wellzapfen nicht in einem Lager, sondern auf dem Umfang einer oder mehrerer Rollen laufen, wodurch die gleitende Reibung des Zapfens in der Pfanne in eine rollende verwandelt wird.

Obschon die Reibung ein mächtiges Bewegungshinderniß und öfters einen nicht geringen Theil der bewegenden Kraft in Anspruch nimmt, so gewährt sie doch in vielen anderen Fällen bedeutende Vortheile. Die Reibung des Bodens kommt uns bei dem Stehen und Gehen zu Gute, wie wir dies bei dem Gehen über Glatteis sehen, das wir mit Sand oder Asche zu bestreuen pflegen, um der Gefahr des Fallens vorzubeugen. Wir verwandeln die rollende Bewegung in eine gleitende und erzeugen dadurch einen größeren Reibungswiderstand, wenn wir unter das Rad einen Hemmschuh legen oder durch eine oder die andere Bremsvorrichtung das Rad hindern sich um seine Achse zu drehen. Ohne Reibung würden wir keinen Körper fest in den Händen halten können, denen er wie der glatte Fisch entschlüpfen würde. Nur das Vorhandensein der Reibung macht es uns möglich eine Anhöhe zu besteigen oder einen Baum hinaufzuklettern. Alles Befestigen der Körper durch Klemmen, Nageln, Verkeilen, Verbinden beruht auf Reibung, welche unter dem Einfluß eines ausgeübten Druckes verstärkt werden kann.

Die Reibung wird angewandt, um die Leistungsfähigkeit eines Wasserrades, einer Dampfmaschine und dergleichen zu ermitteln. Um die horizontale Welle A (Fig. 58) des Wasserrades oder Schwungrades

Fig. 58.



der Dampfmaschine, während der Motor keine weitere Arbeit verrichtet, wird ein von unten ausgeschnittenes auf den Wellbaum passendes Holzstück gelegt, das durch Anziehen oder Nachlassen der Schrauben J von oben mehr oder weniger stark gegen die Welle A angedrückt werden kann. Die dadurch an der Welle erzeugte Reibung läßt sich als eine Last Q betrachten, welche innerhalb einer gewissen Zeit um eine bestimmte Wegstrecke fortzuführen ist. Hat man es nun durch Regulirung der Schrauben und durch allmäliges Nachlegen von Gewichten in die in C aufgehangene Wagschale, indem die Welle mit ihrer normalen Umdrehungsgeschwindigkeit sich bewegt, dahin gebracht, daß der Hebel BC, kleine Oscillationen abgerechnet, dabei horizontal bleibt; so hält die am Hebel wirkende Kraft der Last oder Reibung Q das Gleichgewicht. Bezeichnet mithin P jene Kraft, d. h. das in der Wagschale befindliche Gewicht, das der letztern mitgerechnet, nebst dem auf den Punkt C reducirten Gewicht des Hebels, ferner r den Radius der Welle und a die Länge BC des Hebels; so hat man $Qr = Pa$. Macht nun die Welle n Umdrehungen in der Secunde, so wird die Arbeitsgröße oder Leistungsfähigkeit W des Motors derjenigen der Reibung gleich sein. Man hat also $W = 2\pi rn . Q = 2\pi anP$, wonach W bestimmt ist ohne daß Q bekannt zu sein braucht.

3. Schätzung der Reibung in einigen besonderen Fällen.

Wie der Einfluß der Reibung in vorkommenden Fällen geschätzt werden muß, werden folgende Beispiele zeigen. Wir beginnen mit dem einfachsten Falle, in welchem ein auf horizontaler Ebene ruhender Körper vom Gewicht Q zu einer fortschreitenden Bewegung durch eine Kraft

P angetrieben wird, deren Richtung durch den Schwerpunkt des Körpers geht und unter dem Winkel β gegen den Horizont geneigt ist. Durch Zerlegung der Kraft P in eine horizontale und verticale Seitenkraft erhalten wir $P\cos\beta$ und $P\sin\beta$, deren letztere zur Verstärkung des Normaldruckes beiträgt. Das der Bewegung widerstehende Hinderniß der Reibung hat zum Ausdruck $\mu(Q + P\sin\beta)$, in welchem μ wie gewöhnlich den Reibungscoefficienten bezeichnet. Die in der Richtung der Reibung fallende horizontale Wirkung $P\cos\beta$ wird folglich mit der Reibung im Gleichgewichte stehen, wenn $P = \frac{\mu Q}{\cos\beta - \mu\sin\beta}$ ist.

Wir gehen zu dem zweiten Beispiel über, in welchem ein Körper vom Gewichte Q auf einer schiefen Ebene liegt, deren Neigungswinkel gegen den Horizont gleich α ist, und die Größe der Kraft P bestimmt werden soll, welche nöthig ist, um den Körper auf der schiefen Ebene zu erhalten, angenommen, daß die Kraft den Körper in dessen Schwerpunkt angreift und ihre Richtung mit der schiefen Ebene den Winkel β bildet. Indem man jede der Kräfte P und Q in zwei Seitenkräfte zerlegt, die parallel und normal zur schiefen Ebene gerichtet sind, erhält man für die parallelen Kräfte $P\cos\beta$ und $Q\sin\alpha$, und für die normalen Kräfte $P\sin\beta$ und $Q\cos\alpha$. Da die Reibung der Kraft P zu Gute kommt, so hat man für den Fall des Gleichgewichtes

$$P\cos\beta + \mu(Q\cos\alpha - P\sin\beta) = Q\sin\alpha;$$

woraus

$$P = \frac{Q(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{\cos\beta - \mu\sin\beta}.$$

Soll dagegen die Kraft die Reibung zugleich überwinden, mithin die Kraft bestimmt werden, welche erforderlich ist, um bei der geringsten Vermehrung das Aufrücken des Körpers längs der schiefen Ebene zu bewirken, so besteht für den Fall des Gleichgewichtes die Gleichung:

$$P\cos\beta = Q\sin\alpha + \mu(Q\cos\alpha - P\sin\beta);$$

aus welcher entspringt:

$$P = \frac{Q(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{\cos\beta + \mu\sin\beta}.$$

Wir wollen drittens die Größe der Reibung R bei der Schraube aufsuchen, wenn der Druck Q auf der Schraubenlinie gleichmäßig vertheilt angenommen wird. Es sei r der Radius des Cylinders, h die Höhe eines Schraubenganges, l die Länge desselben, ferner P die Kraft, welche am Umfange des Cylinders wirkend, für das Gleichgewicht erforderlich ist. Durch Zerlegung der horizontalen Kraft P in die beiden Seitenkräfte $\frac{2r\pi}{l}P$ und $\frac{h}{l}P$, von denen erstere parallel zur Länge des Schraubenganges ist, und die zweite senkrecht darauf steht, bekommt

man für die Reibung den Ausdruck $\mu\left(\frac{2r\pi}{l}Q+\frac{h}{l}P\right)$. Dieser Reibung und der Kraft $\frac{h}{l}Q$ muß die Kraft $\frac{2r\pi}{l}P$ das Gleichgewicht halten. Folglich hat man

$$2r\pi P=\mu(2rr\pi Q+hP)+hQ,$$

woraus entspringt $P=Q\frac{h+2r\pi\mu}{2r\pi-\mu h}$.

Mit Hinweglassung der Reibung erhält man $P'=\frac{Qh}{2r\pi}$. Indem man diesen Werth von dem vorhergehenden abzieht, ergibt sich für den gesuchten Reibungswiderstand R der Ausdruck:

$$R=\frac{Q\mu(4r^2\pi^2+h^2)}{2r\pi(2r\pi-\mu h)}$$

Viertens soll die Größe der Kraft P für drei in einander greifende Räder bestimmt werden, wenn zwischen ihr und der Last Q und den Reibungswiderständen Gleichgewicht eingetreten ist, angenommen, daß die Kräfte Q und P in verticaler Richtung wirken. Es seien a, a', a'' die Halbmesser der Räder; r, r', r'' die der Getriebe; ϱ, ϱ', ϱ'' die der Zapfen; W, W', W'' die Gewichte der Räder nebst Welle und Zapfen. Die am ersten Rade a wirksame Kraft X für den Fall des Gleichgewichtes mit der Last Q und der Reibung ergibt sich aus der Gleichung: $aX=Qr+\varrho\mu(W+Q+X)$. Die am zweiten Rade a' thätige Kraft Y für das Gleichgewicht mit der Last X und den Reibungswiderständen wird aus der Gleichung

$$a'Y=X(1+\mu,)r'+\varrho'\mu(W-X-Y)$$

bestimmt, in welcher μ, den Reibungscoefficienten zwischen Zahn und Triebstock bezeichnet und $X+Y-W$ genommen werden muß, wenn $X+Y>W$ ist, also eine Pressung oben an den Zapfen eintritt. Die dritte Bedingungsgleichung für die gewählte Zusammenstellung endlich ist: $Pa''=(1+\mu,)Yr''+\varrho''\mu(W+Y+P)$, aus welcher P sich bestimmen läßt, nachdem X und Y mit Hülfe der ersten beiden Gleichungen berechnet worden sind.

Um die Reibung der Kreisfläche des Zapfens einer verticalen Welle gegen die Grundfläche zu finden, stellen wir folgende Betrachtung an. Jeder Punkt der Kreisfläche vom Radius ϱ erleidet bei einem gleichmäßig über die ganze Fläche verbreiteten Druck dieselbe Reibung, die Momente der einzelnen reibenden Punkte sind aber verschieden, weil sie in ungleicher Entfernung von der Achse stehen. Wir denken uns deßhalb die ganze Kreisfläche durch concentrische Kreise in unzählig viele Elementarringe zerlegt, deren gegenseitige unendlich kleine Entfer-

nung $= \delta$ ist. Der Inhalt eines solchen dem Kreise vom Radius x entsprechenden Ringes hat zum Ausdruck $2\pi x\delta$, woraus die Größe der Reibung gedachten Ringes $\frac{\mu 2\delta x}{\varrho^2} Q$ und das Moment dieser Reibung $\frac{\mu 2\delta x^2}{\varrho^2} Q$ entspringt, wobei Q den auf die Fläche $\pi\varrho^2$ ausgeübten Druck bezeichnet. Um die Momente der Reibung für alle Elementarringe zu erhalten, muß man in dem Ausdrucke $\frac{2\mu\delta x^2}{\varrho^2} Q$ für x die auf einander folgenden Größen 1δ, 2δ, $3\delta \ldots n\delta$ setzen und die Werthe addiren. Man hat demnach, wenn P die zur Ueberwindung der Reibung erforderliche Kraft darstellt,

$$P.\varrho = \frac{\mu 2\delta^3}{\varrho^2} Q\,(1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2); \text{ oder}$$

$P.\varrho = \mu . \frac{2}{3} . \frac{n^3\delta^3}{\varrho^2} . Q = \frac{2}{3}\varrho . \mu Q$, d. h. man kann sich die ganze Reibung in einem Punkte vereinigt vorstellen, der um $\frac{2}{3}$ des Zapfenradius von dessen Mittelpunkt entfernt ist.

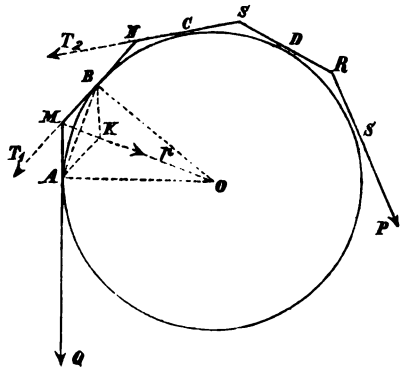
An einer vertical stehenden Welle wirkt tangential in der Entfernung a von der Achse in einer horizontalen Ebene eine Kraft P zur Ueberwindung einer Last Q, welche in der Entfernung r von der Achse ebenfalls nach horizontaler Richtung thätig ist. Man soll die Bedingungsgleichung für das Gleichgewicht der Kraft P mit der Last und den Reibungswiderständen angeben. Bezeichnet W das Gewicht der Welle sammt Zubehör, ϱ die Halbmesser der Zapfen der Welle, μ'' den Reibungscoefficienten für drehende, μ den für gleitende Reibung; so ist

$$a P = Q r + \tfrac{2}{3}\varrho\mu W + \mu''(P + Q)\varrho$$

die fragliche Bedingungsgleichung für den nachtheiligsten Fall, nämlich für den, in welchem P und Q in demselben Sinne thätig sind.

Es soll die Größe der Reibung bestimmt werden, welche am Umfange eines Cylinders auftritt, über welchen ein Seil gelegt ist, an dessen einem Ende die Last Q hängt, und an dessen anderem Ende die Kraft P wirkt, um sowohl der Reibung R als der Last Q das Gleichgewicht zu halten. Man denke sich den vom Seile umspannten Bogen AS (Fig. 59) in sehr viele gleiche Theile getheilt und in den Theilpunk-

Fig. 59.



ten A, B, C, D... Tangenten gezogen, welche sich in den Punkten M, N... schneiden. Die Spannung am ersten Element MA ist gleich Q; dagegen ist die Spannung T, am andern Element MB größer, weil sie die Reibung auf dem Elementarbogen des Cylinders zugleich zu überwinden hat, und gleich $Q + \mu p$, wenn μ den Reibungscoefficienten und p den Normaldruck des Seils gegen den Bogen AB bezeichnet. Das Kräfteparallelogramm AMBK gibt $AM : MK = Q : p$ und die Aehnlichkeit der Dreiecke AMK und ABO die Proportion $AM : MK = AO : AB$. Daraus entspringt, wenn man die Länge δ des Elementarbogens AB für die Sehne AB nimmt, $Q : p = AO : \delta$ oder $p = \frac{\delta}{r} Q$, wenn der Radius OA des Cylinders $= r$ gesetzt wird. Folglich $T_1 = Q\left(1 + \frac{\mu\delta}{r}\right)$. Ebenso findet man für die Spannung T_2 am folgenden Seilelemente

$$T_2 = T_1\left(1 + \frac{\mu\delta}{r}\right) = Q\left(1 + \frac{\mu\delta}{r}\right)^2;$$

deßgleichen für die Spannung am letzten Elemente oder P selbst: $P = Q\left(1 + \frac{\mu\delta}{r}\right)^n$. Bezeichnet Δ den ganzen vom Seile umspannten Bogen, so ist $\Delta = n\delta = r\alpha$, wenn α den entsprechenden Mittelpunktswinkel dieses Bogens Δ darstellt. Der Ausdruck $\left(1 + \frac{\mu\delta}{r}\right)^n$ verwandelt sich hiernach in $\left(1 + \frac{\mu\alpha}{n}\right)^n$, und liefert nach dem binomischen Lehrsatze entwickelt für ein unendlich großes n die Reihe $1 + \mu\alpha + \frac{(\mu\alpha)^2}{1.2} + \frac{(\mu\alpha)^3}{1.2.3} + \ldots = \varepsilon^{\mu\alpha}$, wo $\varepsilon = 2{,}71828$ die Grundzahl der natürlichen Logarithmen ist. Es ist also $P = Q \cdot \varepsilon^{\mu\alpha}$. Soll die Kraft P bloß das Herabgleiten der Last verhindern, wobei ihr die Reibung zu Statten kommt; so ist zu setzen $P = \frac{Q}{\varepsilon^{\mu\alpha}}$. — Wird das Seil m mal um den Cylinder geschlagen, so hat man $P = Q \cdot \varepsilon^{\pm 2m\pi\mu}$, wo das positive oder negative Zeichen gilt, je nachdem P als bewegende oder als bloß erhaltende Kraft auftritt.

Wie rasch mit der Zahl der Umwickelungen des Seiles das Wachsen oder die Abnahme der Kraft P vor sich geht, je nachdem diese Kraft eine Bewegung erzeugen oder verhindern soll, zeigt nachstehende Zusammenstellung, wobei $\mu' = \frac{1}{3}$ angenommen werde:

I. Größe der Kraft P, bei deren geringen Vermehrung die Last Q gehoben wird:

für $n = \frac{1}{2}$ ist $P = 2{,}85\,Q$;
„ $n = 1$ „ $P = 8{,}12\,Q$;
„ $n = 2$ „ $P = 65{,}97\,Q$;
„ $n = 3$ „ $P = 535{,}67\,Q$;

II. Größe der Kraft P, bei deren geringen Verminderung das Herunterfallen der Last Q erfolgt:

für $n = \frac{1}{2}$ ist $P = 0{,}359\ Q$;
„ $n = 1$ „ $P = 0{,}123\ Q$;
„ $n = 2$ „ $P = 0{,}0151\ Q$;
„ $n = 3$ „ $P = 0{,}0018\ Q$;

4. Steifigkeit des Seiles.

Beim Umbiegen eines Seiles um eine Welle oder Rolle stellt sich ein gewisser Widerstand entgegen, den man die Steifigkeit des Seiles nennt. Um Versuche über diesen von der Unbiegsamkeit des Seiles herrührenden Widerstand anzustellen, kann man die Seile um Cylinder legen, die man auf horizontaler Ebene hinrollen läßt. Der Unterschied der an beiden Seil-Enden hängenden und ein langsames Fortrollen bewirkenden Gewichte, nach Abzug der rollenden Reibung, wird als Maß des Steifigkeitswiderstandes gelten können. — Nach diesen Versuchen, die übrigens jedoch noch keineswegs als abgeschlossen betrachtet werden dürfen, läßt sich der Steifigkeitswiderstand S der Seile annähernd durch die Formel $S = \frac{k\,\delta^2}{r}\,Q$ ausdrücken, in welcher Q die Spannung des sich aufwickelnden Seiles, r den Cylinderhalbmesser vermehrt um die halbe Seildicke, δ die Seilstärke und k einen Erfahrungscoefficienten bezeichnen. Für Metermaß ist $k = 18$. Getheerte Seile haben immer eine größere Steifigkeit als ungetheerte; nasse Seile zeigen, wenn sie dünn sind, größere, dagegen wenn sie dick sind, geringere Biegsamkeit als trockene Seile bei sonst gleichen Umständen. Nach der oben aufgestellten Formel beträgt der Steifigkeitswiderstand eines Seiles, dessen Durchmesser 2 Centimeter ist, das über einen Cylinder von 4 Decimeter Radius gebogen werden soll und an einem Ende durch ein Gewicht von 1000 Kilogrammen gespannt wird, ohngefähr 18 Kilogramme. — Eine ähnliche Erscheinung tritt zu Tage, wenn eine Kette um einen Cylinder gewickelt wird. Hier macht sich namentlich beim Auf- und Abwickeln der Kette die Reibung in den einzelnen Kettengliedern als Widerstand geltend. Die zur Ueberwindung dieses Widerstandes erforderliche Kraft kann annähernd gleich $\frac{\mu\,\delta}{r}\,Q$ gesetzt werden, in welchem Ausdrucke δ den Durchmesser des Eisens zu den Kettengliedern, μ den Coefficienten der gleitenden Reibung, r den um die halbe Kettenstärke vergrößerten Halbmesser des Cylinders und Q die angehängte Last bedeuten.

Um eine feste Rolle ist ein Seil geschlagen, an deren beiden verticalgerichteten Enden die Kräfte P und Q angebracht sind. Wie groß muß die Kraft P sein, um mit Q und den Nebenhindernissen im Gleichgewichte zu sein? Es seien r der um die halbe Seildicke vermehrte Halbmesser der Rolle; ϱ der Halbmesser des Zapfens; δ der Durchmesser des Seils; W das Gewicht der Rolle, des Seils und der Zapfen: Die fürs Gleichgewicht erforderliche Momentengleichung ist dann:

$$Pr = Q(r + k\delta^2) + \mu\varrho(P + Q + W);$$

woraus entspringt: $P = \frac{Q(r + k\delta^2 + \mu\varrho)}{r - \mu\varrho} + \frac{\mu\varrho W}{r - \mu\varrho}$.

Für $r = 0{,}^m12$; $\delta = 0{,}^m028$; $\mu = 0,1$; $\varrho = 0{,}^m01$; $Q = 200$ Kilogramm; $W = 5$ Kilogramm erhält man $P = 224{,}24$ Kilogramm.

Um eine lose Rolle, an deren Achse die Last Q hängt, ist ein Seil gelegt, welches an einem Ende befestigt ist und am andern von einer Kraft P ergriffen wird. Wie groß muß letztere sein, um mit Q und den Nebenhindernissen im Gleichgewichte zu stehen, wenn die Seilrichtungen vertical angenommen werden? Die für das Gleichgewicht bestehende Momentengleichung ist:

$$Pr = (r + k\delta^2)(Q + W - P) + \mu\varrho Q,$$

in welcher die darin vorkommenden Buchstaben die nämliche Bedeutung haben wie in der vorhergehenden Gleichung. Sie liefert in Bezug auf P aufgelöst:

$$P = \frac{r + k\delta^2 + \mu\varrho}{2r + k\delta^2} \cdot Q + \frac{r + k\delta^2}{2r + k\delta^2} \cdot W.$$

Für $r = 0{,}^m12$; $\delta = 0{,}^m028$; $\mu = 0{,}1$; $\varrho = 0{,}^m01$; $Q = 200$ Kilogramm; $W = 5$ Kilogramm bekommt man $P = 116{,}7$ Kilogramme.

Die Gleichung fürs Gleichgewicht zwischen Kraft P und Last Q sammt den Nebenhindernissen bei einem Rollenzug aufzustellen, wenn die Richtungen aller Seile vertical und die Radien und Gewichte sämmtlicher Rollen gleich groß sind. Bezeichnen X_1, X_2, $X_3 \ldots X_n$ die Spannungen der aufeinanderfolgenden Seilenden, so erhält man, wenn der Kürze halber $\frac{r + k\delta^2 + \mu\varrho}{2r + k\delta^2} = a$ und $\frac{r + k\delta^2}{2r + k\delta^2} = b$ gesetzt wird: $X_1 = aQ + bW$; $X_2 = aX_1 + bW = a^2Q + bW(a + 1)$; $X_3 = aX_2 + bW = a^3Q + bW(a^2 + a + 1)$ u. s. w.; endlich

$$X_n = a^nQ + bW(a^{n-1} + a^{n-2} \ldots + 1) = a^nQ + bW\left(\frac{a^n - 1}{a - 1}\right).$$

Es ist aber $P = a'X_n + b'W$, wo wieder der Kürze halber

$$\frac{r + k\delta^2 + \mu\varrho}{r - \mu\varrho} = a' \text{ und } \frac{\mu\varrho}{r - \mu\varrho} = b'$$

gesetzt wurde;

folglich $P = a'\left(a^n Q + b W \frac{(a^n - 1)}{a - 1}\right) + b' W.$

Zum Schluſſe wollen wir die Gleichgewichtsgleichung zwiſchen Kraft P und der Laſt Q ſammt den Nebenhinderniſſen bei einem Flaſchenzug, der n gleiche Rollen in jeder Flaſche hat, aufſtellen. Man hat, wenn $X_1, X_2, X_3 \ldots X_{n+1}$ die auf einander folgenden Seilſpannungen, vom feſten Seilende an gerechnet, darſtellen und die übrigen, oben gewählten Bezeichnungen beibehalten werden, die Bedingungsgleichung:

$$r X_2 = (r + k \delta^2) X_1 + \mu \varrho (X_1 + X_2);$$

woraus $X_2 = X_1 \frac{r + k\delta^2 + \mu\varrho}{r - \mu\varrho}$; oder $X_2 = a X_1$, wo der Kürze halber $\frac{r + n\delta^2 + \mu\varrho}{r - \mu\varrho} = a$ geſetzt wird. Desgleichen iſt $X_3 = a X_2 = a^2 X_1$;

$$X_4 = a X_3 = a^3 X_1; \ldots . X_n = a X_{n-1} = a^{n-1} X_1;$$

ferner $P = X_{n+1} = a^n . X_1$. Es iſt aber

$$X_1 + X_2 + X_3 \ldots + X_n = Q + W,$$

in welcher Gleichung W das Gewicht der beweglichen Flaſche bedeutet; oder

$$X_1 (1 + a + a^2 \ldots + a^{n-1}) = Q + W;$$

oder $X_1 = (Q + W) \frac{a - 1}{a^n - 1}$. Durch Subſtitution dieſes Werthes in die Gleichung $P = a^n . X_1$ ergiebt ſich

$$P = \frac{a^{n+1} - a^n}{a^n - 1} (Q + W).$$

Dritter Abſchnitt.

Bewegung des Feſten (Dynamik).

I. Nähere Betrachtung verſchiedener Arten von Bewegung.

1. Gleichförmige und ungleichförmige Bewegung. — Freier Fall und Fall auf der ſchiefen Ebene.

Die Bewegung eines Körpers kann erſt dann als völlig beſtimmt angeſehen werden, wenn man die Bewegungen aller ſeiner Theile kennt. Es iſt daher ſachgemäß, in der Lehre von der Bewegung oder in der Dynamik mit der Betrachtung der Bewegung materieller Punkte

den Anfang zu machen. Die Bewegung des materiellen Punktes ist geradlinig oder krummlinig, je nachdem der Weg, den derselbe beschreibt, durch eine gerade oder krumme Linie dargestellt wird. Im ersteren Fall gibt die Bahn selbst die Richtung der Bewegung an; im zweiten Fall wird die Richtung durch die an die betreffende Stelle der Bahn gezogene Tangente angezeigt. — Ein bewegter Punkt kann nur nach und nach an die verschiedenen Orte seiner Bahn gelangen; mit der Vorstellung einer Bewegung ist demnach nicht bloß die Auffassung des Raumes, sondern auch der Begriff der Zeit verknüpft. Der Zeitbegriff ist kein unmittelbarer, sondern nur ein mittelbarer, mit Hinsicht auf Bewegung faßbarer Begriff; die Zeit läßt sich nicht unmittelbar messen und vergleichen, zum Maße der Zeit gehört Bewegung. — Zeiten sind einander gleich, wenn in ihnen gleiche Räume mittelst gleicher Bewegung durchlaufen werden; durch Summirung zweier, dreier .... gleicher Zeiten entsteht eine doppelte, dreifache ... vielfache Zeit. Die Beurtheilung der Gleichheit der Zeiten ist ohne Bezug auf gleiche Bewegung gar nicht möglich, mithin läßt sich der Begriff gleicher Zeiten nicht anders stellen. — Ein passendes Zeitmaß gewährt uns die Natur in der täglichen Drehung der Erde um ihre Achse. Man nennt die unveränderliche Dauer dieser Umdrehung einen Sterntag, welche kleiner ist als die der täglichen Umdrehung der Sonne. Der Sonnentag ist nicht zu allen Zeiten des Jahres von gleicher Länge: im gewöhnlichen Leben nimmt man die mittlere Größe der wahren Sonnentage als Zeiteinheit an und nennt diese einen mittlern Sonnentag. Letzterer wird in 24 Stunden, die Stunde in 60 Minuten, die Minute in 60 Secunden getheilt, so daß die Secunde der 86400ste Theil eines mittlern Tages ist.

Die einfachste Bewegung ist diejenige, bei welcher ein materieller Punkt in einer geraden Linie in gleichen Zeiten gleiche Räume beschreibt. Diese geradlinige Bewegung nennt man die gleichförmige; sie dient als Vergleichungsmittel für die übrigen Bewegungen. Bei der gleichförmigen Bewegung nennt man Geschwindigkeit den in der Zeiteinheit durchlaufenen Weg, wobei es üblich ist, die Zeitsecunde als Einheit zu wählen. Bezeichnen wir die Geschwindigkeit eines sich gleichförmig bewegenden Punktes mit c, den in der Zeit durchlaufenen Weg mit s; so wird das Gesetz der gleichförmigen Bewegung durch die Gleichung $s = ct$ ausgedrückt. Diese Art der Bewegung kommt ohnerachtet ihrer Einfachheit jedoch in der Natur nicht vor, obschon ein Körper durch eine bestimmte Kraft in Bewegung gesetzt und dann sich selbst überlassen vermöge des Beharrungsvermögens die gleichförmige Bewegung ohne Ende beibehalten würde, wenn die Hindernisse ganz

und gar entfernt wären. — Im Uebrigen lassen sich öfters durch andauernde Wirkung von Kräften gleichförmige Bewegungen hervorbringen, insofern durch solche Fortdauer der Wirkung der Einfluß der widerstehenden Kräfte beseitigt und aufgehoben wird. So geht anfänglich der Eisenbahnzug vermöge der fortdauernden Wirkung der Dampfkraft immer schneller, bis er endlich eine gleichmäßige Geschwindigkeit erreicht hat, in welchem Falle dann der in jedem Augenblicke hinzukommende Zuwachs an Kraft durch die Reibung auf den Schienen und den Widerstand der Luft gleichzeitig vernichtet wird. Als Beispiele vorkommender Geschwindigkeiten lassen sich folgende anführen:

Fußgänger . . .	1,7 Meter.	Flüsse bis . . .	3 Meter.
Pferd im Trab .	3,8 „	Bergströme bis . .	6 „
Dampfschiff . . .	5 „	Mäßiger Wind . .	3,3 „
Eisenbahnzug . .	7 „	Orkan bis . . .	38 „

Wenn in gleichen Zeiten ungleiche Wege durchlaufen werden, so heißt die Bewegung eine ungleichförmige. Bei dieser Bewegung versteht man unter Geschwindigkeit den Weg, welchen das Bewegliche in der Zeiteinheit durchlaufen würde, wenn von dem ins Auge gefaßten Augenblicke an die Bewegung gleichförmig bliebe. Die ungleichförmige Bewegung ist eine beschleunigte oder acceterirte, wenn die Geschwindigkeit zunimmt; dagegen eine verzögerte oder retardirte, wenn eine Abnahme an Geschwindigkeit stattfindet. Erfolgt die Zu- oder Abnahme der Geschwindigkeit in demselben Verhältnisse, in welchem die Zeit wächst; so ist die Bewegung eine gleichförmig beschleunigte oder eine gleichförmig verzögerte Bewegung. Die Bewegung ist eine ungleichförmig beschleunigte oder eine ungleichförmig verzögerte, wenn die Vermehrungen oder Verminderungen der Geschwindigkeiten in gleichen Zeiten ungleich sind.

Die zwei Grundformen der Bewegung, die gleichförmige und die ungleichförmige Bewegung, nöthigen uns zwei Hauptarten von Kräften zu unterscheiden, nämlich momentan und continuirlich wirkende Kräfte. Die momentanen oder augenblicklichen Kräfte wirken nur während einer sehr kurzen Zeit und regen das Bewegliche zur gleichförmigen Bewegung an: die von ihnen erzeugte Geschwindigkeit ist abhängig von der Intensität, mit welcher diese Kräfte wirken, und von dem Widerstand, welchen das Bewegliche vermöge seiner Trägheit leistet. Die continuirlichen oder stetigen Kräfte ihrerseits afficiren das Bewegliche während einer meßbaren Zeit ohne Unterlaß und streben es in eine ungleichförmige Bewegung zu versetzen: bei ihnen kommt in Betreff der hervorgebrachten Geschwindigkeit außer den oben erwähnten

Stücken noch die Dauer der Krafteinwirkung in Betracht. — Ist die continuirliche Kraft immer von gleicher Stärke, so wird sie insbesondere eine beständige Kraft genannt; dagegen heißt sie eine veränderliche Kraft, wenn ihre Intensität sich nicht gleich bleibt.

Eine gleichförmig beschleunigte Bewegung wird durch eine continuirliche constante Kraft hervorgebracht. Durch eine solche Kraft erhält das Bewegliche in jedem Momente denselben Zuwachs an Geschwindigkeit; die Geschwindigkeiten sind demnach den Zeiten proportional, vom Beginn der Bewegung an gerechnet. Bezeichnet daher v die in der Zeit t erlangte Geschwindigkeit; G die Aenderung, welche die Geschwindigkeit während der Zeiteinheit erfährt; so hat man für die gleichförmig beschleunigte Bewegung den mathematischen Ausdruck: $v = Gt$. Die Größe G, durch welche die Bewegung characterisirt wird, heißt die Acceleration oder Beschleunigung. Um den Weg S zu bestimmen, welchen das Bewegliche während der Zeit t durchläuft, theile man die Zeit t in eine große Anzahl n gleicher Theile und denke sich vorläufig die bewegende Kraft stoßweise dergestalt wirkend, daß sie am Anfange eines jeden solchen Zeittheilchens dem Beweglichen denselben Zuwachs an Geschwindigkeit beibringt. Der im ersten Zeittheilchen $\frac{t}{n}$ zurückgelegte Weg ist $= \frac{v}{n} \cdot \frac{t}{n}$; der Weg im zweiten Zeittheilchen $= \frac{2v}{n} \cdot \frac{t}{n}$; der Weg im dritten Zeittheilchen $= \frac{3v}{n} \cdot \frac{t}{n}$; der Weg im nten Zeittheilchen $= \frac{nv}{n} \cdot \frac{t}{n}$. Folglich

$$s = \frac{v}{n} \cdot \frac{t}{n}(1 + 2 + 3 \ldots + n) = \frac{v}{n} \cdot \frac{t}{n} \cdot \frac{(n+1)n}{2} = \frac{vt}{2} + \frac{vt}{2n}.$$

Je mehr sich die Bewegung einer gleichförmig beschleunigten nähert, desto mehr nähert sich S dem Werthe $\frac{vt}{2}$, dem es für die letztere Bewegung gleich wird. In Folge der Relation $S = \frac{vt}{2}$ wird also der bei gleichförmig beschleunigter Bewegung durchlaufene Weg die Hälfte desjenigen sein, welchen das Bewegliche mit der erlangten Endgeschwindigkeit binnen einer gleichen Zeit zurücklegen würde.

Setzt man in die Gleichung $S = \frac{vt}{2}$ statt v seinen Werth Gt, so erhält man $S = \frac{Gt^2}{2}$; woraus folgt, daß die binnen verschiedenen Zeiten vom Anfange der Bewegung an zurückgelegten Wege sich wie die Quadrate der Zeiten verhalten und die Acceleration doppelt so groß ist wie der in der ersten Secunde zurückgelegte Fallraum. Aus den Formeln $v = Gt$ und $S = \frac{1}{2}Gt^2$, welche als die Fundamentalformeln der gesammten Dynamik zu betrachten sind, ergeben sich folgende vier andere:

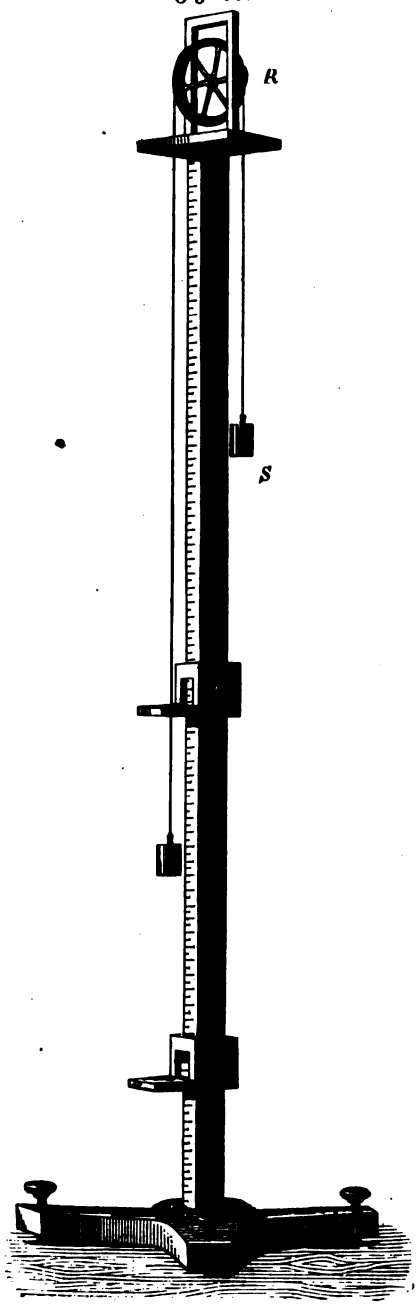
$t = \frac{v}{G}$; $S = \frac{v^2}{2G}$; $t = \sqrt{\frac{2S}{G}}$; $v = \sqrt{2GS}$, welche öfters zur Anwendung kommen. Für einen nach $t-1$ Secunden zurückgelegten Weg S' erhält man $S' = \frac{G(t-1)^2}{2}$; dieser Ausdruck von $S = \frac{Gt^2}{2}$ abgezogen liefert $S - S' = \frac{G}{2}(2t-1)$. Die in den auf einander folgenden gleichen Zeiten zurückgelegten Wege nehmen also wie die in natürlicher Folge stehenden ungeraden Zahlen zu. — Besitzt der materielle Punkt beim Beginnen der Bewegung die Anfangsgeschwindigkeit c, so hat man, wenn die constant beschleunigende Kraft auf das Bewegliche nach der Richtung von c wirkt, für die Endgeschwindigkeit v die Gleichung: $v = c + Gt$, und für den durchlaufenen Raum S die Gleichung:

$$S = ct + \frac{G}{2}t^2.$$

Wirkt die fortwährend mit gleicher Stärke auftretende Kraft der Bewegung entgegen, so erzeugt sie eine gleichförmig verzögerte Bewegung. Die Aenderung, welche die Geschwindigkeit binnen der Zeiteinheit erleidet, heißt in diesem Falle die Retardation oder Verzögerung. — Bei einer gleichförmig verzögerten Bewegung wird die Geschwindigkeit v durch die Formel $v = c - Gt$ und der dabei beschriebene Weg durch die Formel $S = ct - \frac{Gt^2}{2}$ ausgedrückt. Die Geschwindigkeit v erschöpft sich allmälig und wird Null, wenn $t = \frac{c}{G}$ ist; d. h. nach Verlauf einer Zeit, welche dem Quotienten der durch die Retardation G getheilten Anfangsgeschwindigkeit gleichkommt. Der binnen dieser Zeit $\frac{c}{G}$ zurückgelegte Weg ist gleich $\frac{c^2}{2G}$; woraus folgt, daß das Bewegliche so weit fortschreitet, als es hätte gehen müssen, um mit der Acceleration G von der Ruhe an die Geschwindigkeit c zu gewinnen. Wird t größer als $\frac{c}{G}$, so ist v negativ, was auf eine entgegengesetzte Richtung der Bewegung hindeutet. Die Bewegung geht von diesem Augenblicke an in eine gleichförmig beschleunigte Bewegung über.

Die Körper sind ohne Unterlaß der Schwere unterworfen, woraus folgt, daß diese Kraft eine continuirliche Kraft ist und die Bewegung eines fallenden Körpers, abgesehen von dem Luftwiderstande oder andern Hindernissen, als eine beschleunigte erscheinen muß. Auch zeigt dies schon die gewöhnliche Erfahrung in der fortwährenden Zunahme der Geschwindigkeit freifallender Körper. Es handelt sich mithin nur darum, zu entscheiden, ob die Schwere eine beständige oder eine ver-

Fig. 60.



änderliche Kraft sei. Die deshalb angestellten Versuche lehren, wenn die Fallhöhen nicht zu bedeutend sind, daß der freie Fall als eine gleichförmig beschleunigte Bewegung angesehen werden und die Schwere insoweit als eine beständige Kraft gelten kann. — Der freie Fall erfolgt indessen zu rasch, um mit dem Auge gehörig verfolgt werden zu können; dabei übt der Widerstand der Luft einen ungleichmäßigen Einfluß aus, insofern jener Widerstand mit der Geschwindigkeit des bewegten Körpers wächst. Es ist daher für den einen wie den andern Fall dienlich, den freien Fall zu verlangsamen, ohne deswegen den Character der gleichförmig beschleunigten Bewegung zu beeinträchtigen.

Die nach ihrem Erfinder genannte Atwood'sche Fallmaschine gestattet, die Beschleunigung beliebig zu vermindern und aus den Resultaten der Versuche, die sich mit ihr anstellen lassen, auf die Gesetze beim freien Falle zu schließen. Die Maschine besteht aus einer Holzsäule S, auf welcher sich eine um ihre Achse leicht bewegliche Rolle R (Fig. 60) befindet, über die eine Schnur geht, welche an ihren beiden Enden zwei gleich große Gewichte trägt. Legt man nun auf der einen Seite ein kleines Gewicht hinzu, so wird die auf das Zulaggewicht wirkende Schwer-

kraft nicht blos dieses Gewicht, sondern auch noch die andern Gewichte mit dem Rade in Bewegung setzen. Die Bewegung wird folglich langsamer vor sich gehen, und zwar so viel langsamer, als das Zulaggewicht kleiner als die Summe der übrigen Gewichte ist. Bezeichnet mithin m die Größe des Zulagegewichtes; M die Gesammtmasse des Rades und der übrigen Gewichte; ferner g die Beschleunigung der Schwere im freien Falle; und g' jene an der Fallmaschine; so hat man die Gleichung: $g' = g \cdot \frac{m}{M+m}$. Die durchlaufenen Fallräume werden an der in gleiche Theile eingetheilten Säule gemessen, an welcher sich zwei Schieber befinden, die man nach Bedürfniß höher oder tiefer stellen kann. Der eine Schieber dient dazu, das fallende Gewicht an einer bestimmten Stelle aufzuhalten; der andere Schieber trägt einen Ring, der das fallende Gewicht hindurchgehen läßt, aber ein kleines auf demselben liegendes Uebergewicht von länglicher Form zurückhält. — Die Zeit kann mittelst einer Secundenuhr gemessen werden; doch ist gemeiniglich an der Fallmaschine ein Pendel angebracht, welches die Secunden von dem Augenblicke an zählen läßt, in welchem die Fallbewegung beginnt.

Von unseren auf mannigfaltige Weise abgeänderten und mit Sorgfalt angestellten Fallversuchen wollen wir vorläufig hier nur zwei anführen und andere späterhin an geeigneter Stelle zur Sprache bringen. Der erste dieser Versuche hat zum Zweck, die durch die Schwerkraft erzeugte Acceleration, welcher Werth in der Folge immer mit g bezeichnet werden soll, zu bestimmen und nachzuweisen, daß die Fallräume wie die Quadrate der Zeiten zunehmen. Man brachte an jedem Ende des über die Rolle der Fallmaschine gelegten feinen Fadens ein Gewicht von 645,175 Grammes an, legte dann auf einer Seite noch ein Uebergewicht von 9,6 Grammes hinzu, wovon 1,6 Gramme zur Aufhebung der Reibung dienten: die solchergestalt erzeugte Bewegung war demnach durch eine Ueberwucht von 8 Grammes entstanden. Dieselbe hatte außerdem die Masse des doppelten Gewichtes von 645,175 Grammes und das Rad zu drehen, welches einer an seinem Umfange vertheilten Masse von 300,05 Grammes gleich zu setzen war. Die gesammte durch das Uebergewicht von 8 Grammes bewegte Masse betrug mithin

$$2 \cdot 645{,}175 + 9{,}6 + 300{,}05$$

oder 1600 Grammes; die Beschleunigung war folglich genau 200 mal kleiner als beim freien Falle. Nachdem durch einen vorläufigen Versuch ermittelt worden, daß der fallende Körper in der ersten Secunde eine Wegstrecke von 2,45 Centimeter zurücklegte, theilten wir die Säule der Fallmaschine in 81 gleiche Theile von der eben angegebenen Größe.

Auf solche Weise fanden wir denn, daß der fallende Körper in der vierten Secunde bei dem 16ten Theilstriche, in der siebenten Secunde bei dem 49ten Theilstriche ankam; also die in den einzelnen Secunden zurückgelegten Fallräume mit den von der Theorie vorausgesagten übereinstimmten. Zugleich ergab sich aus dem Versuche, daß die Acceleration g der Schwerkraft gleich 2,45 . 400 Centimeter, oder 9,8 Meter ist. — Späterhin werden wir andere Mittel kennen lernen, um diese Acceleration mit größerer Genauigkeit zu bestimmen.

Der zweite Versuch soll zur Bestätigung eines andern Fallgesetzes dienen, in Folge dessen nämlich der Weg, den ein Körper vermöge einer gleichförmigen Geschwindigkeit beschreibt, doppelt so groß ist als der Weg, welchen er durch den Fall zurücklegt, um zu jener Geschwindigkeit binnen einer gleichen Zeit zu gelangen. Wir nahmen deßhalb auf der Seite, auf welcher das Uebergewicht lag, 8 Grammes hinweg und ersetzten dieselben durch ein eben so schweres Gewicht von länglicher Form, worauf wir die Massen von Neuem fallen ließen, nachdem der mit dem Ringe versehene Schieber auf einen bestimmten Theilstrich, z. B. den 25ten, gestellt worden. Daselbst nach Verlauf von 5 Secunden angelangt, blieb das Uebergewicht liegen, so daß die übrige Masse nunmehr ihren Weg mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortsetzte und am Ende der zehnten Secunde am 75ten Theilstriche ankam, wo man den zweiten zum Auffangen der Masse dienenden Schieber befestigt hatte.

Galiläi ist der Begründer der Fallgesetze, welche er aus dem richtig aufgefaßten Begriff einer beständig wirkenden Kraft hergeleitet hat. Um die Gesetze des Falles durch die Beobachtung zu bestätigen, wandte Galiläi eine schiefgestellte Rinne von etwa 4 Meter Länge an, mittelst deren an einer herabrollenden Kugel sich leicht nachweisen läßt, daß die in den einzelnen Secunden zurückgelegten Wege wie die ungeraden Zahlen wachsen. — Da die bewegende Kraft auf der schiefen Ebene in dem Verhältnisse des Sinus des Neigungswinkels der schiefen Ebene zur Einheit kleiner ist als das Gewicht des Körpers, so ist auch die Acceleration bei der Bewegung auf der schiefen Ebene in dem nämlichen Verhältnisse kleiner als die Acceleration g bei dem freien Falle, d. h. jene Acceleration gleich $g \sin \alpha$. Sind s', t', v' dasselbe für die Bewegung auf der schiefen Ebene, was s, t, v für den freien Fall bedeuten; so hat man die Formeln:

$$v' = g \sin \alpha \,.\, t'; \quad s' = \frac{g t'^2}{2} \sin \alpha; \quad t' = \sqrt{\frac{2 s'}{g \sin \alpha}}; \quad v' = \sqrt{2 g s' \,.\, \sin \alpha}.$$

Durch vergleichende Zusammenstellung dieser Ausdrücke mit den für

den freien Fall geltenden ergeben sich mehrere interessante, schon von Galiläi erkannte Sätze, von denen nachstehende drei hier hervorgehoben werden mögen.

Für $t = t'$ bekommt man $s \cdot \sin\alpha = s'$. Wenn also ein Körper auf der schiefen Ebene von A bis D (Fig. 61) gekommen ist und es

Fig. 61.

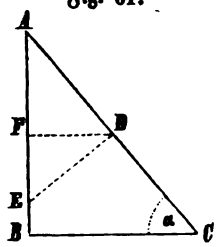
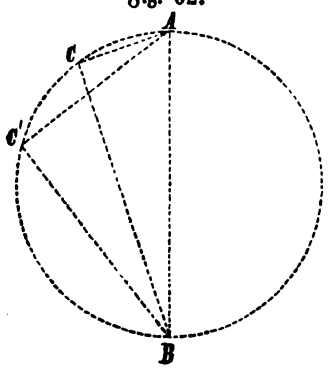
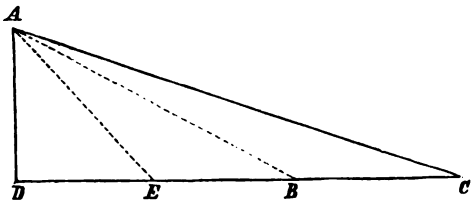


Fig. 62.



handelt sich darum, anzugeben, wie weit er in derselben Zeit durch freien Fall gekommen wäre; so errichte man im Punkte D auf A C die Senkrechte D E und verlängere letztere bis sie die Verticale A B in E schneidet: A E stellt dann den gesuchten Fallraum dar, weil $AD = AE \cdot \sin\alpha$ ist. — Wendet man diesen Satz auf den verticalen Durchmesser A B (Fig. 62) eines Kreises und dessen Sehnen A C oder B C an, so sieht man, daß diese Sehnen in derselben Zeit durchlaufen werden wie der Durchmesser im freien Fall. Ebenso sind alle von A und B aus gezogenen Sehnen unter einander gleichzeitig, weil jede einzelne mit dem Durchmesser A B gleichzeitig ist. — Für $v = v'$ erhält man $s' \cdot \sin\alpha = s$; setzt man mithin $AD = s'$ (Fig 61), so ist $AF = s$: d. h. die Geschwindigkeit, welche das Bewegliche auf der schiefen Ebene in D besitzt, hat es im freien Falle schon im Punkte F. Der materielle Punkt erlangt mithin beim Durchlaufen der Länge einer schiefen Ebene dieselbe Endgeschwindigkeit, als wenn er durch ihre Höhe frei gefallen wäre.

Fig. 63.



Gehen von A aus mehrere schiefe Ebenen A B, A C (Fig. 63) bis an die Horizontale D C, so braucht das Bewegliche verschiedene Zeiten, sie

ganz zu durchlaufen, allein am Ende angelangt, hat es immer die nämliche Endgeschwindigkeit $v = \sqrt{2gs}$, welche der zurückgelegten Fallhöhe s entspricht.

2. Maß der bewegenden Kräfte. — Leistungen der Kräfte.

Wenn eine momentane Kraft einer bestimmten Masse eine gewisse Geschwindigkeit ertheilt, so wird die doppelte Kraft derselben Masse die doppelte Geschwindigkeit ertheilen, und im Allgemeinen besteht zwischen den zwei Momentankräften P, P' und den Geschwindigkeiten c, c', welche jene Kräfte einer und derselben Masse M mitzutheilen vermögen, die Proportion $P : P' = c : c'$. Sollen zwei verschiedene Massen M, M' durch die Momentankräfte P, P' einerlei Geschwindigkeit erlangen, so findet die Proportion $P : P' = M : M'$ statt, weil jedes materielle Theilchen träge ist und den nämlichen Antheil von Kraft in Anspruch nimmt, um zu jener bestimmten Geschwindigkeit angeregt zu werden. — Hiernach läßt sich nun das Verhältniß zweier momentanen Kräfte P, P' bestimmen, welche den zwei ungleichen Massen M, M' die verschiedenen Geschwindigkeiten c, c' ertheilen. Man nehme zu diesem Behuf die Kraft X an, welche der Masse M die Geschwindigkeit c' zu ertheilen vermag; alsdann hat man die beiden Proportionen: $X : P' = M : M'$ und $P : X = c : c'$, aus denen durch Multiplicationen entspringt $P : P' = Mc : M'c'$; d. h. zwei momentane Kräfte verhalten sich zu einander wie die Produkte der Massen, worauf sie wirken, mit den Geschwindigkeiten, welche sie denselben zu ertheilen vermögen. - Nimmt man diejenige Momentankraft als Einheit an, welche der Masse 1 die Geschwindigkeit 1 einzuprägen vermag; so hat man $P = Mc$. Bei solcher Wahl der Einheiten der Kräfte, der Massen und der Geschwindigkeiten wird die momentane Kraft durch das Produkt der Masse des bewegten Körpers in seine Geschwindigkeit ausgedrückt. Dieses Produkt wird insbesondere Größe der Bewegung oder Quantität der Bewegung genannt. Als größere Krafteinheit dient die Masse von 1 Kilogramme mit 1 Meter Geschwindigkeit, als kleinere diejenige von 1 Gramme mit 1 Centimeter.

In ähnlicher Weise wird für beständig wirkende Kräfte P, P', welche ungleichen Massen M, M' verschiedene Accelerationen G, G' ertheilen, die Proportion $P : P' = MG : M'G'$ bestehen; d. h. es verhalten sich beständig wirkende Kräfte, wie die Produkte aus den Massen in die gleichzeitig hervorgebrachten Accelerationen. Für $P' = 1$, $M' = 1$ und $G' = 1$ bekommt man $P = MG$; d. h. das Maß einer beständig wirkenden Kraft ist das Produkt aus der bewegten Masse in ihre Acceleration. — Erfolgt die Bewegung allein unter dem Einfluß der

Schwere, so gibt das Gewicht des Körpers die bewegende Kraft ab. Bezeichnet man dieses Gewicht mit Q, so ist $Q = Mg$ und $M = \frac{Q}{g}$; d. h. das Gewicht eines Körpers ist gleich seiner Masse multiplicirt mit der Acceleration der Schwere; und die Masse eines Körpers ist gleich dem Quotienten aus dem Gewichte desselben durch die Acceleration der Schwerkraft. — Setzt man in den Ausdruck $P = MG$ statt M seinen Werth $\frac{Q}{g}$, so bekommt man $G = g\frac{P}{Q}$; d. h. die Acceleration einer beständig wirkenden Kraft wird gefunden, wenn man die Größe dieser Kraft in Kilogrammen ausgedrückt durch das ebenfalls in Kilogrammen angegebene Gewicht der bewegten Masse dividirt und den so erhaltenen Quotienten mit der Acceleration der Schwerkraft multiplicirt; ein Verfahren, welches schon bei unsern oben zur Sprache gebrachten Fallversuchen zur Anwendung kam. — Durch Einführung des eben gefundenen Werthes der Acceleration G in die der gleichförmig beschleunigten Bewegung angehörigen Formeln $v = Gt$ und $s = \frac{Gt^2}{2}$ bekommen wir $v = g\frac{P}{Q}t$ und $s = g\frac{P \cdot t^2}{2Q}$. Die Letztere verwandelt sich, wenn man mit Hülfe der Ersteren die Größe t eliminirt, in folgende: $s = \frac{Q \cdot v^2}{2gP}$. —

Aus den beiden Relationen $v = \frac{P}{Q}t$ und $s = \frac{Q \cdot v^2}{2gP}$ ergeben sich nachstehende zwei andere Ausdrücke: $P = \frac{Qv}{gt}$ und $P = \frac{v^2 Q}{2gs}$. In Bezug auf eine andere constant wirkende Kraft P', welche der Masse Q', in der Zeit t die Endgeschwindigkeit v' ertheilt, haben wir in ähnlicher Weise $P' = \frac{Q'v'}{gt'}$ und $P' = \frac{v'^2 Q'}{2gs'}$. Für $t = t'$ ergibt sich aus den zwei ersten Ausdrücken die Proportion: $P \cdot P' = Qv : Q'v'$, oder $P \cdot P' = Mv : M'v'$, wenn man statt der Gewichte deren Massen setzt, was geschehen kann, weil die Massen zweier Körper sich wie die respectiven Gewichte verhalten. Diese Vergleichung nennt man das Cartesianische Kräftemaß. — Für $s = s'$ ergibt sich den zwei anderen die Proportion: $P : P' = v^2 Q : v'^2 Q'$ oder $P : P' = Mv^2 . M'v'^2$. Letztere Vergleichung heißt das Leibnitzische Kräftemaß. Das Produkt der Masse mit dem Quadrat der Geschwindigkeit wird gewöhnlich die lebendige Kraft des Körpers genannt. — Beide Vergleichungen widersprechen einander nicht, wenn man erwägt, daß die am Ende gleicher Zeiten durch Einwirkungen beständiger Kräfte erzeugten Geschwindigkeiten von den Geschwindigkeiten verschieden sind, welche am Ende gleicher zurückgelegter Wege erlangt werden; mithin die Größen v und v' in den beiden obigen Proportionen verschiedene Werthe haben.

Aus der Reihe unserer angestellten Fallversuche mögen hier zwei zur Bestätigung der Richtigkeit der vorstehenden Betrachtung angeführt werden, die sehr einfach und einzig allein auf die Trägheit der Materie gegründet ist. Der erste gedachter Versuche soll nachweisen, daß beständig wirkende Kräfte bei gleichen Massen sich wie die Beschleunigungen verhalten. An jedem Ende des über die Rolle der Maschine gelegten Fadens wurde ein Gewicht von 641,175 Grammes aufgehängt, und überdies auf der einen Seite ein Zusatzgewicht von 1,6 Grammes zur Aufhebung der Reibung nebst einem Uebergewicht von 16 Grammes zugefügt. Die bewegte Masse betrug hiernach $2 . 641{,}175 + 1{,}6 + + 16 + 300{,}05 = 1600$ Grammes, wenn man in Erwägung zieht, daß die Masse des Rades der einen von 300,05 Grammes angehörigen Masse gleichgeltend ist. Die aus vorliegendem Versuch sich ergebende Beschleunigung mußte mithin das Doppelte von der Beschleunigung ausmachen, welche bei der nämlichen bewegten Masse von 1600 Grammes durch eine bewegende Kraft von 8 Grammes sich ergab. Die dieser Kraft entsprechende Beschleunigung hatten wir gleich 4,9 Centimeter gefunden, während bei Anwendung der doppelten Kraft zum Durchlaufen eines Raumes von 1,76 Meter genau 6 Secunden nöthig waren. Hieraus erwächst eine Beschleunigung von 9,8 Centimeter, welche in der That das Doppelte der früher erhaltenen Beschleunigung ist. — Der zweite erwähnter Versuche soll zeigen, daß bei gleicher Beschleunigung die beständig wirkenden Kräfte in dem Verhältnisse der Massen stehen. Wir brachten zu diesem Zweck an jedem Ende der über die Rolle der Maschine geführten Schnur ein Gewicht von 245,575 Grammes an; ferner auf der einen Seite ein Zulaggewicht von 0,8 Grammes zur Aufhebung der Reibung nebst einem Uebergewicht von 8 Grammes. Die bewegte Gesammtmasse war hiernach $2 . 245{,}575 + 8{,}8 + 300{,}05 = 800$ Grammes, mit Berücksichtigung der der Rolle gleichgeltenden Masse. Der in sechs Secunden durchlaufene Fallraum betrug wieder 1,764 Meter, woraus sich eine Beschleunigung von 9,8 Centimeter ergibt, welche mit der von der Theorie vorausgesagten vollständig übereinstimmt.

Zur Erläuterung der Sätze über gleichförmig veränderte Bewegungen fester Körper mögen folgende zwei leichte Aufgaben dienen. Ein Körper vom Gewicht Q gleitet auf einer schiefen Ebene herab, deren Neigungswinkel gegen den Horizont $= \alpha$ ist. Man soll die Gleichungen für die Geschwindigkeit v und den zurückgelegten Weg für diese Bewegung unter Beachtung der Reibung angeben. Die bewegende Kraft ist $Q \sin \alpha - \mu Q \cos \alpha$, wo μ den Reibungscoefficienten bezeichnet; mithin die Acceleration

$$G = g \cdot \frac{Q \sin \alpha - \mu Q \cos \alpha}{Q} = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

Daraus entspringen nun nachstehende zwei Formeln:

$$v = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) t \text{ und } s = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \frac{t^2}{2}.$$

Einem auf einer horizontalen Ebene liegenden Körper vom Gewichte Q wird in horizontaler Richtung eine Geschwindigkeit c mitgetheilt. Man soll die Endgeschwindigkeit v nach t Secunden und den in dieser Zeit durchlaufenen Weg s mit Berücksichtigung der Reibung bestimmen. Die fraglichen Formeln sind: $v = c - g \cdot \mu t$ und $s = ct - g \frac{\mu t^2}{2}$, wenn man erwägt, daß die Verzögerung $G = g \frac{Q\mu}{Q} = g\mu$ ist. Der Körper wird also nach Verlauf von $\frac{c}{g\mu}$ Secunden zur Ruhe kommen und einen Weg von $\frac{c^2}{g\mu}$ bis zum Stillstand zurücklegen.

Die Intensität einer veränderlich wirkenden Kraft wird nach der Bewegungsgröße geschätzt, welche sie einer bestimmten Masse M während der Zeiteinheit ertheilen würde, wenn sie mit der Stärke, die sie in dem betrachteten Augenblicke besitzt, unverändert fortwirkte. Bezeichnet mithin dv die in dem sehr kleinen Zeitabschnitt dt erzeugte Beschleunigung, wo der Buchstabe d keine Größe, sondern nur ein Zeichen ist, um damit anzudeuten, daß hier unendlich kleine Größen in Betracht kommen, so wird die Intensität P der veränderlich wirkenden Kraft durch die Formel $P = M \cdot \frac{dv}{dt}$ ausgedrückt werden. — Aus den vorstehenden Betrachtungen ergibt sich, daß eine momentane Kraft schon in einer sehr kleinen Zeit eine endliche Geschwindigkeit erzeugt, dagegen die continuirliche Kraft eine solche Geschwindigkeit erst in einer endlichen Zeit hervorbringen kann. Eine momentane Kraft erscheint mithin gegen eine continuirliche gehalten als unendlich groß, so daß beide Kräfte numerisch nicht verglichen werden können.

Oefters werden die Kräfte auch insoweit beurtheilt, als sie vermögend sind gewisse Widerstände auf eine gewisse Wegstrecke binnen einer bestimmten Zeit zu überwältigen oder aufzuheben. Bei einer solchen Auffassung der Sache versteht man unter Leistung oder mechanischen Wirkung oder mechanischen Arbeit oder Arbeitsgröße einer constanten Kraft P das Product derselben mit dem Wege s, welchen sie während irgend einer Zeit zurücklegt, oder das Produkt des Widerstandes W in den bezüglich durchlaufenen Weg w, oder das Produkt des Gewichtes Q in die verticale Höhe h, auf welche dasselbe durch die Kraft gehoben wird, indem sie den Weg s beschreibt. Es bestehen hier-

nach für die Leistung L die Relationen: $L = Ps = Ww = Qh$, wobei P, W oder Q in Kilogrammen, s, w oder h aber in Metern auszudrücken sind, und diejenige Kraft als Einheit gilt, welche in der Secunde den Widerstand von 1 Kilogramm durch eine Strecke von 1 Meter oder ein Gewicht von 1 Kilogramm auf die verticale Höhe von 1 Meter erhebt. Diese Maßeinheit wird Meterkilogramm genannt, und gewöhnlich durch mk bezeichnet. Kann z. B. eine Kraft in der Zeiteinheit eine Last von 750 Kilogramm auf die Höhe von 10 Meter erheben, so beträgt die Leistung oder mechanische Arbeit jener Kraft $750 \times 10 = 7500$ Meterkilogramm. — Zur Abschätzung größerer Leistungen nimmt man die der mittleren Pferdekraft, worunter eine mechanische Wirkung von 75^{mk} in der Secunde verstanden wird. Hiernach wäre die vorhin angeführte Arbeitsgröße gleich der von 100 Pferdekräften. Durch Einwirkung des Wassers auf ein Wasserrad hebt letzteres mittelst eines Seils, welches um seine Welle gewickelt ist, ein Gewicht von 750 Kilogramm in einer Secunde auf die Höhe von 2 Meter; die mechanische Wirkung dieses Wasserrades beträgt folglich 750×2^{mk} oder 20 Pferdekräfte. — Sind an den Armen einer Welle sechs Arbeiter angestellt, welche im Durchschnitt mit einer Kraft von 16 Kilogrammen drücken und dabei eine Geschwindigkeit von $\frac{1}{2}$ Meter haben, so ist die mechanische Wirkung jener Arbeiter $16 \times \frac{1}{2} \times 6 = 48^{mk}$. Wird nun bei dieser Arbeit jedesmal eine Last von 300 Kilogrammen binnen einer Minute auf die Höhe von 6 Meter gehoben, so beträgt die Nutzleistung $300 \times \frac{6}{60} = 30^{mk}$; es gehen folglich 18^{mk} durch die in der Maschine liegenden Bewegungshindernisse verloren.

Offenbar ist die mechanische Wirkung, welche erforderlich ist, um das Gewicht Q auf die Höhe h zu erheben, einerlei mit der mechanischen Wirkung, welche beim freien Fall desselben Gewichtes durch die nämliche Höhe h entsteht. Die Relation $L = Qh$ verwandelt sich hiernach, wenn man die früher angegebenen Formeln $Q = Mg$ und $h = \frac{v^2}{2g}$ berücksichtigt in nachstehende zwei andere: $L = \frac{1}{2}\frac{Q}{g}v^2$ und $L = \frac{1}{2}Mv^2$. Daraus erhellet, daß der Ausdruck der Leistung einer constanten Kraft mit jenem der Hälfte der durch sie einer Masse beigebrachten lebendigen Kraft übereinstimmt. Um daher die Größe der durch eine constante Kraft verrichteten mechanischen Arbeit anzugeben, genügt es, das Gewicht oder die Masse des bewegten Körpers nebst der Geschwindigkeit desselben für den Augenblick zu kennen, in welchem die Größe der Arbeit bestimmt werden soll. Die einer Masse M beigebrachte mechanische Wirkung $L = \frac{Mv^2}{2}$ kann für gewisse Zwecke; wie z. B. zur

Ueberwindung von Widerständen verwendet werden, wobei die Masse die Arbeit wieder erstattet, welche in ihr angesammelt war. So vermag der von einer Anhöhe herabkommende Wagen in Folge der erlangten Geschwindigkeit noch eine Strecke auf der horizontalen Straße sich fortzubewegen, bis ihn die Reibung allmählig in Ruhe überzugehen nöthigt.

Der Zuwachs oder Verlust an mechanischer Wirkung bei dem Uebergange der bewegten Masse von der Geschwindigkeit c zu der Geschwindigkeit v ist gleich $\frac{1}{2} M (v^2 - c^2)$. Wie beträchtlich diese Wirkung übrigens sein kann, sehen wir an den beklagenswerthen Unglücksfällen, welche beim Zusammenstoß großer Eisenbahnzüge sich ereignen, wo die in den bedeutenden Massen angesammelte Arbeit plötzlich wirksam wird. Die vorstehende Formel gilt auch für veränderliche Kräfte. Denkt man sich nämlich den ganzen Weg s aus lauter gleichen, gleichförmig beschleunigt beschriebenen Theilen ds bestehend, wo das Zeichen d wieder andeutet, daß man es hier mit unendlich kleinen Größen zu thun hat; so sind die partiellen Leistungen innerhalb jener Raumtheile:

$L_1 = \frac{(v_1^2 - c^2)}{2} M$; $L_2 = \frac{(v_2^2 - v_1^2)}{2} M$; $L_3 = \frac{(v_3^2 - v_2^2)}{2} M$ .....;

$L_n = \frac{(v^2 - v_{n-1}^2)}{2} M$, wo v_1, v_2, v_3.... die an den Enden der Raumtheile erlangten Geschwindigkeiten bezeichnen. Die Summe aller dieser Arbeiten gibt die auf dem ganzen Wege s verrichtete Arbeit:

$L = \frac{M}{2}(v^2 - c^2)$, worin c und v die am Anfang und am Ende des Weges s vorhandenen Geschwindigkeiten sind.

Als experimentelle Bestätigung der Richtigkeit des Ausdruckes $Ps = \frac{1}{2}\frac{Q v^2}{g}$ mag folgender mit der Fallmaschine angestellter Versuch dienen. An jedem Ende der über die Rolle der Maschine geführten Schnur brachten wir ein Gewicht von 645,15 Grammes an; dann setzten wir auf der einen Seite 2,6 Grammes hinzu, um die Reibung zu überwinden und überdies noch ein Gewicht von 7,05 Grammes, um die Gesammtmasse in gleichförmig beschleunigte Bewegung zu bringen. Diese Masse (Q) betrug dem Gewichte nach $2 \times 645{,}15 + 2{,}6 + 7{,}05 + + 300{,}05 = 1600$ Grammes, von denen 300,05 der Masse des Rades gleichgeltend waren, während die Ueberwucht P sich auf 7,05 Grammes belief. In dem Augenblicke, in welchem die sinkende Masse den bestimmten Weg $s = 36{,}75$ Centimeter zurückgelegt hatte, ließ man 9 Grammes von dem Uebergewichte durch einen Ring zurückhalten. Es entstand dadurch sofort eine verzögernde Kraft $P' = 9 - 7{,}05 = 1{,}95$ Grammes, welche auf dem Wege s' die der Masse $Q' = 1600 - 9 =$

= 1591 Grammes mitgetheilte Geschwindigkeit v auf Null herabbringt. Für den ersten Fall gilt also die Gleichung $Ps = \frac{Qv^2}{2g}$ und für den zweiten die analoge $P's' = \frac{Q'v^2}{2g}$, in welchen beiden v einerlei Werth hat. Aus beiden Gleichungen ergibt sich

$$s' = \frac{Q'}{Q} \cdot \frac{P}{P'} s = \frac{1591}{1600} \cdot \frac{7{,}05}{1{,}95} \cdot 36{,}75 = 132{,}2 \text{ Ct.},$$

wenn man statt der Buchstaben die entsprechenden Zahlenwerthe einführt. Und in der That stimmt der Werth von s' genau mit dem bei dem Versuche erhaltenen überein.

Welch mannigfaltige Anwendungen die Formel $L = \frac{1}{2}\frac{Q}{g}v^2$ zuläßt, werden folgende Beispiele zeigen. — 1) Die mechanische Wirkung einer Kanonenkugel von 10 Kilogramm, welche 500 Meter Geschwindigkeit hat, ist $\frac{10 \cdot 500^2}{2 \cdot 9{,}81} = 127421$ Meterkilogramm. Um in jeder Secunde eine Kugel von solcher Wirkung fortzuschleudern, wäre eine Maschine von $\frac{127421}{75}$ oder von 1698,9 Pferdekräften nöthig. — 2) Ein Eisenbahnzug von 100000 Kilogramm und einer Geschwindigkeit von 15 Meter hat die mechanische Wirkung von

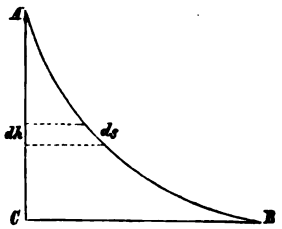
$$\frac{15 \cdot 15 \cdot 100000^{mk}}{2 \cdot 9{,}81} = \frac{15 \cdot 15 \cdot 100000}{2 \cdot 9 \cdot 81 \cdot 75} = 15290{,}5 \text{ Pferdekräften.} —$$

Wenn die Reibung auf der Eisenbahn $\frac{1}{200}$ der Last beträgt, so kann der Zug, nachdem die Maschine aufgehört hat zu wirken, noch x oder 2293,5 Meter weiter gehen, bis er zur Ruhe kommt, weil $\frac{1}{200} \cdot x = \frac{15 \cdot 15}{2 \cdot 9{,}81}$ ist. — 3) Ein Wagen von 1000 Kilogramm wird auf horizontaler Straße mit einer Geschwindigkeit von 1 Meter gleichmäßig fortbewegt, um ihn mit der Geschwindigkeit von 2 Meter fortzuführen, ist die weitere mechanische Wirkung von $\frac{1000 \cdot (2^2 - 1^2)^{mk}}{2 \cdot 9{,}81} = 159{,}9^{mk}$, oder von 2,03 Pferdekräften erforderlich. — 4) In einem Flusse läuft in der Secunde eine Wassermenge von 10000 Kilogramm mit einer Geschwindigkeit von 0,5 Meter ab. Die mechanische Wirkung, welche dieses Wasser verrichten kann, ist $\frac{10000 \cdot 0{,}5^2}{2 \cdot 9{,}81} = 127{,}4^{mk}$ oder jene von 1,7 Pferdekräften.

3. Fall auf krummen Linien. Fliehkraft.

Fällt ein materieller Punkt auf einer krummen Linie AB (Fig. 64) herab, auf welcher ihm sonst kein Hinderniß entgegentritt; so wird er auf jedem Curvenelement ds denselben Zuwachs dv an Geschwindigkeit erhalten, welchen er beim freien Fall durch das entsprechende Element dh der Höhe bekommen würde, wenn er die verticale Bewegung fortgesetzt hätte. Auf welcher krummen Linie AB also der materielle Punkt von der Schwere herabgeführt werden mag, seine Geschwindigkeit v ist dieselbe, als wenn er im freien Fall die Höhe AC des Bogens AB zurückgelegt hätte, mithin gleich $= \sqrt{2g \,.\, AC}$. — Zur Bestätigung dieses Gesetzes durch das Experiment bedienen wir uns folgenden Apparates. Derselbe besteht aus zwei gleichen, unter einem rechten Winkel zusammengefügten, 8^{m} langen, 8^{cm} breiten, 1^{cm} dicken Holzstücken (Fig. 65), welche sich um eine zwischen zwei verticalen, 8,5^{cm} von einander entfernten, 12^{m} hohen hölzernen Säulen horizontal liegende feste Achse drehen können. Zur Horizontalstellung des einen Holzstückes im Gleichgewichtszustande ist ein gabelförmig ausgeschnittenes Brett angefügt, um zugleich den Faden durchgehen zu lassen, der oben an dem Stativ befestigt ist und unten eine elfenbeinerne Kugel trägt. Läßt man nun eine zweite Kugel von Elfenbein das eine Mal frei, und das andere Mal auf einer beliebigen Curve herabfallen, deren Höhe der freien Fallhöhe gleich kommt; so wird man finden, daß durch den in dem einen wie in dem andern Fall von dem verticalen Holzstücke auf die aufgehängte Kugel gleichmäßig ausgeübten Stoß letztere in beiden Fällen auf die nämliche Höhe gelangt. In dem einen wie in dem andern Fall gehört dazu eine und dieselbe Bewegungsgröße, mithin müssen in beiden Fällen, da die bewegte Masse die nämliche bleibt, die Geschwindigkeiten nothwendigerweise übereinstimmen.

Fig. 64.



Ein in Bewegung begriffener materieller Punkt ist vermöge seiner Trägheit jederzeit bestrebt geradlinig fortzugehen, wenn er darum auf einer krummen Linie sich bewegt, so muß fortwährend eine Kraft oder ein Hinderniß vorhanden sein, durch welche die Ablenkung von dem graden Gange bewirkt wird. Um uns eine deutliche Vorstellung von einer derartigen ablenkenden Kraft zu verschaffen, mögen AB, BC (Fig. 66) zwei an einander grenzende und endlich kleine Bahnstückchen sein, welche das Bewegliche binnen gleicher Zeittheilchen dt beschreibt,

Fig. 65.

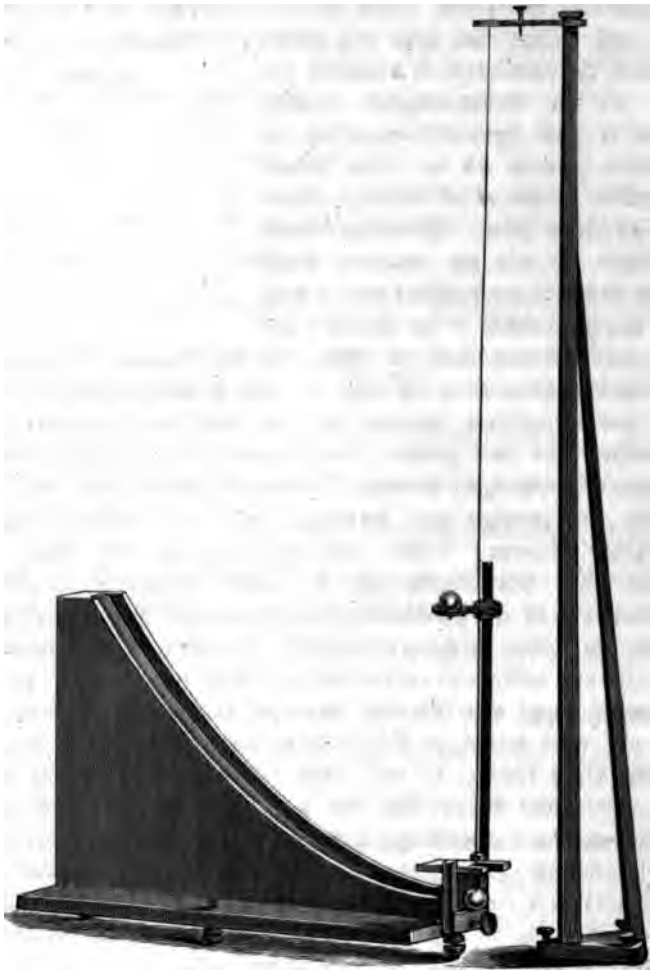
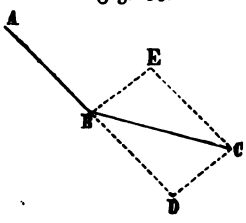


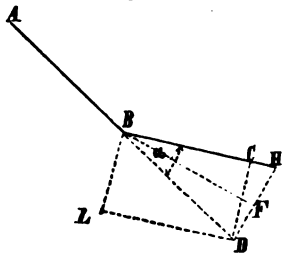
Fig. 66.



und mithin als gerade Linien angesehen werden können. In B angelangt, strebt das Bewegliche in der Verlängerung A B fortzugehen, so daß es während des zweiten Zeittheilchens den Weg B D = A B zurücklegen würde, wenn es seinem Beharrungsvermögen folgen könnte. Verbindet man D mit C, zieht B E parallel mit CD, C E parallel mit B D; so ist B E die

lichtung und die Intensität der Kraft, welche das Bewegliche in B bgelenkt hat, dergestalt, daß dasselbe, wenn es gedachter Kraft allein olge leisten könnte, binnen des festgesetzten Zeittheilchens den Weg BE eschreiben würde. Denn unter dem gleichzeitigen Einfluß von zwei räften, deren Richtungen und Intensitäten BD und DE sind, legt as Bewegliche binnen des Zeittheilchens dt den Weg BC zurück, oraus folgt, daß die ablenkende Kraft in der That die oben angegeene Richtung und Intensität besitzt. — Ist ein materieller Punkt genöthigt, auf einer krummen Linie zu bleiben, längs derselben er bloß einer Trägheit gemäß ohne alles Hinderniß sich fortbewegt; so findet ein Geschwindigkeitsverlust statt, d. h. seine Bewegung ist jederzeit eine leichförmige. Von der Richtigkeit dieses richtigen Satzes überzeugen wir uns durch olgende Betrachtung. Es seien AB, BC (Fig. 67) zwei an einander grenzende Stückchen der dem Beweglichen vorgezeichneten Bahn, welche von ihm vermöge seiner Trägheit in zwei sehr kleinen Zeitintervallen dt beschrieben werden und die wir als gerade Linien ansehen können. In B angelangt wird das Bewegliche binnen eines solchen Zeitintervalles in der Verlängerung von AB, d. h. in der Richtung BD fortzugehen streben, so daß BD = AB ist. Denkt man sich jetzt die das Bewegliche treibende Kraft in zwei Seitenkräfte zerlegt, deren eine parallel zu BC und die andere BL senkrecht darauf steht; so wird letztere durch den Widerstand, welchen die Bahn entgegensetzt, aufgehoben und nur die nach der Richtung BC wirkende Kraft übrig bleiben. Das Bewegliche wird mithin in der neuen Richtung BC in dem sehr kleinen Zeitintervall dt den Weg $BC < BD$ zurücklegen, weil BCD ein rechter Winkel ist. Es findet also bei der Wendung in B ein Verlust an Geschwindigkeit statt, welcher jedoch wegen der unendlich kleinen Richtungsveränderung sich als unendlich klein herausstellt und keinen Einfluß auf die Bewegung ausübt. Um dies nachzuweisen, verlängere man BC bis H dergestalt, daß BH = BD wird; verbinde H mit D und ziehe BF senkrecht auf HD: den Unterschied zwischen BD und BC stellt dann CH dar. Aus der Aehnlichkeit der rechtwinkligen Dreiecke HCD und BHF ergibt sich $CH = \frac{HD \cdot HF}{BH} = \frac{HD^2}{2 \cdot BD}$. Bezeichnet nun α den aus B mit dem Halbmesser 1 innerhalb des Winkels CBD beschriebenen Kreisbogen, so ist $BD \cdot \alpha > DH$; folglich $CH < \frac{BD^2 \cdot \alpha^2}{2BD} < \frac{BD}{2} \cdot \alpha^2$. Sind nun v, v'

Fig. 67.

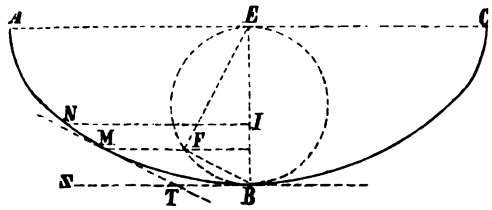


die Geschwindigkeiten, in Folge deren die Wege AB und BC in den zwei gleichen Zeittheilchen dt beschrieben werden; so ist $v = \frac{AB}{dt}$ und $v' = \frac{BC}{dt}$. Folglich

$$v - v' = \frac{AB - BC}{dt} = \frac{CH}{dt}; \text{ d. h. } v - v' < \tfrac{1}{2} \cdot \frac{BD}{dt} \alpha^2 < \tfrac{1}{2} v \cdot \alpha^2.$$

Ist nun der Winkel α unendlich klein, so erscheint der Verlust an Geschwindigkeit, bei dem Uebergange von der Richtung AB in die Richtung BC, als eine unendlich kleine Größe der zweiten Ordnung; eine Größe von solcher Beschaffenheit, daß sie selbst nach unendlichmaliger Wiederholung ein im Vergleich zu v nur unendlich kleines Resultat liefert. Der bloß vermöge seiner Trägheit auf einer stetig gekrümmten Bahn sich bewegende materielle Punkt erleidet also keinen Geschwindigkeitsverlust, sondern er geht mit unveränderter Geschwindigkeit gleichförmig fort.

Fig. 68.



Durch zwei Punkte A und B (Fig. 68) lassen sich unzählig viele Curven legen; auf allen diesen Curven wird der vom höchsten Punkte A bis zum tiefsten B herabfallende Körper einerlei Endgeschwindigkeit erlangen, dazu aber verschiedene Zeiten in Anspruch nehmen. Unter allen Linien ist die Cycloide diejenige Curve, auf welcher der von A aus fallende Körper in der möglichst kurzen Zeit nach B gelangt. Die Cycloide heißt deßwegen die Linie der kürzesten Fallzeit (Brachystochrone); diese Linie wird von einem bestimmten Punkte eines Kreises beschrieben, der auf einer geraden Linie AC hinrollt. Die Cycloide ist auch die Linie des gleichzeitigen Falls (Tautochrone); der fallende Körper braucht nämlich stets dieselbe Zeit, um von dem Punkte N oder M oder einem andern Punkte bis zur tiefsten Stelle B zu gelangen. Die Beschleunigung in irgend einem Punkte M der Curve hängt von der jedesmaligen Lage der durch diesen Punkt gelegten Tangente ab. Für die Cycloide wird die Tangente gefunden, wenn man durch M die Linie MF parallel zu AC zieht, auf welcher der Kreis hinrollt; hierauf den Punkt F, wo sie den Erzeugungskreis trifft, mit dem unteren Endpunkt B des senkrechten Durchmessers EB verbindet; endlich durch M die Linie MT parallel der Sehne FB zieht: MT ist dann die Tangente der Cycloide im Punkte M. Hiernach ist, wenn der Scheitelpunkt B der Cycloide der tiefliegendste ist und zugleich ihre Achse

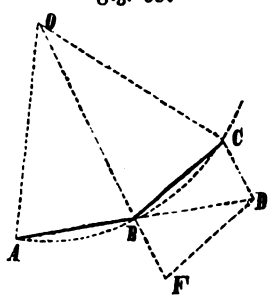
vertical steht, die Beschleunigung im Punkte M gleich $g \sin MTZ = g \sin FBZ = g \sin FEB = g \cdot \frac{FB}{EB} = g \cdot \frac{\text{Bogen } MB}{2EB}$, weil die Geometrie lehrt, daß die Bogenlänge MB gleich der doppelten Sehne ist. Daraus folgt, daß die Beschleunigung auf der Cycloide der Länge des Weges proportional ist, welchen das Bewegliche von einem Punkte M bis zu dem tiefsten B zu durchlaufen hat; was mit sich bringt, daß zwei beliebige Cycloidalbogen MB, NB in einerlei Zeit zurückgelegt werden. Indem man Kugeln in cycloidalgeformten Rinnen herabfallen läßt, kann man leicht nachweisen, daß, wenn sie zu gleicher Zeit ihre Bewegung anfingen, sie auch zu derselben Zeit den tiefsten Punkt des Bogens erreichten, einerlei wo sie ihren Fall begannen. — Mit dergleichen cycloidalförmigen Räumen und nach andern Linien geformten Rinnen läßt sich ebenfalls zeigen, daß, um von einem höhern Punkte zu einem tiefern zu gelangen, der fallende Körper dieß in der kürzesten Zeit auf der Cycloide thut.

Die Zeit T, welche der materielle Punkt braucht, um von A nach B zu gelangen, wird durch den Ausdruck $T = \pi \sqrt{\frac{a}{g}}$ angegeben, in welchem π das Verhältniß des Kreisumfanges zum Durchmesser und a den Radius des Erzeugungskreises bezeichnet. Ist nämlich der materielle Punkt von A bis N herabgefallen, so hat er daselbst eine Geschwindigkeit $v = \sqrt{2g \cdot EJ} = \sqrt{2g(2a - x)}$, wo x die verticale Höhe des Punktes N über dem Punkte B darstellt. In dem unendlich kleinen Zeittheilchen dt beschreibt das Bewegliche mit dieser Geschwindigkeit das Bogenelement ds; folglich ist $ds = dt\sqrt{2g(2a - x)}$, woraus entspringt: $dt = \frac{1}{\sqrt{2g}} \cdot \frac{ds}{\sqrt{2a - x}}$. Die analytische Geometrie lehrt, daß das Bogenelement der Cycloide $ds = \sqrt{\frac{2a}{x}} \cdot dx$; wodurch die vorige Gleichung in folgende übergeht: $dt = \sqrt{\frac{a}{g}} \cdot \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}}$. Dieselbe Wissenschaft lehrt weiter, daß das Element des Kreisbogens $\frac{a\,dx}{\sqrt{2ax - x^2}}$ zum Ausdruck hat, wenn von der Gleichung $y^2 = 2ax - x^2$ ausgegangen wird. Hiernach erhält man, wenn ds' das Bogenelement des Erzeugungskreises bedeutet, $dt = \sqrt{\frac{a}{g}} \cdot \frac{ds'}{a}$. Theilt man jetzt den Cycloidalbogen in unendlich viele Theile und nimmt alle Zeitabschnitte zusammen, in denen jene Theilchen vom Beweglichen durchlaufen werden; so bekommt man die Dauer der Bewegung durch den Bogen AB,

wenn man $\sqrt{\frac{a}{g}}$ mit der Summe aller Werthe multiplicirt, die der Bruch $\frac{ds'}{a}$ für jedes gedachter Theilchen annimmt. Jene Summe ist aber gleich dem Quotienten des Halbkreises EKB, dividirt durch den Halbmesser, d. h. gleich π; folglich ist $T = \pi\sqrt{\frac{a}{g}}$. — Die Zeit t, welche der materielle Punkt gebraucht, um von N bis M zu fallen, wird im Allgemeinen, wie die analytische Mechanik zeigt, durch die Formel $t = \sqrt{\frac{a}{g}} . \text{arc}\left(\cos = \frac{2x - h}{h}\right)$ bestimmt, in welcher h und x die Entfernungen des materiellen Punktes von der Horizontalebene am Anfang und am Ende der Zeit t bezeichnen.

Es wäre nunmehr unsere Aufgabe, die Größe des Druckes zu ermitteln, welche das Bewegliche vermöge seines Bestrebens in geradliniger Richtung fortzugehen, stets gegen die vorgeschriebene krumme Bahn äußert, auf welcher es zu bleiben genöthigt ist. Diese Kraft wird Fliehkraft, Schwungkraft, Centrifugalkraft, auch Normalkraft genannt, insofern sie senkrecht auf die Bahn wirkt. Um die Größe dieser Kraft zu finden, seien A B, B C (Fig. 69) zwei unendlich kleine während zweier gleichen unmittelbar auf einander folgenden Zeittheilchen d t vom Beweglichen durchlaufene, mithin einander gleiche Bogenstücke der krummen Bahn. Verlängert man A B, macht B D = A B, verbindet D mit C, zieht B F der C D parallel und gleich; so stellt B F die Richtung der Fliehkraft und zugleich die Größe des Weges dar, welchen das Bewegliche während des Zeittheilchens d t zurücklegen würde, wenn es jener Kraft folgen könnte. Bezeichnen wir mit F die Fliehkraft, mit M die Masse des Beweglichen; so ist $F = M\frac{BF}{dt^2}$, wenn wir erwägen, daß $\frac{BF}{dt}$ die während des Zeittheilchens d t durch die Fliehkraft erzeugte Geschwindigkeit, mithin $\frac{BF}{dt} \cdot \frac{1}{dt}$ die während der Zeiteinheit hervorgerufene Geschwindigkeit darstellt, welche man Centrifugal-Acceleration zu nennen pflegt. Denkt man sich jetzt durch die Punkte A, B, C einen Kreis gelegt, dessen Mittelpunkt O und dessen Halbmesser gleich r ist; so sind die Winkel O A B, O B A, O B C, O C B sämmtlich einander gleich. Nun ist Winkel O B A + Winkel O B C + Winkel C B D = 2 R; desgleichen Winkel O B C + Winkel O C B + Winkel B O C = 2 R; woraus

Fig. 69.

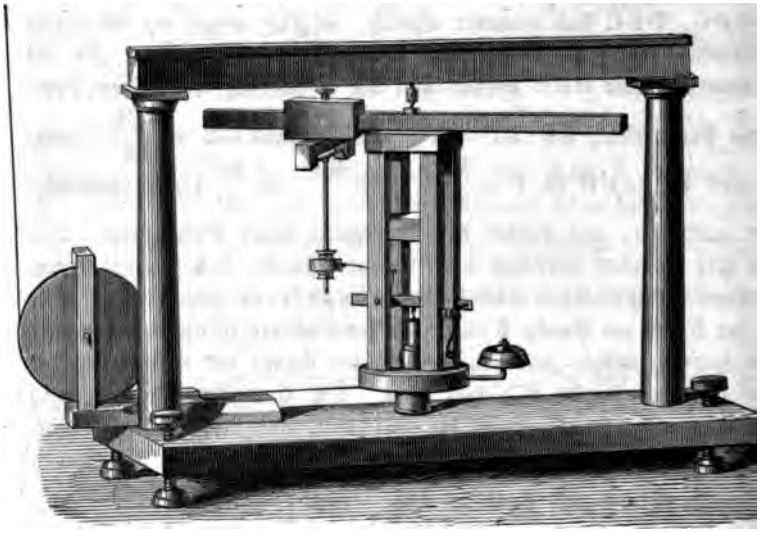


folgt, daß Winkel CBD = Winkel BOC ist. Die gleichschenkligen Dreiecke OBC, DBC sind einander ähnlich; folglich wegen der Gleichheit der Winkel OBC, BCD die Linie CD zu OB parallel, d. h. BF die Verlängerung von OB. Ferner gibt die Aehnlichkeit erwähnter Dreiecke die Proportion: $CD : BC = BC : OB$; woraus $CD = \frac{BC^2}{OB}$. Folglich, weil $BF = CD$ ist, $F = \frac{M}{r} \cdot \frac{BC^2}{dt^2} = \frac{M v^2}{r}$, da $\frac{BC}{dt}$ die Geschwindigkeit v ausdrückt, mit welcher das Bewegliche seiner Bahn folgt. Der durch drei einander unendlich nahe liegende Punkte A, B, C einer krummen Linie gezogene Kreis wird Krümmungskreis genannt, weil derselbe der Curve am Punkte B näher als jeder andere sie in B berührende Kreis kommt, mithin zur Beurtheilung der Größe der Krümmung der Bahn an dem Punkte B dienen kann. Die Centrifugalkraft ist also der Masse und dem Quadrate der Geschwindigkeit direct, dem Krümmungshalbmesser aber umgekehrt proportional; während die Centrifugalacceleration f zum Ausdruck $f = \frac{v^2}{r}$ hat.

Die Centrifugalkraft läßt sich auch mit der Schwere vergleichen und ihre Größe aus dem Gewichte Q der bewegten Masse M berechnen. Denn in Folge der Relation $M = \frac{Q}{g}$ geht die Gleichung $F = M \cdot \frac{v^2}{r}$ in $= Q \cdot \frac{v^2}{g r}$ über. — Wirken anderweitige accelerirende Kräfte auf einen an eine vorgeschriebene Bahn gebundenen materiellen Punkt, so kommt der Wirkung der aus der Trägheit entspringenden Fliehkraft noch die Wirkung hinzu, welche von der gegen die Bahn normalen Componenten dieser Kräfte herrührt. Bezeichnet k die resultirende Acceleration derselben, welche mit der Tangente der Curve an der betreffenden Stelle den Winkel α einschließt; so wird die gesammte Centrifugalacceleration durch die Gleichung $f = \frac{v^2}{r} \pm k \sin \alpha$ dargestellt werden. — Geht die Bewegung in einem Kreise vor sich und macht das Bewegliche einen Umlauf während der Zeit T; so ist seine Geschwindigkeit $v = \frac{2 \pi r}{T}$. Hierdurch verwandelt sich der Ausdruck für die Centrifugalkraft in folgenden $F = \frac{4 \pi^2 M r}{T^2}$. — Es verhalten sich demnach die Fliehkräfte zweier Kreisen sich bewegenden Massen bei einerlei Umlaufszeit wie die Producte aus den Massen in die Halbmesser dieser Kreise.

Folgender von unserem unvergeßlichen Oberbaudirector Schleiermacher, einem ausgezeichneten und tiefdenkenden Mathematiker, sinnreich ersonnene Versuch wird uns von der Richtigkeit des oben aufgestell-

Fig. 70.



ten Ausdruckes $F = \frac{M v^2}{r} = \frac{Q v^2}{g r}$ überzeugen. Der dazu erforde
Apparat (Fig. 70), deſſen wir uns noch verſchiedenemal bedienen
den, um das eine oder das andere durch Nachdenken gefundene Re
mit dem Ergebniß des Experimentes vergleichend zuſammenzuhalte
durchaus aus hartem Holz gefertigt, einige kleinere Stücke ausge
men. Auf dem mit Stellſchrauben verſehenen Grundbrette, das
Länge von 90 Cent., eine Breite von 35 Cent. und eine Dicke
3,5 Cent. hat, ſtehen ſenkrecht in einer Entfernung von 72 Cent.
einander zwei 48 Cent. hohe Säulen, deren untere Durchmeſſer 7 (
und obere Durchmeſſer 5 Cent. beträgt. Die beiden Säulen b
die Träger eines prismatiſchen Stückes, das auf ihnen feſtgeleim
und einen quadratförmigen Querſchnitt von 5 Cent. Seite hat.
der Mitte zwiſchen beiden Säulen iſt eine aus vier verticalen St
und einem längeren horizontalen Stab beſtehende Vorrichtung
bracht, welche um eine verticale feſte Achſe drehbar iſt. Die verti
2,5 Cent. dicken, 2,5 Cent. breiten und 30 Cent. langen Stäbe
unten auf einer kreisförmigen Scheibe von 15 Cent. Durchmeſſer
oben auf einem 10,5 Cent. langen und breiten Brettchen dergeſtalt
geleimt, daß je zwei um 5 Cent. von einander abſtehen. Ihrerſeit
die kreisförmige Scheibe wieder auf einem 3,5 Cent. hohen Cyli
aufgeleimt, deſſen Halbmeſſer eine Größe von 2,45 Centimeter hat,
diejenige Größe, welche dem 400ten Theil der hieſigen Erdaccelera

gleichkommt. Innerhalb des von den verticalen Stäben eingeschlossenen hohlen Raums steht auf der kreisförmigen Scheibe ein kleines, bewegliches, zur Aufnahme von Gewichten geeignetes Gestellchen, welches mittelst eines Häkchens mit dem zwischen zwei verticalen Stäbchen angebrachten Winkelhebel in Verbindung gesetzt werden kann. In der nämlichen Höhe der horizontalen Achse dieses Winkelhebels liegt in einer Entfernung von 1,5 Cent. nach Außen zu von den zwei gegenüberstehenden verticalen Stäben eine zweite horizontale eiserne Achse, an welcher ein 3 Millim. dicker Stab von Eisen frei herabhängt. Dieser Stab trägt an seinem untern Ende eine kleine Kugel von demselben Metall, die auf der einen Seite in einen bogenförmigen Ansatz ausläuft, um damit an einen andern an dem kleinen beweglichen Gestell befestigten Haken eingehängt werden zu können. Bei dem Auslösen des Ansatzes aus dem Haken fährt dann die Kugel gegen die in einer kleinen Entfernung befindliche Glocke, so daß bei dem jedesmaligen Schlage an dieselbe ein Ton vernommen wird. Um die Auslösung durch eine von der Maschine ausgehende bestimmte Kraft zu bewirken, wird in einer gewissen Entfernung von der verticalen Drehachse auf den horizontalen 30 Cent. langen Stab ein ausgehöhlter prismatischer Körper aufgesetzt und festgeschraubt, und zwar auf derjenigen Seite, auf welcher der Winkelhebel liegt. Von dem prismatischen Körper geht dann vertical ein Eisenstab herab, auf welchem ein bestimmtes Gewicht sich höher oder nieder schrauben läßt und durch einen Eisendraht mit dem einen Arme des oben erwähnten Winkelhebels verbunden wird, während der andere gleiche Arm des Hebels mit dem die Gewichte tragenden Gestellchen in Verbindung steht. Damit das auf den Eisenstab geschraubte Gewicht bei der Bewegung in einem bestimmten ins Auge gefaßten Moment ein angebbares Maß von Schwungkraft erhalte, wird an dem auf dem Grundbrette aufsitzenden Cylinder eine feine Schnur befestigt, dieselbe wiederholt um den Cylinder geschlagen, alsdann unter eine auf dem Grundbrette festgemachte Rolle geleitet und zuletzt über die Rolle der Fallmaschine geführt und daselbst an dem Ende der Schnur ein Gewicht angehängt, welches so die verschiedenen beweglichen Theile des Gesammtapparates in eine gleichförmig beschleunigte Bewegung bringt.

Wir gehen nun zu der Angabe einiger speciellen Versuche über, welche wir mit dem eben beschriebenen Apparate angestellt haben, um die Richtigkeit der Formel $F = \frac{Q v^2}{g r}$ nachzuweisen. Das an dem horizontalen Stab angehängte Gewicht Q, dessen Schwungkraft für einen gewissen Zeitmoment bestimmt werden sollte, betrug bei einer Reihe von Versuchen 320 Grammes und befand sich hinsichtlich seines Schwer-

punktes von der verticalen Drehachse in einer Entfernung $r = 12{,}25 = 5 . 2{,}45$ Centimeter. Das herabfallende Gewicht war durch einen Vorversuch so eingerichtet, daß der in 9 Secunden an der Scala der Fallmaschine beschriebene Weg $9 . 2{,}45$ Centimeter betrug: seine Geschwindigkeit v' hatte mithin nach Verlauf der Zeit t zum Ausdruck $v' = 2 . 2{,}45\, t$; dagegen die Geschwindigkeit v des Gewichtes Q durch $v = 5 . 2 . 2{,}45\, t$ ausgedrückt wurde. Durch Einführung der eben angegebenen speciellen Werthe mit Berücksichtigung der Größe $g = 400 . 2{,}45$ Centimeter ging die allgemeine Formel $F = \frac{Q v^2}{g r}$ für unsere Versuche in folgende besondere über: $F = 16 . t^2$ Grammes: d. h. die dem Gewichte von 320 Grammes nach und nach beigebrachten Schwungkräfte verhielten sich wie die Quadrate der Zeiten. Betrug demnach das Gewicht des Gestellchens sammt der darauf gelegten Belastung $256 = 16 . 16$ Grammes, so mußte man den Glockenschlag unmittelbar nach Ablauf der vierten Secunde vernehmen; dagegen geschah solches erst nach sechs Secunden, wenn jenes Gewicht sich auf $576 = 16 . 36$ Grammes belief: kurz die bei den Versuchen vorkommenden Verhältnisse stellten sich in einer Weise dar, wie sie von der Theorie vorausgesagt war.

Um Versuche über die Fliehkraft anzustellen, bedient man sich gewöhnlich der sogenannten Centrifugalmaschine. Sie besteht aus einem größeren Rade A (Fig. 71), das mittelst einer Kurbel um eine verticale Achse gedreht werden kann, und einem gleichfalls um eine verticale Achse drehbaren kleineren Rade B, auf welches durch eine Schnur ohne Ende die Umdrehung übertragen wird. Das kleinere Rad ist zur Befestigung verschiedener Gegenstände eingerichtet, welche an der Drehung Theil nehmen sollen. Aus den mit der Centrifugalmaschine anzustellenden Versuchen wollen wir folgende hervorheben: 1) Zwei Kugeln von Metall (Fig. 71 a.), die durch einen Faden verbunden sind, können auf einem Metalldraht hin und her gleiten. Wird der die Kugeln tragende Rahmen auf die Schwungmaschine gesetzt, so werden bei eintretender Drehung des Rahmens die Kugeln nur dann einander das Gleichgewicht halten können, wenn sie die nämliche Fliehkraft besitzen. Sind mithin beide Kugeln gleich groß, so wird dies der Fall sein, wenn sie gleichen Abstand von der Mitte haben. Sind dagegen die Kugeln ungleich groß, so wird es abermals geschehen, wenn sich die Abstände von der Mitte umgekehrt wie ihre Gewichte verhalten. In allen übrigen Fällen werden die Kugeln nach derjenigen Seite hinzufahren, auf welcher die stärkere Schwungkraft sich befindet. — 2) Man befestige vier Glasröhren (Fig. 71 b), welche zum Theil Flüssigkeiten von verschiedener Dichtigkeit, wie Quecksilber und Wasser, zum

Fig. 71.

Fig. 71 a.

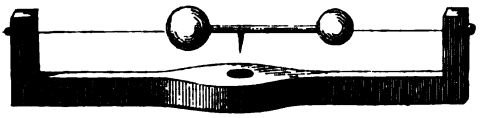
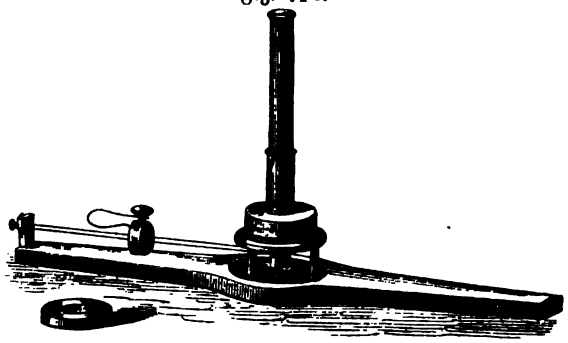


Fig. 71 b.

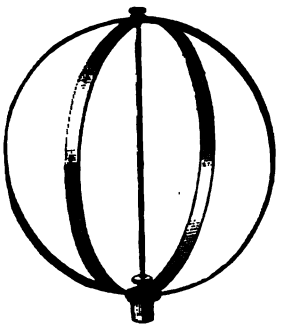
Theil feste Körper von verschiedenem specifischen Gewichte, wie Blei und Kork, enthalten, in schräger Stellung auf ein passendes Gestell, das auf die Schwungmaschine gesetzt werden kann. Bei der Drehung des Apparates werden die erwähnten Gegenstände in Folge der Fliehkraft in den Röhren hinaufsteigen, und dabei die dichteren unter ihnen die äußerste Stellung einnehmen. Korkholz, das sonst auf dem Wasser schwimmt, wird jetzt unter demselben schweben; und Quecksilber, welches unter dem Einfluß der Schwere allein unter dem Wasser liegt, wird nunmehr über demselben stehen. — 3) In der Mitte einer kreisförmigen Scheibe von Messing ist ein Gestell (Fig. 71 c) befestigt, an

Fig. 71 c.



dessen unterem wie oberen Theile eine leicht bewegliche Rolle angebracht ist. Ueber diese Rollen geht eine Schnur, welche mit dem einen Ende in der Mitte eines auf zwei Stahlstangen verschiebbaren kleinen Cylinders und mit dem andern Ende an dem röhrenförmigen Ansatz einer beweglichen Messingplatte fest gemacht ist. Auf diese Platten werden die in der Mitte durchbohrten Gewichte gelegt, deren seitliche Verschiebung bei der Bewegung der röhrenförmige Ansatz verhindert. Wird der Apparat gedreht, so entfernt sich der kleine Cylinder von der Mitte, spannt die Schnur und hebt das aufgelegte Gewicht, wenn die Schwungkraft groß genug geworden ist. — 4) An dem untern Theile einer eisernen Achse (Fig. 71 d), welche auf die Schwungmaschine gesetzt wird, sind mehrere sehr biegsame Metallstreifen befestigt, die oben in eine Hülse zusammenlaufen, welche sich frei an der Achse auf und ab bewegen kann. Im Zustande der Ruhe haben die Metallstreifen die Gestalt von größten Kreisen einer Kugel, welche bei der Drehung in die Schnitte eines abgeplatteten Sphäroids übergehen, dessen Rotationsachse mit wachsender Geschwindigkeit immer kleiner wird. Alle Himmelskörper sind am Aequator erhöht, und an ihren Rotationspolen abgeplattet, was aus der Wirkung der Centrifugalkraft bei einem ursprünglich flüssigen *Zustand jener* Körper hervorgegangen sein mag.

Fig. 71d.



Kurze Erwähnung mögen hier noch einige andere Versuche erhalten, durch welche sich die Wirkungen der Centrifugalkraft ebenfalls versinnlichen lassen. — Setzt man ein Glas mit Wasser auf die Innenseite eines Reifes und dreht ihn dann rasch im Kreise herum, so bleibt das Glas stehen, auch wird kein Wasser vergossen, weil die Centrifugalkraft das Glas sammt dem Wasser gegen den Reifen andrückt. — Läßt man einen kleinen Wagen auf einer schiefen Ebene herablaufen, so kann er eine solche Geschwindigkeit erlangen, daß er vermöge der dadurch entstandenen Fliehkraft ringsum innerhalb eines daran grenzenden krummen Theils der Bahn fortzulaufen vermag, ohne herauszufallen; darauf beruhen die englischen Centrifugalrutschbahnen. — Dreht man schnell ein System offener gegen eine verticale Achse geneigter Röhren, die unten im Wasser stehen, oben aber in eine Rinne sich münden; so steigt das Wasser längs den Röhren in die Rinne, wenn die Fliehkraft durch die Drehung so groß geworden ist, daß sie die Schwerkraft überwindet. Bei dem allgemein bekannten Brummkreisel, womit die Knaben spielen, erhält die Drehungsachse durch die Centrifugalkraft eine verticale Lage; der Kreisel fällt erst um, wenn die Rotationsgeschwindigkeit bis zu einem gewissen Grade abgenommen hat. Das Brummen des Kreisels entsteht durch das Entweichen der Luft aus der Höhlung der Kugel durch eine Seitenöffnung in Folge der Centrifugalkraft; wenn die Luft zum großen Theil herausgetreten ist, hört das Brummen auf, kommt aber wieder zum Vorschein, wenn die Drehungsgeschwindigkeit abnimmt, und die Luft wieder in den hohlen Raum eindringt. Läßt man Wassertropfen oder feinen Sand auf die Oberfläche des schnell drehenden Kreisels fallen, so werden jene Körpertheile in die Rotationsbewegung mit hinein gezogen; bald fliehen sie aber vermöge der erlangten Centrifugalkraft von dem Kreisel weg, da sie kein Band an dessen Oberfläche gefesselt hält. Daher rührt auch das Umherspritzen des Wassers von einem schnell gedrehten angefeuchteten Schleifsteine, das Fortschleudern des an den Wagenrädern haftenden Sandes bei ihrem Umdrehen.

Auf der Wirkung der Fliehkraft beruhen verschiedene im gewöhnlichen Leben vorkommende Erscheinungen und Einrichtungen. Vermöge der Centrifugalkraft wird die *Schnur der Schleuder*, einer nicht mehr

gebräuchlichen Waffe der Alten, beständig gespannt, wenn man sie im Kreise herumschwingt; die Spannung wird um so stärker, je mehr man den Umschwung beschleunigt und kann bei hinlänglich gesteigerter Geschwindigkeit so groß werden, daß die Schnur zerreißt, wo dann der bewegte Körper nach der Richtung der an dem Punkte des Kreises gelegten Berührungslinie fortfliegt, an welchem das Abreißen erfolgte. Die Fliehkraft tritt jederzeit bei den Fuhrwerken ein, wenn sie eine Wendung vornehmen; deßhalb sollen dergleichen Umwendungen nur langsam und in einem Bogen von möglichst großem Durchmesser vor sich gehen, damit die Fuhrwerke in Folge der Fliehkraft nicht umgeworfen werden; daher dürfen Eisenbahnen nur schwache Krümmungen haben, weil der schnell sich bewegende Zug, wenn die Eisenbahn einen Bogen beschreibt, leicht durch die Schwungkraft aus den Schienen her ausgeschleudert werden kann. — Der Hammer, welcher rasch herum geschwungen wird, kann durch die Fliehkraft vom Stiele sich trennen; es wird dies um so leichter geschehen, je bedeutender seine Masse, je länger der Stiel und je rascher der Umschwung ist. Würde man das Werkzeug bei der Bewegung aus der Hand lassen, wodurch der geschwungene Körper frei wird; so müßte er nach der Tangente fortfliehen, die man an den Punkt seiner Bahn gezogen denkt, wo das Werkzeug sich überlassen blieb. — Wird ein fester Körper zur Drehung um eine Achse genöthigt, so hat jedes seiner Massentheilchen seine eigenthümliche Centrifugalkraft, die sich nach der Größe des beschriebenen Kreises und der Geschwindigkeit des Umlaufes richtet. Dem dadurch hervorgerufenen Streben der Theilchen von der Achse sich zu entfernen wird durch die Cohäsion der Theilchen Widerstand geleistet, der, wenn

Löcher haben. Werden nun die Cylinder schnell gedreht, so wird der flüssige Syrup in Folge der hervorgerufenen Fliehkräfte durch die feinen Oeffnungen hindurchgetrieben, während die festen Zuckertheile zurückbleiben. Auf solche Weise wird jetzt in kurzer Zeit die Reinigung einer Zuckermasse bewerkstelligt, wozu man früher viele Wochen nöthig hatte. — Man benutzt die Schwungkraft in großen Waschanstalten zum Trocknen der Wäsche. Zu diesem Zwecke bringt man die nassen Stoffe in eins der vier Fächer des inneren Raums einer Trommel, die sich schnell um ihre Achse drehen läßt. An der Wand der Trommel sind vier den Fächern entsprechende Oeffnungen angebracht, durch welche von Außen stets frische Luft einströmen kann, die von der Centrifugalkraft durch die nassen Zeuge getrieben diese in kurzer Zeit trocken macht; zugleich wird ein Theil des in den Zeugen befindlichen Wassers durch die Fliehkraft hinausgeschleudert. Auf ähnliche Weise wird die Schwungkraft in chemischen Laboratorien in Anwendung gebracht, theils um das Absetzen von Niederschlägen zu beschleunigen, theils um Krystalle von der Mutterlauge zu trennen.

4. Zusammensetzung der Bewegungen. — Wurfbewegung.

Wirken auf einen materiellen Punkt zwei momentane Kräfte nach verschiedenen Richtungen, so wird er eine aus beiden Bewegungen zusammengesetzte Bewegung annehmen. Da nun momentane Kräfte sich wie die Geschwindigkeiten verhalten, welche sie einem und demselben materiellen Punkte ertheilen; so muß die Zusammensetzung solcher Bewegungen sich genau nach der nämlichen Regel vollziehen lassen wie die Zusammensetzung der Kräfte, welche diese Bewegungen hervorbringen. Es wird folglich an die Stelle des Parallelogramms der Kräfte das Parallelogramm der Geschwindigkeiten treten, und Alles das, was zu seiner Zeit von der Zerlegung und Zusammensetzung der Kräfte gesagt wurde, auch bei der Zerlegung und Zusammensetzung der Geschwindigkeiten Gültigkeit behalten. — Sind mithin u und v die Geschwindigkeiten, welche die beiden momentan wirkenden Kräfte beziehungsweise für sich allein erzeugen, und schließen ihre Richtungen den Winkel α ein; so wird die Größe der resultirenden Geschwindigkeit z zum Ausdruck haben: $z = \sqrt{u^2 + v^2 + 2v.u.\cos\alpha}$. — Erhält das Bewegliche die senkrecht zu einander stehenden Geschwindigkeiten u, v, w, so ist die resultirende Geschwindigkeit $z = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$, deren Winkel α, β, γ mit den Richtungen der ursprünglichen Geschwindigkeiten durch die Relationen: $\cos\alpha = \frac{u}{z}$, $\cos\beta = \frac{v}{z}$, $\cos\gamma = \frac{w}{z}$ gegeben sind. — Wenn ein materieller Punkt von drei auf einander senkrecht stehenden beschleunigenden

gebräuchlichen Waffe der Alten, beständig gespannt, wenn man sie im Kreise herumschwingt; die Spannung wird um so stärker, je mehr man den Umschwung beschleunigt und kann bei hinlänglich gesteigerter Geschwindigkeit so groß werden, daß die Schnur zerreißt, wo dann der bewegte Körper nach der Richtung der an dem Punkte des Kreises gelegten Berührungslinie fortfliegt, an welchem das Abreißen erfolgte. Die Fliehkraft tritt jederzeit bei den Fuhrwerken ein, wenn sie eine Wendung vornehmen; deßhalb sollen dergleichen Umwendungen nur langsam und in einem Bogen von möglichst großem Durchmesser vor sich gehen, damit die Fuhrwerke in Folge der Fliehkraft nicht umgeworfen werden; daher dürfen Eisenbahnen nur schwache Krümmungen haben, weil der schnell sich bewegende Zug, wenn die Eisenbahn einen Bogen beschreibt, leicht durch die Schwungkraft aus den Schienen herausgeschleudert werden kann. — Der Hammer, welcher rasch herumgeschwungen wird, kann durch die Fliehkraft vom Stiele sich trennen; es wird dies um so leichter geschehen, je bedeutender seine Masse, je länger der Stiel und je rascher der Umschwung ist. Würde man das Werkzeug bei der Bewegung aus der Hand lassen, wodurch der geschwungene Körper frei wird; so müßte er nach der Tangente fortfliehen, die man an den Punkt seiner Bahn gezogen denkt, wo das Werkzeug sich überlassen blieb. — Wird ein fester Körper zur Drehung um eine Achse genöthigt, so hat jedes seiner Massentheilchen seine eigenthümliche Centrifugalkraft, die sich nach der Größe des beschriebenen Kreises und der Geschwindigkeit des Umlaufes richtet. Dem dadurch hervorgerufenen Streben der Theilchen von der Achse sich zu entfernen wird durch die Cohäsion der Theilchen Widerstand geleistet, der, wenn die Drehung sehr rasch vor sich geht, selbst überwunden werden kann, in welchem Fall der Körper in Stücke reißt, die herumgeschleudert werden.

Die Wirkung der Fliehkraft wird vielfach zu technischen Zwecken verwendet. Der Töpfer legt den weichen Thon über die Mitte einer Scheibe, welche um eine durch ihren Mittelpunkt gehende Achse in schnelle Umdrehung versetzt wird: durch das Streben der Theilchen sich von der Achse zu entfernen breitet sich die Thonmasse nach allen Seiten aus, wodurch die Bildung des Gefäßes leichter von Statten geht. Das sogenannte Centrifugalgebläse besteht aus einem in einem hohlen Cylinder eingeschlossenen Flügelrad, durch dessen schnelle Umdrehung die Luft in ein zur Feuerstelle führendes Windrohr getrieben wird, während durch Seitenöffnungen neue Luft in den Cylinder strömt. — Bei der Zuckerfabrikation, um den Zucker vom Syrup zu reinigen, bringt man die breiartige Zuckermasse in cylindrische Gefäße, deren Wände feine

Löcher haben. Werden nun die Cylinder schnell gedreht, so wird der flüssige Syrup in Folge der hervorgerufenen Fliehkräfte durch die feinen Oeffnungen hindurchgetrieben, während die festen Zuckertheile zurückbleiben. Auf solche Weise wird jetzt in kurzer Zeit die Reinigung einer Zuckermasse bewerkstelligt, wozu man früher viele Wochen nöthig hatte. — Man benutzt die Schwungkraft in großen Waschanstalten zum Trocknen der Wäsche. Zu diesem Zwecke bringt man die nassen Stoffe in eins der vier Fächer des inneren Raums einer Trommel, die sich schnell um ihre Achse drehen läßt. An der Wand der Trommel sind vier den Fächern entsprechende Oeffnungen angebracht, durch welche von Außen stets frische Luft einströmen kann, die von der Centrifugalkraft durch die nassen Zeuge getrieben diese in kurzer Zeit trocken macht; zugleich wird ein Theil des in den Zeugen befindlichen Wassers durch die Fliehkraft hinausgeschleudert. Auf ähnliche Weise wird die Schwungkraft in chemischen Laboratorien in Anwendung gebracht, theils um das Absetzen von Niederschlägen zu beschleunigen, theils um Krystalle von der Mutterlauge zu trennen.

4. Zusammensetzung der Bewegungen. — Wurfbewegung.

Wirken auf einen materiellen Punkt zwei momentane Kräfte nach verschiedenen Richtungen, so wird er eine aus beiden Bewegungen zusammengesetzte Bewegung annehmen. Da nun momentane Kräfte sich wie die Geschwindigkeiten verhalten, welche sie einem und demselben materiellen Punkte ertheilen; so muß die Zusammensetzung solcher Bewegungen sich genau nach der nämlichen Regel vollziehen lassen wie die Zusammensetzung der Kräfte, welche diese Bewegungen hervorbringen. Es wird folglich an die Stelle des Parallelogramms der Kräfte das Parallelogramm der Geschwindigkeiten treten, und Alles das, was zu seiner Zeit von der Zerlegung und Zusammensetzung der Kräfte gesagt wurde, auch bei der Zerlegung und Zusammensetzung der Geschwindigkeiten Gültigkeit behalten. — Sind mithin u und v die Geschwindigkeiten, welche die beiden momentan wirkenden Kräfte beziehungsweise für sich allein erzeugen, und schließen ihre Richtungen den Winkel α ein; so wird die Größe der resultirenden Geschwindigkeit z zum Ausdruck haben: $z = \sqrt{u^2 + v^2 + 2v \cdot u \cdot \cos\alpha}$. — Erhält das Bewegliche die senkrecht zu einander stehenden Geschwindigkeiten u, v, w, so ist die resultirende Geschwindigkeit $z = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$, deren Winkel α, β, γ mit den Richtungen der ursprünglichen Geschwindigkeiten durch die Relationen: $\cos\alpha = \frac{u}{z}$, $\cos\beta = \frac{v}{z}$, $\cos\gamma = \frac{w}{z}$ gegeben sind. — Wenn ein materieller Punkt von drei auf einander senkrecht stehenden beschleunigenden

Fig. 72.

Kräften afficirt wird, in Folge deren Wirkſamkeit er in dem unendlich kleinen Zeittheilchen dt bezüglich die unendlich kleinen Raumtheile dx, dy, dz zurücklegen würde; ſo wird die veränderliche Geſchwindigkeit v des bewegten Punktes zum Ausdruck haben:

$$v=\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$

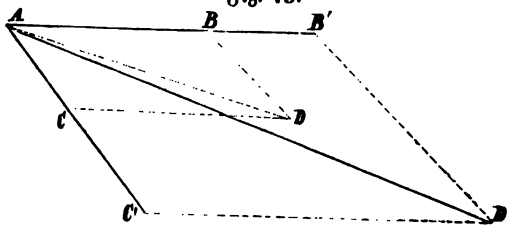
Auf dem Wege des Experiments läßt ſich das Parallelogramm der Geſchwindigkeiten durch die ſogenannte Diagonalmaſchine nachweiſen. Auf einem mit Stellſchrauben verſehenen Brette ſtehen ſenkrecht zwei Säulen (Fig. 72), an welchen zwei gleich lange und gleich ſchwere um horizontale Achſen bewegliche Stäbe aufgehängt ſind. Jeder dieſer Stäbe trägt an ſeinem untern Ende einen mit einem Stück Elfenbein verſehenen Hammer, ſo daß der Schwerpunkt bei dem einen wie bei dem andern Stücke in dem nämlichen Abſtand von dem Aufhängepunkte ſich befindet. Ein aus vier Stäben zuſammengefügtes Parallelogramm iſt

inem seiner Ecken auf dem Brette festgeschraubt; zugleich schwebt
ber dieser Ecke eine Kugel aus Elfenbein; auch sind die Stäbe
ichen Distanzen mit Löchern versehen, um damit verschiedene Pa-
gramme binden zu können. Hebt man nun, indem beide Häm-
ie frei schwebende Kugel auf gleiche Weise berühren, dieselben auf
Höhen, daß bei dem Herabfallen des einen Hammers die Kugel
n das Ende der einen Seite des Parallelogramms und bei dem
fallen des zweiten Hammers die Kugel bis an das Ende der an-
Seite des Parallelogramms getrieben wird; so beschreibt die Kugel
:m gleichzeitigen Herabfallen beider Hämmer die Diagonale des
enden Parallelogramms.

Die Fälle, in denen die Zerlegung oder Zusammensetzung der Ge-
digkeiten in Betracht gezogen werden muß, um gewisse Erschei-
n richtig zu beurtheilen, kommt im gewöhnlichen Leben häufig
– Wenn ein Schiffer mit einem Kahn quer über einen Fluß
, so ist die Bewegung des Fahrzeugs aus zwei Bewegungen zu-
engesetzt: nämlich aus einer Bewegung quer über den Strom und
iner Bewegung längs der Richtung des Wasserstroms; das Fahr-
wird demnach in einer gegen den Strom schiefen Richtung gehen. —
igt Jemand aus einem mit großer Geschwindigkeit fahrenden Wagen,
rd er von zwei Geschwindigkeiten getrieben, nämlich der horizon-
des Wagens und der verticalen der Schwere; er erlangt mithin
nittlere Geschwindigkeit, die ihn zu Boden werfen kann. – Beim
en der Papierdrachen der Knaben haben wir es mit einer Zer-
g der Kraft des Windes zu thun: der in horizontaler Richtung
de Wind stößt die breite Fläche des Drachen, der an einer Schnur
halten wird; indem man die Kraft des Windes in zwei Seiten-
zerlegt, deren eine parallel zur breiten Fläche ist und deren an-
senkrecht darauf steht, wird letztere allein die Kraft abgeben, welche
Steigen beim Nachlassen der Schnur bewirkt. — Wird ein Wagen
orizontaler Straße von Pferden fortgezogen, welche bereits auf
Anhöhe gehen; so ergibt sich aus der Zerlegung der längs der
he wirkenden Zugkraft in eine horizontale und eine verticale Sei-
ist, daß nur die erstere den Wagen fortbewegt und die andere durch
Gewicht des Wagens aufgehoben wird: es findet demnach ein Ver-
n Zugkraft statt, der desto größer sein wird, je länger die Stränge
an denen die Pferde den Wagen fortzuziehen haben.

Wird das Bewegliche in Folge der Wirksamkeit der einen Kraft
n der vom Anfange der Bewegung an gezählten Zeiten t und t'
A nach B und B' (Fig. 73) gebracht, während es in denselben
n durch die andere Kraft von A nach C und C' gelangt; so be-

Fig. 73.



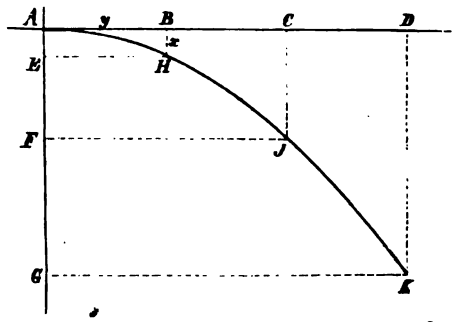
findet sich das Bewegli
bei gleichzeitiger Wi
samkeit beider Kräfte a
Ende der Zeiten t, t'
den Endpunkten D, D' t
Diagonalen AD, AD' t
mit den Seiten AB, A
und AB', AC' construirt

Parallelogramme. Ist nun AB : AB' = AC : AC', so ist auch AB : AB'
= BD : B'D', weil AC = BD und AC' = BD'; es müssen folglich,
die Winkel ABD und ABD' gleich sind, die Dreiecke ABD und AB
einander ähnlich, mithin die Winkel BAD und B'AD' einander gle
sein. Die Punkte A, D und D' liegen also in einer und derselb
geraden Linie. Da dasselbe von jedem andern Punkt der Bahn d
Beweglichen in Bezug auf den Punkt D gilt, so muß jene Bahn ei
gerade Linie sein. Es wird folglich die zusammengesetzte Bewegu
stets eine geradlinige werden, wenn die beschriebenen Wege vom g
meinschaftlichen Ausgangspunkte gemessen jederzeit in demselben Ve
hältnisse zu einander stehen. — Diese Bedingung ist erfüllt, wenn d
zurückgelegten Wege durch Ausdrücke von der Form $s = a F(t)$ u
$S = A F(t)$ dargestellt werden, in denen a, A von der Zeit unabhängi
Größen bedeuten, F (t) aber ein und derselbe aus der Zeit t gebilde
Ausdruck ist. Zwei gleichförmige geradlinige Bewegungen von der For
$s = ct$ und $S = Ct$; deßgleichen zwei von der Ruhe an beginnend
gleichförmig beschleunigte Bewegungen von der Form $S = \frac{1}{2} g t^2$ u
$S = \frac{1}{2} G t^2$ geben demnach eine geradlinige resultirende Bewegung.

Empfängt das Bewegliche in auf einander folgenden Zeitabschnitt
stets neue Geschwindigkeiten nach von der nächst vorhergehenden ve
schiedenen Richtungen, so bildet die Bahn des Beweglichen ein Polygo
das bei unendlich kleinen Zeitintervallen unter sonst gleichen Umständ
in eine Curve übergeht. Aus den verschiedenartigen auf diese We
zu Stande kommenden Bewegungen soll hier vorerst nur die Wu
bewegung hervorgehoben werden, uns vorbehaltend, die damit verwan
Centralbewegung in einem späteren Abschnitt zum Gegenstand einer au
führlicheren Besprechung zu machen. — Wir betrachten zunächst den ei
fachern Fall, wo der Körper mit der Geschwindigkeit c in der horizo
talen Richtung AD (Fig. 74) geworfen wird, während die Schwerkr
ihn beständig vertical abwärts zieht. Nach der Zeit t hat das Bew
liche in horizontaler Richtung den Weg $y = ct$ und in verticaler R
Weg $x = \frac{g t^2}{2}$ zurückgelegt. Machen wir demnach $AB = ct$ und $AE = \frac{g}{}$

uiren dann das Paral-
amm ABHE; so gibt
βunkt H den Ort des
glichen nach Verlauf der
t an. Tasselbe gilt für
beliebigen andern Punkt
.. der Bahn des Beweg-
. Nimmt man AE = x
lbsciſſe, AB = EH = y
Ordinate der Bahn an,
tſpringt durch Elimina-

Fig. 74.

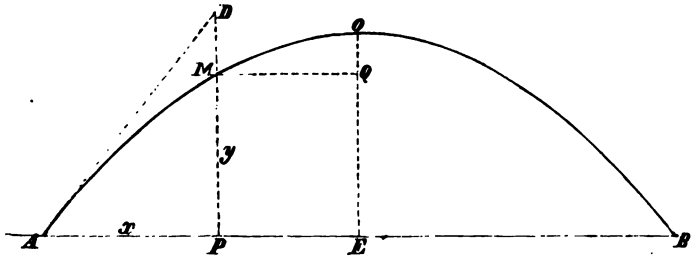


von t aus $x = \frac{g t^2}{2}$ und $y = c t$ die Curvengleichung $y^2 = \frac{2 c^2 x}{g}$,

t einer Parabel mit verticaler Achſe und dem Parameter $\frac{2 c^2}{g}$ ent-
t.

Wir gehen zu dem zweiten Fall über, in welchem der Körper mit
Geſchwindigkeit c nach einer unter dem Winkel α gegen den Hori-
geneigten Richtung AD (Fig. 75) geworfen wird. Die Anfangs-

Fig. 75.



windigkeit c zerlegt ſich in eine horizontale $c \cdot \cos\alpha$ und in eine
rtale $c \cdot \sin\alpha$; erſtere bleibt von der Schwere unberührt, dagegen
weite beſtändig vermindert wird. Befindet ſich das Bewegliche nach
uf der Zeit t in M, ſo wird der in horizontaler Richtung zurück-
e Weg AP = x durch die Gleichung $x = c t \cos\alpha$ und der in
aler Richtung beſchriebene Weg MP = y durch die Gleichung
$c t \sin\alpha - \frac{g t^2}{2}$ ausgedrückt. Eliminirt man aus der letzteren Glei-
die Größe t mit Hülfe der vorhergehenden, ſo bekommt man, wenn
A errichtete Verticale AC als Ordinatenachſe und die Horizontale
als Abſciſſenachſe gewählt wird, $y = x \tang\alpha - \frac{g x^2}{2 c^2 \cos^2\alpha}$ als
dinatengleichung der Bahn.

Die horizontale Entfernung AB des Anfangspunktes A der Bewegung von dem Punkte B, in welchem das Bewegliche den Horizont wieder erreicht, heißt die Wurfweite. Ihre Größe w ergibt sich aus der Gleichung $0 = \text{tang}\,\alpha - \frac{g\,w}{2\,c^2\cos^2\alpha}$, welche liefert $w = \frac{c^2 \sin 2\alpha}{g}$. – Die größte Wurfweite entspricht also dem Richtungswinkel oder Elevationswinkel $\alpha = 45^0$; sie ist gleich $\frac{c^2}{g}$, d. h. zweimal so groß als die Höhe, auf welche das Bewegliche mit der Anfangsgeschwindigkeit c vertical steigen würde. — Für $\alpha = 45^0 - \beta$ und $\alpha = 45^0 + \beta$ ergibt sich für w der nämliche Werth; bei Richtungswinkeln, die sich zu 90^0 ergänzen, erhält man folglich gleiche Wurfweiten. — Die Zeit t', welche der Körper braucht, um nach B zu gelangen, findet man, wenn man den Werth von w statt x in die Gleichung $x = c\,t\cos\alpha$ einführt: man bekommt so $t' = \frac{2\,c\sin\alpha}{g}$.

Der Körper wird so lange steigen, bis seine verticale Geschwindigkeit $c\sin\alpha$ durch den Einfluß der Schwere auf Null gebracht worden ist. Die dazu gehörige Zeit t'' wird durch die Gleichung $t'' = \frac{c\sin\alpha}{g}$ angegeben. Vergleicht man diesen Werth mit dem vorhin gefundenen Werth von t', so sieht man, daß der Körper seine größte Höhe oder Wurfhöhe in der Hälfte der Zeit erreicht, nach welcher er wieder auf dem Horizont ankommt. — Führt man den Werth von t'' in die Gleichung $y = c\,t\sin\alpha - \frac{1}{2}\,g\,t^2$ ein, so wird die Wurfhöhe h durch die Gleichung $h = \frac{c^2\sin^2\alpha}{2\,g}$ bestimmt: die Wurfhöhe nimmt also mit der Größe der Elevation bis 90^0 beständig zu. — Die größte Höhe h ist gleich $\frac{c^2}{2\,g}$, d. h. diejenige, welche beim freien Falle der Geschwindigkeit c zugehört.

Um die Gestalt der Bahn näher kennen zu lernen, wollen wir den Anfangspunkt der Coordinaten in den höchsten Punkt O der Bahn verlegen, die Abscissen auf der Wurfhöhe OE und die Ordinaten parallel mit AB nehmen. Es sei für einen beliebigen Punkt M der Bahn die Abscisse $OQ = x'$, die dazu gehörige Ordinate $QM = y'$. Hiernach ergeben sich in Bezug auf die früheren Coordinaten nachstehende Relationen: $x = \frac{w}{2} - y'$ und $y = h - x'$. Substituirt man diese Werthe in die Gleichung: $y = x\,\text{tg}\,\alpha - \frac{g\,x^2}{2\,c^2\cos^2\alpha}$ und erwägt, daß $w = \frac{c^2\sin 2\alpha}{g}$ und $h = \frac{c^2\sin^2\alpha}{2\,g}$; so erhält man nach vorgenommener

'eduction $y'^2 = \frac{2c^2 \cos^2\alpha\, x'}{g}$ als Curvengleichung, welche einer Para-
l mit verticaler Achſe vom Parameter $\frac{2c^2\cos^2\alpha}{g}$ angehört.

Die Geſchwindigkeiten ſind in einerlei Höhe auf beiden Seiten der
rvenäſte einander gleich. Denn die componirenden Geſchwindig-
ten ſind $c \cdot \cos\alpha$ und $c \sin\alpha - g\,t$; woraus für die reſultirende
ſchwindigkeit $v^2 = c^2 - 2g\left(c\,t \sin\alpha - \frac{g\,t^2}{2}\right)$. Erwägt man, daß
$= \left(c\,t \sin\alpha - \frac{g\,t^2}{2}\right)$ iſt, ſo bekommt man $v^2 = c^2 - 2g\,y$, woraus
Richtigkeit der oben ausgeſprochenen Behauptung erhellet.

Will man den Richtungswinkel α beſtimmen, unter welchem der
rper geworfen werden muß, um einen Punkt zu treffen, deſſen Co-
inaten a, b gegeben ſind; ſo braucht man nur dieſe Werthe ſtatt
y in die Gleichung $y = x\,\mathrm{tang}\,\alpha - \frac{g\,x^2}{2c^2 \cdot \cos^2\alpha}$ zu ſubſtituiren, und
ſelbe in Bezug auf $\mathrm{tang}\,\alpha$ aufzulöſen. Wird dieſe Rechnung aus-
ührt, zugleich $1 + \mathrm{tang}^2\alpha$ ſtatt $\frac{1}{\cos^2\alpha}$ und $c = \sqrt{2gh}$ geſetzt, wo
die der Geſchwindigkeit c zugehörige Höhe bezeichnet; ſo erhält man

$$\mathrm{tang}\,\alpha = \frac{2h \pm \sqrt{4h^2 - a^2 - 4hb}}{a}.$$

ieſer Ausdruck lehrt, daß man das Ziel unter zwei verſchiedenen
ichtungswinkeln erreichen kann, ſo lange $4h^2$ größer als $4hb + a^2$ iſt.

Zeichnet man in der verticalen Ebene, welche durch die anfängliche
ichtung des Körpers geht, die Parabel, deren Gleichung iſt:

$$x^2 + 4hy - 4h^2 = 0, \text{ oder } x^2 = 4h(h - y);$$

theilt dieſe Curve die Ebene in zwei Theile, dergeſtalt, daß die
nkte des äußern Theils gar nicht erreicht werden, dagegen die Punkte
s inneren Theils auf zwei verſchiedene Weiſen und die der Tren-
ngslinie nur auf eine Weiſe getroffen werden können. Die Achſe
ſer Parabel (Fig. 76) fällt mit der Achſe von y zuſammen; ihre
hle Seite iſt der Achſe der x zugekehrt; ihr Scheitel liegt in dem
ſtande h vom Horizont; zugleich ſieht man, daß die Grenze der
nkte, welche erreicht werden können, mit dem Werthe von h ſich er-
ndert, d. h. mit der Größe der Anfangsgeſchwindigkeit.

Die bei der paraboliſchen Bewegung geworfener Körper vorkom-
nden Erſcheinungen laſſen ſich einfach durch die in Figur 77 abge-
ete Vorrichtung nachweiſen. Auf einem mit drei Stellſchrauben ver-
enen maſſiven Brette ſind zwei ſtarke Zapfenlager angebracht zur
ufnahme der horizontal liegenden einem beſonderen Apparat zugehö-
en Welle, an welchem zwei weſentliche Stücke unterſchieden werden

Fig. 76.

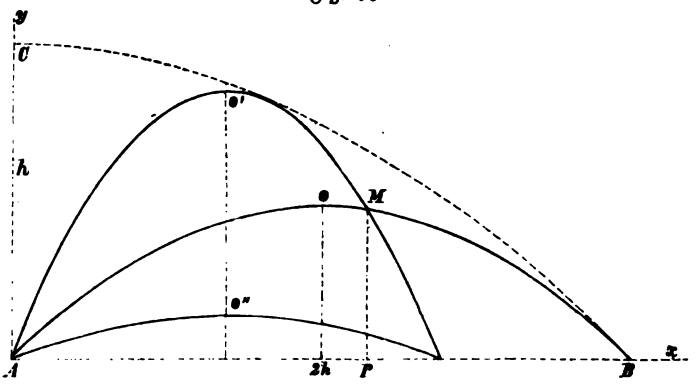
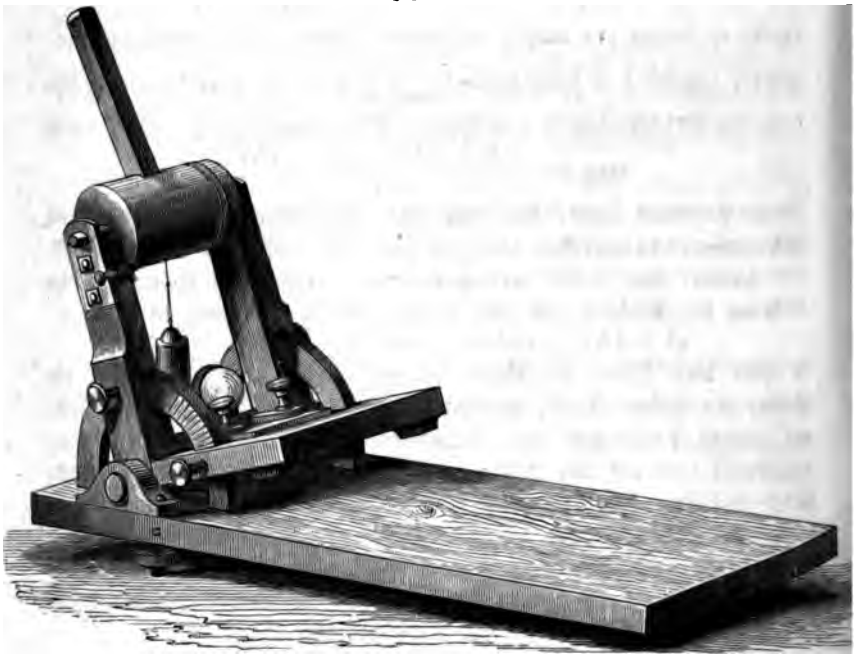


Fig. 77.

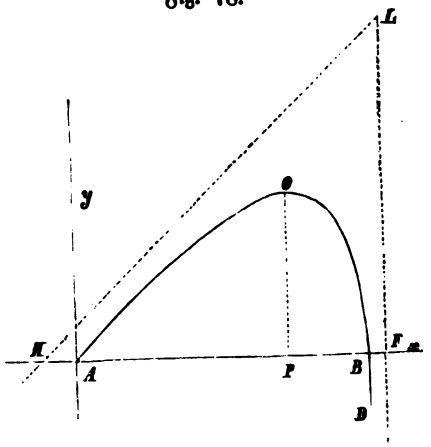


können. Das eine Stück besteht aus einem auf der Welle festsitzenden Brette, das unter verschiedenen Winkeln gegen den Horizont gestellt und in der gegebenen Lage mittelst zweier Schrauben erhalten werden kann, indem sie es an zwei auf dem Grundbrette festgemachten Kreisbogen aus Holz andrücken; die Eintheilung dieser Kreisbogen gestattet zugleich die Neigung des Brettes gegen den Horizont zu erkennen; in

n auf dem Brette feststehenden Ringe wird die Kugel gelegt, welche eggeschleudert werden soll. Um dies zu bewirken, dient das zweite tück des Apparates; dasselbe besteht aus zwei Ständern, die ebenfalls f der Welle festsitzen und zugleich auf dem vorhin erwähnten Brette krecht stehen; durch die an dem Ständer angebrachte Oeffnung geht er der früher besprochenen Kreisbogen, an welchen er gleichfalls mitst einer Schraube angedrückt werden kann; die an den Ständern betigten Eisenplatten bilden die Träger des zwischen den Ständern bedlichen um eine horizontale Achse drehbaren Cylinders, bei dessen rehung der angesetzte geradlinige, am untern Ende mit Elfenbein sgefütterte Stab den Stoß auf die in den Ring gelegte Kugel ausrt. Man befestigt zu diesem Behuf eine Schnur an dem Cylinder, lägt sie einmal um denselben und hängt an ihrem andern Ende ein stimmtes Gewicht an, durch dessen Einwirkung der beabsichtigte Stoß fort hervorgebracht wird, wenn man das an einem Stift des Cylinrs anliegende Eisenstäbchen zurückzieht, welches die Drehung desselben rhindert.

Die hier auseinandergesetzte Wurfbewegung weicht von der in der irklichkeit stattfindenden oft bedeutend ab; namentlich ist dies der ll bei großen Geschwindigkeiten, wie sie bei unseren Wurfgeschützen rkommen. Der Grund davon ist der bei unseren Entwickelungen ßer Acht gelassene Luftwiderstand, in Folge dessen einmal die horintale Componente der Bewegung nicht gleichförmig bleibt, sondern ne Ende verzögert wird; dann die verticale nicht gleichförmig verzört erscheint, sondern ungleichmäßig verringert sich herausstellt. Die iden Aeste der Curve, welche das Bewegliche beim schiefen Wurf bereibt, sind also in der ft nicht mehr einander ich, wie es im luftleeren um der Fall wäre. — ie die Figur 78 zeigt, r aufsteigende Ast AC er gekrümmt als der ende gehende Ast CB, gegen eine verticale mptote convergirt, während der aufsteigende Ast e gegen den Horizont geigte Asymptote hat. Der hste Punkt der Bahn liegt ht über der Mitte der

Fig. 78.



Wurfweite; gleichzeitig sind Höhe und Weite des Wurfes geringer als die nach der Parabeltheorie gefundenen. — Auch ist der Richtungswinkel, welcher die größte Wurfweite liefert, immer kleiner als 45°; und zwar um so bedeutender, je größer die Anfangsgeschwindigkeit ist. Er beträgt bei Mörsern ohngefähr 42°, bei Haubitzen etwa 32°, bei Kanonen ohngefähr 20°. — Der gezogene Lauf bei den Büchsen und Gewehren hat zum Zweck die Kugel in der Verticalebene zu erhalten, in welcher sich die Achse des Rohrs befindet, um damit dem Schusse eine größere Sicherheit zu geben.

II. Von der Bewegung und von dem Stoße fester Körper.

1. Progressive und rotirende Bewegung.

Nachdem wir die Bewegung eines freien materiellen Punktes unter verschiedenen Umständen betrachtet haben, wäre es nunmehr unsere Aufgabe, die Bewegung eines Systems von beliebig mit einander verbundenen materiellen Punkten oder die Bewegung eines festen Körpers etwas näher ins Auge zu fassen. — Bewegt sich ein fester Körper dergestalt, daß alle seine Theilchen mit der nämlichen Geschwindigkeit in parallelen Richtungen fortschreiten, so heißt diese Bewegungsweise eines festen Körpers eine fortschreitende oder progressive Bewegung. Bezeichnen wir die einzelnen Massetheilchen des so bewegten Körpers mit m, m', m'', m'''.... und mit c ihre in einem bestimmten Augenblicke gemeinsame Geschwindigkeit, so sind mc, $m'c$, $m''c$.... die Kräfte, mit denen genannte Theilchen in parallelen Richtungen weiter getrieben werden. Diese parallelen Kräfte lassen sich durch eine einzige Resultirende R ersetzen, deren Größe $(m+m'+m''....)c$ beträgt. Heißt M die Masse des ganzen Körpers, so ist $(m+m'+m''....)=M$; folglich $R=Mc$. Durch diese Betrachtung ist sofort der Satz festgestellt, daß eine Kraft R, deren Richtung durch den Mittelpunkt der Masse geht, eine progressive Bewegung erzeugt. — Aendert sich die Größe und Richtung der durch den Mittelpunkt der Masse gehenden Kraft fortwährend, so läßt sich während eines unendlich kleinen Zeittheilchens dt die Größe und Richtung einer derartigen Kraft als constant annehmen, wodurch denn der vorhin ausgesprochene Satz wieder zur Anwendung kommt. — Hiernach brauchen wir bei allen fortschreitenden Bewegungen eines festen Körpers nur die Bewegung des Mittelpunktes seiner Masse ins Auge zu fassen.

Die Größe der Bewegung, welche der Mittelpunkt der Masse eines Körpers in irgend einem Augenblick nach der Richtung der Bewegung

ſitzt, iſt gleich der Summe der nach derſelben Richtung gemeſſenen
rößen der Bewegung der einzelnen Theilchen des bewegten Körpers.
ind nämlich x, x', x''... die in dem betrachteten Augenblick ſtatt-
denden Abſtände der Maſſentheilchen m, m', m''... von einer gegen
gewählte Richtung ſenkrechten Ebene; ferner z der Abſtand des Mit-
punktes der Maſſe M des Körpers von jener Ebene; ſo beſteht in
lge einer früher bewieſenen Eigenſchaft des Mittelpunktes der Maſſe
Relation: $Mz = mx + m'x' + m''x'' + m'''x'''$. Sind X, X',
'... nach Verlauf des unendlich kleinen Zeittheilchens dt die Abſtände
einzelnen Maſſetheilchen von gedachter Ebene, ferner Z der Abſtand
Mittelpunktes der Maſſe M von derſelben; ſo iſt wieder $MZ = mX + m'X' + m''X'' + \ldots$. Durch Subtraction der vorherge-
nden Gleichung von der letzteren und Diviſion aller Glieder durch
entſpringt

$$M\left(\frac{Z-z}{dt}\right) = m\left(\frac{X-x}{dt}\right) + m'\left(\frac{X'-x'}{dt}\right) + \ldots;$$

lche Gleichung den oben ausgeſprochenen Satz rechtfertigt, da die
rößen, mit denen M, m, m', m''... multiplicirt erſcheinen, die Ge-
windigkeiten ausdrücken, mit welchen ſich jene Maſſen bewegen. Eine
mittelbare Folge dieſes Satzes iſt, daß die fortſchreitende Bewegung
s Mittelpunktes der Maſſe ungeändert bleibt, ſobald nur ſolche Aen-
rungen in der Bewegung der einzelnen Maſſentheilchen eintreten, bei
nen die Summe der Bewegungsgrößen dieſer Theilchen keine Aende-
ng erleidet.

Geht eine Kraft P, durch welche ein feſter Körper zur Bewegung
getrieben wird, nicht durch deſſen Mittelpunkt der Maſſe, ſo beſtimmt
ihn nicht bloß zu einer fortſchreitenden, ſondern zugleich auch zu
er drehenden oder rotirenden Bewegung. Wie nämlich in der
tatik geſagt worden, laſſen ſich, ohne dadurch eine Aenderung im Zu-
nde des Körpers hervorzubringen, im Mittelpunkt der Maſſe noch zwei
rect einander entgegengeſetzte Kräfte Q, R wirkſam denken, deren
ichtungen mit jener der Kraft P parallel ſind, und mit P einerlei
röße haben. Von den drei jetzt vorhandenen Kräften P, Q, R ruft
Kraft R in dem Mittelpunkt der Maſſe eine fortſchreitende Bewe-
ng hervor in einer zu der urſprünglichen von P parallel laufenden
ichtung, während die beiden andern Kräfte P und Q ein Drehpaar
den, welches den Körper zu einer bloſen Drehung anregt. — Hier-
ch iſt es leicht den Weg vorzuzeichnen, welchen man bei der Beſtim-
ng der Bewegung eines Körpers einzuſchlagen hat. Wir denken uns
mlich alle den Körper angreifende Kräfte ihrer Größe und ihrer
chtung nach in dem Mittelpunkt der Maſſe thätig, zugleich aber auch

die ihnen direct entgegengesetzten gleich großen Kräfte wirksam. Erstere, welche sich auf eine einzige Kraft reduciren, erzeugen die allen Punkten des Körpers gemeinsame fortschreitende Bewegung; letztere liefern in Verbindung mit den ursprünglichen Kräften Drehpaare, welche sich auf ein einziges bringen lassen. Die Bewegung, welche diese Drehpaare oder das ihnen gleichgeltende Drehpaar veranlassen, wird nicht geändert, wenn man den Mittelpunkt der Masse unveränderlich fest macht. Die auf diese Weise für irgend einen Augenblick bestehenden Elementarwirkungen sind dann noch auf die Dauer der Bewegung zusammenzustellen, wenn der Zustand der Bewegung des festen Körpers zu jeder Zeit vollständig bekannt sein soll.

Wir können demnach in Bezug auf die Bewegung eines festen Körpers, welcher von verschiedenen Kräften angegriffen wird und nachher sich selbst überlassen bleibt, nachstehenden Satz aussprechen. Die Bewegung ist in jedem Augenblick für die verschiedenen Punkte des Körpers aus zwei gesonderten Bewegungen zusammengesetzt, nämlich einer fortschreitenden oder Translationsbewegung und einer drehenden oder Rotationsbewegung. Die fortschreitende Bewegung erfolgt in der Art, als wenn die ganze Masse im Schwerpunkt vereinigt wäre und sämmtliche angreifende Kräfte mit sich selbst parallel dorthin versetzt würden; die drehende Bewegung ihrerseits geht so vor sich, als wäre der Schwerpunkt fest gemacht und wirkten die Kräfte einzig und allein auf Drehung hin. — Um einen bestimmten Fall zu betrachten, nehme man an, daß eine homogene Kugel einen Stoß empfange, welcher nicht durch den Schwerpunkt der Kugel gehe, die nach dem Stoße der Wirkung der Schwere überlassen bleibe. Bezeichnet mu die Größe der Bewegung der momentan wirkenden Kraft, M die Masse der Kugel und v die Anfangsgeschwindigkeit des Schwerpunktes; so ist diese mit der Richtung des Stoßes parallele Geschwindigkeit $v = \frac{mu}{M}$. Der Schwerpunkt beschreibt eine Parabel, deren Gleichung sich wie in dem Falle eines freien Punktes bestimmen läßt; dergleichen parallele Parabeln beschreiben alle Punkte der Kugel. Wie die durch den Stoß hervorgebrachte Drehung bestimmt wird und somit die Lage eines jeden Punktes der Kugel für einen gewissen Zeitpunkt ermittelt werden kann, werden wir in dem folgenden Kapitel sehen, wo die Rotationsbewegung einer näheren Betrachtung unterworfen werden soll. — Im Uebrigen läßt sich die mit der Translationsbewegung verbundene Rotationsbewegung recht gut zur deutlichen Wahrnehmung an einer Kugel bringen, welche mittelst der oben von uns beschriebenen Wurf-

aschine fortgeschleudert worden ist, namentlich wenn man die Kugel it einem kleinen Federbüschchen versieht.

2. Stoß unelastischer Körper.

Wenn ein bewegter Körper mit einem andern in Bewegung be-ffenen oder auch ruhenden Körper zusammentrifft, so findet bei die-n Zusammentreffen zwischen beiden Körpern eine Wechselwirkung lt, welche man Stoß nennt. Die dabei vorkommenden Verände-ngen hängen nicht bloß von der Bewegungsweise, der Gestalt und affe der beiden Körper, sondern auch von ihrer eigenthümlichen Ela-itätsbeschaffenheit ab. Die allgemeine Betrachtung der durch den oß herbeigeführten Aenderungen in dem Bewegungszustande der Kör-: hat demnach ihre besondern Schwierigkeiten, weßhalb wir nur die facheren Fälle hier zur Sprache bringen wollen, die Beleuchtung der wickelteren Verhältnisse der mathematischen Physik anheimgebend. — er Stoß heißt central, wenn die Richtung, in welcher sich der chwerpunkt des stoßenden Körpers bewegt, auch durch den Schwer-nkt des gestoßenen geht; wenn dies nicht der Fall ist, heißt der Stoß centrisch. Steht die Richtungslinie des Stoßes auf der Ebene krecht, in welcher die Körper einander berühren; so heißt der Stoß rade, sonst schief. Bei kugelförmigen gleichartigen Körpern, die er vorzugsweise in Betracht kommen sollen, ist jeder gerade Stoß zu-eich ein centraler.

Um die Aenderungen in dem Bewegungszustande der Körper bei m Stoße hervorzubringen, ist eine gewisse, wenn auch nur kurze Zeit forderlich. Geschieht die Bewegung des stoßenden Körpers zu rasch, rgestalt, daß seine Wirkung sich nicht auf alle Theile des gestoßenen örpers verbreiten kann; so werden nur die unmittelbar getroffenen heile desselben die volle Gewalt des Stoßes auszuhalten haben, mit-n von den seitwärts liegenden getrennt werden, wenn der Zusammen-ng der Theile nicht stark genug ist, um einer solchen Gewalt zu derstehen. — Wird eine Münze auf das über der Oeffnung einer asche liegende Kartenblatt gelegt und dann das Kartenblatt rasch rch einen kräftigen Schlag fortgeschleudert, so fällt die Münze in die asche; dies findet aber nicht mehr statt, wenn man das Kartenblatt ngsam fortschiebt. — Eine Glastafel wird von einer scharfen Flinten-el durchlöchert, ohne zersplittert zu werden, während Letzteres bei em schwächeren Drucke sich ereignet. — Schießpulver in ein Fels-h geschüttet und mit losem Sand bedeckt, zersprengt den Fels, wenn angezündet wird; die plötzlich entwickelten Gase können nämlich lange ng auf die zusammenhängende Felsenmasse einwirken, weil sich die

Bewegung durch den lose aufliegenden Sand nur langsam fortpflanzt. — Daher erklärt es sich auch, warum beim Anziehen eines schwerbeladenen Wagens die Stricke öfters zerreißen, wenn die Pferde zu eiligst verfahren.

Bei dem geraden und centralen Stoß unelastischer Kugeln ändern sich die Geschwindigkeiten beider Körper in der Weise, daß sie einen gemeinsamen Werth erlangen. Es seien m, m' die Massen; c, c' die vor dem Stoße stattfindenden Geschwindigkeiten der beiden nach einerlei Richtung sich bewegenden Kugeln, von denen m die stoßende sein mag: ferner u die gemeinsame Geschwindigkeit nach dem Stoße. Unter der Voraussetzung, daß die von der stoßenden Kugel m abgegebene Bewegungsquantität der von der gestoßenen Kugel m' gewonnenen Bewegungsquantität gleich ist, hat man $m(c-u) = m'(u-c')$, woraus $u = \frac{mc + m'c'}{m + m'}$. — Gehen die Kugeln nach entgegengesetzten Richtungen, so muß c' mit negativem Zeichen genommen werden; wodurch wir erhalten $u = \frac{mc - m'c'}{m + m'}$. — Die Formel verwandelt sich für den Fall, daß die gestoßene Kugel ruht, in folgende $u = \frac{mc}{m + m'}$. — Sind beide Kugeln gleich groß, so liefern diese drei Formeln:

$$u = \tfrac{1}{2}(c + c'); \quad u = \tfrac{1}{2}(c - c'); \quad u = \tfrac{1}{2}c. —$$

Bei dem Stoße zweier vollkommen unelastischer Kugeln findet immer ein Verlust an lebendiger Kraft statt. Die Summe der lebendigen Kräfte von m und m' vor dem Stoße ist $mc^2 + m'c'^2$ und $mu^2 + m'u^2$ nach demselben. Ihr Unterschied beträgt folglich $mc^2 + m'c'^2 - mu^2 - m'u^2$, welcher sich nicht ändert, wenn man die Größe $2u(mc + m'c' - mu - m'u)$, die in Folge der Relation $u = \frac{mc + m'c'}{m + m'}$ Null ist, davon abzieht. Der fragliche Unterschied erhält hiernach die Form: $m(c-u)^2 + m'(u-c')^2$, ein Ausdruck, welcher für alle Fälle positiv ist und aussagt, daß der Verlust an lebendiger Kraft bei dem Stoße zweier Kugeln der Summe der von den Geschwindigkeiten $c - u$ und $u - c'$ herrührenden lebendigen Kräfte gleich ist, welche jene Körper verloren oder gewonnen haben. Der in Rede stehende Verlust kann auch durch $\frac{mm'(c-c')^2}{m + m'}$ dargestellt werden, welcher Werth aus dem vorhergehenden Ausdrucke mit Hinzuziehung des Werthes von $u = \frac{mc + m'c'}{m + m'}$ leicht hergeleitet werden kann.

Stoßen zwei Kugeln schief gegen einander, so liegen im Augenblicke des Zusammentreffens die Mittelpunkte derselben und der Be-

rührungspunkt in einer geraden Linie. Sind nun α und β die Winkel, welche die Bewegungsrichtungen vor dem Stoße mit der Centrallinie einschließen; so tragen die gegen diese Linie senkrechten Seitengeschwindigkeiten $c \sin \alpha$ und $c' \sin \beta$ nichts zum Stoße bei, weßhalb letztere Componenten keine Aenderung erfahren. Dagegen wirken die in der Richtung der Centrallinie liegenden Seitengeschwindigkeiten $c \cos \alpha$ und $c' \cos \beta$ auf den Stoß ein, dessen Erfolg durch die Formel

$$u = \frac{m c . \cos \alpha + m' c' . \cos \beta}{m + m'}$$

angegeben ist. Diese jeder einzelnen Kugel zukommende Geschwindigkeit u ist nun mit der ihr ungeändert verbliebenen, zur Berührungsebene parallelen zusammenzusetzen, um ihre resultirende Geschwindigkeit nach dem Stoße zu erhalten. Für die Kugel m entspringt hiernach die Geschwindigkeit $v = \sqrt{u^2 + c^2 . \sin^2 \alpha}$ und für die Kugel m' die Geschwindigkeit $v' = \sqrt{u^2 + c'^2 . \sin^2 \beta}$. Für die Winkel φ und Ψ, welche die respectiven Bewegungsrichtungen mit der Centrallinie einschließen, hat man $\operatorname{tang} \varphi = \frac{c \sin \alpha}{u}$ und $\operatorname{tang} \Psi = \frac{c' \sin \beta}{u}$.

Stößt eine Kugel senkrecht gegen eine feste unelastische Wand, so wird die Bewegung der Kugel gänzlich aufgehoben. Dieses an und für sich klare Resultat ergibt sich aus der Formel $u = \frac{m c}{m + m'}$, wenn man m' unendlich groß annimmt. — Bei dem schiefen Stoße gegen eine solche Wand zerfällt die Bewegung in eine gegen die Wand senkrechte und in eine zur Wand parallele Componente. Erstere verschwindet, in Folge der zweiten gleitet die Kugel längs der Wand fort.

Was den excentrischen Stoß betrifft, so kommen dabei, wie schon bemerkt, für jeden frei beweglichen Körper zwei gesonderte Bewegungen in Betracht, nämlich eine fortschreitende und eine drehende Bewegung. Erstere ereignet sich gerade so, als wenn die Stoßrichtung durch den Schwerpunkt des Körpers selbst ginge; die zweite erfolgt so, als wenn der Körper im Schwerpunkte festgehalten würde und die Stoßkraft auf Drehung um eine Achse wirkte, welche durch den Schwerpunkt geht und auf der Ebene senkrecht steht, die durch den Schwerpunkt und durch die Richtung des Stoßes gelegt wird.

Um Versuche über die Gesetze des Stoßes anzustellen, bedient man sich der sogenannten Stoßmaschine. Sie besteht aus mehreren verschiedenen Kugeln, die an gleich langen Fäden an einem dazu geeigneten Gestell aufgehängt werden. Wird eine dieser Kugeln in die Höhe gehoben und dann freigelassen, so erlangt sie beim Fallen eine der Höhe entsprechende Geschwindigkeit. — Zu Versuchen über den Stoß fester

unelastischer Körper nimmt man Kugeln von ungebranntem Thon, für elastische wählt man Elfenbein. — Um Versuche über den schiefen Stoß gegen eine Ebene anzustellen, setzt man eine Marmortafel senkrecht auf einen Tisch und hängt an irgend einem Gestelle eine Kugel an einem Faden auf.

3. Stoß elastischer Körper.

Bei dem geraden Stoße zweier elastischer Kugeln verliert die stoßende Kugel m im ersten Moment des Stoßes die Geschwindigkeit $c - u$, dagegen die gestoßene Kugel m' die Geschwindigkeit $u - c'$ gewinnt: es bezeichnen hier wieder c, c' die Geschwindigkeiten der Kugeln vor dem Stoße und u die Geschwindigkeit, welche beide Kugeln haben würden, wenn sie unelastisch wären. Im zweiten Moment des Stoßes erleidet die stoßende Kugel m in Folge ihrer Elasticität eine zweite Verminderung an Geschwindigkeit, welche der ersteren gleich ist; ihre Geschwindigkeit v nach dem Stoße ist daher gleich $c - 2(c - u) = 2u - c$. — Zu gleicher Zeit erfährt die gestoßene Kugel m' eine zweite Vermehrung an Geschwindigkeit, die gleich $u - c$, ist; ihre Geschwindigkeit v' nach dem Stoße ist daher $c' + 2(u - c') = 2u - c'$. — Im Falle beide Kugeln sich nach einerlei Richtung bewegen, haben wir $u = \frac{m c + m' c'}{m + m'}$. Durch Einführung dieses Werthes von u ergeben sich nach gehöriger Reduction für v und v' folgende Ausdrücke:

$$v = \frac{(m - m') c + 2 m' c'}{m + m'} \text{ und } v' = \frac{(m' - m) c' + 2 m c}{m + m'}.$$

Einige aus den vorstehenden Formeln sich ergebende Resultate, welche mit Hülfe der Stoßmaschine erläutert werden können, sind folgende: Haben die einander stoßenden elastischen Kugeln gleiche Massen, so wird $v = c'$ und $v' = c$: Bei dem geraden Stoße vertauschen also gleiche vollkommen elastische Kugeln ihre Geschwindigkeiten. — Ruht eine der Kugeln vor dem Stoße, so kommt nach dem Stoße die stoßende in Ruhe und die gestoßene schreitet mit der Geschwindigkeit der stoßenden fort. — Hängt man mehrere gleich große elfenbeinerne Kugeln in der Art auf, daß sie einander berühren und ihre Mittelpunkte in einer horizontalen Linie liegen, hebt dann die erste Kugel in die Höhe und läßt sie gegen die Kugelreihe fallen; so springt die letzte Kugel mit der Geschwindigkeit ab, welche die erste Kugel besaß, während alle andern Kugeln in Ruhe bleiben. — Läßt man zwei oder mehrere dieser Kugeln zugleich gegen die Kugelreihe herabfallen, so springen auf der entgegengesetzten Seite eben so viele Kugeln ab, als auf der andern Seite gehoben wurden. Der Grund dieser Erscheinung liegt darin,

daß die anlaufenden Kugeln nicht auf einmal, sondern rasch nach einander stoßen: hat man z. B. zwei Kugeln fallen lassen, so springt die letzte Kugel in Folge des Stoßes der zweiten ab und die vorletzte kraft des Stoßes der ersteren.

Sind die Massen ungleich, aber $c' = o$; so ist $v = \frac{(m - m')\,c}{m + m'}$ und $v' = \frac{2mc}{m + m'}$. Der Werth von v wird positiv oder negativ, je nachdem m größer oder kleiner als m' ist; beide Kugeln bewegen sich also nach dem Stoße nach derselben Richtung wie vor dem Stoße, wenn die stoßende Kugel größer ist als die ruhende; hingegen geht die stoßende Kugel in der entgegengesetzten Richtung zurück, wenn sie eine kleinere Masse hat als die gestoßene. — Hängen 100 elastische Kugeln neben einander, und ist die Masse einer jeden folgenden Kugel immer die Hälfte der vorhergehenden, und stößt die größte mit der Geschwindigkeit 1 an die nächstfolgende, so muß die nächstfolgende mit einer Geschwindigkeit $= (\frac{1}{2})^{99} = 2338500000000$ abspringen. Dieses Experiment kann nur als in der Idee stattfindend betrachtet werden, weil die größte Kugel ohngefähr ein Quintilliommal größer sein müßte als die kleinste.

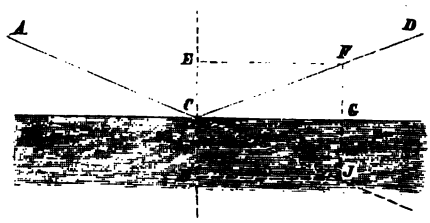
Bei dem Stoße vollkommen elastischer Kugeln ist die Summe der lebendigen Kräfte vor und nach dem Stoße eine und dieselbe. Da $v = 2u - c$ und $v' = 2u - c'$ ist so hat man

$$m v^2 + m' v'^2 = m(2u - c)^2 + m'(2u - c')^2 = 4u^2(m + m') - \\ - 4u(mc + m'c') + mc^2 + m'c'^2 = 4u\{u(m + m') - mc - m'c'\} + \\ + mc^2 + m'c'^2 = mc^2 + m'c'^2,$$

wenn man erwägt, daß in Folge der Relation $u = \frac{mc + m'c'}{m + m'}$ das erste Glied des zweiten Theils der Gleichung verschwindet.

Stößt eine elastische Kugel senkrecht gegen eine unbewegliche Wand, so springt die Kugel in Folge der bei dem Stoße geweckten Elasticität in gerade entgegengesetzter Richtung von der Wand mit der Geschwindigkeit zurück, mit welcher sie dieselbe trifft. Dasselbe ergibt sich auch aus der Gleichung $v = \frac{(m - m')\,c + 2m'c'}{m + m'}$, wenn man darin $c' = o$ und $m' = \frac{1}{o}$ setzt. — Bei dem schiefen Stoße gegen die Wand zerfällt die Geschwindigkeit CJ (Fig. 79) in eine gegen die Wand senkrechte CH und in eine zur Wand parallele Seitengeschwindigkeit CG. Nach dem Stoße wird die senkrechte Geschwindigkeit in die direct entgegengesetzte CE verwandelt, welche mit der parallelen Geschwindigkeit zusammengesetzt die resultirende Geschwindigkeit CF gibt. Die stoßende Kugel springt also von der Wand mit der nämlichen Geschwindigkeit und unter dem nämlichen Winkel zurück, oder mit anderen Worten der Ein-

Fig. 79.



fallwinkel und der Zurückwerfungswinkel ſind in einem ſolchen Falle einander gleich. — Mittelſt der verticalen Marmortafel, gegen welche die aufgehängte Elfenbeinkugel anſchlägt, läßt ſich dieſes Geſetz nachweiſen. — Iſt die Kugel unelaſtiſch, die Wand aber elaſtiſch; ſo iſt der Erfolg derſelbe, weil die Wand vermöge ihrer Elaſticität die Kugel mit derſelben Kraft zurückwirft, mit welcher die Kugel auf die Wand einwirkte. Daher das Abprallen flacher gegen eine Waſſerfläche geworfener Steine, das Zurückprallen unter ſehr ſchiefer Richtung abgeſchoſſener Kugeln beim Niederfallen.

4. Stoß theilweiſe elaſtiſcher Körper.

Bei dem Stoße unvollkommen elaſtiſcher Körper verliert in dem erſten Momente der ſtoßende Körper die Geſchwindigkeit $c - u$, während der geſtoßene Körper die Geſchwindigkeit $u - c'$ gewinnt. In dem zweiten Moment vermindert ſich wegen der unvollkommenen Elaſticität die Geſchwindigkeit des erſteren Körpers noch um eine Größe $k(c-u)$, dagegen vermehrt ſich die Geſchwindigkeit des zweiten Körpers noch um eine Größe $k(u-c')$, wo k einen von der Natur der Elaſticität des Körpers abhängigen ächten Bruch bezeichnet. Die Geſchwindigkeiten nach dem Stoße werden alſo ſein für den ſtoßenden Körper:

$$v = c - (1+k)(c-u) = (1+k)u - kc;$$

für den geſtoßenen Körper:

$$v' = c' + (1+k)(u-c') = (1+k)u - kc'.$$

Subſtituirt man für u ſeinen Werth $\frac{mc + m'c'}{m+m'}$; ſo erhält man

$$v = \frac{(m - km')c + (1+k)m'c'}{m+m'};$$

und

$$v' = \frac{(m' - km)c' + (1+k)mc}{m+m'}.$$

Dieſe Formeln gehen über in die für vollkommen elaſtiſche Körper, wenn man darin $k = 1$ ſetzt, und in die für unelaſtiſche Körper, wenn man $k = 0$ macht.

Iſt die Maſſe m' in Ruhe und unendlich groß, ſo erhält man aus der erſten Formel, abgeſehen vom Zeichnen, $k = \frac{v}{c} = \sqrt{\frac{h'}{h}}$, wenn

für v und c die entsprechenden Geschwindigkeitshöhen gesetzt werden. Läßt man also einen Körper in der Gestalt einer Kugel auf eine gleichartige feste Unterlage auffallen, so kann man aus der Fallhöhe h und Steighöhe h' den Coefficienten der unvollkommenen Elasticität für jenen Körper berechnen. Wir fanden auf diese Weise für Eisen $k = \sqrt{\frac{20}{65}} = 0{,}5606$; für Stein $k = \sqrt{\frac{58}{100}} = 0{,}7616$; für Elfenbein $k = \sqrt{\frac{32}{50}} = 0{,}8$; für Holz $k = \sqrt{\frac{17}{50}} = 0{,}5831$. — Besitzen der stoßende und gestoßene Körper ungleiche Grade der Elasticität, so sind die Werthe von k in den obenstehenden zwei Formeln von einander verschieden.

Die Summe der lebendigen Kräfte zweier gleichartiger unvollkommen elastischer Körper beträgt nach dem Stoße $mv^2 + m'v'^2$. Setzt man in diesem Ausdrucke $v = (1+k)u - kc$ und $v' = (1+k)u - kc'$; so verwandelt sich derselbe in folgenden:

$$(m+m')(1+k)^2u^2 - 2(mc + m'c')(1+k)ku + (mc^2 + m'c'^2)k^2.$$

Substituirt man hierin für u seinen Werth $\frac{mc + m'c'}{m+m'}$, so bekommt man nach einigen Reductionen:

$$\frac{1}{m+m'}[(mc + m'c')^2 + mm'(c - c')^2k^2].$$

Zieht man letztere Größe von $mc^2 + m'c'^2$, d. h. von der Summe der lebendigen Kräfte vor dem Stoße ab; so ergibt sich für den Verlust an lebendiger Kraft nach dem Stoße bei unvollkommen elastischen Körpern nachstehender Ausdruck: $\frac{(1-k^2)mm'(c-c')^2}{m+m'}$.

Am Schlusse dieses Kapitels wollen wir noch die Rammmaschine (Rammklotz, Rammbär) einer besonderen Betrachtung unterwerfen. Bei dieser Maschine fällt der Bär vom Gewicht P von der Höhe h auf den einzurammenden Pfahl vom Gewichte Q; die Frage ist, welche Belastung der Pfahl, ohne tiefer einzudringen, zu ertragen vermag, wenn derselbe auf den letzten Schlag um die Größe S in das Erdreich eingedrungen ist. — Nach dem Stoße wird die Geschwindigkeit v des Pfahls, wenn Pfahl und Bär als unelastische Massen betrachtet werden, durch die Gleichung $v = \frac{P\sqrt{2gh}}{P+Q}$ angegeben. Da nach erhaltenem Stoße der Pfahl getrennt vom Bär sich zu bewegen beginnt, so ist die Wirkung des Widerstandes W des Erdreiches während des Weges s, um welchen der Pfahl in das Erdreich eindringt, gleich Ws, welche der Wirkung des Pfahls gleichkommt. Man hat folglich

$Ws = \frac{Q \cdot v^2}{2g} = \frac{h \cdot P^2 Q}{(P+Q)^2}$; woraus für den Widerstand des Erdreiches oder auch die Last, welche der Pfahl tragen kann, die Gleichung $W = \frac{h}{s} \cdot \frac{P^2 Q}{(P+Q^2)}$ entspringt. Der Sicherheit wegen nimmt man in der Praxis von dem berechneten Werth für W nur den fünften oder sechsten Theil. — Der Widerstand des Bodens, in welchen ein Pfahl von 400 Kilogrammes nach der letzten Hitze von 20 Schlägen um 0,04" eindringt, wenn das Gewicht des Bärs zu 600 Kilogrammes und die Fallhöhe zu 1 Meter angenommen wird, beträgt hiernach: $\frac{1}{0{,}002} \cdot \frac{600^2 \cdot 400}{(1000)^2}$ oder 36000 Kilogrammes.

III. Die Drehungsbewegung.

1. Drehung eines Körpers um eine feste Achse.

Bleibt während der Bewegung eines Körpers eine mit ihm unveränderlich verbundene gerade Linie stets in Ruhe, so sagt man, der Körper *drehe sich um diese Gerade*, welche dann *Drehungsachse* heißt. Bei der Drehung um eine Achse beschreibt jeder außerhalb derselben befindliche Punkt des Körpers einen Kreis, dessen Halbmesser seinem Abstande von der Achse gleich ist und dessen Ebene auf derselben senkrecht steht. — Ist w die Geschwindigkeit, mit welcher sich ein von der Achse in dem Abstande 1 befindlicher Punkt bewegt, so ist die Geschwindigkeit v des Punktes, der den Abstand r von der Drehachse hat, durch die Gleichung $v = rw$ gegeben, weil bei dieser Bewegung die Geschwindigkeiten im directen Verhältnisse der Entfernungen von der Drehungsachse stehen. Die Geschwindigkeit w wird gewöhnlich die *Winkelgeschwindigkeit* oder *Drehungsgeschwindigkeit* des Körpers genannt. — Die allen Punkten des drehenden Körpers gemeinschaftliche Größe w bleibt dieselbe, wenn die Bewegung gleichförmig ist; dagegen ändert sie sich mit der Zeit, wenn das System der Punkte ohne Unterlaß von den bewegenden Kräften afficirt wird. Im letzteren Falle wird die Drehung eine gleichförmig beschleunigte oder eine ungleichförmige sein, je nachdem die bewegenden Kräfte immer mit gleicher oder ungleicher Intensität wirken. — Bezeichnet φ die von constanten Kräften bewirkte Winkelbeschleunigung, so wird die Winkelgeschwindigkeit w am Ende der Zeit t durch die Gleichung $w = \varphi t$ gegeben, während bei einer ungleichförmigen drehenden Bewegung man die Relation $dw = \varphi\, dt$ haben wird, wo der Buchstabe d anzeigt, daß in solchem Falle unendlich kleine Größen in Betracht kommen.

Bei der Umdrehungsbewegung um eine feste Achse wird also unsere nächste Aufgabe es sein, einen Ausdruck für die Winkelgeschwindigkeit zu ermitteln. Wir denken uns deßhalb einen Körper um eine mit ihm verbundene Achse durch eine momentane Kraft in drehende Bewegung versetzt. In Folge seiner Trägheit wird er in dieser Bewegung verharren und jedes Massentheilchen eine bewegende Kraft besitzen. Sind $m, m', m''\ldots$ die Massen der einzelnen Theilchen des Körpers, $r, r', r''\ldots$ deren Abstände von der Drehungsachse, w die Winkelgeschwindigkeit; so haben diese Theilchen die Geschwindigkeiten $rw, r'w, r''w\ldots.$, folglich die Bewegungsgrößen $mrw, m'r'w, m''r''w\ldots$, und die Drehungsmomente $mr^2w, m'r'^2w, m''r''^2w\ldots.$, weil jedes Drehungsmoment das Produkt der Bewegungsgröße in den Abstand der betreffenden Masse von der Drehungsachse ist. Die Summe aller Drehungsmomente hat demnach zum Ausdruck: $w(mr^2 + m'r'^2 + mr''^2\ldots.)$. Dieses Drehungsmoment muß die Kraft P bewirken, insofern sie im Stande sein soll, dem Körper die Winkelgeschwindigkeit w zu ertheilen. Wirkt mithin die Kraft P in einer Richtung, welche in einer zur Achse senkrechten Ebene liegt und um die Größe p von der Achse entfernt ist; so besteht die Gleichung: $Pp = mr^2 + m'r'^2 + m''r''^2 + \ldots)w$, woraus entspringt: $w = \frac{Pp}{mr^2 + m'r'^2 + m''r''^2 + \ldots}$. — Die Summe der Produkte der Massentheilchen eines Körpers in das Quadrat ihrer Abstände von einer geraden Linie heißt das Trägheitsmoment bezüglich dieser Linie; welche letztere Linie die Achse des Momentes genannt wird. Die Winkelgeschwindigkeit eines in Drehung um eine Achse begriffenen Körpers ist also gleich dem Drehungsmomente der anregenden Kraft, dividirt durch das Trägheitsmoment des Körpers bezüglich der Drehungsachse.

Erfolgt der Impuls durch den Stoß einer Masse μ, die sich mit einer Geschwindigkeit v bewegt, deren Richtung in der Entfernung ϱ von der Achse liegt; so ist $w = \frac{\mu v \varrho}{mr^2 + m'r'^2 + m''r^2 + \ldots}$. — Geht der Stoß gleichzeitig von mehreren Körpern aus, deren Massen $\mu, \mu', \mu''\ldots$ und deren Geschwindigkeiten $v, v', v''\ldots$ sind, welche hinsichtlich ihrer Richtungen die Abstände $\varrho, \varrho', \varrho''\ldots$ von der Achse haben; so ist entsprechend: $w = \frac{\mu v \varrho + \mu' v' \varrho' + \mu'' v'' \varrho'' \ldots.}{mr^2 + m'r'^2 + m''r''^2 \ldots}$. — Hat man dem ersten Gliede des Zählers dieser Formel das positive Zeichen beigelegt, so wird man den andern Gliedern das positive oder negative Zeichen vorsetzen, je nachdem die entsprechenden Stöße dahin zielen, das System in dem nämlichen Sinne, welcher dem ersten Gliede entspricht, oder in

dem entgegengesetzten Sinne zu drehen. Die Drehung wird im Sinne der dem ersten Gliede zugehörigen Kraft geschehen, wenn der Werth von w positiv ist: dagegen wird die Drehung im entgegengesetzten Sinne stattfinden, wenn w sich negativ herausstellt. Das System bleibt in Ruhe, wenn man $w = 0$ erhält.

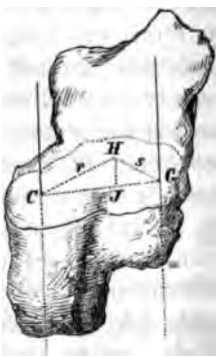
Soll eine einzige Masse M, die in der Entfernung a von der Achse liegt, der drehenden Bewegung, welche durch die Kraft P in der Entfernung p von der Achse erzeugt wird, genau ebenso widerstehen wie die in ihren respectiven Entfernungen $r, r', r'' \ldots$ von der Achse befindlichen Massentheilchen $m, m', m'' \ldots$; so muß offenbar $Ma^2 = mr^2 + m'r'^2 + m''r''^2 \ldots$ sein. — Für $a = 1$ hat man $M = mr^2 + m'r'^2 + m''r''^2 + \ldots$; M bezeichnet dann die Größe der Masse, welche in einem von der Achse in dem Abstande 1 befindlichen Punkt der Kraft P den nämlichen Widerstand entgegensetzt, wie die in verschiedenen gegebenen Entfernungen von der Achse angebrachten Massen $m, m', m'' \ldots$ — Soll dasselbe für die Masse M' stattfinden, welche in der Entfernung a' von der Drehachse angebracht ist; so muß zwischen den Massen M, M' und ihren gegenseitigen Abständen a, a' von der Achse folgende einfache Relation bestehen: $Ma^2 = M'a'^2$: d. h. zwei träge Massen M und M' widerstehen jede für sich der drehenden Bewegung auf ganz gleiche Weise, wenn sie gleiche Trägheitsmomente haben.

Für die Betrachtung der rotirenden Bewegung fester Körper um Achsen ist demnach das Trägheitsmoment von großer Wichtigkeit; wie dasselbe für alle geometrisch bestimmte Körper aufgefunden werden kann, zeigt uns die Mathematik. Hier unten soll dieses Problem nur für einige einfache, aber in der Anwendung häufig vorkommende Fälle zur Lösung gebracht werden, nachdem wir vorerst auf dem Wege des Experimentes nachgewiesen haben, daß Massen in Bezug auf drehende Bewegung gleichwerthig sind, wenn sie beziehungsweise mit dem Quadrate ihres Abstandes von der Drehachse multiplicirt einerlei Produkt geben. — Mit Hülfe des oben beschriebenen Schleiermacher'schen Apparates geschah dieß auf folgende Weise. Durch einen vorläufigen Versuch wurde erst ermittelt, welches Gewicht an das eine Ende der über die Rolle der Fallmaschine gehenden Schnur, welche mit ihrem andern Ende an dem Cylinder des Rotationsapparates befestigt war, angehängt werden mußte, um binnen einer gewissen Zeit, z. B. in 10 Secunden, an der Scale der Säule einen gegebenen Weg, z. B. 156,8 Cent. zurückzulegen: in einer Versuchsreihe betrug dieses Gewicht 128 Grammes. Hierauf befestigte man auf beiden Seiten des horizontal liegenden Stabes in einer Entfernung von 10 Cent. von der verticalen Drehachse zwei

gleiche Gewichte und untersuchte, wie viel Fallgewicht nöthig war, damit es in der angenommenen Zeit wieder denselben Weg beschrieb: man brauchte dazu 142 Grammes, d. h. 14 Grammes mehr als vorhin. Alsdann wurden die beiden Gewichte in der Entfernung von 20 Cent., d. h. in einem doppelt so großen Abstande von der Drehachse festgemacht: das Fallgewicht mußte auf 184 Grammes gebracht werden, übertraf demnach das Fallgewicht beim ersten Versuch genau um 56 Gramm, wenn es innerhalb zehn Secunden den nämlichen Weg wie die Fallgewichte in den zwei vorhergehenden Versuchen durchlaufen sollte. Eine und dieselbe Masse nahm demnach in einem zweimal größeren Abstande von der Drehachse eine viermal größere Kraft in Anspruch als in dem einfachen Abstande von derselben, um bei der Drehung in der nämlichen Zeit einen gleichen Weg zu durchlaufen, oder mit andern Worten in dem doppelten Abstande von der Drehachse widersteht der vierte Theil der Masse der drehenden Bewegung in völlig gleicher Weise wie die ganze Masse in dem einfachen Abstande von der Achse.

Gewöhnlich wird die Richtigkeit des oben ausgesprochenen Gesetzes durch folgenden Versuch nachgewiesen. An einem geraden eingetheilten Stab befindet sich in der Mitte eine Schneide, welche gleichsam die Drehachse eines Wagebalkens bildet. Befestigt man nun 1 Decimeter weit über und unter der Schneide eine Bleilinse, z. B. jede 1 Kilogramm schwer, setzt dann die Schneide auf eine passende Unterlage und bringt am untern Ende des Stabes ein kleines Uebergewicht an; so macht der Apparat, aus seiner indifferenten Gleichgewichtslage gebracht, pendelartige Schwingungen. Die Schwingungszeit des Apparats bleibt eine und dieselbe, wenn man die zwei Bleilinsen wegnimmt und 2 Decimeter weit von der Schneide zwei Linsen von $\frac{1}{4}$ Kilogramm anbringt. Das kleine Uebergewicht, welches die drehende Bewegung erzeugt, erfährt also von der viermal leichteren Bleilinse in der doppelten Entfernung den nämlichen Widerstand wie von der schwereren Linse in der einfachen Entfernung von der Drehachse.

Fig. 80.



Kennt man das Trägheitsmoment eines Körpers in Rücksicht auf eine Achse, so ist es leicht, daraus das Trägheitsmoment desselben Körpers in Bezug auf jede andere parallele Gerade zu erhalten. Es sei H (Fig. 80) irgend ein mit der Masse m versehenes Theilchen des Körpers; C der Punkt, in welchem die durch das Theilchen senkrecht gegen die Drehachse gelegte Ebene diese Achse trifft, und G der Punkt, in welchem solches

bei der zur Achse parallel gezogenen Geraden geschieht. Setzt man CG, d. h. den Abstand der zwei parallelen Geraden = a, ferner CH = r, GH = ϱ und JG = ± x, je nachdem der Punkt J in die Gerade fällt, welche von G gegen C hingeht, oder in die von G im entgegengesetzten Sinne ausgehende Verlängerung jener Geraden; so gibt uns das Dreieck CHG die Gleichung: $\overline{CH}^2 = \overline{CG}^2 + \overline{GH}^2 \mp 2\,\overline{CG}\,.\,\overline{JG}$ oder $r^2 = a^2 + \varrho^2 \mp 2a\,.\,x$. Multiplicirt man diese Gleichung mit m, so bekommt man $mr^2 = ma^2 + m\varrho^2 \mp 2am\,.\,x$. Setzt man für jedes Massentheilchen eine solche Gleichung an und addirt sie alle, so geben die durch mr^2 dargestellten Glieder das Trägheitsmoment K des Körpers hinsichtlich der Drehachse; die Glieder von der Form $m\varrho^2$ liefern das Trägheitsmoment K' des Körpers bezüglich der der Achse parallelen Geraden; die Summe der Glieder von der Form ma^2 gibt das Produkt der Pendelmasse M mit a^2; die Summe der Glieder von der Form $2a\,.\,mx$ ist das Produkt des gemeinschaftlichen Factors 2a mit der Summe aller Werthe von mx, d. h. mit der Summe der statischen Momente der Massentheilchen in Bezug auf die gegen CG senkrecht geführte Ebene, welche Summe mit Mx_1 übereinstimmt, wo x_1 den Abstand des Schwerpunkts des Körpers von gedachter Ebene bezeichnet. Es besteht folglich zwischen den beiden Trägheitsmomenten K, K' die bemerkenswerthe Relation: $K = Ma^2 + K' - 2aMx_1$. — Ist $x_1 = 0$, so hat man $K = Ma^2 + K'$: das Trägheitsmoment eines Körpers auf irgend eine Achse bezogen ist folglich gleich dem Trägheitsmoment des Körpers in Bezug auf eine durch den Schwerpunkt mit der erstern parallele Achse, vermehrt um das Produkt aus der Masse des Körpers in das Quadrat des Abstandes der zwei parallelen Achsen.

Das Trägheitsmoment eines Körpers ändert sich nicht blos mit der absoluten Lage der Achse, auf welche es sich bezieht, sondern auch mit der Richtung der Achse. Was den Einfluß dieser Richtung auf die Größe des Trägheitsmomentes eines Körpers anlangt, so lehrt die analytische Mechanik, daß es für jeden Punkt drei senkrecht auf einander stehende gerade Linien gibt, in Bezug auf welche das eine Trägheitsmoment ein Maximum, das andere ein Minimum, und das dritte keins von beiden in Beziehung auf alle Achsen ist, welche durch gedachten Punkt gelegt werden können. Die Richtungen dieser Linien werden die Hauptachsen und die auf dieselben bezogenen Trägheitsmomente Hauptträgheitsmomente genannt. — Bezeichnen A, B, C die Trägheitsmomente eines Körpers in Beziehung auf die drei Hauptachsen, welche sich im Schwerpunkt des Körpers schneiden; ferner α, β, γ die Winkel, welche eine durch den Schwerpunkt gehende Linie mit diesen

Achsen einschließt; so lehrt die Mechanik weiter, daß das Trägheitsmoment in Bezug auf letztere Linie durch $A\cos^2\alpha + B\cos^2\beta + C\cos^2\gamma$ ausgedrückt wird. — Das Trägheitsmoment in Beziehung auf eine dieser Linie parallelen Geraden wird demnach zum Ausdrucke haben: $A\cos^2\alpha + B\cos^2\beta + C\cos^2\gamma + Ma^2$, in welchem M die Gesammtmasse des Körpers, a die Entfernung jener beiden Linien darstellt. — Es kommt also nur darauf an, die Trägheitsmomente eines Körpers rücksichtlich der im Schwerpunkt sich schneidenden drei Hauptachsen zu kennen, um daraus das Trägheitsmoment in Beziehung auf jede andere Linie zu bestimmen.

2. Bestimmung von Trägheitsmomenten.

Das Trägheitsmoment K einer gleichförmigen sehr dünnen Stange in Bezug auf einen ihrer Endpunkte zu finden. Man theile die Stange, deren Länge durch l und deren Masse durch M vorgestellt werde, in n unendlich kleine Stückchen, deren jedes die Länge δ hat: die Masse jedes solchen Stückchens ist dann $\frac{M\delta}{l}$ und das fragliche Trägheitsmoment $K = \frac{M\delta}{l}(1^2.\delta^2 + 2^2.\delta^2 + 3^2.\delta^2 \ldots.)$ oder

$$K = \frac{M\delta^3}{l}(1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2) = \frac{M\delta^3 n^3}{1.3} = \frac{Ml^2}{3},$$

da $1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 = \frac{n^3}{3}$ und $\delta n = l$ ist. Eine materielle gerade Linie widersteht folglich durch ihre träge Masse M bei ihrer Umdrehung um eine senkrecht auf derselben durch ihren Endpunkt gehende Achse genau so, als ob der dritte Theil der Masse in dem andern Endpunkt vereinigt und die Linie sonst ohne Masse wäre. — Geht die Umdrehungsachse durch den Schwerpunkt der Stange, so liefert die Formel $K = Ma^2 + K'$, da hier $a = \frac{1}{2}l$ und $K = \frac{1}{3}Ml^2$ ist: $K' = \frac{1}{12}Ml^2$. Dasselbe Resultat wird man erhalten, wenn man das Trägheitsmoment in Beziehung auf den Schwerpunkt der Linie l für jede Hälfte bestimmt und beide Momente addirt.

Das Trägheitsmoment K' einer gleichmäßig mit Masse besetzten sehr dünnen rechteckigen Platte, deren Seite a und b sind und deren Masse M ist, in Bezug auf eine durch den Schwerpunkt senkrecht auf die Ebene der Platte gehenden Achse zu bestimmen. Man denke sich das Rechteck in n unendlich schmale mit der Seite a parallele Streifen zerlegt; die Masse eines jeden solchen Streifens ist gleich $\frac{M}{n}$ und das Trägheitsmoment desselben hinsichtlich einer durch seinen Schwerpunkt gehenden zur Achse parallelen Geraden gleich $\frac{1}{12}\frac{Ma^2}{n}$; folglich in Bezug

auf die in Rede stehende Achse gleich $\frac{1}{12}\frac{M a^2}{n} + \frac{M}{n} \cdot x^2$, wo x den Abstand des Schwerpunkts eines beliebigen Streifens von dem Schwerpunkte der Platte darstellt. Das Trägheitsmoment K' des ganzen Rechtecks wird also zum Ausdruck haben:

$$K' = \frac{n}{12} \cdot \frac{M a^2}{n} + \left(\frac{M}{n} x_1^2 + \frac{M}{n} x_2^2 + \frac{M}{n} x_3^2 \ldots\right),$$

in welchem x_1, x_2, x_3 ... die Abstände der Schwerpunkte der einzelnen Streifen von der Drehachse bezeichnen. Die eingeklammerte Reihe stellt offenbar das Trägheitsmoment der Linie b von der Masse M in Bezug auf eine durch deren Schwerpunkt gehende Achse dar, welches den Werth $\frac{1}{12} M b^2$ hat. Hiernach ergibt sich das gesuchte Trägheitsmoment $K' = \frac{1}{12} M (a^2 + b^2)$. — Geht die Achse durch einen Eckpunkt der Platte, so wird das Trägheitsmoment K für diese Achse gleich $\frac{1}{12} M (a^2 + b^2) + \frac{1}{4} M (a^2 + b^2)$ oder $\frac{1}{3} M (a^2 + b^2)$ sein. — Die beiden vorstehenden Formeln gelten auch für ein rechtwinkliges Parallelepiped, welches das Rechteck a b zur Grundfläche hat, dessen Masse M ist und sich um eine Achse dreht, welche mit der dritten Kante c zusammenfällt oder durch den Schwerpunkt des Parallelepipeds parallel zur letzteren Kante geht. Man denke sich das Parallelepiped in n unendlich schmale mit der Grundfläche a b parallele Schichten zerlegt; für eine solche unendlich dünne Schichte ist das Trägheitsmoment, wenn die Drehachse mit der Kante e zusammenfällt, gleich $\frac{M}{n} \cdot (a^2 + b^2)$; folglich für das ganze Parallelepiped das Trägheitsmoment $K = M \frac{(a^2 + b^2)}{3}$. Dasselbe gilt für die Formel $K' = \frac{1}{12} M (a^2 + b^2)$, in welchem Falle die Drehachse durch den Schwerpunkt geht und parallel zur Kante c läuft.

Das Trägheitsmoment K eines schweren rechtwinkligen Dreiecks zu finden, wenn die Drehachse durch den Scheitel A des rechten Winkels geht und senkrecht auf der Dreiecksebene steht. Man ergänze das Dreieck, dessen Katheten a und b und dessen Masse = M sein sollen, zu einem Rechtecke, welches 2 M zur Masse und $\frac{2}{3} M (a^2 + b^2)$ zum Trägheitsmoment in Bezug auf die genannte Achse haben wird. Das Trägheitsmoment K des Ergänzungsdreiecks rücksichtlich der durch den Scheitel A' des rechten Winkels gehenden Drehachse ist so groß wie jenes des gegebenen Dreiecks in Beziehung auf den Scheitel A; dagegen in Bezug auf eine durch dessen Schwerpunkt gehende mit der vorigen parallele Achse gleich $K = \frac{M \cdot (a^2 + b^2)}{9}$; endlich in Beziehung auf die Achse, welche durch den Scheitel A geht, gleich

$$K - M\frac{(a^2+b^2)}{9} + \tfrac{2}{3}M(a^2+b^2) = K + \frac{M}{3}(a^2+b^2).$$

Addiren wir hierzu das Trägheitsmoment K des Dreiecks, so muß die Summe das Trägheitsmoment des Rechtecks liefern: man hat demnach $2K + \frac{M}{3}(a^2+b^2) = \frac{2}{3}M(a^2+b^2)$, woraus $K = \frac{1}{6}M(a^2+b^2)$. — Derselbe Ausdruck gilt für ein gerades dreiseitiges Prisma, welches das betrachtete Dreieck zur Grundfläche hat, die Masse M besitzt und um die durch A gehende Kante rotirt.

Das Trägheitsmoment K eines gleichschenkligen Dreiecks zu bestimmen, welches sich um eine Achse dreht, die normal auf seiner Ebene steht und durch den Scheitel A des der Grundlinie $2a$ gegenüberstehenden Winkels geht. Bezeichnet man mit M die Masse des Dreiecks, mit h dessen Höhe, und zerlegt man das Dreieck in zwei gleiche rechtwinklige Dreiecke; so erhält man für das Trägheitsmoment eines jeden derselben in Beziehung auf eine durch den gemeinsamen Scheitel der rechten Winkel gehende Achse den Ausdruck: $\frac{1}{2}.\frac{1}{6}M(a^2+h^2)$, folglich für beide zusammen: $\frac{1}{6}M(a^2+h^2)$. In Bezug auf eine durch den Schwerpunkt des Dreiecks mit der vorigen parallelen Achse ist das Trägheitsmoment $K' = \frac{1}{6}M(a^2+h^2) - \frac{M}{9}h^2$; folglich in Beziehung auf die durch den Scheitel A gehende Achse:

$$K = \tfrac{1}{6}M(a^2+h^2) - \frac{M}{9}h^2 + \frac{4M}{9}h^2 = \frac{M}{6}(a^2+3h^2).$$

Dieselbe Formel gilt ebenfalls für ein senkrechtes Prisma, dessen Masse M ist, welches das Dreieck zur Grundfläche hat und sich um die durch A gehende Kante dreht.

Das Trägheitsmoment K eines gleichförmig mit Masse besetzten Kreises zu finden, welcher um seinen Mittelpunkt rotirt, r zum Radius und M zur Masse hat. Man zerlege den Kreis durch concentrische Kreise in n unendlich viele unendlich dünne Ringe, deren gemeinschaftliche Breite δ ist. Bezeichnet x den Halbmesser eines dieser Ringe, so wird $2\pi x\delta$ den Flächeninhalt desselben, $\frac{2Mx\delta}{r^2}$ dessen Masse, und $\frac{2Mx\delta}{r^2}.x^2$ dessen Moment in Bezug auf den Mittelpunkt darstellen. Das Trägheitsmoment K des ganzen Kreises wird hiernach sein:

$$K = \frac{2M}{r^2}\delta^4(1^3+2^3+3^3+4^3\ldots+n^3) = \tfrac{1}{2}Mr^2,$$

weil $1^3+2^3+3^3\ldots\ldots+n^3 = \frac{n^4}{4}$ und $n\delta = r$ ist. — Dasselbe Resultat läßt sich auf einen gleichförmig dichten um seine Achse drehbaren Cylinder ausdehnen; man kann also bei der Drehung eines Cy-

linders um seine geometrische Achse statt seiner Masse die halbe Masse des Cylinders am Umfange angebracht denken.

Das Trägheitsmoment eines um seine geometrische Achse sich drehenden geraden Kegels zu berechnen, dessen Masse = M, dessen Höhe = h und dessen Halbmesser der Grundfläche = r ist. Theilen wir die Höhe h in n unendlich viele einander gleiche unendlich kleine Stückchen, deren jedes die Länge δ hat, führen dann durch die Theilungspunkte Schnitte parallel zur Basis; so bekommen wir lauter unendlich kleine Cylinderchen, deren gemeinschaftliche Höhe δ ist und deren Halbmesser x nach dem Scheitel des Kegels zu immer kleiner werden. Die Masse eines solchen kleinen Cylinders ist gleich $\frac{3\,M\,x^2\,.\,\delta}{r^2\,h}$ und dessen Trägheitsmoment in Bezug auf seine Achse gleich $\frac{1}{2}\,.\,\frac{M}{r^2\,h}\,x^4\,\delta = \frac{1}{2}\,.\,\frac{M\,r^2}{h^5}\,.\,y^4\,\delta$, wo y den dem Halbmesser x entsprechenden Abstand vom Scheitel des Kegels vorstellt. Hiernach ergibt sich das Trägheitsmoment des ganzen Kegels: $K = \frac{1}{2}\,\frac{M\,r^2}{h^5}\,\delta^5\,(1^4 + 2^4 + 3^4 \ldots + n^4) = \frac{3}{10}\,M\,r^2$, weil $1^4 + 2^4 + 3^4 \ldots + n^4 = \frac{n^5}{5}$ und $\delta\,n = h$ ist.

Das Trägheitsmoment eines Kugelabschnittes, welcher sich um seine geometrische Achse dreht, zu berechnen. Man theile wieder die Höhe h des Abschnittes in n unendlich viele kleine Theile, deren jeder gleich δ, lege durch die Theilungspunkte Schnitte parallel zur Basis des Segmentes und betrachte die dergestalt entstandenen Körperelemente als Cylinder. Ist M die Masse des Kugelabschnitts, r der Halbmesser der Kugel, x der eines beliebigen Cylinders; so ist die Masse des letzteren gleich $\frac{3\,.\,M\,x^2\,\delta}{h^2\,(3\,r - h)}$ und dessen Trägheitsmoment gleich

$$\frac{3}{2}\cdot\frac{M}{h^2\,(3\,r - h)}\,.\,x^4\,\delta = \frac{3\,M\,.\,\delta}{2\,h^2\,(3\,r - h)}\,(4\,r^2\,y^2 - 4\,r\,y^3 + y^4);$$

wenn man erwägt, daß das Volumen des Kugelabschnittes durch $\frac{1}{3}\,\pi\,h^2\,(3\,r - h)$ ausgedrückt wird und $x^2 = y\,(2\,r - y)$ ist. — Das Trägheitsmoment K des Abschnittes erhält hiernach zum Ausdruck:

$$K = \frac{3\,M\,.\,\delta}{2\,h^2\,(3\,r - h)}\cdot\left(\begin{array}{l} 4\,r^2\,\delta^3\,(1 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2) \\ -\,4\,r\,\delta^4\,(1 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3) \\ +\,\delta^5\,(1 + 2^4 + 3^4 + \ldots + n^4) \end{array}\right);$$

oder $$K = \frac{3\,M}{2\,h^2\,(3\,r - h)}\cdot\left(4\,r^2\,\frac{n^3\,\delta^3}{3} - r\,n^4\,\delta^4 + \frac{n^5\,\delta^5}{5}\right);$$

oder $$K = \frac{M\,h}{10\,(3\,r - h)}\,(20\,r^2 - 15\,r\,h + 3\,h^2).$$

Hieraus entspringt für das Trägheitsmoment K einer Kugel in Bezug auf einen ihrer Durchmesser, wenn $h = 2\,r$ gesetzt wird: $K = \frac{2}{5}\,M\,r^2$.

Das Trägheitsmoment eines aus mehreren geometrischen Körpern zusammengesetzten Körpers wird aus der Summe der Trägheitsmomente der einzelnen Körper gebildet. Als Beispiel mag das in der Anwendung häufig vorkommende Schwungrad dienen. Es seien r der äußere Halbmesser, r' der innere des Schwungringes, M die Masse des letzteren; b die Breite der Arme, l die Länge derselben zwischen Nabe und Schwungring gemessen, M' die Masse der Arme; ϱ und ϱ' die Halbmesser der einen Hohlcylinder bildenden Nabe und M' deren Masse. Hiernach ergibt sich in Bezug auf die Achse des Schwungrades: das Trägheitsmoment des Schwungringes: $\frac{M}{2}(r^2 + r'^2)$; das der Arme: $\frac{M'}{2}\left(\frac{l^2 + b^2}{12} + (\frac{l}{2} + \varrho)^2\right)$; das der Nabe: $\frac{M''}{2}(\varrho^2 + \varrho'^2)$. Folglich das Trägheitsmoment K des ganzen Schwungrades:

$$K = \frac{M}{2}(r^2 + r'^2) + \frac{M'}{2}\left(\frac{l^2 + b^2}{2} + (\frac{l}{2} + \varrho)^2\right) + \frac{M''}{2}(\varrho^2 + \varrho'^2).$$

Wie vielfach die Lehre der Trägheitsmomente in Betracht kommt, werden nachstehende Beispiele zeigen. Wir kehren zunächst zu einem früher betrachteten Fall zurück, zu dem Fall nämlich, in welchem eine homogene Kugel von der Masse M durch eine momentane Kraft μu einen excentrischen Stoß empfängt und darauf der Wirkung der Schwere überlassen bleibt. Die Kugel wird zuvörderst eine mit der Richtung des Stoßes parallel laufende Geschwindigkeit $v = \frac{\mu u}{M}$ erlangen und eine Parabel beschreiben; und dabei zugleich eine drehende Bewegung um eine Achse machen, welche durch den Mittelpunkt der Kugel geht und auf der durch den Mittelpunkt und die Richtung des Stoßes gelegten Ebene senkrecht steht. Die Winkelgeschwindigkeit w der letzteren Bewegung wird gefunden, wenn man das Moment $\mu u a$ der Kraft durch das Trägheitsmoment der Kugel dividirt: dieß gibt $w = \frac{5 \mu u a}{2 . M r^2}$; oder, wenn man die Anfangsgeschwindigkeit v des Schwerpunktes einführt, $w = \frac{5 a v}{2 r^2}$. Bezeichnet c die Peripheriegeschwindigkeit der Kugel, so ist $c = \frac{5 a v}{2 r}$. — Die Lage der Drehachse kann in jedem Augenblicke bestimmt werden, weil die Achse parallel mit sich selbst fortschreitet und die Bewegung des Schwerpunktes bekannt ist, welcher in der Mitte der Achse liegt. Die Lage der Punkte der Kugel kann daher ebenfalls als bestimmt betrachtet werden.

Wir gehen zweitens zu der Fallmaschine über. Es seien r der Halbmesser der Rolle; ϱ der der Zapfen; P das an einem Ende der

gewichtlos gedachten Schnur und $P + p$ das an dem andern Ende derselben angehängte Gewicht; $M y^2$ das Trägheitsmoment der Rolle, wo M die Masse der Rolle und y eine Größe bezeichnet, welche aus der Summe der Trägheitsmomente der einzelnen Bestandtheile der Rolle besonders herzuleiten ist. Die bewegende Kraft ist, wenn auf die Reibung der Zapfen Rücksicht genommen wird, $p - \frac{\varrho}{r}\mu(2P + p + Q)$, wo μ den Reibungscoefficienten und Q das Gewicht der Rolle darstellt; die zu bewegende Masse ist $\frac{2P + p}{g} + \frac{Q y^2}{g r^2}$, wenn die Masse $\frac{Q}{g}$ auf den Umfang der Rolle reducirt wird. Daraus entspringt für die Beschleunigung g', mit welcher das Gewicht $P + p$ einerseits sinkt und das Gewicht P anderseits steigt, die Gleichung:

$$g' = \frac{p r^2 - \varrho r \mu (2P + p + Q)}{(2P + p) r^2 + Q y^2} \cdot g.$$

Wir nehmen drittens die allgemeinere Aufgabe der Bewegung eines Wellrades durch Ueberwucht. Es seien a der Halbmesser des Rades, an welchem das Gewicht P hängt; r der Halbmesser der Welle, an welcher die Last Q sich befindet; R das Gewicht des Rades und W das der Welle. Die bewegende Kraft ist $P - \frac{r}{a}Q - \frac{\varrho}{a}\mu(P + Q + R + W)$, wo μ wieder den Reibungscoefficienten bedeutet; die zu bewegende Masse, wenn sämmtliche Massen auf den Umfang des Rades reducirt werden, ist: $\frac{P + \frac{r^2 Q}{a^2} + \frac{R}{2} + \frac{W}{2} \cdot \frac{r^2}{a^2}}{g}$. Folglich die Beschleunigung g' des Gewichtes P oder des Radumfanges $= g \cdot \frac{P - \frac{r}{a}Q - \frac{\varrho}{a}\mu(P + Q + R + W)}{P + \frac{r^2 Q}{a^2} + \frac{R}{2} + \frac{W r^2}{2 a^2}}$

oder $g' = \frac{P a - r Q - \varrho \mu (P + Q + R + W)}{P \cdot a^2 + r^2 \cdot Q + \frac{R}{2} a^2 + \frac{W^2}{2}} r^2 \cdot a g.$ — Dagegen die Beschleunigung g'' des Gewichtes Q oder des Wellenumfanges

$$= \frac{r}{a} g' = \frac{P a - r Q - \varrho \mu (P + Q + R + W) r g}{P a^2 + Q r^2 + \frac{R}{2} a^2 + \frac{W}{2} \cdot r^2}.$$

Wir schließen mit folgender Aufgabe. Ein senkrechtes Parallelepiped von den Abmessungen b, h, l ruht in der Mitte von l auf Zapfen vom Halbmesser ϱ, so daß sich l und b im Zustande der Ruhe in horizontaler Lage befinden. An dem einen Ende dieses Balanciers hängt eine Last Q, welche Kraft P muß am andern Ende wirken, um letzteren Punkt in der Zeit t durch den Weg s zu führen. Bezeichnet p das Gewicht der Cubikeinheit der Materie des Balanciers, W das Gewicht

der Zapfen, μ den Reibungscoefficienten; so bekommt man für den Theil x von P, welcher den Gleichgewichtszustand bedingt, die Gleichung:

$$x \cdot \frac{l}{2} = Q \cdot \frac{l}{2} + \varrho\mu(x + Q + W + b\,h\,l\,p),$$

woraus $x = \dfrac{Q\frac{l}{2} + \varrho\mu(Q + W + b\,h\,l\,p)}{\frac{l}{2} - \varrho\mu}$. Werden sämmtliche Massen auf den Angriffspunkt von P reducirt, so erhält man für diese bewegende Masse den Ausdruck:

$$\frac{P + Q + \frac{W}{2} \cdot \frac{\varrho^2}{(\frac{1}{2}l)^2} + 2 \cdot \frac{b\,h\,l}{2}p \cdot \frac{(\frac{1}{2}l)^2 + h^2}{3 \cdot (\frac{1}{2}l)^2}}{g}.$$

Daraus erwächst die Bewegungsgleichung:

$$S = \frac{(P - x)\,l^2 \cdot g \cdot t^2}{(P + Q)\,l^2 + 2W\varrho^2 + b\,h\,l\,p\left(\frac{l^2 + 4h^2}{3}\right)},$$

aus welcher der Werth von P sich leicht herleiten läßt.

3. Druck auf die Drehachse. — Freie Achse.

Bei der Drehung eines Körpers um eine feste Achse äußert jedes Theilchen desselben eine Fliehkraft, durch welche die Achse einen Druck erleidet, der jetzt bestimmt werden soll. Die Größe der Centrifugalkraft für einen materiellen Punkt m, der in der Entfernung r von der Drehachse liegt und die constante Winkelgeschwindigkeit w hat, beträgt $\frac{m w^2 r^2}{r} = m w^2 r$. Dasselbe gilt für die übrigen materiellen Punkte m', m''..., welche in den Abständen r', r''... von der Drehachse sich befinden. Um die Resultante aller dieser Centrifugalkräfte zu ermitteln, nehmen wir einen beliebigen Punkt der Drehachse, welche mit der Achse der Z zusammenfallen mag, als Ursprung des rechtwinkligen Coordinatensystems an. Hierauf versetzen wir den Angriffspunkt der nach der Verlängerung von r gerichteten Centrifugalkraft $m w^2 r$ des materiellen Punktes m, welcher x, y, z zu Coordinaten hat, an den Punkt, wo ihre Richtung die Achse der z trifft; und zerlegen sie daselbst in zwei auf einander senkrechte Seitenkräfte, welche beziehungsweise zu der Achse der x und jener der y parallel laufen. Wir erhalten so die Seitenkräfte: $m w^2 x$ und $m w^2 y$. Da dasselbe bei allen übrigen materiellen m', m''... des Körpers der Fall ist, so ergeben sich daraus zwei Gruppen von parallelen Kräften, deren eine X parallel zur Achse der x den Werth $w^2(x\,m + x'\,m' + x''\,m''...)$ und andere Y parallel zur Achse der y den Werth $(y\,m + y'\,m' + y''\,m''...)$ hat. — Bezeichnet M die Ge-

sammtmasse des Körpers, und stellen x, und y, die Coordinaten des Schwerpunktes dar, so ist

$mx + m'x' + m''x'' \ldots = Mx$, und $my + m'y' + m''y'' \ldots = My$,; woraus $X = w^2 . Mx$, und $Y = w^2 . My$,. — Um die Lage der Angriffspunkte von X und Y zu finden, hat man, wenn a und b die Abstände dieser Kräfte von der Ebene der x und y darstellen, die zwei Gleichungen:

$$a . Mx, = mxz + m'x'z' + \ldots,$$

und

$$b . My, = myz + m'y'z' + \ldots -$$

Im Allgemeinen lassen sich also die Centrifugalkräfte eines um eine feste Achse gleichförmig rotirenden Körpers auf zwei Resultanten zurückführen, welche in zwei verschiedenen Ebenen liegen und deßhalb nicht zu einer einzigen Resultante zusammengesetzt werden können.

Hat man $a = b$, so sind die Druckkräfte X und Y in einem und demselben Punkte der Drehachse angebracht und reduciren sich auf eine einzige Kraft R, welche auf der Achse senkrecht steht und in der Ebene liegt, die den Schwerpunkt des Körpers enthält. Ihr Werth wird durch die Gleichung $R = w^2 Mr$, bestimmt, wo r, den Abstand des Schwerpunktes von der Drehachse bezeichnet. — Ist v die Geschwindigkeit des Schwerpunktes, so ergibt sich für die Größe der Fliehkraft, wenn statt der Masse M das Gewicht Q des Körpers eingeführt wird, auch der Ausdruck: $R = \frac{v^2 Q}{g r,}$, oder wenn T die Zeit einer Umdrehung ist, der Ausdruck: $R = \frac{4 r, \pi^2 . Q}{T^2 g}$, gleichsam als wäre alle Masse in dem Schwerpunkt vereinigt. Es stimmen diese Ausdrücke genau mit denjenigen überein, welche wir früher für die Fliehkraft aufgefunden haben.

Bekämpfen sich die von den materiellen Theilen ausgehenden Fliehkräfte dergestalt, daß die Achse dadurch keinen Druck erfährt, so heißt die Drehungsachse eine freie. Die Bedingungen, unter denen die Drehachse eines Körpers eine freie ist, sind: $My, = 0$ und $Mx, = 0$; ferner $mxz + m'x'z' + \ldots = 0$ und $myz + m'y'z' + \ldots = 0$. Den beiden ersten Gleichungen geschieht Genüge, wenn die feste Achse durch den Schwerpunkt des Körpers hindurchgeht. Nicht jede durch den Schwerpunkt des Körpers gehende Achse ist aber eine freie, weil parallele Kräfte, deren Summe gleich Null ist, sich nicht immer das Gleichgewicht halten; damit dies der Fall sei, müssen die Momente jener Kräfte ebenfalls gleich Null sein, d. h. die zwei Bedingungsgleichungen

$$mxz + m'x'z' + \ldots = 0 \text{ und } myz + m'y'z' \ldots = 0$$

erfüllt werden. — Die drei Hauptachsen eines Körpers, welche sich in seinem Schwerpunkte schneiden, genügen diesen Bedingungen. Bei der Drehung um zwei gedachter Hauptachsen, nämlich derjenigen, um welche

das Trägheitsmoment den größten und kleinsten Werth hat, äußert der Körper ein Beharrungsvermögen, nicht bloß die Bewegung fortzusetzen, sondern auch die Drehungsachse beizubehalten; diese beiden Hauptachsen heißen deßhalb die stabilen Hauptachsen. Eine solche Stabilität einer Achse läßt sich an Bohnenberger's Schwungmaschine thatsächlich nachweisen.

Das Bohnenberger'sche Instrument besteht in seiner gewöhnlichen Einrichtung aus einem Sphäroid (Fig. 81), welches um seine Achse leicht beweglich ist, die von einem Ringe A gehalten wird. Dieser Ring ist mittelst einer horizontalen Achse in dem zweiten Ringe B beweglich, welcher seinerseits mittelst einer verticalen Achse in dem dritten festen Ringe C wieder beweglich ist. Die leichte Beweglichkeit der Ringe um ihre Drehachsen wird durch stählerne Schräubchen bewerkstelligt. Am Ende der Achse des Sphäroids befindet sich ein kleiner Stift, in welchen die Schlinge einer feinen Schnur eingehängt werden kann, um sie auf die Achse aufzuwickeln. Setzt man nun durch einen raschen Zug an der Schnur das Sphäroid in eine schnell drehende Bewegung, so wird die Achse ihre Lage unverändert bewahren, welche Stellung man auch der Maschine geben mag. — Noch schöner zeigt sich dieses Beharrungsvermögen, wenn man den ganzen Apparat auf die hölzerne Platte der Centrifugalmaschine setzt und ihn daselbst gegen das Herabschleudern bei rascher Umdrehung der Platte schützt. Wo man den Apparat auch aufstellen mag, in die Mitte oder am Rande der Platte, mit welcher Geschwindigkeit und in welcher Richtung man sie auch drehen mag, immer wird die Achse nach derselben Richtung zeigen, vorausgesetzt daß ihre freie Beweglichkeit nicht gehemmt ist. — Stößt man bei der Drehung mit dem Finger auf den Umfang des innersten Ringes, so läßt sich die Achse nicht leicht aus ihrer Lage bringen, während sie im Zustande der Ruhe der geringsten Kraft weicht. — Bringt man am untern Theile des innersten Ringes ein kleines Gewicht an, welches, wenn keine Drehung stattfindet, die Achse des Sphäroids vertical stellt; so findet man, daß bei der Drehung die Achse nicht gleich die verticale Lage annimmt, sondern sie sich langsam in einer der Umdrehung entgegengesetzten Richtung bewegt, und zwar desto langsamer, je schneller die Umdrehung vor sich geht.

Fig. 81.

Bei manchen Körpern lassen sich die Hauptachsen ohne alle Rechnung angeben. Bei einem Körper, welcher durch Umdrehung einer ebenen Fläche um eine Achse entstanden ist, gehört diese Achse zu einer freien, während die beiden andern freien Achsen die durch den Schwerpunkt gehenden Durchmesser sind. Bei einer Kugel ist jeder ihrer Durchmesser eine freie Achse; bei einem geraden von sechs Rechtecken begrenzten Parallelepiped sind es die durch den Schwerpunkt gehenden, mit den Kanten parallel laufenden Geraden. — In der Astronomie kommt die Lehre von den freien Achsen vielfach in Betracht; in der technischen Mechanik zeigt sie uns, daß wir die Achsen der in Umdrehung befindlichen Maschinentheile, wie z. B. bei Schwungrädern, möglichst zu freien Achsen zu gestalten haben.

Um darzuthun, wie der Angriffspunkt der Resultante der von den Körpertheilen herrührenden Fliehkräfte bestimmt wird, wollen wir nachstehendes einfache Beispiel wählen. Eine sehr dünne materielle Linie von der Länge l dreht sich mit constanter Winkelgeschwindigkeit w um eine feste Achse z, liegt mit derselben in einerlei Ebene und macht mit der Achse einen Winkel α, während ihre Endpunkte in den Entfernungen c und ε von der Achse stehen. Die Centrifugalkräfte sind zu einander parallel, folglich ist ihre Mittelkraft

$$= M r^2 w^2 = \frac{w^2 . lp}{g} . \frac{c + \varepsilon}{2},$$

wenn das Gewicht der Längeneinheit der materiellen Linie p Grammes beträgt und man erwägt, daß der Abstand r des Schwerpunktes der Linie von der Drehachse $= \frac{c + \varepsilon}{2}$ ist. Denkt man sich die Stange in n unendlich viele Theile zerlegt, deren jeder gleich δ ist; so bestimmt sich der Abstand des Angriffspunktes der Centrifugalkraft von dem Punkte, in welchem die Senkrechte ε die Drehachse trifft durch die Gleichung:

$$a = \frac{\frac{lp}{g}}{\frac{lp}{g}} \cdot \frac{1}{n} \frac{(xz + x'z' \ldots .)}{\frac{c + \varepsilon}{2}} = \frac{2}{c + \varepsilon} \cdot \frac{1}{n} (xz + x'z' \ldots .).$$

Es ist aber $x = c + \delta \sin \alpha$ und $z = \delta \cos \alpha$; folglich

$$a = \frac{2 \cos \alpha}{c + \varepsilon} \left[c . \frac{\delta}{n} (1 + 2 + 3 \ldots + n) + \frac{\sin \alpha}{n} . \delta^2 (1^2 + 2^2 \ldots + n^2) \right],$$

oder $$a = \frac{2 \cos \alpha}{c + \varepsilon} . l \left[\frac{c}{2} + \frac{l \sin \alpha}{3} \right] = \frac{l \cos \alpha}{3} . \frac{2\varepsilon + c}{c + \varepsilon}.$$

Der Schwerpunkt der Linie liegt demnach nicht in der Richtung der Centrifugalkraft.

4. Die Fessel'sche Rotationsmaschine.

Die Vorgänge bei der Rotation der Körper dem Auge vorzuführen ist die von dem ausgezeichneten Mechaniker Fessel zu Köln construirte Rotationsmaschine besonders geeignet. Es erscheint darum angemessen, die interessanten Versuche, welche sich mit dieser Maschine anstellen lassen, hier zur Sprache und näheren Erörterung zu bringen. Professor Heinen zu Düsseldorf hat dieß in einer eigenen unter dem Titel „über einige Rotationsapparate, insbesondere den Fessel'schen" erschienenen Schrift gethan, welche auf diesem Gebiet als sicherer Führer dienen kann. — Der Fessel'sche Apparat (Fig. 82) besteht aus einer runden messingenen Scheibe A mit starkem Rande, durch deren Mitte eine stählerne Achse B geht, welche von einem messingenen Ringe C getragen wird. Dieser Ring ist wieder in dem Ringe D befestigt, an welchem sich die runde stählerne Tragstange T befindet, die durch eine in der Richtung eines Durchmessers durchbohrte messingene Kreisscheibe K gesteckt und mittelst einer in der Richtung eines zweiten auf dem ersteren senkrechten Durchmessers durchgehenden stählernen Schraube in der Scheibe festgestellt werden kann. Zwischen den parallelen Armen der Gabel G ist die Kreisscheibe um ihren Mittelpunkt leicht drehbar, wenn die an der Gabel festsitzende unten zugespitzte stählerne Verticalachse in die Säule des Ständers F eingelassen wird. Auf der oberen Hälfte der Kreisscheibe ist nach beiden Seiten zu eine Theilung von 5 zu 5 bis 90 Grad angebracht, dagegen die untere Hälfte entsprechend gezahnt ist. Die verticalen Arme der Gabel sind oben mit Zeigern versehen, welche auf 90° zeigen, wenn der mit der Durchbohrung parallele Durchmesser eine horizontale Lage hat. Der in der Richtung seiner Achse durchbohrte Cylinder P läßt sich auf der Tragstange mittelst eines Schräubchens in verschiedenen Entfernungen vom Drehpunkte feststellen; das ihm gegenüberstehende zweite Schräubchen dient nur als Gegen-

Fig. 82.

gewicht, um den Schwerpunkt des Cylinders auf der Stange zu erhalten. An den beiden Armen der Gabel sind zwei parallele Einschnitte angebracht, durch welche ein messingenes Plättchen geht, welches um ein Stiftchen an dem einen Arme sich dreht; je nachdem man auf das eine oder das andere aus der Gabel hervorragende Ende abwärts drückt, greift das Plättchen in einen Zahn der Kreisscheibe ein und bestimmt dadurch die Lage der Tragstange gegen die Verticale, oder fällt aus und gestattet ihr freie Beweglichkeit in der Verticalebene. In der Mitte des Verbindungsstückes der beiden Gabelzinken ist ein horizontaler Stift angebracht, welcher sich über der auf der Platte der Säule befindlichen Theilung als Zeiger bewegt. Eine durch die Säule hindurchgehende Schraube dient dazu, die Verticalachse der Gabel nöthigen Falls festzustellen, oder bei gelöster Schraube durch einen Druck auf das Plättchen in der Gabel die Bewegung um die Verticale mehr oder weniger zu beschleunigen.

Hat man den Cylinder P so aufgeschoben und festgestellt, daß für die horizontale Lage der Stange das Gleichgewicht vorhanden ist; so besteht dasselbe bei verschiedenen Stellungen der Stange gegen die Verticale fort und ein geringer Stoß auf die Stange oder das Plättchen der Gabel ist hinreichend, um den beweglichen Theil des Apparates in Bewegung zu versetzen. — Schiebt man den Cylinder P nach der Scheibe K zu, so bekommt der Ring D mit der Scheibe A das Uebergewicht und senkt sich, bis er an den Rand der Säule anstößt. Rückt man hingegen den Cylinder P von der Gleichgewichtsstellung aus von der Scheibe K weiter weg, so erhält er seinerseits das Uebergewicht und senkt sich, bis er an den Rand angelangt ist. Diese Gleichgewichtsverhältnisse beziehen sich doch nur auf den Ruhezustand des Apparates; ganz anders verhält sich aber die Sache, wenn man die Scheibe A um die Achse B in eine hinlänglich rasche Rotation versetzt. Die Drehung der Scheibe A wird durch schnelles Abziehen einer auf die stählerne Achse B aufgewickelten Schnur hervorgebracht, wobei der innere Ring festgehalten wird. — Um den Einfluß von Stößen möglichst zu verhindern, ist es zweckmäßig, den Apparat bei den Versuchen auf eine weiche Unterlage zu stellen.

Ist der Cylinder P so aufgeschraubt, daß für die horizontale Lage der Stange das Gleichgewicht besteht; so hört die leichte Beweglichkeit des Apparates auf der Stelle auf, wenn die Scheibe in schnelle Drehung kommt. Man sieht die Achse ihre Lage unverändert bewahren, selbst bei beliebigem Herumtragen des Apparates; man empfindet einen bedeutenden Widerstand, wenn man die Achse aus ihrer Lage bringen will; dieser Widerstand wird desto kräftiger, je rascher die Rotation der

Scheibe ist. — Hält man das Plättchen der Gabel fest, so gibt die Stange mit derselben Leichtigkeit Stößen von oben oder unten nach, als wenn die Scheibe still stände. — Dasselbe geschieht, wenn die Achse der Gabel durch das am Ständer befindliche Schräubchen festgeklemmt ist. — Bringt man die Stange in eine bestimmte geneigte Lage gegen die Verticale, indem man das Plättchen in einen Zahn der Kreisscheibe K eingreifen läßt; so erfolgt bei einem geringen Druck auf einen Arm der Gabel eine Seitenbewegung um die Verticale.

Rückt man den Cylinder P von der vorigen Gleichgewichtsstellung aus näher nach dem Drehpunkte zu, so bemerkt man an der Scheibe, während sie rotirt, eine horizontale Seitenbewegung. — Dieselbe Seitenbewegung stellt sich ein, wenn man den Cylinder P mit einem Zulaggewicht beschwert zur Gleichgewichtslage eingestellt hat und dasselbe während der Drehung der Scheibe wegnimmt. — Verschiebt man den Cylinder P von der horizontalen Gleichgewichtsstellung aus weiter von dem Drehungspunkte weg, so nimmt man während der Rotation der Scheibe an der letzteren ebenfalls eine Seitenbewegung wahr; sie erfolgt aber in einer der vorigen entgegengesetzten Richtung. — Die nämliche Seitenbewegung zeigt sich, wenn man dem Cylinder P bei der horizontalen Gleichgewichtsstellung ein Uebergewicht zulegt, während die Scheibe rotirt.

Bei gleich starker Drehung der Scheibe nimmt die fragliche Seitenbewegung zu oder ab, je nachdem der Druck, durch den sie erzeugt wird, stärker oder schwächer ist — Wird der Cylinder P von der Tragstange weggenommen, so dreht sich die Scheibe mit ihrem Ring rasch um die Verticale und scheint der Schwere nicht mehr zu gehorchen. Erst wenn die Rotationsgeschwindigkeit bis zu einem gewissen Grad sich vermindert hat, beginnt der Ring mit der Scheibe allmählig herabzusinken. — Nimmt die Rotation der Scheibe ab, so nimmt die Seitenbewegung zu. — Ein von oben nach unten oder ein von unten nach oben zu gehender Druck steigert oder vermindert die Seitenbewegung, je nachdem er in der Richtung des Uebergewichtes auf die Scheibe oder jener Richtung entgegengesetzt wirkt.

Was die Richtung der Seitenbewegung anlangt, so erfolgt dieselbe, wenn das Uebergewicht auf der Seite der Scheibe A liegt, von Süd gen Ost durch Nord nach West; dagegen geht die Bewegung von Süd gen West durch Nord nach Ost, wenn das Uebergewicht auf der Seite des Cylinders P sich befindet. Die gedachte Bewegung geschieht übrigens in einem wie in dem andern Falle in umgekehrter Ordnung, wenn die Schnur im entgegengesetzten Sinne auf die Achse gewickelt worden wäre.

Bringt man die Stange in eine gegen die Verticale geneigte Lage, indem man das Plättchen in einen Zahn der Kreisscheibe eingreifen läßt; so hört die Seitenbewegung auf der Stelle auf, vorausgesetzt, daß die Säule genau vertical steht und nicht durch eine schiefe Lage derselben ein Streben zu einer Bewegung nach der einen oder der andern Seite hin hervorgerufen wird. Die Seitenbewegung stellt sich abermals ein bei Fortdauer der Drehung der Scheibe, wenn man die Stange wieder frei läßt. — Hält man die Gabel mittelst des Plättchens oder stellt man die Verticalachse derselben durch das Schräubchen fest, daß die Seitenbewegung verschwindet; so nimmt die Stange eine verticale Stellung an.

Uebt man auf das Plättchen der Gabel einen horizontalen Seitendruck aus im Sinne der bereits vorhandenen Seitenbewegung, so senkt sich die Scheibe A, wenn das Uebergewicht bei nicht stattfindender Rotation auf der Seite des Cylinders P ist: dagegen hebt sich die Scheibe im entgegengesetzten Falle. Erfolgt der Druck auf das Plättchen in einem der Seitenbewegung entgegengesetzten Sinne, so steigt die Scheibe im ersteren Falle und senkt sich im letzteren.

Um von den obigen Erscheinungen wenigstens in ihren Hauptzügen Rechenschaft abzulegen, stellen wir folgende Betrachtungen an. Angenommen die Scheibe A sei durch Abziehen der Schnur in rasche Rotation versetzt, z. B. so, daß die dem Beobachter zugewandte Seite von Süd gen Ost durch Nord nach West sich bewege. Durch diese Rotation werden die einzelnen Massenpunkte der Scheibe von tangential wirkenden Kräften getrieben, welche man sich in verticale und horizontale Componenten zerlegt denken kann. Bei der angenommenen Richtung der Rotation gehen die verticalen Componenten der der rechten Seite des Beobachters gegenüberstehenden Scheibenhälfte aufwärts, die seiner linken zugewandten Scheibenhälfte abwärts: dagegen sind die horizontalen Componenten in der oberen Scheibenhälfte von Ost gen West, die in der unteren Scheibenhälfte von West gen Ost gerichtet. Die horizontalen Seitenkräfte fügen sich zu einem Kräftepaar zusammen, welches durch H — H dargestellt werden mag: auf gleiche Weise geben die verticalen Seitenkräfte ein Kräftepaar, das wir durch (V,—V) andeuten wollen. Angenommen der Ring werde losgelassen, so daß er mit der Scheibe dem Zuge der Schwerkraft folgen kann. Bei dem Uebergange der Stange aus der verticalen Stellung in eine schiefe werden die horizontalen Componenten in ihrer Lage zu der Scheibe nicht geändert, wohl aber die verticalen, welche fort genöthigt werden, [illegible] der Scheibe herauszutreten. Auf solche Weise erwächst dann aus

dem verticalen Kräftepaar ($V_1 - V$) ein auf der Scheibe senkrechtes, also mit der Drehachse paralleles Kräftepaar ($S_1 - S$) und ein in der Ebene der Scheibe liegendes Kräftepaar ($P_1 - P$). Das Kräftepaar ($S_1 - S$) gibt sich als ein zur Ebene der Scheibe rechtwinklig stehender Druck zu erkennen, welcher die Achse in ihrer ursprünglichen Lage zu erhalten sucht. Dagegen setzt sich das Kräftepaar ($P_1 - P$) mit dem Kräftepaar ($H_1 - H$) zu einem Kräftepaar ($R_1 - R$) zusammen, welches eine Rotation der ganzen Vorrichtung um die verticale Achse zur Folge hat.

Durch das auf der Seite der Scheibe befindliche Uebergewicht und deren Rotation wird also, wenn die Drehung von Süd gen Ost durch Nord nach West erfolgt, dem rotirenden System eine Seitenbewegung in demselben Sinne um die verticale Achse eingeprägt. Diese Seitenbewegung wird mit der Energie des sie erzeugenden Kräftepaares sich ändern, d. h. von der Größe und Richtung der Rotationsgeschwindigkeit und der Größe des Uebergewichtes und dessen Entfernung vom Drehpunkt abhängig sein. Sie wird demnach unter sonst gleichen Umständen abnehmen, wenn der durchbohrte Cylinder P der Kreishülse K näher rückt, und am stärksten hervortreten, wenn gar kein Gegengewicht angebracht ist. — Wird die Achse genöthigt, in ihrer Verticalebene zu verbleiben, so erwächst aus der vereinten Wirkung des Uebergewichtes und der Rotation eine Drehung der Scheibe im Sinne des geschehenen Antriebes, wobei die Achse ihre leichte Beweglichkeit in der Verticalebene beibehält.

Wird die Scheibe in eine der vorhergehenden entgegengesetzten Richtung in Drehung versetzt, oder befindet sich bei der Drehung in derselben Richtung das Uebergewicht auf der Seite des durchbohrten Cylinders; so erfolgt die Rotation um die Verticale offenbar in einem der betrachteten entgegengesetzten Sinne. Dagegen wird die Rotation mit der letzteren übereinstimmen, wenn die Hebung der Scheibe und deren Rotation im entgegengesetzten Sinne stattfinden. Nach den oben angestellten Betrachtungen sind wir im Stande von diesen Aenderungen uns Rechenschaft abzulegen; auch hat es keine Schwierigkeit, einzusehen, warum bei einzelnen von oben nach unten oder umgekehrt gehenden Stößen die Seitenbewegung in dem einen Falle beschleunigt, in dem andern verzögert werden kann, weßhalb wir dabei nicht länger verweilen wollen.

Erhalten die Rotationskörper andere Gestalten, so werden die Erscheinungen in Folge der verschiedenen hierdurch hervorgerufenen Centrifugalkräfte mehrfach modificirt. Das Gewicht der Scheibe wird im Vergleich zu dem Gewichte des sie tragenden Ringes möglichst groß

gemacht, damit die Centrifugalkräfte die Wirkung der Scheibe nicht zu sehr herabzusetzen vermögen. Setzt man in den Ring statt der Scheibe einen Rotationscylinder, dessen Achse mit der Drehachse zusammenfällt; so sind unter sonst gleichen Umständen die Drehungen um die Verticale bei dem Cylinder entgegengesetzt denen bei der Scheibe. Dasselbe zeigt sich bei dem abgeplatteten und länglichen Rotationsellipsoid. Bei der Kugel findet keine Rotation um die Verticale statt, wenn nicht die Achse durch ein Uebergewicht auf der einen Seite beschwert wird. Näheren Aufschluß über alle diese Erscheinungen gibt die oben angeführte Schrift von Heinen und die mathematische Physik. Hier sollen nur noch mit wenigen Worten einige andere Abänderungen erwähnt werden, welche an dem Fessel'schen Apparat vorgenommen worden sind.

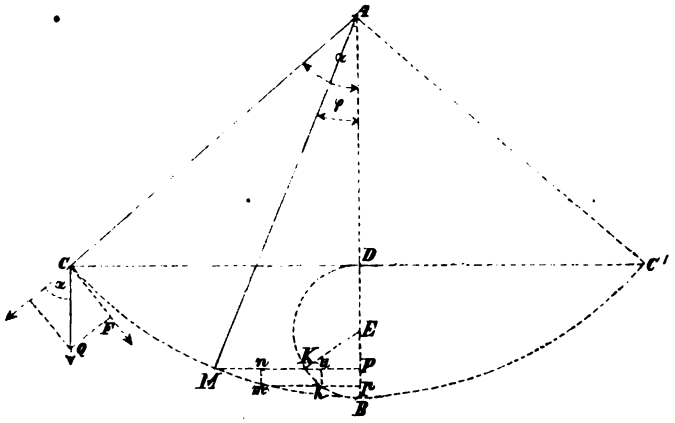
Setzt man die unten conisch zugespitzte Tragstange T des äußeren Ringes in die Säule des Ständers ein, so erhält man den Bohnenberg'schen Apparat, mit dem einzigen Unterschiede, daß das Sphäroid nunmehr durch eine Scheibe vertreten ist. Es ist demnach die Fessel'sche Rotationsmaschine eine Verallgemeinerung des Bohnenberg'schen Apparates. — Eine andere Einrichtung der Fessel'schen Rotationsmaschine ist folgende. In einen Ring ist eine lange runde Stange fest eingelassen, welche durch eine kleine Hülse hindurchgesteckt und mittelst einer Schraube daselbst festgestellt werden kann. Die Hülse ist in verticaler Ebene zwischen den Armen einer messingenen Gabel leicht drehbar, welche am Verbindungsstücke der Arme einen zugespitzten Stahlstab trägt, der in einer vertical messingenen Säule steckt. An der Stange ist ein Gegengewicht angehängt, welches an einer bestimmten Stelle festgeschraubt werden kann. — Das von Professor Magnus construirte sogenannte Polytrop unterscheidet sich von der Fessel'schen Maschine im Wesentlichen nur darin, daß an der Tragstange sich zwei Scheiben befinden, welche in demselben oder in entgegengesetztem Sinne rotiren, je nachdem die Schnüre in gleichem oder entgegengesetztem Sinne aufgewickelt sind. Die beiden anderen Enden der Schnüre sind an einem hölzernen Griffe befestigt, um dergestalt beide Scheiben mit nahezu gleicher Geschwindigkeit rotiren zu lassen. Setzt man beide Scheiben in demselben Sinne in Rotation, so beharrt die Achse fest in ihrer Richtung. Rotiren die beiden Scheiben aber nach entgegengesetzter Richtung, so bleibt der Apparat leicht beweglich.

IV. Die Pendelbewegung.

1. Das einfache Pendel.

Das einfache oder mathematische Pendel (Fig. 83) wird gebildet von einem schweren materiellen Punkte B, der durch eine

Fig. 83.



schwerlose Linie von unveränderlicher Länge l mit einem festen Punkt A verbunden ist, um welchen sich der Punkt B drehen kann. Entfernt man das Pendel aus seiner Gleichgewichtslage A B nach A C, so wird es sich selbst überlassen von der Schwere nach B getrieben und den mit dem Halbmesser A B = l beschriebenen Bogen C B zurücklegen. Die nach der Verticalrichtung C Q abwärts treibende Kraft m g, wo m die Masse des schweren Punktes B und g die Erdacceleration bedeutet, kann man sich in zwei Componenten zerlegen, deren eine in der Richtung der an den Bogen gelegten Tangente C F, die andere in der Richtung des Fadens A C liegt. Letztere wird durch den Widerstand des Punktes A aufgehoben, dagegen die andere den Punkt B wieder herabzuziehen strebt. Setzt man den Winkel B A C gleich α, welcher die Elongation des Pendels genannt wird; so hat die Größe der bewegenden Kraft $m g \sin \alpha$ zum Ausdruck, aus welchem hervorgeht, daß die Bewegung von C bis B eine ungleichförmig beschleunigte ist. In B angelangt hat das Pendel die größte Geschwindigkeit, bleibt aber in diesem Punkte nicht stehen, sondern setzt seine Bewegung im Kreisbogen fort in Folge seines Beharrungsvermögens, wobei durch die entgegenwirkende Kraft jetzt die Geschwindigkeit auf dieselbe Weise verringert wird, wie sie beim Herabsinken von C nach B vermehrt wurde, und so die Bewegung zu einer ungleichförmig verzögerten sich gestaltet. Das Pendel wird sich auf der andern Seite auf die Höhe erheben, welche der gleich ist, von der es herabgefallen ist. Dort kehrt das Pendel um, steigt wieder nach B herab, erhebt sich abermals nach C, und würde so ohne Ende fort hin und hergehen, wenn der Widerstand der Luft und die Reibung im Aufhängungspunkte die Bewegung nicht störten. — Die Bewegung des Pendels vom höchsten Punkte C der

Bahn bis zu dem höchsten Punkte auf der anderen Seite der Verticalen heißt eine Schwingung oder Oscillation; der Hin- und Hergang des Pendels zusammen eine ganze Schwingung. Die größte Entfernung des Pendels von der Ruhelage nennt man die Schwingungsweite oder Amplitude. Die Zeit, welche nöthig ist um eine Schwingung zu vollbringen, wird Schwingungszeit oder Schwingungsdauer genannt.

In irgend einem Punkte M seiner Bahn wird die Geschwindigkeit v des Pendels durch die Gleichung $v = \sqrt{2g \cdot DP}$ bestimmt, wenn CD und MP senkrecht auf AB gefällt sind. Da $DP = AP - AD = l(\cos\varphi - \cos\alpha)$, wenn der Winkel $BAM = \varphi$ gesetzt wird; so ergibt sich für die Geschwindigkeit v auch der Ausdruck:

$$v = \sqrt{2gl(\cos\varphi - \cos\alpha)}.$$

Hieraus erhellet erstens, daß die Geschwindigkeit während der Bewegung von C nach B ungleichförmig wächst, indem dabei φ abnimmt $\cos\varphi$ aber wächst. Zweitens zeigt der Ausdruck, daß die Geschwindigkeit v für $\varphi = 0$ ein Maximum und gleich $\sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)}$ ist. Drittens sehen wir, daß die Geschwindigkeit in gleichen Abständen von der verticalen Lage die nämliche ist, weil $\cos(-\varphi) = \cos\varphi$. Viertens ist ersichtlich, daß für $-\varphi = \alpha$ die Geschwindigkeit v Null wird, also das Pendel auf der einen Seite eben so hoch steigt, als es auf der andern Seite herabgefallen ist.

Um die Schwingungszeit T des einfachen Pendels, unter der Voraussetzung, daß der Elongationswinkel BAC sehr klein ist, aus der gegebenen Länge l des Pendels zu bestimmen, verfahren wir mit Baumgärtner auf folgende Weise. In M angelangt hat das Pendel die Geschwindigkeit $v = \sqrt{2g \cdot DP}$, mit welcher es innerhalb des Zeittheilchens dt das unendlich kleine Stückchen Mm seiner Bahn beschreibt, so daß $dt \cdot \sqrt{2g \cdot DP} = Mm$, oder $dt = \frac{Mm}{\sqrt{2g \cdot DP}}$ ist. Zieht man mn senkrecht auf MP, so erhält man aus den ähnlichen Dreiecken Mmn und AMP die Proportion: Mm : mn (oder Pp) = AM : MP, folglich $Mm = l \cdot \frac{Pp}{MP}$. Es ist aber $MP^2 = BP(2l - BP)$, wofür annäherungsweise gesetzt werden kann $MP^2 = 2l \cdot BP$, weil wegen der Kleinheit des Winkels BAC das Stück BD, also um so mehr BP gegen l sehr klein ist. Man bekommt hiernach $dt = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \frac{Pp}{\sqrt{DP \cdot BP}}$. Beschreibt man über BD als Durchmesser einen Halbkreis, der MP und mp in K und k schneidet; so ist $KP = \sqrt{DP \cdot BP}$, folglich $dt = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \frac{Pp}{KP}$. Zieht man vom Halbirungspunkte E der BD nach K eine Gerade und

ku parallel zu BD, so gibt die Aehnlichkeit der Dreiecke Kuk und EKP die Proportion: Ku (oder Pp) : Kk = KP : EB; daher $\frac{Pp}{KP} = \frac{Kk}{EB}$; folglich $dt = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \frac{Kk}{EB}$. Theilt man nun den Bogen in unendlich viele Stückchen und nimmt alle Zeittheile, binnen denen jedes solches Stückchen vom Pendel durchlaufen wird, zusammen; so bekommt die Schwingungszeit für den Bogen CB, nämlich $\frac{T}{2}$, wenn man $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$ mit der Summe aller Werthe multiplicirt, welche der Bruch $\frac{Kk}{EB}$ für jedes der gedachten Theilchen annimmt. Erwähnte Summe ist aber offenbar gleich dem Quotienten des Halbkreises DKB dividirt durch den Halbmesser EB, d. h. gleich π. Folglich wird die Dauer T einer Schwingung des Pendels durch die Gleichung $T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, und die zu einem Hin- und Hergange des Pendels nöthige Zeit durch die Gleichung $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ gegeben. —

Bezeichnet man mit t' die Zeit, welche der vom Punkt C ausgehende Pendel braucht, um den Bogen MB zu durchlaufen; so hat man nach dem Oben Gesagten: $t' = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \frac{KB}{EB} = \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \frac{KB}{DB}$; woraus entspringt: $t' \sqrt{\frac{g}{l}} = \frac{KB}{DB}$. Nun ist $MP^2 = 2l \cdot BP$ oder $MB^2 = 2l \cdot BP$, weil die Längen MP und MB sehr wenig von einander verschieden sind; deßgleichen $CB^2 = 2l \cdot DB$; folglich $\frac{MB^2}{CB^2} = \frac{BP}{DB}$. Zieht man die Sehne KB, so ist $BP = \frac{KB^2}{DB}$; wodurch $\frac{MB^2}{CB^2} = \frac{KB^2}{DB^2}$ oder $\frac{MB}{CB} = \frac{KB}{DB}$. Nun ist $\frac{KB}{DB} = \sin . KDB = \sin . \left(\frac{\text{Bogen } KB}{DB}\right) = \sin \left(t' . \sqrt{\frac{g}{l}}\right) = \sin t' . \frac{2\pi}{T}$. Daher besteht zwischen der anfänglichen Ablenkung CB = a und der zur Zeit t von Anfang der Bewegung an gerechnet noch vorhandenen Ablenkung MB = s, die Relation: $s = a \cos \left(2\pi \frac{t}{T}\right) = a \cos \left(t \sqrt{\frac{g}{l}}\right)$, wenn man erwägt, daß $t' = \frac{T}{2} - t$ ist. — Die Geschwindigkeit v, welche das Pendel an der Stelle M besitzt, hat zum Ausdruck: $v = \sqrt{2g \cdot DP}$, und die in B stattfindende größte Geschwindigkeit c zum Ausdruck: $\sqrt{2g \cdot DB}$. Hieraus entspringt

$$v = c \cdot \sqrt{\frac{DP}{DB}} = \frac{DK}{DB} = \cos . \left(\frac{\text{Bogen } KB}{DB}\right).$$

Folglich findet zwischen der zur Zeit t von Anfang der Bewegung an

gerechnet vorhandenen Geschwindigkeit v und der im tiefsten Punkte B herrschenden Geschwindigkeit c die Gleichung statt:

$$v = c \cdot \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) = c \cdot \sin\left(t\sqrt{\frac{g}{l}}\right).$$

In Bezug auf die Pendelschwingungen können wir demnach folgende Gesetze aufstellen. Einmal kann ein schwingendes Pendel ohne äußere Veranlassung seine Schwingungsebene nicht verändern. Dann geschehen bei einem und demselben Pendel die kleinen Schwingungen genau in derselben Zeit oder sie sind wie man sagt isochron. Ferner hängt die Schwingungsdauer eines Pendels nicht von der Natur des Stoffes ab, aus welchem es angefertigt ist. Gleichlange Pendel, deren schwingende Massen aus verschiedenen Stoffen, z. B. Gold, Blei, Messing, Elfenbein werden also in gleichen Zeiten die nämliche Anzahl von Schwingungen machen. Endlich verhalten sich bei ungleich langen Pendeln die Schwingungszeiten direct wie die Quadratwurzeln aus den Pendellängen.

Um die Pendelgesetze auf dem Wege der Erfahrung nachzuweisen, muß man das Pendel so einrichten, daß es den Anforderungen, welche man an das einfache Pendel macht, möglichst entspricht. Eine an einem feinen Faden aufgehängte kleine Kugel aus dichter Substanz, wozu man am besten Blei oder Platin wählt, kann annäherungsweise als ein einfaches Pendel gelten. — Läßt man ein solches Pendel bei den Amplituden von 4, 3, 2 und 1 Grad eine gleichgroße Anzahl von Schwingungen machen, so wird man finden, daß es in den vier Fällen einerlei Zeit dazu brauchte. — Hängt man zwei gleichlange Pendel an einem Gestell auf, bei deren einem die Kugel aus Blei und bei dem andern die Kugel aus Elfenbein besteht, so wird man diese Pendel in der nämlichen Zeit eine gleiche Anzahl von Schwingungen machen sehen. — Läßt man zugleich mit einem Pendel noch ein anderes Pendel schwingen, dessen Länge das Vierfache von der des ersteren beträgt; so wird die Schwingungszeit des Pendels von einfacher Länge die Hälfte von der Schwingungszeit des Pendels von vierfacher Länge betragen.

Aendert sich die Acceleration g, so verhalten sich die Schwingungszeiten gleichlanger Pendel umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus dieser Acceleration. Die Richtigkeit des eben ausgesprochenen Gesetzes kann durch folgenden Versuch erprobt werden. Man nehme einen Holzstab, dessen Gewicht im Vergleich zu den an seinen beiden Enden A und B angebrachten schweren Bleimassen, deren Gewichte beziehungsweise P und P + p sind, außer Acht bleiben kann, und setze denselben mittelst der durch seine Mitte O gehenden scharfen Schneide auf eine Unterlage von polirtem Stahl. Bringt man nun den Stab mit den an seinen

Enden angebrachten Bleimaſſen aus der Gleichgewichtslage, ſo wird das Ganze wie ein Pendel ſchwingen. Die Schwingungen werden aber langſamer erfolgen als die Schwingungen des einfachen Pendels von der Länge OA, deſſen Maſſe das Gewicht p beſitzt, weil dieſes Gewicht nicht nur ſeine eigene Maſſe, ſondern auch noch die beiden andern Maſſen, deren jede das Gewicht P hat, bewegen muß. Die Acceleration wird deßhalb nicht g, ſondern $\frac{gp}{2P+p}$ betragen, woraus für die Schwingungsdauer T unſeres zuſammengeſetzten Pendels die Gleichung: $T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}\cdot\frac{2P+p}{p}}$ entſpringt, wo l die gemeinſame Länge der beiden Pendel OA und OB bezeichnet.

Nimmt man P zu 1 Kilogramm an und wählt ſucceſſive für p die Werthe $\frac{2}{3}$ Kilogramm, $\frac{2}{8}$ Kilogramm, $\frac{2}{15}$ Kilogramm, $\frac{2}{24}$ Kilogramm; ſo bekommt man für t nach und nach die Werthe

$$2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},\ 3\pi\sqrt{\frac{l}{g}},\ 4\pi\sqrt{\frac{l}{g}},\ 5\pi\sqrt{\frac{l}{g}};$$

d. h. die Schwingungszeiten dieſer vier verſchiedenen Pendel ſind 2, 3, 4, 5mal größer als die des einfachen Pendels von der nämlichen Länge l. Solche Verſuche beſtätigen das oben erwähnte Pendelgeſetz.

Für Elongationen von jeder beliebigen Größe wird, wie die mathematiſche Phyſik lehrt, die Schwingungsdauer T durch die Gleichung T angegeben:

$$T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left[1+\left(\frac{1}{2}\right)^2\frac{h}{2l}+\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2\left(\frac{h}{2l}\right)^2\left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2\left(\frac{h}{2l}\right)^3\cdots\right]$$

worin h die Höhe des Punktes C über dem Punkte B bei jeder Schwingung bezeichnet. — Da $\frac{h}{l} = 2\sin^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$ iſt, ſo nimmt die vorſtehende Gleichung auch folgende Form an:

$$T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left[1+\left(\frac{1}{2}\right)^2.\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)+\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2\sin^4\left(\frac{\alpha}{2}\right)+\right.$$
$$\left.+\left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2\sin^6\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cdots\right].$$

Mittelſt dieſer Reihen ergeben ſich für die Schwingungsdauer nachſtehende Ausdrücke:

für $\alpha = 1^0$ wird $T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}.1{,}000019;$

für $\alpha = 2^0$ wird $T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}.1{,}000076;$

für $\alpha = 5^0$ wird $T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}.1{,}000476;$

für $\alpha = 10^0$ wird $T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}.1{,}001907;$

Daraus fogt, daß die Formel $T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ nur für Elongationswinkel bis etwa 5^0 gebraucht werden darf. — Als zweite Annäherung kann man die Formel nehmen: $T = \pi\left(1 + \frac{\alpha^2}{16}\right)\sqrt{\frac{l}{g}}$. —

Die Formel $T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ gilt in aller Strenge eigentlich nur für die Cycloide, d. h. wenn das Pendel ſtatt in einem Kreisbogen in dem Bogen einer Cycloide ſchwingt, deren Erzeugungskreis die halbe Pendellänge zum Durchmeſſer hat. Der Grund hiervon liegt in der früher erwähnten Eigenſchaft der Cycloide, vermöge welcher die Zeit, welche ein materieller Punkt gebraucht, um auf einen Cycloidalbogen bis zum tiefſten Punkt herabzuſteigen, unabhängig von der Länge dieſes Bogens iſt.

Um ein Cycloidalpendel herzuſtellen, hängt man das Pendel mittelſt eines völlig biegſamen Fadens zwiſchen zwei gleichen Cycloiden auf. Bei jedem Ausſchlage wickelt ſich dann der Faden von der einen Cycloide ab und auf der andern auf, wodurch das Pendel genöthigt wird ſelbſt Cycloiden zu beſchreiben. Dieſe Cycloiden ſind den beiden andern Cycloiden vollkommen gleich, nur haben ſie in Bezug auf die letzteren entgegengeſetzte Lagen. Die Dauer einer Schwingung dieſes Cycloidalpendels, welches auch ihre Weite ſein mag, ſtimmt mit der Dauer einer ſehr kleinen Schwingung des Kreispendels überein, nicht mehr aber mit der Dauer deſſelben, wenn der Schwingungsbogen größer wird.

Was den Widerſtand der das Pendel umgebenden Luft anlangt, ſo ergibt ſich aus den theoretiſchen Betrachtungen Poiſſons, wie er ſolche in ſeiner Mechanik angeſtellt hat, daß dieſer Widerſtand, wenn die Schwingungen ſehr klein ſind, keinen merklichen Einfluß auf die Dauer der Schwingungen hat. Daraus dürfen wir aber noch nicht ſchließen, daß die Dauer der kleinen Schwingungen dieſelbe in der Luft wie im leeren Raum ſei. Das Pendel iſt nämlich in der Luft gleichſam minder ſchwer als im leeren Raum, was zur Folge hat, daß die Dauer der Schwingungen in der Luft in dem Verhältniß der Quadratwurzel des Gewichtes des Pendels in der Luft vergrößert wird. Auch hat Beſſel in ſeinen denkwürdigen Pendelverſuchen gezeigt, daß der Gewichtsverluſt des ſchwingenden Körpers ein anderer iſt, als wenn derſelbe ſich in Ruhe befindet. Im letzteren Falle iſt nämlich jener Verluſt kleiner als im erſteren, was mit ſich bringt, daß das oben angegebene Verhältniß noch mit einem die Einheit überſteigenden Factor multiplicirt werden muß. Dieſer Factor hängt von der Geſtalt des

Körpers ab, ist aber immer von der Dichtigkeit des Pendels unabhängig.

Sind n und n' die Anzahl der Schwingungen, welche zwei Pendel von den Längen l und l' binnen derselben Zeit Z an dem nämlichen Orte machen; so ist, wenn T und T' die Schwingungszeiten jener beiden Pendel bezeichnen, $Z = n\,T$ und $Z = n'\,T'$. Daraus entspringt die Proportion $n : n' = \sqrt{\frac{l'}{g}} : \sqrt{\frac{l}{g}}$ oder $n^2 : n'^2 = l' : l$: d. h. bei gleicher Intensität der Schwere verhalten sich die Quadrate der Schwingungszahlen zweier einfachen Pendel binnen derselben Zeit umgekehrt wie ihre Längen.

Das Pendel, dessen Schwingungsdauer der Zeiteinheit gleichkommt, heißt Secundenpendel. Kennt man die Anzahl n der Schwingungen, welche ein einfaches Pendel von der Länge l in einer Secunde macht; so findet man die Länge λ des Secundenpendels aus der Gleichung: $\lambda = n^2 l$. — Diese Länge ergibt sich auch aus der Formel: $\lambda = \frac{g}{\pi^2}$. Für $g = 9{,}809$ Meter wäre $\lambda = 993{,}866$ Millimeter.

Der Faden, an welchem das Pendel hängt, ist stets gespannt. Die Spannung entspringt aus der Componirenden des Gewichtes Q des Pendels nach der Richtung des Halbmessers und der Centrifugalkraft des Pendels, welche gleichfalls in der Richtung des Halbmessers wirkt. Die erstere Kraft ist, wenn das Pendel in dem Punkte M sich befindet und die Höhe von M über B durch x dargestellt wird, gleich $\frac{Q\,(l - x)}{l}$; die Centrifugalkraft ist, wenn h wie vorhin die Höhe des Punktes C über B bezeichnet, gleich $\frac{Q\,v^2}{g\,l} = \frac{2\,Q\,(h - x)}{l}$. Folglich die Spannung des Fadens, welche durch die Summe jener beiden Kräfte ausgedrückt wird, gleich $\frac{Q}{l}(l + 2\,h - 3\,x)$.

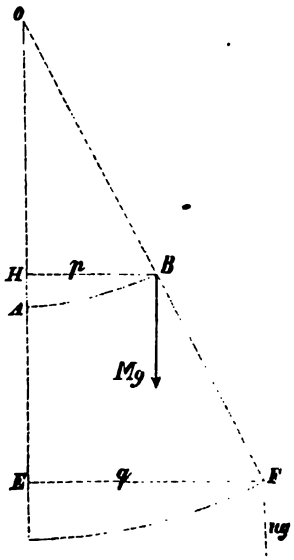
Die Spannung erreicht ihr Maximum, wenn das Pendel im tiefsten Punkt B sich befindet, wo man $x = 0$ hat; ihr Minimum findet statt, wenn das Pendel im höchsten Punkt C ist, wo $x = h$ wird. Das Maximum der Spannung beträgt demnach $\frac{Q\,(l + 2\,h)}{l}$ und das Minimum $\frac{Q\,(l - h)}{l}$. — Bei dieser Berechnung ist das Gewicht des Fadens außer Acht gelassen, weil seine Masse im Vergleich zu der des Pendels sehr klein angenommen ist.

2. Das zusammengesetzte Pendel.

Das zusammengesetzte oder physische Pendel ist ein schwerer Körper, welcher von der Schwere um eine horizontale Achse bewegt wird. Ein derartiges Pendel kann als ein System mit einander unveränderlich verbundener, ungleich langer einfacher Pendel angesehen werden. Die dem Aufhängungspunkte näher gelegenen Pendel werden ihre Schwingungen in kürzerer Zeit vollenden als diejenigen, welche weiter davon entfernt sind. Ihr fester Zusammenhang nöthigt sie aber zu gleichzeitiger Schwingung, welche von der Art der Vertheilung der Pendelmasse um die Drehungsachse abhängt. — Immer läßt sich ein einfaches Pendel angeben, das gerade so schwingt als das zusammengesetzte; die Länge dieses einfachen Pendels heißt die reducirte Länge des zusammengesetzten. Kennt man diese Länge, so ist die Bewegung des zusammengesetzten Pendels auf die des einfachen Pendels zurückgeführt. — Die Punkte, welche um den Betrag der reducirten Länge von der Drehachse entfernt sind, mithin ihre Schwingungen vollbringen, als ob sie mit den übrigen Punkten des Pendels gar nicht verbunden wären, heißen Schwingungspunkte. Sämmtliche Schwingungspunkte liegen mithin in einer zur Achse parallelen Geraden. — Gewöhnlich nennt man Schwingungsmittelpunkt denjenigen Schwingungspunkt, welcher sich in der durch den Schwerpunkt senkrecht zur Achse geführten Geraden befindet.

Um die reducirte Länge eines zusammengesetzten Pendels zu bestimmen, stellen wir folgende Betrachtungen an. Es sei O (Fig. 84) der Durchschnittspunkt der Drehachse mit der durch den Schwerpunkt des Pendels senkrecht gelegten verticalen Ebene; A der Ort des Schwerpunktes in der Ruhelage, B dessen Ort in einem bestimmten Augenblicke der Bewegung; man setze $OA = OB = a$; die von B auf CA gefällte Senkrechte $BH = p$; die Masse des Pendels $= M$: alsdann ist Mgp das Drehungsmoment, welches in dem vorhandenen Augenblicke an dem Pendel in dem Zeittheilchen dt die Aenderung der Winkelgeschwindigkeit dw bewirkt. Bezeichnet K das Trägheitsmoment des Pendels, so besteht die Gleichung: $K \cdot \frac{dw}{dt} = Mgp$, weil das

Fig. 84.



Produkt der Winkelgeschwindigkeit eines in Drehung um eine Achse begriffenen Körpers mit dem Trägheitsmoment desselben gleich dem Drehungsmoment ist. — Betrachten wir jetzt ein einfaches Pendel von der Länge l und der Masse μ, welches um den nämlichen Winkel von seiner Ruhelage abweicht wie die Gerade O B von O A. Ist q der Abstand der von diesem Punkte auf die durch den Aufhängepunkt gehende Verticale gefällten Senkrechten, ferner d w' die Aenderung der Winkelgeschwindigkeit des einfachen Pendels während des Zeittheilchens d t; so hat man wieder die Gleichung: $\frac{dw'}{dt} \cdot \mu l^2 = \mu g q$. Macht man nun auf der Linie O B das Stück O F = l, so ist die Senkrechte F E auf O A offenbar gleich q, und es besteht die Proportion E F : H B = O F : O B, woraus $q = \frac{p l}{a}$. Dadurch wird $\frac{dw'}{dt} = \frac{g p}{a l}$. Aus der Zusammenstellung der Werthe von $\frac{dw}{dt}$ und $\frac{dw'}{dt}$ ergibt sich die Proportion: $dw' : dw = \frac{K}{Ma} : l$. Ist nun $l = \frac{K}{Ma}$, so wird d w' = d w, d. h. die Winkelgeschwindigkeit des einfachen Pendels ändert sich innerhalb des Zeittheilchens d t um die nämliche Größe, wie die Winkelgeschwindigkeit des zusammengesetzten Pendels. Haben folglich beide Pendel in irgend einem Augenblicke einerlei Elongation und einerlei Winkelgeschwindigkeit, so werden ihre Schwingungen in Uebereinstimmung bleiben. Beiden Bedingungen geschieht Genüge, wenn beide Pendel die nämliche anfängliche Elongation haben, wo die Winkelgeschwindigkeit Null ist. — Wir wären demnach zu folgendem wichtigen Lehrsatz gelangt: Die reducirte Länge eines zusammengesetzten Pendels wird gefunden, wenn man das Trägheitsmoment des Pendels bezüglich der Drehungsachse durch das Produkt seiner Masse mit dem Abstande seines Schwerpunktes von der Achse dividirt.

Hieraus entspringt in erster Annäherung für die Schwingungsdauer T eines zusammengesetzten Pendels die Gleichung: $T = \pi \sqrt{\frac{K}{g a M}}$. Ferner ergeben sich für die Bewegungsgleichungen des Schwingungsmittelpunktes die Ausdrücke:

$$s = A \cos\left(t \sqrt{\frac{g a M}{K}}\right) \text{ und } v = c \sin\left(t \sqrt{\frac{g a M}{K}}\right),$$

in denen die Zeit t von Anfang der Bewegung an gerechnet wird, A die anfängliche Elongation zur Zeit t = o und c die Geschwindigkeit in der Ruhelage bezeichnen.

Ist K' das Trägheitsmoment des zusammengesetzten Pendels in Bezug auf eine durch dessen Schwerpunkt zur Drehungsachse parallel

gezogenen Geraden, so besteht, wie früher nachgewiesen worden, die Gleichung $K = K' + a^2 M$. Mit Berücksichtigung dieser Gleichung verwandelt sich die für die reducirte Länge des zusammengesetzten Pendels gegebene Formel in folgende: $l = \frac{K' + a^2 M}{M a} = a + \frac{K'}{M a}$. Der Schwingungsmittelpunkt liegt, folglich immer tiefer als der Schwerpunkt und zwar um die Größe $\frac{K'}{M a}$, welche um so kleiner wird, je entfernter der Schwerpunkt des Körpers von der Drehachse ist.

Der Schwingungsmittelpunkt besitzt die bemerkenswerthe Eigenschaft, daß er mit dem Aufhängungspunkte vertauscht werden kann. Kehrt man nämlich das Pendel um, indem man es bei seinem Schwingungspunkte aufhängt; so wird man zur Bestimmung der neuen reducirten Länge l' einfach $l - a$ statt a zu setzen haben. Es ist aber $l' = l - a + \frac{K'}{M(l - a)} = l$, woraus folgt, daß der frühere Aufhängungspunkt zum Schwingungspunkt wird: das Pendel schwingt mithin in beiden Lagen genau gleich schnell.

Auf dem eben bewiesenen Satze beruht das Reversionspendel, mit dessen Hülfe sich die Länge eines zusammengesetzten Pendels auf experimentellem Wege finden läßt. Dieses Pendel besteht aus einem gleichförmig gearbeiteten Metallstabe, an welchem zwei verschiebbare parallele stählerne Schneiden angebracht sind. Man läßt den Stab um diese beiden Schneiden schwingen und ändert den Abstand derselben so lange ab, bis die Schwingungsdauer des Pendels um jede der beiden Schneiden völlig die gleiche wird. Hat man dies erreicht, so hat man die reducirte Pendellänge gefunden; denn sie ist gleich dem Abstande der beiden Schneiden. Schon Huyghens schlug dieses Verfahren vor, um die Länge des Secundenpendels mit möglichster Genauigkeit zu bestimmen. — Zur Bestätigung der oben angeführten Sätze mögen nachstehende vier Versuche dienen.

Die zwei ersten dieser Versuche sollen die Richtigkeit der zur Berechnung der Schwingungsdauer T aufgestellten Formel $T = \pi \sqrt{\frac{K}{M a g}}$ darthun. In der Mitte eines 94 Centimeter langen, 22 Millimeter breiten, 8,5 Millimeter dicken Holzstabes war eine Schneide eingelassen; dann wurden auf beiden Seiten der Schneide in der Entfernung von 20 Centimeter auf dem Stabe zwei Bleilinsen, deren jede 270 Grammes wog, festgeschraubt; solches geschah auch am unteren Ende des Stabes, folglich in einer Entfernung von 47 Centimeter von der Schneide, das einemal mit einer Bleilinse von 1115 Grammes und das anderemal

mit einer Bleilinse von 285,5 Grammes. In dem einen Falle gab die Formel für die Schwingungsdauer den Werth

$$T = \pi \sqrt{\frac{73 . \overline{47^2} . \frac{2}{3} + 2 . 270 . \overline{20^2} + 1115 . \overline{47^2}}{1115 . 47 . 908}} = 0{,}756 \text{ Secunden};$$

und in dem anderen Falle dafür den Werth

$$T = \pi \sqrt{\frac{73 . \overline{47^2} . \frac{2}{3} + 2 . 270 . \overline{20^2} + 285{,}5 . \overline{47^2}}{47 . 908 . 285{,}5}} = 0{,}881 \text{ Secunden};$$

die nämlichen Werthe erhielten wir auch bei den Versuchen.

Die zwei anderen Versuche beziehen sich auf das zusammengesetzte Pendel hinsichtlich seiner Eigenschaft der Reversion. Auf einem 136 Centimeter langen, 2 Centimeter breiten und 1 Centimeter dicken Holzstab sind in der Entfernung von 16 Centimeter von den beiden Enden, mithin in dem Abstand von 104 Centimeter zu einander zwei Schneiden eingelassen; dann wird von zwei verschiebbaren Bleilinsen, deren jede 1115 Grammes wiegt, die eine 24 Centimeter über der unteren Linse, die andere am Ende des Stabes festgeschraubt. Bei dieser Vorrichtung fällt die zweite Schneide mit dem Schwingungsmittelpunkt des Pendels zusammen, wenn die erste Schneide den Aufhängepunkt abgibt. Wird dieses Pendel umgekehrt dergestalt, daß die frühere untere Schneide zum Aufhängepunkt wird; so bekommen wir ein aus zwei gleichen Massen bestehendes Pendel, von denen die eine 24 Centimeter unter, die andere 16 Centimeter über dem Aufhängepunkt sich befindet, Die reducirte Länge dieses Pendels beträgt wieder 104 Centimeter, d. h. bei einer derartigen Umkehrung ist der frühere Aufhängepunkt wirklich zum Schwingungspunkte geworden. Und in der That macht das eine wie das andere Pendel fast 115 Schwingungen in der Minute. — Bei dem letzten Versuche nahmen wir einen in Centimeter getheilten Holzstab, der 125,3 Centimeter lang, 19 Millimeter breit, 12 Millimeter dick war und 211,2 Grammes wog. Wir schraubten auf diesen Stab in den Entfernungen von 9 Cent.; 24,4 Cent.; 55 Cent.; 69,5 Cent.; 103,6 Cent.; 116,6 Cent. von oben an gerechnet sechs verschiedene Holzkörper fest, deren Gewichte vom obersten angefangen der Reihe nach waren: 116 Gr.; 98,9 Gr.; 114,1 Gr.; 115,5 Gr.; 98 Gr.; 114,6 Gr. An dem zweiten und fünften waren Schneiden angebracht, welche bei dem einen 22 Cent. und bei dem andern 100,8 Cent. vom oberen Ende entfernt war, um das Pendel daran in erforderlicher Weise aufhängen zu können. Die Länge des einfachen Pendels, welches mit dem in der angegebenen Art zusammengesetzten Pendel einerlei Schwingungsdauer hatte, betrug 78,3 Cent., in welcher Entfernung auch die zwei Schneiden zu einander standen. Der einen Schneide als Auf-

hängepunkt entsprach so die andere Schneide als Schwingungspunkt: und wirklich vollbrachte das Pendel, mochte es um die eine oder die andere Schneide schwingen, in beiden Fällen in derselben Zeit die nämliche Anzahl von Schwingungen.

Besteht das zusammengesetzte Pendel aus einer dünnen homogenen Stange von der Länge b, so ist $K = \frac{1}{3} M b^2$, wenn die Achse am Ende der Stange sich befindet. Ferner ist $a = \frac{1}{2} b$, weil der Schwerpunkt einer solchen Stange offenbar in ihrer Mitte liegt. Die reducirte Länge l der Stange beträgt demnach $\frac{2}{3} b$. Eine dünne am Ende aufgehängte Stange schwingt daher wie ein einfaches Pendel, dessen Länge zwei Drittheile ihrer Länge ausmacht.

Hängt eine Metallkugel vom Radius r an einem sehr feinen Faden, dessen Masse gegen die der Kugel verschwindet, und ist a die Entfernung des Mittelpunktes der Kugel von der Achse; so hat man für das Trägheitsmoment K der Kugel in Bezug auf diese Achse die Formel: $K = M a^2 + \frac{2}{5} M r^2$; folglich die reducirte Länge $l = a + \frac{2 r^2}{5 a}$. Wäre $a = 1$ Meter und $r = 25$ Millimeter, so würde $l = 1$ Meter $+ + 0{,}000025$ sein: ein solches Pendel kann mithin selbst als ein einfaches gelten. Bei einem noch längeren Pendel dieser Art wird um so mehr der Schwerpunkt der Kugel für den Schwingungsmittelpunkt genommen werden können.

Zur genauen Bestimmung der Schwingungszeit oder der in einer gewissen Zeit vollbrachten Anzahl der Schwingungen bedient man sich der von Borda zuerst angegebenen Methode der Coincidenzen. Man hängt nämlich das zu untersuchende Pendel gerade vor einem Uhrpendel auf, welches Secunden angibt, daß beide Pendel in der Ruhelage vollkommen einander decken. Hierauf setzt man beide Pendel in Bewegung und beobachtet genau den Zeitpunkt, wenn sie wieder zur Deckung kommen: dieser Fall tritt ein, wenn ihre Schwingungszeiten ungleich sind, sobald das eine gerade eine Oscillation weniger gemacht als das andere. Nach dieser Coincidenz werden die beiden Pendel sich wieder von einander entfernen, hernach sich wieder einander nähern und zuletzt abermals sich decken: der Zeitpunkt der zweiten Coincidenz wird ebenfalls möglichst genau bemerkt. Sind nun n Secunden zwischen beiden Coincidenzen verstrichen, so ist n zugleich die Anzahl der Schwingungen, welche das an der Uhr befindliche Pendel in jener Zeit vollbringt; mithin ist die Anzahl der von dem zu untersuchenden Pendel in der nämlichen Zeit gemachten Schwingungen $n + 2$ oder $n - 2$, je nachdem es schneller oder langsamer als das Uhrpendel schwingt, und die

Schwingungszeit t des fraglichen Pendels gleich $\frac{n}{n \pm 2}$. — Diese Methode überhebt uns der Mühe, die Schwingungen des Pendels zu zählen; zugleich gewährt sie den Vortheil, den Fehler bei der Bestimmung der Zeit zu verringern, indem sie gestattet, aus einer großen Anzahl von Schwingungen auf die Dauer einer einzigen zu schließen.

Um noch genauere Resultate zu erzielen, hat Bessel die Methode dahin abgeändert, daß er mehrere auf einander folgende Coincidenzen beobachtet und ihnen allen gleichen Einfluß gestattet, mithin auf diese Weise die Fehler zu beseitigen sucht, welche bei der Beobachtung der Coincidenzen vorkommen können. Er nimmt nämlich zuerst aus der Summe der Anzahl der Schwingungen des zu untersuchenden Pendels das Mittel innerhalb der beobachteten Coincidenzen; dann bestimmt er ebenfalls das Mittel aus den Zeiten, in denen diese Coincidenzen stattfanden; hierauf vergleicht er das Mittel der Schwingungsanzahl mit der Differenz aus dem Mittel der Coincidenzzeiten und der Zeit der ersten Coincidenz; und berechnet zuletzt die Schwingungszeit des Pendels. Angenommen man habe z. B. die Coincidenzen nach der Schwingungsanzahl 0, 40, 80, 160, 189, 229 beobachtet und gefunden, daß dieselben in den Zeiten $20^h\,44'\,44''$; $20^h\,45'\,53''$; $20^h\,47'\,2''$; $20^h\,49'\,20''$; $20^h\,50'\,10''$; $20^h\,51'\,19''$ stattfinden. Es ergibt sich daraus als Mittel der Schwingungsanzahl $116\frac{1}{3}$, ferner als Mittel der Coincidenzzeit $20^h\,48'\,4''\,\frac{2}{3}$; folglich die Dauer von $116\frac{1}{3}$ Schwingungen gleich $20^h\,48'\,4''\,\frac{2}{3} - 20^h\,44'\,44'' = 0^h\,3'\,20''\,\frac{2}{3}$; oder die Schwingungsdauer gleich $1'',7249$, vorausgesetzt daß das Uhrpendel Secunden schlägt.

Früher als von der Torsionselasticität der Stäbe und Drähte die Rede war, hatten wir auf experimentellem Wege gefunden, daß die dabei stattfindenden Gesetze in der Formel $\varphi = \frac{1}{D} \cdot \frac{2Pal}{r^4} = \frac{1}{D}\frac{Fl}{r^4}$ begriffen sind, in welcher $2Pa = F$ das Drehungsmoment des an seinem obern Ende befestigten Drahtes, dessen Länge l und dessen Radius r ist, und D den Torsionsmodul und φ den Drehungswinkel bezeichnet. Dieser Gegenstand soll hier wiederholt zur Betrachtung kommen. Wir denken uns deßhalb einen elastischen Faden in verticaler Lage an seinem obern Ende befestigt und an seinem untern Ende mit einer Metallkugel beschwert. Wird die Kugel aus ihrer Gleichgewichtslage gebracht, indem man den Apparat um die geometrische Achse des verticalen Fadens dreht, so wird sie in Folge der Torsionselasticität des Fadens mit wachsender Geschwindigkeit in ihre ursprüngliche Lage zurückkehren und diese Lage vermöge der erlangten Geschwindigkeit überschreiten.

Der Faden wird dadurch eine der vorigen entgegengesetzten Drehung erhalten, vermöge derer die Geschwindigkeit abnimmt, Null wird, und dann in entgegengesetzter Richtung wieder wächst. Diese Erscheinungen werden sich in einer Reihe von immer kleiner werdenden Schwingungen wiederholen in ähnlicher Weise wie bei dem gewöhnlichen Pendel. Sorgfältig angestellte Versuche zeigen nun, daß bei einem derartigen Torsionspendel die Schwingungen isochron sind, während die mathematische Physik für die Schwingungsdauer T den Ausdruck liefert:

$$T = \pi \sqrt{\frac{2 M b^2}{5 f}},$$

in welchem M die Masse der Kugel, b deren Radius und f die an dem Halbmesser von der Einheitslänge angebrachte Kraft darstellt, mithin $F = \varphi f$ ist, weil für einen und denselben Draht die Torsionskraft proportional mit dem Torsionswinkel wächst.

Für zwei ihrer Länge, ihrem Radius oder ihrer Beschaffenheit nach verschiedene Drähte bekommt man hiernach bei Anwendung der nämlichen Metallkugel für die Schwingungszeiten T und T′ derselben die Ausdrücke:

$$T = \pi \sqrt{\frac{2 M b^2}{5 f}} \text{ und } T' = \pi \sqrt{\frac{2 M b^2}{5 f'}}; \text{ woraus } \frac{f}{f'} = \frac{T'^2}{T^2};$$

d. h. die Werthe von f verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate der Schwingungszeiten. Die letzte Formel bietet uns demnach ein bequemes Mittel dar, um die in dem Ausdrucke $\varphi = \frac{1}{D} \frac{F l}{r^4}$ enthaltenen Gesetze auf dem Wege der Erfahrung zu erproben.

Für materiell gleiche Drähte, deren Radien r, r′, Längen l, l′ und Schwingungszeiten T, T′ sind, ergibt sich hiernach die Relation: $\frac{T'^2}{T^2} = \frac{r^4}{r'^4} \times \frac{l'}{l}$. Die Richtigkeit derselben hat sich bei allen unseren Versuchen, welche wir mit verschiedenartigen Drähten mittelst einer guten Tertienuhr angestellt haben, aufs Vollständigste bestätigt. Die folgende Zusammenstellung von Größen ist den Versuchen entnommen, wie wir solche bei zwei Stahldrähten erhalten haben.

Länge l des Draths in Meter.	Radius r in Millimeter.	Schwingungszeit T in Secunden.
1	0,7	1,883
0,5	0,7	1,331
1	0,336	8,157
0,5	0,336	5,76

Bezeichnet λ die Länge des einfachen Pendels, dessen Schwingungsdauer jener des Torsionspendels gleichkommt, so hat man $\frac{2 M b^2}{5 f} = \frac{\lambda}{g}$.

Daraus entspringt $\frac{f}{g} = \frac{2Mb^2}{5\lambda}$ oder, wenn Q das Gewicht der Metallkugel bedeutet, $f = \frac{2Qb^2}{5\lambda}$. Es ist aber $\frac{Dr^4}{l} = f$, folglich $D = \frac{2Qb^2l}{5r^4\lambda}$, woraus der Torsionsmodul D sich bestimmen läßt, wenn die übrigen Größen bekannt sind. — Folgende Tabelle enthält den Torsionsmodul, wie wir ihn aus einigen unserer mit verschiedenen Drähten angestellten zahlreichen Versuche mit Hülfe jener Formel hergeleitet haben. Bei allen diesen Versuchen war $Q = 5{,}7$ Kilogramm und $b = 56{,}2$ Millimeter.

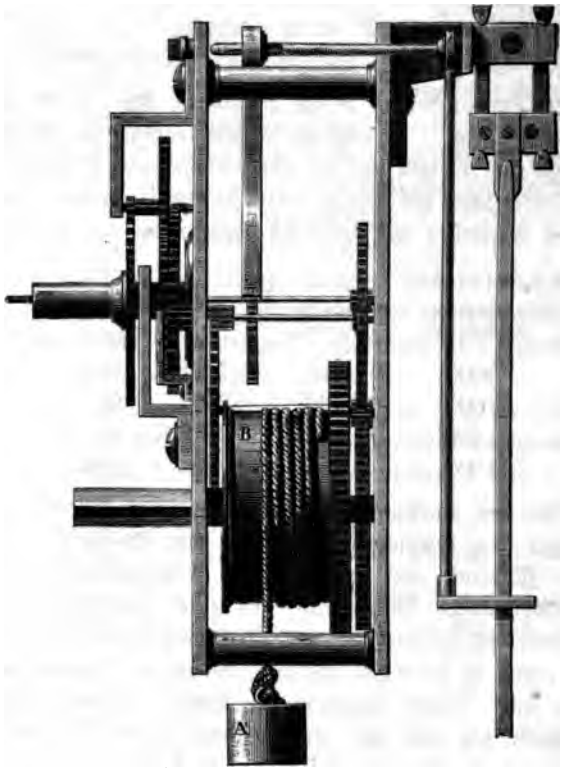
Metalle.	Länge in Millimetern.	Radius in Millimetern.	Schwingungsdauer in Secunden.	Pendellänge λ in Millimetern.	Torsionsmodul D in Kilogramm.
Eisen	1000	1,0325	0,7522	562,3	11267
Stahl	1000	1,0325	0,745	551,6	11486
Kupfer	1000	1,0325	0,9933	980,47	6461
Messing	1000	1,0325	1,082	1163	5445

Die für den Torsionsmodul hier angegebenen Werthe wichen mehr oder weniger von denjenigen ab, welche wir für andere Drähte von demselben Material aber verschiedenem Durchmesser erhalten hatten. Solche Abweichungen können nur von einer verschiedenen materiellen Beschaffenheit der Drähte und von der besondern Art ihrer Bearbeitung herrühren; und in der That zeigte sich bei näherer Untersuchung, welche mit einem jener Dräthe vorgenommen wurde, daß dies der Fall war. Auch stimmten die nach der Schwingungsmethode für den Torsionsmodul gefundenen Werthe ziemlich gut mit denjenigen Werthen überein, welche wir für die nämlichen Drähte mittelst der früher auseinandergesetzten Gleichgewichtsmethode erhalten hatten, wenn bei Bestimmung der Durchmesser der Dräthe mit Genauigkeit zu Werk gegangen wurde.

3. Benutzung des Pendels.

Eine wichtige Anwendung, die man von dem Pendel gemacht hat, ist die zur Messung der Zeit. Schon Galiläi, dessen Scharfsinne wir die Gesetze der Pendelschwingungen verdanken, benutzte die Gleichzeitigkeit dieser Schwingungen, um damit kleine Zeiträume zu messen. Doch lehrte erst Huyghens den vollkommneren Gebrauch des Pendels als Zeitmesser, indem er einerseits die Schwere in einem fallenden Gewichte benutzte, um das Uhrwerk in Bewegung zu setzen, und anderseits die Schwere im schwingenden Pendel gebrauchte, um einen gleichförmigen Gang zu bewerkstelligen. — Die allgemein gebräuchliche **Pendeluhr**, deren Einrichtung in Fig. 85 abgebildet ist, besteht aus meh-

Fig. 85.

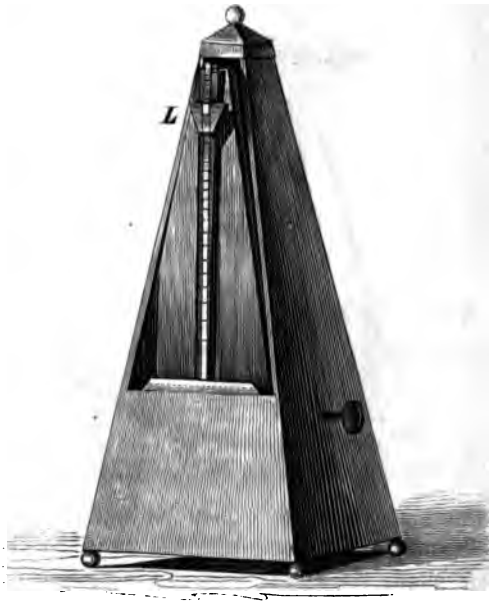


reren Zahnrädern, die dergestalt ineinander greifen, daß die Bewegung des einen jene der übrigen nach sich zieht. An der Welle B des einen Rades ist eine mehrfach umwickelte Schnur oder Kette befestigt, an deren unterem Ende ein Gewicht A hängt, welches durch sein Bestreben zu fallen die bewegende Kraft abgibt. Um nun die beschleunigende Bewegung des fallenden Gewichtes und der Räder zu verhindern und einen gleichmäßigen Gang zu erzielen, wird mit dem Räderwerk ein Pendel in Verbindung gebracht, das durch seine Schwingungen ein langsames und gleichförmiges Sinken des Gewichtes bewirkt. Das Pendel ist mit einem Anker versehen, welcher bei dem Hin- und Herschwingen des Pendels bald auf der einen bald auf der andern Seite in die Zähne des sogenannten Steigrades hemmend eingreift und dadurch die Bewegung des ganzen Räderwerkes hindert. So geschieht es denn durch das in gleichmäßigen Zeitabschnitten erfolgende Eingreifen des Pendels, daß *das Ganze einen* gleichförmigen Gang erhält, welcher mittelst der an

den Achsen der Räder befestigten Zeiger am Zifferblatte zur Wahrnehmung gebracht wird. Bevor die Pendeluhr zum Messen der Zeit hergestellt war, mußte man sich nothdürftig mit Wasser- und Sanduhren behelfen, und die Zeit bestimmen nach der Menge Wasser oder Sand, welche aus der Oeffnung eines weiten Gefäßes abfloß. Der Druck welcher das Ausfließen des Wassers bewirkt, vermindert sich aber mit der Höhe der Wassersäule und die Unebenheiten des Sandes verursachen mancherlei Ungleichheiten, so daß auf diese Weise weder beim Wasser noch beim Sand auf eine gleichmäßige Bewegung gerechnet werden darf, was gerade bei einer Uhr verlangt wird.

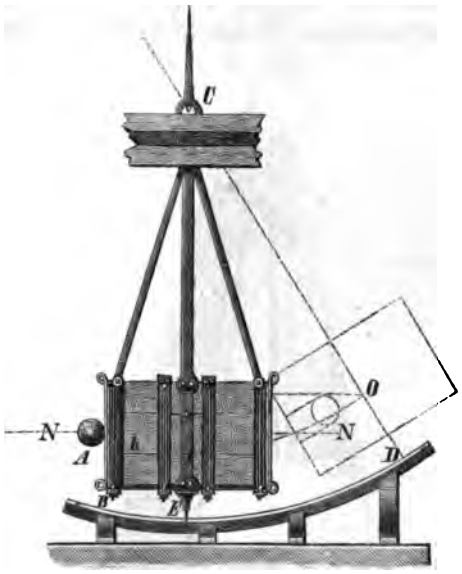
Der musikalische Taktmesser oder das Metronom besteht aus einer gleichförmig dichten prismatischen Stange (Fig. 86), die sich um eine auf ihre Längenrichtung senkrechte Achse dreht, die am untern Ende mit einer massiven Metallkugel, und oberhalb der Drehachse mit einem verschiebbaren Laufgewicht versehen ist. Wird das Laufgewicht von der Achse entfernt, so wird die Schwingungsdauer vergrößert; das Gegentheil findet statt, wenn man das Laufgewicht der Achse nähert. Auf der Stange ist oberhalb der Drehachse eine Theilung angebracht, welche die in einer Minute gemachte Anzahl von Schwingungen angibt, die den verschiedenen Stellungen des Laufgewichtes entsprechen. — Betrachtet man das Gewicht P der Metallkugel und das Gewicht L des Laufgewichtes als bloße Massenpunkte, welche in den Entfernungen a und x vom Drehpunkte stehen; so wird die Schwingungsdauer T der Metallkugel, wenn die Masse der Stange unbedeutend gegen die beiden andern Massen ist, annäherungsweise durch die Gleichung $T = \pi \sqrt{\frac{1}{g} \cdot \frac{Pa^2 + Lx^2}{Pa - Lx}}$ angegeben. — Damit das Pendel einige Zeit fortschwinge, ist es mit einem Steigrade und mit einem

Fig. 86.



kleinen Treibgewichte versehen. — Das bei verschiedenen Versuchen von uns gebrauchte Pendel besteht aus einer geraden Stange von Tannenholz, an welcher sich unten eine aus zwei Kugelsegmenten gebildete Linse aus Blei befindet, die mittelst einer Schraube höher oder tiefer gestellt werden kann, um das Pendel für eine bestimmte Schwingungsdauer zu reguliren. Um die Schwingungen hörbar zu machen, ist die Stange nach Oben zu verlängert, und auf diese Verlängerungen ein beweglicher Doppelhammer aufgelegt, der bei jeder Schwingung an eine Glocke schlägt.

Fig. 87.



Man hat auch das Pendel zur Bestimmung der Geschwindigkeit der abgeschossenen Kugeln benutzt. Die Vorrichtung dazu heißt das ballistische Pendel, und besteht aus einer beträchtlichen Masse, die an einem hinlänglich starken Pendel CE (Fig. 87) aufgehängt ist. Die Kugel, deren Geschwindigkeit ermittelt werden soll, dringt in die Masse ein und setzt das Pendel in Bewegung. Indem man die Größe des Bogens mißt, welchen die Spitze des Pendels in der mit Wachs ausgegossenen Rinne beschreibt, kann man die mitgetheilte Größe der Bewegung und hieraus die Geschwindigkeit der Kugel berechnen. Bezeichnet nämlich m die Masse der Kugel, v ihre Geschwindigkeit im Augenblicke des Stoßes, f die vom Punkte C auf die Richtung von v gefällte Senkrechte CD; ferner M die Masse des Pendels, u die Geschwindigkeit des Schwingungspunktes L desselben, der in der Entfernung $CS = l$ von der Drehachse liegt, endlich K das Trägheitsmoment des Pendels in Bezug auf diese Achse; so besteht die Gleichung $mfv = K \cdot \frac{u}{l}$, wenn man erwägt, daß das Product der Winkelgeschwindigkeit eines in Drehung um eine Achse begriffenen Körpers mit dem Trägheitsmoment desselben bezüglich der Drehungsachse gleich dem Drehungsmomente ist. Beobachtet man die erste Elongation α des in Bewegung gesetzten Pendels,

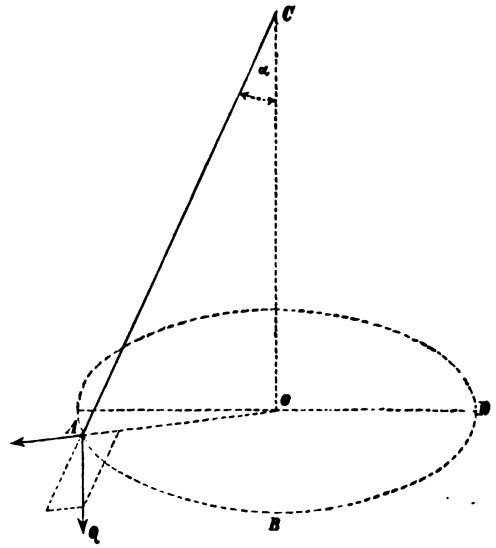
so hat man $u = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}$, ferner ist $l = \frac{gT^2}{\pi^2}$, wo T die Schwingungszeit des Pendels darstellt; endlich ist $K = alM$, wo a die Entfernung CO des Schwerpunktes O des Pendels von der Achse bedeutet. Vermittelst dieser Werthe ergibt sich für die Geschwindigkeit v der Kugel der Ausdruck:

$$v = g \cdot \frac{M}{m} \cdot \frac{a}{f} \cdot \frac{T}{\pi} \sqrt{2(1-\cos\alpha)} = 2g \cdot \frac{a \cdot T \cdot M}{f \cdot \pi \cdot m} \cdot \sin\frac{\alpha}{2},$$

wenn man berücksichtigt, daß $4\sin^2\frac{\alpha}{2} = 2(1-\cos\alpha)$ ist.

Das Centrifugalpendel besteht aus einem Fadenpendel CA (Fig. 88), welches an einer vertical stehenden Welle befestigt, die sich um ihre geometrische Achse OC dreht. Die im Punkte A concentrirte Masse m bewegt sich so nicht in einem verticalen Kreisbogen, sondern in einem Kreise ABD nach immer gleicher Richtung. Bezeichnet α den Winkel, den der Faden bei der vorhandenen Winkelgeschwindigkeit w mit der Drehachse bildet, l die Länge AC des Fadens; so hat man, wenn man erwägt, daß die Centrifugalkraft F mit dem Gewichte des materiellen Punktes A und der Spannung des Fadens im Gleichgewichte steht, die Proportion:

Fig. 88.



$$F : mg = \sin\alpha : \cos\alpha.$$

Daraus folgt, weil $F = mw^2 l \sin\alpha$ ist, $w^2 = \frac{g}{l\cos\alpha}$; der Elevationswinkel α ändert sich demnach mit der Winkelgeschwindigkeit, da g und l constante Größen sind. Braucht nun der materielle Punkt A zum Umlauf T Secunden, so ist $wT = 2\pi$. Durch Substitution des Werthes von w aus dieser Gleichung in die vorhergehende erhalten wir: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l\cos\alpha}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}}$, wenn die Höhe CO mit h bezeichnet wird. Vergleicht man diesen Ausdruck mit dem für die Schwingungs-

dauer $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ des einfachen Kreispendels gefundenen, so ist ersichtlich, daß das Centrifugalpendel zu einem Umlauf noch einmal so viel Zeit braucht als ein einfaches Pendel, dessen Länge der Höhe des Centrifugalpendels gleichkommt.

4. Verschiedenheit der Schwere an verschiedenen Orten.

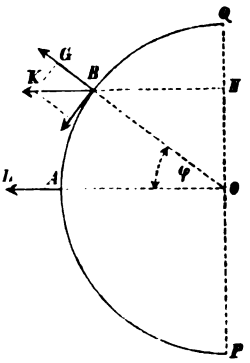
Das Pendel ist in der Physik deßhalb von hoher Wichtigkeit, weil es gestattet, die Aenderungen der Erdacceleration unter veränderten Umständen mit größtmöglicher Genauigkeit zu ermitteln. Zuvörderst zeigt die Gleichzeitigkeit kleiner Schwingungen bei Pendeln von gleicher Länge, daß die Schwerkraft an einem und demselben Orte unverändert bleibt. Dann beweist der Umstand, daß Pendel aus verschiedenartigem Material aber von derselben reducirten Länge und der nämlichen Gestaltung gleichzeitig schwingen, daß die Beschleunigung g unabhängig von der Natur des Stoffes ist. — Aus der Gleichung $g = \pi^2\lambda$, in welcher λ die Länge des Secundenpendels bedeutet, ergibt sich weiter, daß an zwei Orten der Erde sich die Schwere wie die Länge des Secundenpendels verhält. Auf solche Weise fand man, daß die Schwere gegen den Aequator hin abnimmt, gegen die Pole aber wächst.

Aus der vergleichenden Zusammenstellung der Längen des Secundenpendels, wie sie aus den Beobachtungen an verschiedenen Punkten der Erde hergeleitet worden sind, hat sich herausgestellt, daß die Länge λ des Secundenpendels für einen Ort, dessen geographische Breite φ ist, in Theilen des Meters annäherungsweise durch den Ausdruck: $\lambda = 0^m{,}991033 + 0^m{,}005638 \sin^2\varphi$ dargestellt werden kann, wo $0^m{,}991033$ den Werth jener Größe unter dem Aequator bezeichnet. — Für $\varphi = 45^0$ erhält man daraus die Länge λ' des entsprechenden Secundenpendels gleich $0^m{,}991033 + \frac{0^m{,}005638}{2} = 0^m{,}993852$. Durch Subtraction des Werthes λ' von λ bekommt man $\lambda - \lambda' = \frac{0^m{,}005638}{2}(2\sin^2\varphi - 1) =$ $= -0^m{,}002819\cos 2\varphi$, oder $\lambda = 0^m{,}993852 - 0^m{,}002819\cos 2\varphi$. — Der Werth von g für den Ort von der geographischen Breite φ auf die Schwere $g_1 = 9^m{,}80579$ von der Breite von 45^0 zurückgeführt, hat hiernach zum Ausdruck: $g = \frac{g'\lambda}{\lambda'}$ oder $g = g'(1 - 0{,}002837\cos 2\varphi)$.

Der Zuwachs, den die Länge des Secundenpendels über ihre am Aequator stattfindende Größe bei dem Fortschreiten gegen die Pole hin erfährt, ist der zweiten Potenz des Sinus der geographischen Breite proportional. Eine gleiche Zunahme der Schwere wird daher nach den Polen hin verglichen mit ihrer Größe am Aequator eintreten, da sich

die Schwere wie die Länge des Secundenpendels verhält. Die Verminderung der Schwere am Aequator im Vergleich mit ihrer Stärke an den Polen rührt von der Umdrehung der Erde um ihre Achse her. Um den dadurch hervorgehenden Einfluß der Fliehkraft auf die Intensität der Schwere zu beurtheilen, denken wir, daß eine Kugel vom Halbmesser r sich um einen Durchmesser PQ (Fig. 89) als Achse drehe und zu einem Umlauf die Zeit T brauche. Am Aequator bei A ist die nach der Verlängerung AL des Halbmessers OA wirkende Fliehkraft f auf die Masseneinheit bezogen gleich $\frac{4\pi^2 r}{T^2}$ und der Schwere gerade entgegengesetzt, weil letztere Kraft nach dem Mittelpunkte O hinzugeht. Für die Acceleration g am Aequator, wenn G die Intensität derselben an den Polen darstellt, hat man daher die Gleichung $g = G - f$. An dem zwischen dem Aequator und den Polen gelegenen Punkte B hat die Fliehkraft die Richtung BK, nach der Verlängerung der auf PQ senkrechten BN, und die Größe $\frac{4\pi^2 . BN}{T^2}$. Zerlegt man letztere Kraft in zwei Componenten, deren eine nach der Verlängerung BG des Halbmessers OB, mithin der ursprünglichen Schwere genau entgegen, die andere senkrecht darauf wirkt; so kann erstere Componente als die Verminderung betrachtet werden, welche die Schwere bei B erleidet. Diese Verminderung beträgt $4\pi^2 . \frac{\overline{BN}^2}{T^2 . r}$ oder $\frac{4\pi^2 r \cos^2\varphi}{T^2} =$ $= f\cos^2\varphi$, wenn die geographische Breite AOB mit φ bezeichnet wird. Die effective Schwere g' an dem Orte B hat daher zum Ausdruck: $g' = G - f\cos^2\varphi$. Hiernach ergibt sich für den Ueberschuß der effectiven Schwere bei B über jene am Aequator die Gleichung: $g' - g =$ $= f - f\cos^2\varphi = f\sin^2\varphi$, welche mit dem in der Erfahrung gefundenen Gesetze übereinstimmt.

Fig. 89.



Aus den beiden Gleichungen $g = \pi^2\lambda$ und $f = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ entspringt $\frac{g}{f} = \frac{T^2\lambda}{4r}$. Nehmen wir $r = 6366200$ Meter, $\lambda = 991$ Millimeter, $t = 86164$ Secunden; so wird der Quotient $\frac{g}{f} = 289 = 17^2$. Der Werth der Fliehkraft am Aequator beträgt also den 289ten Theil der Schwerkraft und würde dieselbe erreichen, wenn die Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde 17 mal größer wäre. Der aus den Pendelversuchen

gefolgerte Werth von $\frac{f}{g}$ beträgt aber nicht $\frac{1}{289}$, sondern $\frac{1}{200}$; woraus hervorgeht, daß die Fliehkraft zu der Erklärung der Aenderung der Schwere nicht hinreicht und noch eine andere Ursache hinzukommen muß. Diese ist die sphäroidische Gestalt der Erde, während wir bei unserer Rechnung derselben eine genau sphärische Gestalt angenommen haben.

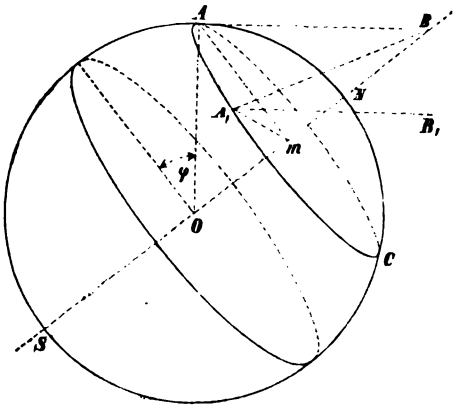
Wie oben schon gesagt, kann ein schwingendes Pendel ohne äußere Veranlassung aus seiner Schwingungsebene nicht heraustreten. Wenn wir darum eine Drehung der Schwingungsebene des Pendels bemerken, so kann eine solche Drehung nur scheinbar und die wirkliche Drehung des Erdkörpers nur schuld daran sein. Foucault war es, der zuerst den glücklichen Gedanken faßte, unter Anwendung schwerer schwingenden Massen und langer Aufhängungen die Achsendrehung der Erde auf eine directe Weise anschaulich zu machen. Anfänglich experimentirte er mit einem Pendel, welches nur zwei Meter lang war und eine 5 Kilogrammes schwere Kugel hatte; später mit einem Pendel von 67 Meter Länge, an dem eine Kugel von 28 Kilogrammes hing. Bei unseren Versuchen war das Pendel 10 Meter lang; die Kugel wog 15 Kilogrammes und war an einem Stahldraht aufgehangen. Die unten an der Kugel angebrachte Spitze ließ auf einer horizontalen Ebene deutlich die Abweichungen erkennen, welche die Schwingungsebene allmälig von ihrer ursprünglichen machte. — Ueber dem Erdpol aufgehangen und in Schwingungen versetzt scheint das Pendel dem Beobachter sich von Ost nach West zu drehen, und zwar in 24 Stunden einmal um den Horizont. An einem Punkte des Aequators verschwindet diese scheinbare Drehung der Schwingungsebene gänzlich, dagegen sie an Orten, welche zwischen dem Aequator und den Polen liegen, wieder stattfindet, aber dergestalt langsamer, daß die Drehungsgeschwindigkeit der Pendelebene sich zu der Drehungsgeschwindigkeit der Erde verhält wie der Sinus der geographischen Breite des Pendelortes zur Einheit.

Wir gehen zur Erklärung dieser Erscheinungen. Das über dem Erdpole befindliche Pendel, dessen Aufhängepunkt in der Verlängerung der Erdachse liegt, behält die Ebene im Raume, in der es seine Schwingungen begann, bei. Nicht so verhält es sich mit dem unter dem Pendel angebrachten horizontalen Theilkreis, an dessen einem Durchmesser man sich die ursprüngliche Schwingungsrichtung des Pendels bemerkt. Der Theilkreis wird nämlich von der rotirenden Erde mit herumgeführt, was mit sich bringt, wenn das Pendel seine Schwingungsebene nicht verläßt, daß diese Ebene um dessen Verticale im entgegengesetzten Sinne mit der Winkelgeschwindigkeit der Erde dem Be-

obachter sich zu drehen scheint. — Die Schwingungsebene des Pendels am Aequator wird einen horizontalen Theilkreis stets nach dem nämlichen Durchmesser schneiden. Der Aufhängepunkt ändert zwar in diesem Falle seinen Ort, indem er einen Kreis um die Erdachse beschreibt; allein die Verticale und die anfängliche Schwingungsebene nehmen gleichmäßig an dieser Rotation Theil. Ein Pendel am Aequator kann deßhalb keine Aenderung der Stellung seiner Schwingungsebene gegen die Erdfläche zeigen, mithin die Achsendrehung der Erde daselbst nicht erkannt werden.

Untersuchen wir jetzt, wie die Sache an einem zwischen dem Aequator und den Polen gelegenen Orte sich verhält. Es sei deßhalb N A S C (Fig. 90) ein Durchschnitt der Erdkugel durch eine Meridianebene, N S die Umdrehungsachse; ferner A A′ C der Parallelkreis, auf welchem die Pendelbeobachtung gemacht wird, und m der Mittelpunkt dieses Parallelkreises. Angenommen die Schwingungsebene habe sich anfänglich in der Meridianebene befunden, d. h. in der Ebene, welche durch die Lothrechte O A und die Mittagslinie A B geht. Nach einiger Zeit wird in Folge der Achsendrehung der Erde der Meridian die Lage A′ B annehmen, die Schwingungsebene aber nach der zu A B Parallelen A′ B′ gerichtet sein, weil sie ihre ursprüngliche Richtung beizubehalten strebt. Es ist demnach der Winkel A B A′ = β der Drehungswinkel, den man scheinbar an der Schwingungsebene beobachtet, der aber in Wahrheit dem Meridian zukommt. Nun hat man einerseits Bogen A A′ = A B . β, weil die Gerade A B während einer vollen Umdrehung der Erde eine Kegelfläche beschreibt, welcher der Parallelkreis A A′ C zur Basis dient; und anderseits Bogen A A′ = A M . α, wo α den Winkel bezeichnet, um welchen unterdessen die Erde sich dreht. Aus der Gleichsetzung beider Werthe entspringt die Relation A B . β = A M . α. Wenn φ die geographische Breite des Ortes und r den Erdhalbmesser darstellt, erhält man A M = r cos φ und A B = r cot g φ; durch welche Werthe die vorige Relation in $\beta = \alpha \sin \varphi$ übergeht: d. h. die Drehung der Schwingungsebene an

Fig. 90.



über dem Mittelpunkte des Apparates getragen werden. Befinden sich die beiden Kugeln B, B' in einer auf dem Wagebalken senkrechten Ebene so üben sie keine Wirkung auf die kleinen Kugeln A, A' aus. — Nähert man aber die großen Kugeln B, B' den kleinen Kugeln A, A' bis auf eine geringe Entfernung, so ziehen sie die letzteren an, welche der Einwirkung so weit folgen, bis der gegenseitigen Anziehung der Kugeln durch die Torsion des Drahtes das Gleichgewicht gehalten wird.

Am Gipfel eines Berges schwingt ein Pendel langsamer als am Fuße desselben, was auf eine Verminderung der Schwerkraft in größerer Entfernung vom Mittelpunkte der Erde schließen läßt. So fand Bouguer, daß ein Pendel, welches am Ufer des Meeres in 24 Stunden 98770 (n) Schwingungen machte, auf dem Gipfel des Berges Picchimha deren nur 98720 (n') vollbrachte. — Um zu beurtheilen, in welchem Maße sich die Verringerung der Schwere an höher liegenden Orten kund gibt, sei r der Halbmesser der Erde, a die Höhe des Beobachtungsortes über der Erdfläche; die Beobachtung liefert dann die Proportion: $n : n' = (r + a) : r$ oder $n^2 : n'^2 = (r + a)^2 : r^2$. Anderseits geben die Pendelgesetze, wenn g die Intensität der Schwere an der Erdfläche und g' diese Größe an dem höheren Orte bezeichnet, die Proportion: $g : g' = n^2 : n'^2$. Aus beiden Proportionen entspringt folgende: $g : g' = (r + a)^2 : r^2$, d. h. die Beschleunigung in einer gewissen Höhe über der Erdfläche nimmt ab und zwar steht sie im verkehrten Verhältnisse des Quadrates seiner Entfernung vom Erdmittelpunkte. Ihr Werth ist $g' = g \frac{r^2}{(r+a)^2}$ oder nahe $g' = g\left(1 - \frac{2a}{r}\right)$.

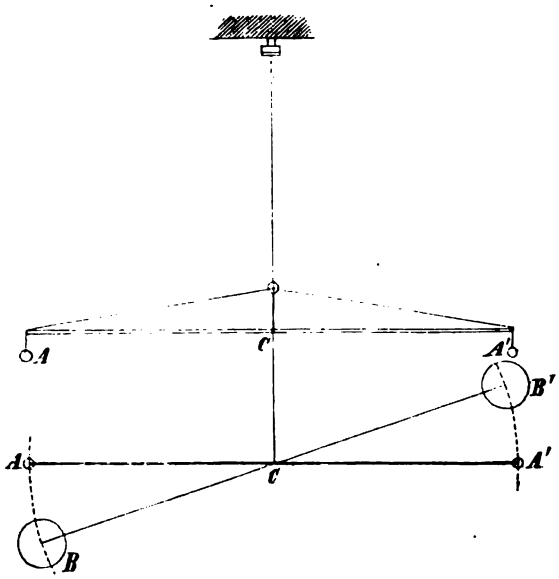
Die in tiefen Schachten angestellten Pendel-Beobachtungen, wie sie unter andern in den Minen von Dolwath in Cornwall von Airy und Whewell vorgenommen worden sind, haben nachgewiesen, daß die Pendelschwingungen in der Tiefe langsamer erfolgen als an der Oberfläche der Erde. Daraus geht hervor, daß die Beschleunigung abnimmt, wenn man dem Erdmittelpunkte näher kommt, und zwar geschieht jene Abnahme in demselben Verhältnisse, in welchem das Näherrücken erfolgt. Die Schwerkraft g, in der Tiefe a hat hiernach zum Ausdruck $g_1 = g \frac{(r-a)}{r}$ oder $g_1 = g\left(1 - \frac{a}{r}\right)$. Die Abnahme nach der Tiefe beträgt mithin nur die Hälfte von der nach der Höhe. — In diesen und dem obigen Ausdrucke ist der mittlere Erdhalbmesser r = 6366738 Meter. Daraus entspringt für den Werth der Schwerkraft g' in a Meter über der Erdoberfläche und in der geographischen Breite φ in Metern der Ausdruck:

$$g' = 9^m,80579\,(1 - 0{,}002837 \cos 2\varphi)\,(1 - 0{,}00000031412\,a);$$

lenkung des Bleiloths seitens der Gebirge stattfände. Er stellte seine Beobachtungen an den Abhängen des Chimborasso an und fand eine Ablenkung des Bleiloths von 7″ bis 8″. — Maskelyne wiederholte diese Versuche mit großer Sorgfalt am Fuße des Berges Shehallien in Schottland und erhielt eine Ablenkung von 54″. — Carlini machte ähnliche Versuche am Mont Cenis, deßgleichen Oberst Sabine auf der Insel St. Helena. — Es ist dadurch unwiderleglich dargethan, daß die Gebirge wirklich das Pendel in ihrer Nähe ablenken, mithin eine Anziehung auf dasselbe äußern.

Jene Anziehung erhielt die Bedeutung eines die Materie stets begleitenden Attributs, als Cavendisch sie selbst an kleinen Körpern nachwies, die er dem Einflusse aller störenden Kräfte entzogen hatte. Er bediente sich zu diesem Behufe folgenden Apparates. Zwei kleine Kugeln von Metall oder Elfenbein A, A′ (Fig. 91) sind an den Enden

Fig. 91.



eines leichten hölzernen horizontalen Hebels befestigt, der in seiner Mitte C von einem feinen Silberdrahte getragen wird. Um jeden Luftzug abzuhalten, wird die ganze Vorrichtung in ein Gehäuse eingeschlossen und an einem Orte aufgestellt, an welchem möglichst wenig Temperaturveränderungen vorkommen. — Zwei große Bleikugeln B, B′ von 158 Kilogrammes Gewicht hängen an zwei kupfernen Stäben, welche durch einen hölzernen Sparren aus einander gehalten mittelst eines drehbaren Stiftes von einem Balken gerade in der Verticalen

Wirkungen kommt das Bewegliche in der Zeit dt nach D, wenn AI die Diagonale des Parallelogramms ABDC ist. In Folge seiner Trägheit strebt das Bewegliche im nächsten Zeittheilchen dt in der Verlängerung von AD den Weg DE = AD zurückzulegen. Weil aber in D wieder eine Wirkung der Centralkraft erfolgt, vermöge welcher das Bewegliche binnen der Zeit dt den Weg DF beschriebe, wenn es in D nicht schon eine Bewegung hätte; so durchläuft es binnen des zweiten Zeittheilchens dt die Diagonale DG des Parallelogramm DEGF. Die Dreiecke AOD, DOE haben gleiche Flächen, weil ihre Grundlinien AD, DE gleich sind und sie einerlei Höhe haben; ferner sind die Flächen der Dreiecke DOE, DOG gleich, weil sie auf der nämlichen Grundlinie DO stehen und die Linien DF, EG parallel sind; es haben folglich auch die vom Radiusvector binnen zwei auf einander folgenden gleichen Zeittheilchen dt durchlaufenen Dreiecke AOD, DOG gleiche Flächen. Da dasselbe von je zwei solchen benachbarten Dreiecken gilt, und sonach je zwei Sectoren, welche der Radiusvector in gleichen Zeiten durchstreicht, als Summen gleich vieler solcher gleichen Dreiecke betrachtet werden können; so folgt daraus, daß der Radiusvector in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume durchläuft, oder was dasselbe ist, daß die vom Radiusvector beschriebenen Flächenräume den Zeiten proportional sind.

Gibt es bei der Bewegung in einer krummen Linie einen Punkt O von der Beschaffenheit, daß der von ihm nach dem Beweglichen gehende Radiusvector in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume durchläuft: so ist eine Kraft vorhanden, welche das Bewegliche ohne Unterlaß gegen jenen Punkt hinzieht, die Bewegung ist mithin eine Centralbewegung. Denn sind AD, DG in zwei unmittelbar auf einander folgenden gleichen unendlich kleinen Zeittheilchen beschriebene Bahnstückchen, wovon das zweite eine andere Richtung als das erste hat; so verlängere man AD nach E dergestalt, daß DE = AD ist, ziehe GE und mache DF der EG parallel und gleich. Alsdann gibt DF die Richtung und Größe des Weges an, welchen das Bewegliche vermöge der in D ablenkenden Kraft binnen des Zeittheilchens dt beschreiben würde, wenn es dieser Kraft ausschließend folgen könnte. Nach der Voraussetzung sind nun die Dreiecke AOD, DOG dem Flächeninhalte nach einander gleich; dasselbe gilt auch von den Dreiecken AOD, DOE; mithin müssen die Dreiecke DOE und DOG ebenfalls gleichen Flächeninhalt haben, was nur dann möglich ist, wenn die Scheitelpunkte E und G in einer zu DO parallelen Geraden liegen. Es kann also die Linie DF welche gleichfalls der EG parallel läuft, keine andere Richtung haben als eine solche, die durch den Punkt O geht. Die Gleichheit der Flächenräume, welche

und für den Werth der Schwerkraft g, in der Tiefe a unter der Erdoberfläche an demselben Orte der Ausdruck:

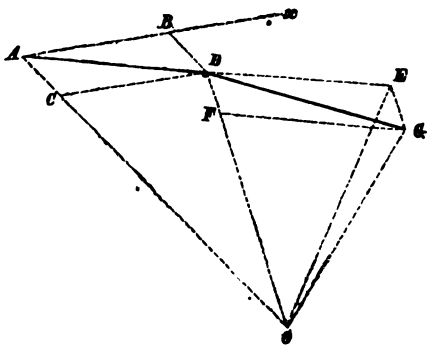
$$g, = 9^m,80579\,(1 - 0{,}002837\cos 2\varphi)\,(1 - 0{,}00000015706\,a).$$

Vierter Abschnitt.

Die allgemeine Gravitation.

1. Von der Centralbewegung.

Fig. 92.



Wird ein in A (Fig. 92) befindlicher völlig freier materieller Punkt durch eine momentan wirkende Kraft nach der Richtung A x getrieben und zugleich durch eine continuirliche Kraft nach demselben außerhalb der Geraden A x liegenden festen Punkt O hin angezogen, so entsteht eine Centralbewegung. Der feste Punkt, nach welchem die continuirliche Kraft hinzielt, heißt Centralpunkt; diese Kraft Centripetalkraft oder kürzer Centralkraft; die in einem beliebigen Punkte der Bahn längs der Tangente auftretende Größe der Bewegung heißt Tangentialkraft; eine vom Centralpunkt nach dem Beweglichen gehende gerade Linie wird Radiusvector oder Leitstrahl genannt. Offenbar liegt die von dem Beweglichen beschriebene Bahn in der Ebene, in welcher die Gerade A x und der Punkt O sich befinden. — Die Flächenräume, welche der Radiusvector durchstreicht, sind den Zeiten proportional. Um diesen Satz zu beweisen, denke man sich, daß die Centralkraft nicht ununterbrochen wirke, sondern daß eine Wirkung auf die andere in dem kleinen Zeitintervall d t erfolge. Es sei A B der Weg, welchen das in A befindliche Bewegliche in Folge der Tangentialkraft binnen der Zeit d t zurückzulegen strebt, und A C der Weg, den es durch die Wirkung der Centralkraft während gedachter Zeit gleichförmig zurücklegen würde, wenn es letzterem Impulse allein folgen könnte, wobei A C sehr klein gegen A B anzunehmen ist: vermöge des gleichzeitigen Bestehens beider

2. Formel für die Centralkraft.

...ch höhere Rechnung läßt sich leicht die Größe der Kraft be-
...n, mit welcher der in Centralbewegung begriffene materielle Punk
...em Orte seiner Bahn gegen den Centralpunkt hingezogen wir
...kann die Größe dieser Kraft auch auf elementarem Wege ermitt
...en, wie Professor von Ettingshausen gethan hat. Es m
...ter sein, seine Beweisführung hier aufzunehmen. — Es
Fig. 94 der Centralpunkt, Ax die Richtung, welche das B
liche vermöge seiner
heit einzuhalten un
der Weg, den es i
Richtung in dem
kleinen Zeittheilche
rückzulegen strebt,
Richtung, welche e
der Wirksamkeit
tralkraft wirklich
Zieht man BD
AO, so ist A
der Zeit dt bes

Fig. 94.

und AE = BD der Weg, den es in jener Zeit zurücklegen w
der Einwirkung der Centralkraft allein folgen könnte. Ma
die Centralkraft F den Ausdruck: $F = \frac{m \cdot AE}{dt^2}$, in
Masse des Beweglichen darstellt. Man ziehe OH, O
Ax, Ay, welche als zwei unmittelbar auf einander fo
zu betrachten sind; ferner ziehe man DJ und AL
AJ = AD und OL = OA wird. Die Dreiecke BJ
einander ähnlich, weil wegen der unendlichen Klei
AAY der Winkel AJD als rechter gelten darf, un
= Winkel ABD; ferner sind die Dreiecke AJD
ähnlich, weil die Winkel bei K und J Rechte und
Scheitelwinkel gleich sind; endlich sind die Dreiec
einander ähnlich, weil wegen der unendlichen K
AOD man den Winkel ALD als Rechten anseh
KAO und ADO einander gleich setzen kann. T
gende drei Proportionen

BD : DJ = AO : OH :
DJ : AJ = KQ : AK :
DL : AD = AK : AO

der vom Centralpunkte ausgehende Radiusvector beschreibt, bietet demnach ein charakteristisches Kennzeichen einer Centralbewegung dar. Man nennt diese Eigenschaft der Centralbewegung die Erhaltung der Flächen.

Bezeichnen v, v' die Geschwindigkeiten, welche das Bewegliche bei der Centralbewegung an den Stellen M, M' (Fig. 93) seiner Bahn besitzt, und sind M N, M' N' die während gleicher unendlich kleinen Zeiten zurückgelegten Wege, welche mit den jenen Punkten angehörigen Tangenten zusammenfallen; so hat man die Proportion $v : v' = MN : M'N'$. Nach dem vorhin Gesagten sind aber die Flächen der Dreiecke M O N, M' O N' gleichgeltend, wenn O der Centralpunkt ist; mithin, wenn von O aus auf die Tangenten M X, M' X' die Senkrechten O H, O H' gefällt werden, $\frac{1}{2} MN . OH = \frac{1}{2} M'N' . OH'$, oder $MN : M'N' = OH' : OH$. Durch Vergleichung dieser Proportion mit der obigen entspringt $v : v' = OH' : OH$: d. h. bei der Centralbewegung verhalten sich die Geschwindigkeiten des Beweglichen an verschiedenen Stellen der Bahn umgekehrt wie die vom Centralpunkte auf die entsprechenden Tangenten gefällten Senkrechten.

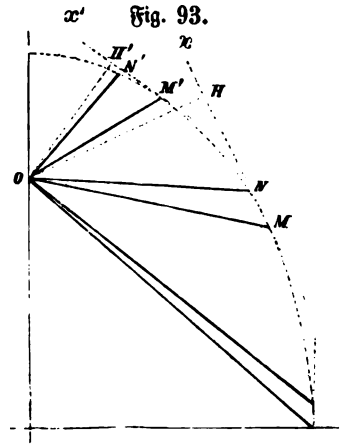


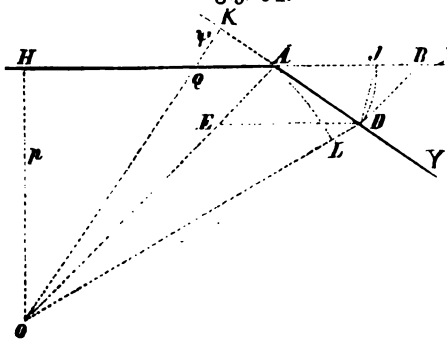
Fig. 93.

Geschieht die Centralbewegung in einem Kreise und ist der Mittelpunkt des Kreises zugleich der Centralpunkt, so ist die Bewegung gleichförmig, weil die vom Centralpunkt auf die Tangenten gefällten Senkrechten lauter Halbmesser sind. — Ist umgekehrt die Centralbewegung gleichförmig, so müssen die vom Centralpunkte auf die Tangenten der Bahn gezogenen Senkrechten alle gleiche Länge haben, folglich die Bahn ein Kreis sein, dessen Mittelpunkt zugleich der Centralpunkt ist. — Erfolgt die Bewegung in einer Ellipse, deren einer Brennpunkt den Sitz der Centralkraft abgibt, so hat das Bewegliche in dem Endpunkte der großen Achse, welcher dem Centralpunkte am nächsten liegt, die größte, am andern Endpunkte die kleinste Geschwindigkeit, welche Geschwindigkeiten in dem Verhältnisse von $1 + \varepsilon : 1 - \varepsilon$ zu einander stehen, wo ε die halbe Excentricität bezeichnet. Bei der Bewegung von dem erstgenannten Punkte zu dem zweiten nimmt die Geschwindigkeit stetig ab, dagegen sie in der andern Hälfte der Ellipse wieder zunimmt.

2. Formel für die Centralkraft.

Durch höhere Rechnung läßt sich leicht die Größe der Kraft bestimmen, mit welcher der in Centralbewegung begriffene materielle Punkt an jedem Orte seiner Bahn gegen den Centralpunkt hingezogen wird. Doch kann die Größe dieser Kraft auch auf elementarem Wege ermittelt werden, wie Professor von Ettingshausen gethan hat. Es möge gestattet sein, seine Beweisführung hier aufzunehmen. — Es sei O (Fig. 94) der Centralpunkt, A x die Richtung, welche das Bewegliche vermöge seiner Trägheit einzuhalten und A B der Weg, den es in dieser Richtung in dem unendlich kleinen Zeittheilchen d t zurückzulegen strebt, A y die Richtung, welche es in Folge der Wirksamkeit der Centralkraft wirklich einschlägt. Zieht man B D parallel zu A O, so ist A D der binnen der Zeit dt beschriebene Weg und A E = B D der Weg, den es in jener Zeit zurücklegen würde, wenn es der Einwirkung der Centralkraft allein folgen könnte. Man hat daher für die Centralkraft F den Ausdruck: $F = \frac{m \cdot AE}{dt^2}$, in welchem m die Masse des Beweglichen darstellt. Man ziehe O H, O K senkrecht auf A x, A y, welche als zwei unmittelbar auf einander folgende Tangenten

Fig. 94.



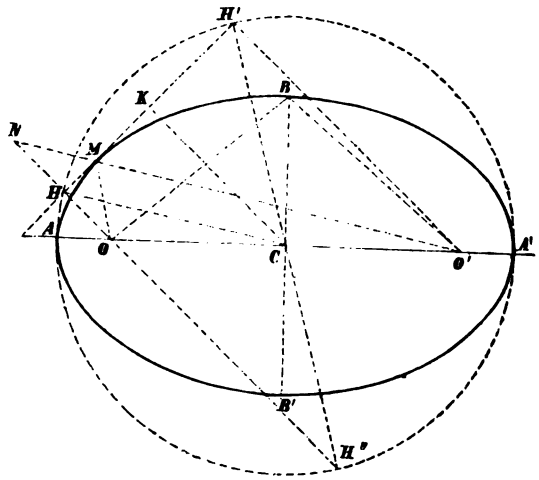
$$AE.DL : AD^2 = KQ : OH,$$

woraus $$AE = \frac{AD^2.KQ}{OH.DL}.$$

Die Linie $KQ = \Psi$ erscheint als die Aenderung, welche die aus O auf die Tangente AX der Bahn gefällte Senkrechte $OH = p$ erleidet, wenn diese Tangente in die unmittelbar darauffolgende AY übergeht; $DL = \varrho$ ist die entsprechende Aenderung des Radiusvectors $OA = r$; endlich ist, wenn k die Größe des Flächenraumes bedeutet, welchen der Radiusvector binnen der Zeiteinheit durchwandert, $\frac{1}{2}.AD.OK = kdt$, woraus $AD = \frac{2kdt}{p}$ folgt. Mit Hülfe dieser Ausdrücke verwandelt sich der obige Werth von AE in $\frac{4k^2}{p^3}.\frac{dt^2.\Psi}{\varrho}$; folglich $F = \frac{4mk^2}{p^3}.\frac{\Psi}{\varrho}$.

Wir wollen nun sehen, welche Form der vorstehende allgemeine Ausdruck annimmt, wenn die bei einer Centralbewegung beschriebene Bahn eine Ellipse ist und der Centralpunkt in einem Brennpunkt derselben seinen Sitz hat. — Es sei AA' (Fig. 95) die große, BB' die

Fig. 95.



kleine Achse der Ellipse, C ihr Mittelpunkt; O und O' ihre beiden Brennpunkte und der erstere zugleich der Centralpunkt. Die dem Punkte M der Ellipse zugehörende Tangente wird gefunden, wenn man die Vectoren OM, O'M zieht, O'M nach N verlängert dergestalt, daß $NM = MO$ wird, dann die NO zieht und in H halbirt; die Gerade MH wird dann die fragliche Tangente sein. Man ziehe noch O'H' auf genannte Tangente senkrecht, verbinde H und H' mit C, und verlängere H'C bis sie

der verlängerten H O in H'' begegnet. Vermöge der Eigenschaft der Ellipse ist $OM + O'M = AA'$; folglich auch $O'N = AA'$; ferner ist $CH = \frac{1}{2}O'N = \frac{AA'}{2} = CA = CA'$. Die von C zu HO und H'O' parallel geführte Gerade CK geht durch die Mitte K von HH', woraus folgt, daß $H'C = HC = AC = CA'$ ist. Die Dreiecke OCH'' und O'CH' sind einander gleich, weil die zwei Seiten OC, O'C und die beiden daran liegenden Winkel beziehungsweise einander gleich sind; mithin $CH' = CH''$. Der aus C mit dem Halbmesser CA beschriebene Kreis geht daher durch die Punkte H, H', A', H'', und man erhält $OH \,.\, OH'' = OA \,.\, OA'$. Es ist aber $OA \,.\, OA' = \overline{CA}^2 - \overline{CO}^2$; ferner $OB = CA$; mithin $OH \,.\, OH''$ oder $OH \,.\, OH' = \overline{CB}^2$. — Die rechtwinkligen Dreiecke OHM, O'H'M sind einander ähnlich, weil die Winkel HMO und O'MH' gleich sind. Man hat daher die Proportion

$$OH : O'H' = OM : O'M;$$

oder $$\overline{OH}^2 : O'H' \,.\, OH = OM : O'M;$$

folglich $$\overline{OH}^2 : \overline{CB}^2 = OM : O'M. —$$

Setzt man nun

$$CA = a,\ CB = b,\ OH = p,\ OM = r,\ O'M = r';$$

so bekommt man die Gleichung $b^2 r = p^2 r'$. Bei einer unendlich kleinen Verrückung des Punktes M nach B zu ändert sich r um die unendlich kleine Größe S, vermindert sich r' um ebensoviel, nimmt das Perpendikel p um die unendlich kleine Größe Ψ zu, so daß die letztere Gleichung in: $b^2(r + \varrho) = (p + \Psi)^2 (r' - \varrho)$ übergeht. Zieht man von dieser Gleichung die vorhergehende ab und behält nur die Glieder bei, in denen die ersten Potenzen der unendlich kleinen Größen ϱ, Ψ vorkommen, so hat man $b^2 \varrho = -p^2 \varrho + 2 p r' \Psi$, woraus

$$\frac{\Psi}{\varsigma} = \frac{(b^2 + p^2)}{2 p r'} = \frac{b^2 (r + r')}{2 p r'^2} = \frac{b^2 a}{p r'^2}$$

mit Berücksichtigung der beiden Relationen $b^2 r = p^2 r'$ und $r + r' = 2a$. Folglich $\frac{\Psi}{\varrho} \cdot \frac{1}{p^3} = \frac{b^2 a}{p^4 r'^2} = \frac{a}{b^2 r^2}$; und für die elliptische Bewegung die Größe der Centralkraft $F = \frac{4 m k^2 a}{b^2 r^2}$.

Bezeichnet T die Umlaufszeit des Beweglichen in der Ellipse, so ist KT der binnen dieser Zeit vom Radiusrector durchstrichene Flächenraum, welcher mit der Fläche der Ellipse zusammenfällt und $\pi a b$ zum Ausdruck hat. Aus der Gleichung $KT = \pi a b$ entspringt $k = \frac{\pi a b}{T}$; wird dieser Werth in die obige Formel substituirt, so erhält man bei der elliptischen Bewegung für die Größe der Centralkraft den Ausdruck:

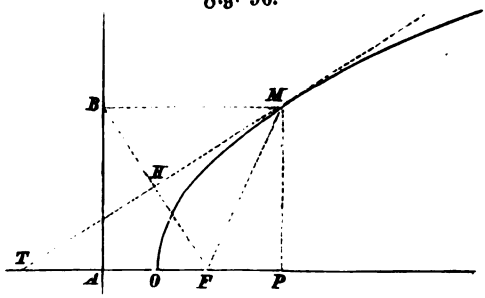
$F = \frac{4\pi^2 m a^3}{T^2 r^2}$. Hieraus folgt, daß die Centralkräfte an verschiedenen Stellen der nämlichen Ellipse, deren einer Brennpunkt als Centralpunkt dient, sich verkehrt wie die Quadrate der Entfernungen vom Centralpunkt verhalten.

An jeder Stelle der Ellipse kann die Centralkraft in zwei Componenten zerlegt werden, deren eine in der Richtung der Tangente, die andere in der Richtung der Normale wirkt. Wenn β den Winkel bezeichnet, welchen die Normale mit dem Leitstrahl einschließt, so ist die erstgenannte Componente gleich $F \sin \beta$; sie beschleunigt oder verzögert die Bewegung. Die nach der Normale wirkende Componente hebt die Fliehkraft auf und erhält das Bewegliche auf seiner gekrümmten Bahn. Für diese Kraft besteht die Gleichung $F \cos \beta = \frac{m v^2}{\varrho}$, in welcher ϱ der Krümmungshalbmesser, v die Geschwindigkeit des Beweglichen an der betreffenden Stelle der Curve sind.

Geht die Ellipse in einen Kreis über, für welchen beide Brennpunkte mit dem Mittelpunkte zusammenfallen und alle Leitstrahlen einander gleich sind, so ist $r = a$ und $F = \frac{4\pi^2 m r}{T^2}$. Bei der Kreisbewegung stimmt also die Centralkraft mit der Fliehkraft vollkommen überein.

Es sei die bei einer Centralbewegung beschriebene Bahn eine Parabel O M (Fig. 96), deren Brennpunkt F der Centralpunkt ist, und

Fig. 96.



deren Scheitel in O liegt. Bezeichnet $AF = 2q$ den Parameter der Parabel, mithin $AO = OF = q$, und ist $FB = 2p$ die von T auf die Tangente MF geführte Senkrechte; so ist vermöge der Grundeigenschaft der Parabel $\overline{AB}^2 + \overline{AF}^2 = \overline{BF}^2$, oder $r^2 - (r-q)^2 + q^2 = 4p^2$, woraus entspringt $p^2 = \frac{qr}{2}$. Bei einer unendlich kleinen Verrückung des Punktes M, wobei r in $r + \varrho$ und p in $p + \Psi$ übergeht, erhält man $(p + \Psi)^2 = \frac{q}{2}(r + \varrho)$. Zieht man von dieser Gleichung die vor-

hergehende ab und läßt wieder das unendlich kleine Glied von der zweiten Ordnung außer Acht, so bekommt man $\frac{\Psi}{\varrho} = \frac{q}{4p}$. Die allgemeine Formel für die Größe der Centralkraft wird hiernach für die parabolische Bewegung: $F = \frac{4mk^2}{p^3} \cdot \frac{q}{4p} = \frac{4mk^2}{q} \cdot \frac{1}{r^2}$. Es ist also auch bei der Parabel, deren Brennpunkt den Sitz der Centralkraft abgibt, diese Kraft dem Quadrate der jedesmaligen Entfernung des Beweglichen vom Centralpunkt umgekehrt proportional. Dasselbe gilt für die Centralbewegung in hyperbolischer Bahn, wenn der Centralpunkt in einem von deren Brennpunkten sich befindet.

Aus dem oben Gesagten ergibt sich also, daß, wenn bei einer Centralbewegung die Centralkraft sich umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen vom Centralpunkt verhält, die Bahn des Beweglichen eine Ellipse oder eine Parabel oder eine Hyperbel sein könne. Die Natur der entstehenden Bahn ist einzig und allein abhängig von der Anfangsgeschwindigkeit des Beweglichen und von dessen anfänglicher Entfernung vom Centralpunkt, wie folgende einfache Betrachtung zeigt. Ist nämlich v die Geschwindigkeit in der Bahn, k die Größe des in der Zeiteinheit vom Radiusvector beschriebenen Flächenraumes, mithin $k\,dt$ der während der unendlich kleinen Zeit dt von ihm durchstrichene Flächenraum, ferner p die von dem Centralpunkt auf die zugehörende Tangente geführte Senkrechte; so besteht die Relation: $k\,dt = \frac{1}{2}pv\,dt$, woraus $k = \frac{pv}{2}$. — Nun ist für die Ellipse $F = \frac{4mk^2a}{b^2r^2} = \frac{mp^2v^2a}{b^2r^2} = \frac{mv^2a'}{rr'}$ mit Berücksichtigung der oben aufgefundenen Relation $b^2r = p^2r'$. Es ist aber $r' < 2a$, mithin $rr' < 2ar$; folglich $F > \frac{mv^2}{2r}$. — Für die Hyperbel erhält man $F < \frac{mv^2}{2r}$, weil hier $rr' > 2ar$ ist. — Für die Parabel ist $F = \frac{4mk^2}{qr^2} = \frac{mp^2v^2}{qr^2} = \frac{mv^2}{2r}$, weil für diesen Fall die Relation $qr = 2p^2$ stattfindet. — Die Bahn eines mit der Geschwindigkeit v im Abstande r vom Centralpunkte in Bewegung gesetzten materiellen Punktes, dessen Masse m ist, unter der Voraussetzung, daß die Centralkraft dem Quadrate der Entfernungen stets umgekehrt proportional sei, wird also eine Ellipse, eine Parabel oder eine Hyperbel sein, je nachdem $F > \frac{mv^2}{2r}$ oder $F = \frac{mv^2}{2r}$ oder $F < \frac{mv^2}{2r}$ erscheint.

3. Die Kepler'schen Gesetze. — Das Newton'sche Gravitationsgesetz. — Präcession und Nutation. — Störungen der Bewegungen der Himmelskörper.

Der große deutsche Astronom Kepler hat die wahre Beschaffenheit der vordem für kreisförmig gehaltenen Planetenbahnen entdeckt und an den Bewegungen dieser Himmelskörper drei große Gesetze erkannt, welche die Kepler'schen Gesetze genannt werden. **Das erste Kepler'sche Gesetz** sagt: Die Bahnen der Planeten in ihrer Bewegung um die Sonne sind ebene Curven und ihre nach dem Mittelpunkt der Sonne gezogenen Radiivectores beschreiben Flächenräume, welche den Zeiten proportional sind. **Das zweite Kepler'sche Gesetz** lautet: Die Planetenbahnen sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkte der Mittelpunkt der Sonne liegt. **Das dritte Kepler'sche Gesetz** heißt: Die Quadrate der Umlaufszeiten der Planeten um die Sonne verhalten sich wie die Cuben der großen Achsen ihrer Bahnen.

Aus dem ersten Gesetze folgt, daß die Bewegung der Planeten eine Centralbewegung ist, bei welcher die Centralkraft von dem Mittelpunkte der Sonne ausgeht. Aus dem zweiten Gesetze schließt man, daß die gegen das Centrum der Sonne gerichtete anziehende Kraft im umgekehrten Verhältnisse mit dem Quadrate der Entfernungen des Planeten von jenem Punkte steht. — Aus dem dritten Gesetze ergibt sich, daß die von der Sonne ausgehende Kraft in der ganzen Ausdehnung des Planetensystems gleichmäßig auf gleiche Massen wirkt, die sich in derselben Entfernung von der Sonne befinden. Denn für die von der Sonne auf jeden Planeten ausgeübte Centralkraft F besteht die Formel: $F = \frac{4\pi^2 m a^3}{T^2 r^2}$, worin m die Masse des Planeten, a die halbe große Achse seiner Bahn, T die Umlaufszeit und r die Größe des von der Sonne zum jedesmaligen Orte des Planeten gehenden Radiusvectors bezeichnet. Setzt man darin $m = 1$ und $r = 1$, so verwandelt sich der Ausdruck in $\frac{4\pi^2 a^3}{T^2}$, welcher die Kraft angibt, mit welcher jede Masseneinheit in der Einheitsentfernung vom Mittelpunkte der Sonne angezogen wird. Da nun das Verhältniß $\frac{a^3}{T^2}$ nach dem ausgesprochenen Gesetze für die verschiedenen Planeten einerlei Werth hat, so ist jene oben angegebene Kraft für sämmtliche Planeten durchgehends dieselbe.

Nicht bloß die um die Sonne sich bewegenden Planeten, sondern auch die Trabanten oder Satelliten eines und desselben Planeten sind in Bezug auf letzteren den oben ausgesprochenen Gesetzen unterworfen.

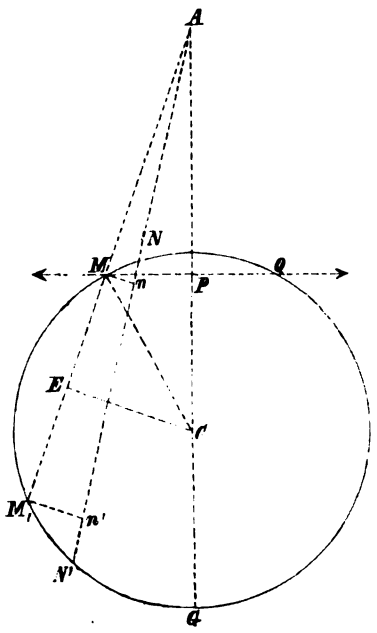
Daraus schließt man, daß die Anziehung des Trabanten ebenfalls im umgekehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernung vom Mittelpunkte desjenigen Planeten stehe, um welche sie ihre Bewegungen vollführen. — Von einigen Kometen weiß man mit Bestimmtheit, daß sie die Sonne in mehr oder minder lang gestreckten Ellipsen umkreisen, in deren einem Brennpunkt der Mittelpunkt der Sonne liegt. Andere Kometen scheinen paraboliſche Bahnen zu folgen, deren Brennpunkt in die Sonne fällt, einige dagegen hyperboliſche Bahnen um die Sonne zu beſchreiben; dergleichen Kometen entfernen ſich mithin in dem einen wie in dem andern Falle, nachdem ſie einmal von der Erde aus geſehen worden, dann für ewige Zeiten von derſelben. Mag jedoch die Bahn des Kometen eine Ellipſe oder eine Parabel oder eine Hyperbel ſein, jederzeit ſteht das Geſetz der dem Quadrate der Entfernung verkehrt proportionalen Anziehung der Sonne gegen die Kometenmaſſe damit im Einklang. — Bei genauerer Unterſuchung der ſogenannten Doppelſterne fand man, daß der eine derſelben ſich um den andern bewege; die Bahn des einen Sternes ſtellt ſich als Ellipſe dar, in deren einem Brennpunkte der andere ſich befindet. Daraus folgt wieder, daß die Anziehungskraft des Centralkörpers ſolcher Sternpaare ſich umgekehrt wie das Quadrat ihrer Entfernung verhält; daß daher die Kepler'ſchen Geſetze nicht bloß unſerem Sonnenſyſteme eigenthümlich ſind, ſondern auch jenſeits der Grenzen des Sonnengebietes gelten.

Die Sonne zieht die Planeten an, die Planeten üben ihrerſeits eine Anziehung auf ihre Trabanten aus. Die Kraft, welche den Mond in ſeiner Bahn um die Erde treibt, iſt nun keine andere als die Schwerkraft, welche die irdiſchen Körper gegen die Oberfläche der Erde niederzieht: dem großen Newton verdanken wir die Nachweiſung der eben ausgeſprochenen Behauptung. Die Entfernung des Mittelpunktes des Mondes vom Erdmittelpunkte beträgt 60 Erdhalbmeſſer; die Schwere an der Erdoberfläche muß demnach 60^2 oder 3600 mal größer ſein als die Anziehung, welche von der Erde auf eine gleiche Maſſe auf dem Monde ausgeübt wird, vorausgeſetzt, daß die von der Erde ausgehende Schwerkraft im umgekehrten Verhältniſſe des Quadrats der Entfernung des Mondes vom Erdmittelpunkte ſtehe. Daſſelbe Verhältniß wird auch zwiſchen den Wegen ſtattfinden, welche in einerlei Zeit von den auf der Erdoberfläche fallenden Körpern und von dem Monde in der Richtung der Anziehung der Erde zurückgelegt werden. Der Mond beſchreibt eine Ellipſe, welche einem Kreiſe ſehr nahe kommt; die Wirkung g' der Erde gegen die auf dem Monde befindliche Maſſeneinheit iſt alſo gleich $\frac{4\pi^2 r'}{T^2}$, wo r' den Radius des Kreiſes und T

die Umlaufszeit des Mondes um die Erde bezeichnet. Es iſt aber $r' = 60\,r$, wenn r den Erdhalbmeſſer darſtellt; ferner $T = 39343 \times 60$ Secunden, folglich $g' = \frac{4\pi^2 r'}{T^2} = \frac{4\pi^2 . r . 60}{(39343)^2 . 60^2} = \frac{2\pi r \pi}{(39343)^2 . 30} = \frac{4000000\,\pi}{(39343)^2 . 3'}$ weil $2\pi r = 40000000$ Meter iſt. Der Werth von g' unterſcheidet ſich ſehr wenig von $\frac{g}{3600'}$ ſo daß man in der nur annäherungsweiſe geführten Rechnung die Andeutung des Geſetzes in Betreff der Abhängigkeit der Intenſität der Schwere von der Entfernung der Körper vom Erdmittelpunkte nicht verkennen kann.

Im Vorhergehenden wurde wiederholt angenommen, daß die Anziehung einer Maſſenkugel auf einen entfernten Körper von ihrem Mittelpunkte ausgehe. Dieſe Annahme iſt eine nothwendige Folge des von Newton aufgeſtellten allgemeinen Geſetzes, daß die materiellen Theilchen aller Körper ſich im geraden Verhältniſſe ihrer Maſſen und im umgekehrten des Quadrates der Entfernungen anziehen. Wir wollen dieſen Satz und einige andere damit in Verbindung ſtehende auf einem elementaren von Profeſſor von Ettingshauſen eingeſchlagenen Wege jetzt beweiſen. – Wir betrachten deßhalb zuvörderſt die Action einer gleichförmig mit Materie beſetzten Kugelfläche auf einen äußeren Punkt. Es ſei C (Fig. 97) der Mittelpunkt der Kugelfläche, deren ſämmtliche materielle Theilchen den außerhalb derſelben liegenden Punkt A nach dem oben ausgeſprochenen Geſetze anziehen. Zerlegen wir die Anziehungskraft von M in zwei Componenten, wovon die eine in der Richtung A C, die andere ſenkrecht darauf wirkt; ſo wird letztere durch die ſenkrechte Componente von Q, das von A eben ſo weit wie M entfernt iſt, aufgehoben, weil gedachte zwei Componenten nicht bloß einander gleich, ſondern auch direct einander entgegengeſetzt ſind. Dasſelbe ereignet ſich bei je zwei einander gegenüberliegenden Maſſentheilchen der Kugelfläche, weßhalb wir nur die Summe der in der Richtung A C thätigen Componenten

Fig. 97.



zu berücksichtigen haben. — Wir verlängern AM bis M' und ziehen von A eine zweite Gerade ANN', welche der AM' unendlich nahe liegt. Denken wir uns dann den Kreis FNMG um AG herumgedreht, so beschreibt seine Peripherie die Kugelfläche und die Bogen MN, M'N' beschreiben zwei Zonen dieser Fläche von unendlich geringer Breite. Sämmtliche Theilchen der durch den Bogen MN erzeugten Zone sind von A gleich weit entfernt; folglich verhält sich die Action jedes Theilchens auf A gerade wie die Masse des Theilchens und umgekehrt wie das Quadrat von M; und die längs AC gerichtete Componente dieser Action zur gedachten Action selbst wie AP zu AM, wenn MP senkrecht auf AC steht. Bezeichnet man nun mit k die Masse, welche der Flächeneinheit der Kugelfläche entspricht, ferner mit f die Anziehung, welche die in einem Punkte concentrirte Masseneinheit in der Einheit der Entfernung auf A ausüben würde, erwägt ferner, daß die Fläche der genannter Zone $= 2\pi \cdot MP \cdot MN$ ist; so bekommt man für die Gesammtanziehung z der in Rede stehenden Kugelzone auf A den Ausdruck

$$z = fk \cdot \frac{2\pi \cdot MP \cdot MN}{AM^2} \cdot \frac{AP}{AM} \text{ oder } z = 2\pi fk \cdot \frac{MP \cdot MN \cdot AP}{AM^3}.$$

Man ziehe CE senkrecht auf MM', beschreibe aus A mit den Halbmessern AM, AM' die Kreisbogen Mn, M'n'; die Aehnlichkeit der Dreiecke AMP und ACE und die der Dreiecke MNn und MCE gibt dann, wenn man $AC = a$ und $MC = r$ setzt:

$$MP : AM = CE : a,$$
$$AP : AM = AE : a,$$
$$MN : Nn = r : CE.$$

Durch Multiplication dieser Proportionen entspringt

$$\frac{MP \cdot AP \cdot MN}{AM^2} = \frac{r}{a^2} \cdot EA \cdot Nn; \text{ folglich } z = \frac{2\pi fkr}{a^2} \cdot \frac{AE \cdot Nn}{AM}.$$

Es ist $Mn : M'n' = MA : M'A$; ferner wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke MNn, M'N'n' ist $Nn : Nn' = Mn : M'n'$; daher $Nn : N'n' = AM : AM'$; woraus $Nn + N'n' : Nn = AM + AM' : AM$. Nun ist $AM = AE - ME$ und $AM' = AE + ME$; folglich $AM + M'A = 2AE$. Daher

$$\frac{Nn}{AM} = \frac{Nn + N'n'}{AM + AM'} = \frac{Nn + N'n'}{2AE} \text{ und } z = \frac{\pi fkr}{a^2}(Nn + N'n').$$

Auf gleiche Weise findet man für die Anziehung z' der dem Bogen M'n' entsprechenden Kugelzone auf den Punkt A den Ausdruck

$$z' = \frac{\pi fkr}{a^2}(Nn + N'n');$$

mithin die Summe beider Actionen

$$z + z' = \frac{2\pi fkr}{a^2}(Nn + N'n').$$

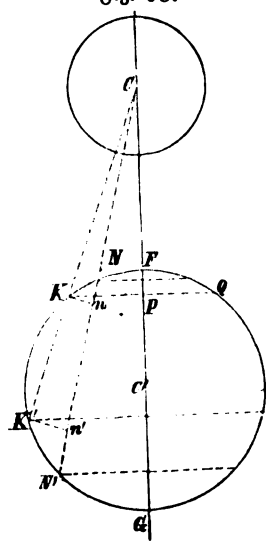
— Die Summe $Nn + Nn'$ gibt a

um wie viel die Sehne N N' die Sehne M M' übertrifft. Denken wir uns jetzt auf ähnliche Weise die Actionen bestimmt, welche die jedem andern Paare der von A ausgehenden Linien zugehörigen Kugelzonen auf den in A befindlichen materiellen Punkt äußern, und bezeichnen wir mit $\alpha, \alpha', \alpha'' \ldots$ die dergestalt der Reihe nach resultirenden Unterschiede zwischen je zwei nächsten Sehnen; so ergibt sich für die Gesammtanziehung Z, welche der materielle Punkt in A von der ganzen Kugelfläche erfährt, der Ausdruck: $Z = \frac{2\pi f k r}{a^2}(\alpha + \alpha' + \alpha'' \ldots)$. Nun ist aber, wenn $s, s', s'' \ldots$ die auf einander folgenden immer kleiner werdenden Sehnen darstellen, deren erste gleich $2r$ und letzte gleich o ist; $2r - s' = \alpha$, $s' - s'' = \alpha'$, $s'' - s''' = \alpha''$, $\ldots\ s^{(n)} - o = \alpha^{(n)}$; d. h. $\alpha + \alpha' + \alpha'' \ldots = 2r$. Der obige Ausdruck für die Anziehung der Kugelfläche verwandelt sich hiernach in $Z = \frac{4\pi f k r^2}{a^2}$. Es ist aber $4\pi r^2$ der Inhalt der Kugelfläche und $4\pi r^2 k$ ihre Masse, welche wir mit M bezeichnen wollen; daher $Z = \frac{fM}{a^2}$. Eine gleichförmig mit Materie besetzte Kugelfläche zieht mithin einen außerhalb derselben liegenden materiellen Punkt gerade so an, als ob die ganze Masse im Mittelpunkt concentrirt wäre.

Eine gleichförmig mit Masse erfüllte oder aus homogenen concentrischen Schichten bestehende massive Kugel wirkt auf einen äußeren materiellen Punkt gerade so, wie wenn die ganze Masse im Mittelpunkt vereinigt wäre. Denkt man sich nämlich die Kugel in unendlich dünne Kugelschichten getheilt, deren Massen $m, m', m'' \ldots$ und deren Anziehungskräfte $Z, Z', Z'' \ldots$ sein mögen; so hat man $Z = \frac{mf}{a^2}$, $Z' = \frac{m'f}{a^2}$, $Z'' = \frac{m''f}{a^2}$ ..... Folglich die Gesammtanziehung P der ganzen Kugel von der Masse M gleich

$$f\frac{(m + m' + m'' \ldots)}{a^2} = \frac{Mf}{a^2}.$$

Fig. 98.

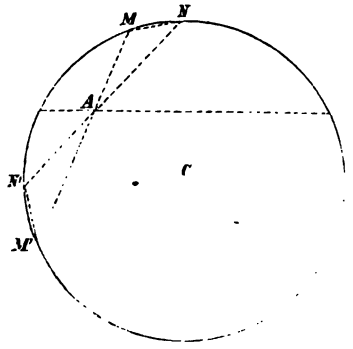


Betrachten wir jetzt die Action zwischen zwei kugelförmigen Körpern nach dem Newton'schen Gesetze. Nach einiger Ueberlegung findet man bald, daß die Anziehung z, welche die Kugel, deren Masse M ist und die C (Fig. 98) zum Mittelpunkt hat, auf die Kugelzone von der unendlich geringen Breite K N ausübt, zum Ausdruck hat $z = \frac{Mf}{CK^2} \cdot 2\pi k' \cdot KP \cdot KN \cdot \frac{CP}{CK}$,

in welchem k' die Masse bezeichnet, welche der Flächeneinheit der zweiten Kugel zukommt. Hieraus ist ersichtlich, daß die Kraft $z + z'$, welche die Kugel M gegen die beiden unendlich schmalen Zonen von der Breite KN und K'N' äußert, gleich ist $Mf \cdot \frac{2\pi k' r' \alpha}{a^2}$, wo r' den Radius der zweiten Kugel, a den Abstand der beiden Mittelpunkte darstellt, und α die Bedeutung wie oben hat, d. h. angibt, um wie viel die Sehne MK' kürzer als NN' ist. Die Anziehung, welche die ganze Kugelschichte, deren Masse m sein mag, ausübt, ist hiernach gleich $\frac{fMm}{a^2}$. Indem man sich nun die zweite Kugel von der Masse M' auf solche Weise aus concentrischen homogenen Schichten bestehend denkt, deren Massen m, m', m'' ... sind, und deren Anziehungskräfte $\frac{fMm}{a^2}$, $\frac{fMm'}{a^2}$, $\frac{fMm''}{a^2}$ ..., welche die Kugelmasse M gegen sie ausübt, sämmtlich in der Richtung von C c' liegen, wird man für die Kraft P, mit welcher die Kugel M auf die Kugel M' wirkt, die Gleichung $P = \frac{fMM'}{a^2}$ erhalten. Daraus folgt, daß zwei Kugeln, deren je zwei Theilchen sich mit einer dem Produkte ihrer Massen direct und dem Quadrat ihres Abstandes verkehrt proportionalen Kraft anziehen, solchergestalt auf einander wirken, als ob die Masse jeder derselben in dem entsprechenden Mittelpunkt vereinigt wäre.

Die Anziehung, welche ein in der Höhlung einer Kugelschale befindlicher Punkt von derselben erfährt, reducirt sich bei dem Newton'schen Attractionsgesetze auf Null. Es sei A (Fig. 99) ein innerhalb einer gleichförmig mit Materie besetzten Kugelfläche liegender Punkt, auf den jedes Massentheilchen mit einer dem Quadrate der Distanz verkehrt proportionalen Kraft einwirkt. Die durch DE gelegte Ebene zerfällt die Kugelfläche in zwei Theile, deren einer oberhalb und der andere unterhalb jener Ebene liegt. Man zerlege nun den oberen Theil der Kugelfläche in unendlich kleine Elemente, wie z. B. MN, und lasse hierauf eine durch A gehende gerade Linie sich längs des Umfanges jedes solchen Flächenstückes bewegen: es entstehen dann durch Verlängerung gedachter Linie auf dem unteren

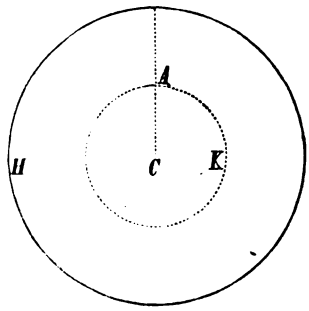
Fig. 99.



Theile der Kugelfläche eben so viele Flächenstückchen, deren jedes, wie z. B. M' N', dem gegenüberliegenden Stückchen M N des oberen Theils ähnlich ist. Man kann diese Stückchen als die Grundflächen zweier ähnlicher Kegel betrachten, die sich am Scheitel A gerade einander entgegenstehen. Die Grundflächen dieser Kegel verhalten sich daher wie die Quadrate der ähnlich liegenden Linien, oder es ist $MN : M'N' = \overline{AM}^2 : \overline{AM'}^2$, woraus $\frac{MN}{\overline{AM}^2} = \frac{N'M'}{\overline{AM'}^2}$. Nach dem Newton'schen Anziehungsgesetze sind aber die Actionen, welche die Flächenstücke MN und M' N' auf A ausüben, $\frac{fk\,MN}{\overline{AM}^2}$ und $\frac{fk\,M'N'}{\overline{AM'}^2}$; d. h. sie sind einander gleich, und da sie zugleich einander entgegengesetzt sind, so heben sie sich gegenseitig auf. In gleicher Weise tilgen sich paarweise die Wirkungen, welche durch alle Elemente der Kugelfläche auf den Punkt A ausgeübt werden. Die gesammte Wirkung der Kugelfläche auf den Punkt A wird daher Null sein, was auch bei einer Kugelschale der Fall sein wird: denn denkt man sich die Kugelschale in eine große Anzahl unendlich dünner Schichten zerlegt, so wird keine derselben eine Wirkung auf den Punkt A ausüben.

Die Anziehung einer massiven Kugel von durchgehends gleichförmiger Dichte auf einen Punkt im Innern ist der Entfernung dieses Punktes vom Mittelpunkte direct proportional. Es sei A (Fig. 100) der Punkt innerhalb der Kugel und C deren Mittelpunkt. Eine mit dem Halbmesser CA beschriebene Kugelfläche theilt die massive Kugel in zwei Theile, in die Kugelschale H und in die solide Kugel K. Nach dem vorhin Gesagten übt die Kugelschale H auf den im Innern derselben liegenden Punkt A keine Wirkung aus; der Punkt A wird daher nur von der kleineren Kugel K angezogen. Die gesammte Anziehung P, welche auf den Punkt A ausgeübt wird, ist daher, wenn m die Masse der Kugel K darstellt und $AC = a$ ist, durch die Formel $P = \frac{fm}{a^2}$ angegeben. Es ist aber, wenn die angefüllte Kugel überall dieselbe Dichtigkeit hat, $m = \frac{4\pi a^3 . k}{3}$; folglich $P = \frac{4}{3}\pi . fk . a$, wie behauptet wurde. — Die Anziehung nimmt also desto mehr ab, je näher der Punkt dem Mittelpunkt liegt, für welchen letzteren die Action sich auf Null reducirt, was schon für sich einleuchtet. — Die hier aufgeführten Formeln enthalten zugleich den Grund für die Ab-

Fig. 100.

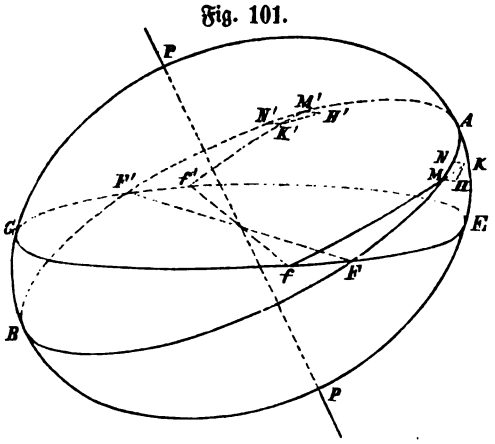


nahme der Schwere, wenn man sich von der Oberfläche der Erde nach oben oder unten entfernt, wie solches an früherer Stelle schon zur Sprache gebracht wurde.

Die eben bewiesenen Sätze gelten in aller Strenge nur für genau kugelförmige und aus concentrischen homogenen Schichten gebildete Körper, und bloß in erster Annäherung für Körper, deren Gestalt von der Kugelform nicht bedeutend abweicht und deren Masse in dem Volumen nahe gleichförmig vertheilt ist. Die Erde hat nun die Gestalt eines abgeplatteten Sphäroids, dessen Aequatorradius nach Bessel 6377399 Meter und dessen Polarradius 6356080 Meter beträgt. An einem derartigen Körper wird die Resultirende sämmtlicher Actionen der Theilchen von Ort zu Ort an Stärke sich ändern und nicht mehr genau nach dem Mittelpunkte hin zugehen. Der Zuwachs der Schwere g' für den Ort von der geographischen Breite φ über ihre am Aequator stattfindende Größe g wird bei der Annahme beliebig dichter gleichförmiger Schalen der Theorie zur Folge durch die Formel $g' = g + \frac{g}{200} \sin^2 \varphi$ dargestellt. Die Zuwachsgröße der Schwere vom Aequator nach den Polen hin beträgt demnach $\frac{1}{200}$. Von dieser Größe kommt $\frac{1}{289}$ auf Rechnung der Fliehkraft und $\frac{1}{649}$ auf Rechnung der Gestalt der Erde, wie oben gelegentlich schon bemerkt wurde.

Ein abgeplattetes Sphäroid kann man aus zwei Theilen bestehend ansehen, nämlich aus einer Kugel, deren Radius dem Polarhalbmesser gleich, und aus einer diese Kugel umgebenden Hülle, welche am Aequator am dicksten ist und gegen die Pole hin fortwährend abnimmt. Die Action der Sonne auf den kugelförmigen Theil der Erde erzeugt eine durch ihren Mittelpunkt gehende Resultirende, welche bloß eine progressive Bewegung hervorzubringen vermag, bei welcher die Drehungsachse der Erde ihre ursprüngliche Lage beizubehalten strebt. — Betrachten wir nun die Wirkung der Sonne auf die die Kugel umgebende Hülle, welche der Hauptsache nach wir als einen um den Aequator der Kugel gelegten Gürtel ansehen können. Es sei E F G F' (Fig. 101) der Durchschnitt der Erdfläche mit der Ebene der Ekliptik oder Erdbahn, A F B F' der Erdäquator, F F' die Durchschnittslinie derselben mit der Ekliptik, also F und F' die Nachtgleichepunkte. Es ist klar, daß die Wirkung der Sonne auf die zugewendete Hälfte F F' A des Gürtels wegen der geringeren Entfernung größer ist als die Anziehung, welche die Sonne auf die von ihr weggewendete Hälfte F F' B des Gürtels ausübt; die Sonne strebt demnach den Aequator des Sphäroids gegen die Ekliptik

Fig. 101.



ıuziehen mit einer ıft, welche mit der ellung der Erde in der iptik ſich ändert. In ge der Achſendrehung Erde im Sinne F'B beſchreibt ein eilchen des Aequators M binnen einer un= lich kleinen Zeit den g MN und vermöge vorhin erwähnten wirkung den Weg H, mithin den aus ſen zwei Bewegungen reſultirenden Weg MK. Der Theil MN des quators muß hiernach die Lage KMf annehmen, mithin der Winkel FE d. i. die Schiefe der Ekliptik kleiner werden und der Nachtgleiche= nkt F nach f zurückgehen. Das bei M' ähnlich liegende Theilchen des quators beſchreibt während gedachter kleinen Zeit in Folge der Ro= ion den Weg M'N' und die Wirkung der Sonne auf den Gürtel s Weg M'H', folglich durch den combinirten Einfluß den Weg M'K'. er Winkel AF'E wird dadurch größer und der Nachtgleichepunkt F' ch f' verrückt. Die Wirkungen in M und M', welche eine Aenderung der Schiefe der Ekliptik hervorzubringen ſtreben, heben einander auf, il ſie einander gleich und entgegengeſetzt ſind; dagegen unterſtützen) die Actionen, welche die Bewegung der Aequinoctiallinie FF' ver= laſſen. Aehnliches läßt ſich von je zwei homologen Theilchen der tücke AF und AF' ausſagen; wie denn die Betrachtung der Action r Sonne auf die Theilchen der Stücke BF und BF' zu demſelben eſultate führt. Die Anziehung der Sonne gegen die um ihre Achſe tirende abgeplattete Erde bewirkt alſo eine Drehung der Aequinoctial= nie FF' in einem der Rotation entgegengeſetzten Sinne, aber keine enderung in der Schiefe der Ekliptik. Jene Bewegung der Aequinoc= ialpunkte, welche die Präceſſion genannt wird, beträgt jährlich im Durchſchnitt nur 50 Secunden; wegen der Präceſſion iſt die Zeit, welche die Sonne braucht, um wieder zum Frühlingspunkte zu kommen, ürzer als diejenige, welche ſie nöthig hat, um denſelben Fixſtern zu rreichen. Erſtere Zeit heißt das tropiſche, letztere das ſideriſche Jahr; jene zählt 365,242255 Tage; dieſe hingegen 365,25638 Tage. Die rückgängige Bewegung der Nachtgleichenpunkte bewirkt, daß die

Weltpole um die Pole der Ekliptik einen Kreis beschreiben, dessen gänzliche Durchwanderung erst in einer Zeit von 25848 Jahren erfolgt.

Wie die Sonne durch ihre Einwirkung auf den hervorragenden Aequatorealgürtel der Erde die Präcession erzeugt, bringt der Mond durch eine ähnliche Wirkung die Nutation hervor. In Folge der Nutation beschreiben die Weltpole binnen 19 Jahren im retrograden Sinne am Himmel eine kleine Ellipse, deren große Achse nur 19 Secunden und deren kleine Achse 14 Secunden beträgt. Wegen des gleichzeitigen Bestehens der Präcession und der Nutation durchlaufen die Weltpole weder Kreise noch Ellipsen, sondern Ringe mit wellenförmigen aber äußerst schwachen Ausbiegungen. — Die Drehung der Erdachse ist Ursache, daß im Laufe der Zeiten allmälig ein anderer Theil des Himmels über jedem Horizont sichtbar wird. Sterne, die sich gegenwärtig nur bis zum Horizont eines bestimmten Ortes der Erde erheben, werden sich nach Vollendung des Umlaufs der Erdachse über ihn erheben, dagegen werden andere Sterne am Horizont verschwinden, welche jetzt über denselben steigen.

Die Einwirkung der Planeten auf die Erde bringt eine Verminderung der Schiefe der Ekliptik hervor. Diese Annäherung der Ekliptik gegen den Aequator macht in einem Jahrhundert nur 48 Secunden. Der große Mathematiker La Place hat berechnet, daß die Abnahme der Schiefe der Ekliptik nur bis zu einer gewissen Grenze geht und dann in eine Zunahme verwandelt werden wird. Der kleinste Werth, den die Schiefe der Ekliptik erreichen kann, ist 21°, ihr größter 27°. Zu dieser Aenderung von 6° sind jedoch viele Jahrtausende erforderlich. — Von der Schiefe der Ekliptik hängt der Wechsel unserer Jahreszeiten ab; es gab daher wohl Zeiten, in welchen an den gemäßigten Zonen die Sommer wärmer und die Winter kälter waren als jetzt; Zeiten, in denen die Tage im Sommer länger, im Winter dagegen kürzer waren als gegenwärtig. Solche Zeiten werden wiederkehren; doch wird der Unterschied wegen jenen periodischen Abwechslungen der Schiefe der Ekliptik stets nur gering sein.

Würden die Planeten bloß von der Sonne angezogen, so müßten sie streng den Kepler'schen Gesetzen gehorchen. Die Anziehung oder Gravitation ist aber eine allgemeine Eigenschaft der Materie; jeder Planet wird darum nicht allein von der Sonne, sondern zugleich von allen übrigen angezogen im geraden Verhältnisse der Massen und im umgekehrten der Quadrate der Entfernungen. Die wirkliche Bahn jedes Planeten kann deßhalb keine vollkommene Ellipse sein, sondern wird etwas davon abweichen der Anziehungen gemäß, welche er von Seiten

der übrigen Planeten erfährt. Diese Abweichungen von der rein elliptischen Bewegung eines Planeten, welche durch die Attraction der ihn umgebenden Himmelskörper hervorgebracht werden, heißen Störungen oder Perturbationen. — Die Störungen, welche die Planeten durch ihren gegenseitigen Einfluß erzeugen, sind verhältnißmäßig sehr gering. Der Hauptzug der Bahn ist eigentlich elliptisch; nur hat er hin und wieder Biegungen, je nachdem die übrigen Planeten von dieser oder jener Seite her ihre anziehende Kraft geltend machen. Bemerkbare Störungen eines Planeten können nur Körper bewirken, welche ihm nahe stehen und deren Masse nicht zu unbedeutend ist; daher üben weder die Fixsterne noch die Kometen auf die Planeten einen merklichen Einfluß aus. — Die Störungen der elliptischen Bewegungen der Planeten werden in zwei verschiedene Klassen getheilt, in periodische und seculäre. Die periodischen Störungen beziehen sich auf den Ort des Planeten in seiner Bahn und kehren nach einer gewissen Zeit wieder, wenn die Stellung der Planeten zu einander dieselbe geworden ist. Die seculären Störungen betreffen die Elemente der Bahn; sie erfolgen mit außerordentlicher Langsamkeit, sind ebenfalls in Perioden, aber viel längere eingeschlossen. — Die Störungen des Uranus, welche sich nicht auf die vom Jupiter und Saturn herrührenden Störungen zurückführen ließen, brachte die Astronomen auf die Vermuthung, daß es einen neuen Planeten geben müsse, welcher die fraglichen Abweichungen verursache. Der Astronom Leverrier kam so auf den Gedanken, den Ort und die Masse des noch unbekannten Planeten aus denjenigen Theilen der Störungen des Uranus zu berechnen, welche sich aus dem Einflusse der bisher bekannten Planeten nicht erklären ließen. Galle in Berlin richtete das Fernrohr nach der von Leverrier bezeichneten Stelle des Himmels, um den als vorhanden angekündigten Planeten aufzufinden; er sah denselben an dem Orte, welchen Leverrier ihm angewiesen hatte. Diese Entdeckung des Planeten Neptun, der weiter als 600 Millionen Meilen von der Sonne absteht und in dem stärksten Fernrohr kaum eine merkliche Scheibe zeigt, ist einer der schönsten Triumphe der Newton'schen Gravitationstheorie.

Die Störungen, welche die Anziehungen der Planeten in den Bewegungen der periodischen Kometen hervorrufen, sind öfters sehr beträchtlich. So läßt die störende Wirkung die Umlaufszeit des Halley'schen Kometen, dessen Bahn sich ein wenig über die Neptunbahn hinausstreckt, um mehr als ein Jahr variiren. Ohne die Störungstheorie hätte man die Wiederkehr dieses Kometen, für welchen die Umlaufszeiten abwechselnd 75 und 76 Jahre sind, im Jahr 1835 gar nicht mit Genauigkeit vorhersagen können. — Der Lexell'sche Komet be-

schrieb im Jahr 1770 eine Ellipse, der eine Umlaufszeit von fünf Jahren und etwa sechs Monaten entsprach. Und doch ist der Komet seit jener Zeit nicht wieder in der Gegend des Himmels gesehen worden, wo er sich nach seiner elliptischen Bahn befinden sollte. Der Komet war aber damals dem Planeten Jupiter ohngefähr 500 mal näher als der Sonne, so daß die anziehende Wirkung derselben auf den Kometen nicht $\frac{1}{200}$ von der des Jupiters betrug; daher kam es denn, daß die Gestalt der Bahn sich dergestalt geändert hatte, daß man den Kometen, selbst wenn er von der Erde aus sichtbar gewesen wäre, nicht wieder erkannt hätte. Das Verschwinden des Lexell'schen Kometen, welches im ersten Augenblicke die Gesetze der Gravitation zu erschüttern schien, muß demnach wieder als eine der glänzendsten Bestätigungen für die Richtigkeit derselben angesehen werden.

Die Sonne bringt bedeutende Störungen in dem elliptischen Gange des Mondes um die Erde hervor. Wenn die Erde zwischen dem Monde und der Sonne mit diesen Körpern auf der nämlichen geraden Linie sich befindet, wie es zur Zeit des Vollmondes der Fall ist, wird der Mond schneller gegen die Erde hin gravitiren, weil die Action der Erde und die der Sonne einander unterstützen. Beide Actionen werden zur Zeit des Neumondes, wo der Mond zwischen der Erde und der Sonne steht, einander entgegengesetzt sein; der störende Einfluß der Sonne setzt dahin wirken, den Mond von der Erde zu entfernen. Nun befindet sich aber der Mond zu verschiedenen Zeiten in verschiedenen Abständen von der Sonne und zugleich bildet die gerade Linie, welche die Mittelpunkte der Sonne und des Mondes verbindet, sehr verschiedene Winkel mit dem Radiusvector des Mondes. Daher kommt es denn, daß die Sonne je nach der gegenseitigen Lage genannter drei Körper eine verschiedene Wirkung auf den Mond ausübt. Der Astronom Clairaut hat zuerst das Problem der drei Körper gelöst, unter welchem Namen die Aufgabe verstanden wird, die Bewegung eines Gestirnes zu bestimmen, welches unter dem Einflusse der Anziehung zweier anderer Gestirne steht. Das Problem der drei Körper hat auf diese Weise in der Mondbewegung drei Ungleichheiten nachgewiesen, welche man schon früher aus den Beobachtungen erkannt hatte, ehe man die Ursache davon anzugeben vermochte. Die erste Ungleichheit wird Evection genannt und wurde von Ptolemäus entdeckt. Sie bezieht sich auf den Abstand des Mondes von der Erde, welcher sich anders herausstellt als es bei der Bewegung in einer reinen Ellipse der Fall ist. Die zweite Ungleichheit heißt Variation und betrifft die Ungleichheit im Winkel zwischen den Linien von der Erde zu dem Monde und von der Erde

zur Sonne; die Entdeckung der Variation wird gewöhnlich dem Tycho-Brahe zugeſchrieben. Die dritte Ungleichheit, die jährliche Gleichung genannt, beſteht in der Aenderung der Dauer des ſideriſchen Umlaufs des Mondes; ſie rührt daher, daß der mittlere Abſtand des Mondes von der Erde bald zunimmt und bald ſich vermindert. — Die Planeten bringen in der Bewegung der Erde Störungen hervor, die ſich in der Mondbahn gewiſſermaßen abſpiegeln. Die dadurch hervorgehende Ungleichheit in der mittleren Bewegung des Mondes heißt Seculargleichung; Halley hat zuerſt dieſe ſehr geringe Ungleichheit wahrgenommen, und La Place endlich nachgewieſen, daß ſie nur von den Geſetzen der allgemeinen Schwere abhängt.

Die Erde iſt keine Kugel, ſondern ein abgeplattetes Sphäroid. Die Frage, in welcher Weiſe eine ſolche Abplattung der Erde im Gange des Mondes ſich wohl zu erkennen geben könnte, hat La Place dahin beantwortet, daß dieſes in zwei beſonders charakteriſtiſchen Störungen geſchehe. Die eine iſt eine Ungleichheit der Mondbewegung in Länge, die andere eine Ungleichheit des Mondlaufes in Breite. Die eine wie die andere dieſer Ungleichheiten führte zu derſelben Größe der Abplattung und gab den Unterſchied zwiſchen dem Durchmeſſer des Aequators und der Erdachſe verglichen mit dem erſteren auf ein Dreihundertſtel an. Das Reſultat iſt gewiſſermaßen das arithmetiſche Mittel der mannigfaltigen Abplattungen, wie ſolche aus den verſchiedenen Gradmeſſungen hergeleitet worden ſind. Eine derartige überraſchende Uebereinſtimmung bis in die kleinſten Einzelnheiten muß uns zu der Ueberzeugung führen, daß die Kraft, welche wir auf der Erde Schwere nennen, das allgemeine Band iſt, durch welches das Univerſum zuſammengehalten iſt.

4. Mittlere Dichtigkeit der Erde. — Maſſe, Dichtigkeit und Schwere der Sonne und Planeten. — Ebbe und Fluth. — Maſſe und Dichtigkeit des Mondes.

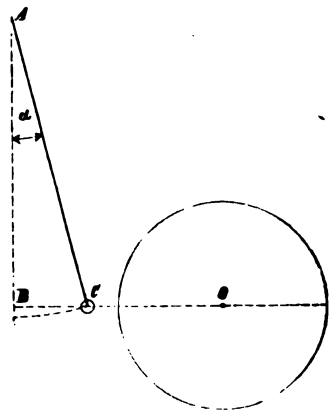
Wir verſtehen unter mittlerer Dichtigkeit der Erde die Dichtigkeit, welche ihr zukommt, wenn der ganze Erdball als eine Maſſe betrachtet wird, die ein homogenes Gemiſch aller auf und in demſelben befindlichen heterogenen Subſtanzen bildet. Um die mittlere Dichtigkeit der Erde zu beſtimmen, hat man drei verſchiedene Methoden angewandt, welche zu ziemlich übereinſtimmenden Reſultaten geführt haben, wenn die einzelnen dabei zu berückſichtigenden Umſtände nicht außer Acht gelaſſen wurden. — Die erſte Methode beſteht darin, daß man einen ſchwerloſen unbiegſamen Hebel, an deſſen Enden zwei kleine einander gleiche Kugeln A angebracht ſind, in ſeinem Mittelpunkt an einem

dünnen Faden aufhängt; alsdann den Kugeln A zwei gleiche größere Kugeln B nähert. In Folge der Anziehungskraft, welche die Massen B auf die Massen A ausüben, wird der Hebel aus seiner ursprünglichen Lage in eine andere übergehen, bis die Torsionskraft des Fadens der gegenseitigen Anziehung der Massen das Gleichgewicht hält. Hat man dieses Resultat erhalten, so entfernt man die beiden größeren Massen, lenkt den Hebel aus seiner Ruhelage ab und überläßt ihn dann sich selbst, dergestalt, daß er von einer Seite auf die andere schwingt. Die Schwingungsdauer T des Pendels wird durch die Gleichung: $T = \pi \sqrt{\frac{2 m a^2}{f'}}$ gegeben, in welcher m die Masse einer der Kugeln A, a die Entfernung derselben von der Mitte des Hebels und f' den Widerstand des Fadens gegen die Drehung bezeichnet, wenn der Faden in der Entfernung 1 um einen Winkel gedreht wird, dessen Bogen = 1. — Aus der vorhergehenden Formel entspringt, wenn man statt der Masse m ihr Gewicht Q einführt, $f' = \frac{2 \pi^2 a^2 Q}{g T^2}$, so daß f' berechnet werden kann, wenn man die Schwingungsdauer beobachtet hat, da Q, a und g bekannte Größen sind. — Wird nun durch Anziehung der Massen der Hebel um den Winkel α gedreht, so hat die der Anziehung gleichgeltende Torsionskraft zum Ausdruck $\frac{f' \alpha}{a} = \frac{2 \pi^2 a \alpha Q}{g T^2}$, weil der Hebelsarm die Länge a hat und der Widerstand des Fadens dem Drehungswinkel proportional ist. — Für diese Kraft lassen sich zwei andere Kräfte substituiren, deren jede die Hälfte jener Kraft beträgt, mithin gleich $\frac{\pi^2 a \alpha Q}{g T^2}$ ist. — Die Kraft, mit welcher die Masse m von der Masse B, deren Gewicht P ist, angezogen wird, hat nach dem Newton'schen Attractionsgesetz $\frac{f m P}{g c^2}$ zum Ausdruck, in welchem c die Entfernung der Schwerpunkte der Massen A und B in der Gleichgewichtslage und f die Anziehung bezeichnet, welche zwei in Punkten concentrirte Masseneinheiten in der Entfernung c auf einander ausüben. Man hat folglich die Gleichung $\frac{\pi^2 a \alpha Q}{g T^2} = \frac{f m P}{g c^2}$. — Die Kraft, mit welcher die Erde, deren Gewicht durch E dargestellt werden mag und deren Radius r ist, die Masse m anzieht, ist gleich $\frac{f m E}{g r^2}$; es besteht hiernach die Gleichung $\frac{f m E}{g r^2} = Q$. Durch Multiplication der beiden letzteren Gleichungen bekommen wir $E = \frac{P r^2}{c^2} \cdot \frac{g T^2}{\pi^2 a \alpha}$; oder wegen $E = \frac{4}{3} \pi r^3 \varrho$, wenn durch ϱ die mittlere Dichtigkeit der-

selben dargestellt wird, die Gleichung $\varrho = \frac{3}{4} \cdot \frac{P g T^2}{r c^2 \pi^3 \alpha a'}$, mit deren Hülfe die mittlere Dichtigkeit der Erde berechnet werden kann.

Die zweite Methode besteht darin, daß man die Ablenkung des Bleilothes durch Anziehung naher Berge ausmittelt, deren Masse und Gestalt bestimmt werden kann. Es sei C (Fig. 102) der Mittelpunkt einer kleinen Kugel, die am Ende eines Fadens hängt, dessen anderes Ende an dem festen Punkte A angeknüpft ist; O der Mittelpunkt einer gleichartigen Kugel, deren Masse jener des Berges gleichkommt, durch dessen Anziehung das Bleiloth eine Ablenkung erleidet. Die Kugel C von der Masse m ist einmal der Einwirkung einer Verticalkraft unterworfen, welche

Fig. 102.



$$f m \frac{\frac{4}{3} \pi r^3 \varrho}{r^2 g} = \frac{\frac{4}{3} f m \pi r \varrho}{g}$$

zum Ausdrucke hat, in welchem die Größen r, ϱ, f die nämliche Bedeutung wie vorhin haben. Dann folgt die Kugel der anziehenden Kraft des Berges, welche letztere Kraft ohne merklichen Fehler als horizontal angenommen werden darf und zum Ausdruck hat: $\frac{4}{3} \frac{f m r'^3 \varrho'}{r'^2 g} = \frac{4}{3} \frac{f m r' \varrho'}{g}$, in welchem r' den Radius der die Wirkung des Berges vertretenden Kugel und ϱ' die mittlere Dichtigkeit desselben bezeichnet. Das Bleiloth nimmt die Richtung der Resultirenden jener zwei Kräfte an; es besteht daher, wenn wir α den Winkel nennen, welchen der Faden des Loths mit der Verticallinie einschließt, die Gleichung: $\operatorname{tang} \alpha = \frac{r' \varrho'}{r \varrho}$, woraus $\varrho = \frac{r' \varrho'}{r \operatorname{tang} \alpha}$.

Die dritte Methode beruht auf der Beobachtung der Schwingungen eines Pendels, welches auf dem Gipfel eines Berges aufgestellt ist. Macht nämlich das Pendel bei gleichbleibender Länge in einerlei Zeit im Vergleich zu der Zahl seiner Schwingungen an der Oberfläche daselbst mehr Schwingungen, als es nach dem Gesetze der Abnahme der Schwere mit der Entfernung von dem Mittelpunkte der Erde machen sollte; so kann der fragliche Ueberschuß nur von der anziehenden Kraft des Berges herrühren. Kennt man daher die Masse des Berges und hat man aus seiner Gestalt den Radius r' der in ihrer Action auf das Pendel ihr gleichgeltenden Kugel bestimmt, so läßt sich aus dem

Unterschiede der Schwingungen die mittlere Dichtigkeit der Erde herleiten. — Die zu seiner Zeit für die Länge λ des Secundenpendels aufgestellte Gleichung $\lambda = \frac{g}{\pi^2}$ liefert, wenn bei dem Zuwachse von λ um $d\lambda$ die Größe g um dg sich vermehrt, die Relation $\lambda + d\lambda = \frac{g + dg}{\pi^2}$; durch deren Verbindung $\frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{dg}{g}$ entspringt. — Bezeichnet nun dg den durch die Anziehung des Berges verursachten Zuwachs der Erdacceleration, so hat man dem Newton'schen Attractionsgesetz zufolge $dg = \frac{4}{3} \frac{f m \varrho' r'^3}{r'^2}$ und $g = \frac{4}{3} \pi \frac{f m \varrho r^3}{r^2}$, wo m die Masse des Pendels bedeutet. Daraus entspringt $\frac{dg}{g} = \frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{r' \varrho'}{r \varrho}$. — Die Länge des Secundenpendels sollte auf dem Mont Cenis eine Länge von 993,498 Millimeter haben; statt dessen fand Carlini dieselbe gleich 993,708 Millimeter. Die Differenz von 0,21 war die Folge der Anziehung des Berges, dessen mittlere Dichtigkeit zu 2,66 angenommen werden konnte. Die Aufgabe läuft demnach darauf hinaus, den Halbmesser r' zu ermitteln, um daraus die Dichtigkeit ϱ' zu bestimmen.

Aus den oben angeführten Versuchen folgt, daß die mittlere Dichtigkeit der Erde $5\frac{1}{2}$ mal größer als die Dichtigkeit des Wassers ist und mit der Dichte des Magnets nahe übereinstimmt. Mit Ausnahme der schweren Metalle, die nur in geringer Menge in den obersten Schichten des Erdkörpers sich vorfinden, haben nun alle übrigen darin vorkommenden Substanzen eine bedeutend kleinere Dichtigkeit als sie der Erdball, als eine homogene Masse betrachtet, besitzt. — Eine solche Größe der mittleren Dichtigkeit darf uns jedoch noch nicht bestimmen, im Innern der Erde das Vorhandensein von Stoffen anzunehmen, welche hinsichtlich der Dichtigkeit die an der Oberfläche wahrgenommenen Substanzen überträfen und von denselben gänzlich verschieden wären. — Man kann vielmehr annehmen, daß sämmtliche Schichten der Erde aus einem Gemenge verschiedener Stoffe zusammengesetzt sind, wie wir solche an der Oberfläche sehen; nur werden die tiefer liegenden Schichten durch den Druck der oberen Schichten mehr und mehr zusammengedrückt werden und nothwendigerweise dadurch eine größere Dichtigkeit erlangen. — Im Innern der Erde erfolgt die Anziehung einer Function des Abstandes gemäß, über deren Natur noch nichts Bestimmtes ausgesagt werden kann. Außerhalb der Erde ändert sich die Anziehung auf einem Halbmesser im umgekehrten Verhältnisse des Quadrates der Entfernung vom Mittelpunkte; und von einem Halbmesser zum andern erleidet die Anziehung zugleich eine

Aenderung, welche dem Quadrate des Cosinus des Winkels proportional ist, den jeder Halbmesser mit der Rotationsachse des Erdsphäroids einschließt.

Die Kraft, mit welcher die Masse M der Sonne jede Masseneinheit auf der Erde in der Entfernung r' anzieht, ist gleich $\frac{fM}{r'^2}$; und die Kraft, mit welcher die Masse m der Erde auf die Masseneinheit in der Sonne zurückwirkt, ist gleich $\frac{fm}{r'^2}$. Die relative Bewegung der Erde um die Sonne geht in der Art vor sich, als ob auf eine Masseneinheit der in Bewegung begriffenen Erde in der Distanz r von der Sonne in der Richtung gegen letztere hin fortwährend die Kraft $\frac{fM}{r'} + \frac{fm}{r'^2} = \frac{f(M+m)}{r'^2}$ wirkte. Die Bewegung erfolgt in einer Ellipse, in deren Brennpunkt der Mittelpunkt der Sonne liegt; jede Masseneinheit der Erde nimmt daher die Kraft $\frac{4\pi^2 a^3}{T^2 r'^2}$ in Anspruch, wobei a die halbe Achse der Ellipse und T die Umlaufszeit, d. i. das Jahr vorstellt. Es besteht daher die Gleichung $f(M+m) = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2}$. Für die anziehende Kraft der Erde hat man aber $\frac{fm}{r^2} = g$. — Dividirt man die vorhergehende Gleichung durch die letztere, so erhält man $\frac{M}{m} = \frac{4\pi^2 a^3}{g r^2 T^2} - 1$. Es ist aber $T = 86400 \,.\, 365{,}256374$ und $a = 23984\, r$; vermittelst dieser Werthe und des Werthes von g ergibt sich $\frac{M}{m} = 354592$. — Daraus leitet man leicht das Verhältniß der mittleren Dichtigkeiten der Erde und der Sonne ab. Nimmt man die Dichtigkeit der Erde als 1 an, bezeichnet man mit ϱ die der Sonne und erwägt man, daß der Halbmesser der Sonne 110 mal so groß ist als der Erdhalbmesser; so erhält man $\frac{M}{m} = 354592 = \overline{110^3} \,.\, \varrho$. Die mittlere Dichtigkeit der Erde beträgt demnach ohngefähr das Vierfache von jener der Sonne. — Die Schwere G an der Oberfläche der Sonne ist gleich $\frac{fM}{110^2 \,.\, r^2}$; die auf der Erde gleich $\frac{fm}{r^2} = g$. Aus der Verbindung beider Gleichungen ergibt sich, daß die Schwere auf der Sonne $29\frac{1}{2}$ mal so groß als die Schwere auf der Erde ist. — Aus der Gleichung $f(M+m) = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2}$ stellt sich heraus, daß das dritte Kepler'sche Gesetz ebenfalls nur als eine erste Annäherung an die Wahrheit betrachtet werden kann und nur insoweit Gültigkeit hat, als

die Masse der Planeten verschwindend gegen jene der Sonne angenommen wird.

Es ist leicht, das Verhältniß der Masse m eines Planeten zur Sonnenmasse M zu bestimmen, wenn der Planet einen Trabanten hat, dessen Masse m' klein im Verhältniß zu jener des Planeten ist. Bezeichnen nämlich a, a' die halben Achsen der Bahnen des Planeten und seines Trabanten, ferner T, T' ihre Umlaufszeiten; so haben wir

$$\frac{4\pi^2 a^3}{T^2} = f(M+m) \text{ und } \frac{4\pi^2 a'^3}{T'^2} = f(m+m');$$

daraus entspringt $\frac{a^3 T'^2}{a'^3 T^2} = \frac{M+m}{m+m'}$; oder $\frac{m}{M} = \frac{a'^3 T^2}{a^3 T'^2}$, weil m sehr klein in Bezug auf M und m' in Bezug auf m ist. — T und T' sind durch die Beobachtung bekannt; man braucht daher bloß einen angenäherten Werth von $\frac{a'}{a}$ zu kennen, um daraus einen genäherten Werth für das Verhältniß der Masse des Planeten zu jener der Sonne zu erhalten. Auf diese Weise hat sich für das Verhältniß der Jupitersmasse zur Sonnenmasse die Größe $\frac{1}{1050}$ ergeben. Der Jupiter hat folglich eine Masse, welche 338 mal so groß als die der Erde ist. — Setzt man die Masse der Erde = 1, die Dichte derselben = 1 und den Halbmesser derselben = 1; so findet man die Dichtigkeit des Planeten, wenn man seine Masse durch die dritte Potenz des Halbmessers dividirt. — Auf diese Weise erhält man für die Dichtigkeit des Jupiters die Zahl $\frac{338}{11{,}22^3} =$ $= 0{,}238$, weil der Halbmesser des Jupiters gleich 11,22 Erdhalbmesser. — Unter denselben Voraussetzungen findet man die Schwere auf der Oberfläche des Planeten, wenn man die Masse dieses Körpers durch das Quadrat seines Halbmessers dividirt. Für den Jupiter ist hiernach die Schwere gleich $\frac{338}{11{,}22^2} = 2{,}45$. — Die Massen der Planeten, welche keine Trabanten haben, werden aus den Störungen ermittelt, welche sie entweder hervorrufen oder selbst erleiden. Die dergestalt erhaltenen Massen und Dichtigkeiten der Planeten unseres Sonnensystems nebst deren Schwere auf der Oberfläche finden sich in einer dem Schlusse des Buches beigefügten Tabelle zusammengestellt. — Die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne (Erdweite) beträgt 20693000 Meilen und der mittlere Erdhalbmesser 6366200 Meter oder 860 Meilen.

Nach der Größe ihrer Masse und ihres Umfanges ordnen sich die Planeten unseres Sonnensystems, von dem umfangreichsten angefangen, folgendermaßen: Jupiter, Saturn, Neptun, Uranus, Erde,

Venus, Mars, Merkur. Die kleineren Planeten haben nur sehr geringe Massen. — Nach der Größe ihrer Dichtigkeit ordnen sich die Planeten unseres Sonnensystems, von dem dichtesten angefangen, in folgende Reihe: Merkur, Erde, Mars, Venus, Jupiter, Neptun, Uranus, Saturn; eine Reihenfolge, welche von der nach den Massen oder den Volumen ganz verschieden ist. — Nach der Größe der Schwere an der Oberfläche ordnen sich die Planeten wie folgt: Jupiter, Neptun, Saturn, Uranus, Erde, Venus, Merkur, Mars. — Ein und derselbe Körper nach einander auf die Oberfläche jener Planeten unseres Sonnensystems gebracht, würde mithin verschiedene Gewichte haben, welche den oben angeführten Schweren proportional wären.

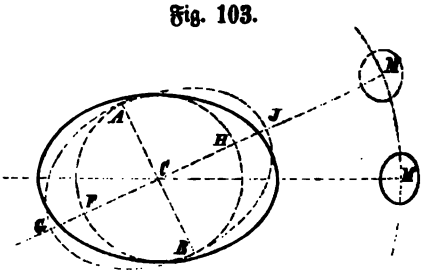
Eine Wirkung der allgemeinen Gravitation ist das täglich zweimal abwechselnde Steigen und Fallen des Meeres, welches *Fluth* und *Ebbe* genannt wird. Der Zeitraum, innerhalb dessen jene doppelte Erhebung und Senkung erfolgt, beträgt im Durchschnitt 24 Stunden 50 Minuten; ganz die nämliche Zeit, welche zwischen zwei auf einander folgenden Culminationen des Mondes verläuft. Bei einer näheren Vergleichung der Beobachtungen findet man, daß diese Erscheinungen stärker hervortreten, wenn der Mond der Erde näher kommt, als wenn er weiter von ihr absteht. Deßgleichen zeigt sich, daß auch die Sonne einigen Einfluß auf die Erscheinung hat, obschon einen weit geringeren. Wenn Sonne und Mond in Conjunction und Opposition stehen, oder zur Zeit des Neumondes und Vollmondes, tritt die größte Fluth oder die *Springfluth* ein; dagegen nehmen wir die kleinste Fluth oder die *Nippfluth* wahr, wenn beide Himmelskörper in Quadratur stehen oder zur Zeit der Mondsviertel. Es ist also nicht zu verkennen, daß Ebbe und Fluth eine von den Stellungen des Mondes und der Sonne abhängige Erscheinung ist, wobei ersterer den überwiegenden Einfluß ausübt. — Die Zeit, zu welcher das Maximum der Fluth nach dem Durchgange des Mondes durch den Meridian eintritt, heißt die *Hafenzeit*; diese Zeit ändert sich von einem Orte zum anderen in Folge äußerer Ursachen. Ebenso ist die *Höheneinheit* eines Hafens, d. h. diejenige Größe, um welche sich das Hochwasser oder Tiefwasser von dem mittleren Niveau entfernt, an verschiedenen Orten verschieden und von localen Verhältnissen abhängig. — Die Hafenzeiten und Höheneinheiten, wie sie für einige Küstenpunkte beobachtet worden sind, finden sich hier unten angegeben:

	Hafenzeit.	Höheneinheit.
Calais	11 St. 49 Min.	3,12 Meter
Boulogne	11 „ 26 „	3,96 „
Havre	9 „ 53 „	3,57 „

	Hafenzeit.	Höheneinheit.
Cherbourg	7 St. 58 Min.	2,82 Meter
London	2 „ 15 „	4,58 „
Falſe-Bay (Kap der guten Hoffnung)	3 „ 10 „	0,85 „
Valparaiſo	9 „ 40 „	0,79 „
Rio-Janeiro	2 „ 30 „	0,52 „

Im mittelländiſchen Meere iſt die Ebbe und Fluth kaum merklich; dagegen iſt ſie an den franzöſiſchen und engliſchen Geſtaden ſehr bedeutend. Die Fluthhöhe an der ſüdöſtlichen Küſte des brittiſchen Nordamerika iſt ſehr beträchtlich; hingegen ſehr gering an der nördlichen Küſte von Norwegen. In wie fern locale Umſtände auf die Höhe der Fluth einwirken können, iſt noch nicht hinlänglich erörtert; deſſen ungeachtet iſt das Problem der Ebbe und Fluth der Hauptſache nach zur befriedigenden Löſung gebracht worden.

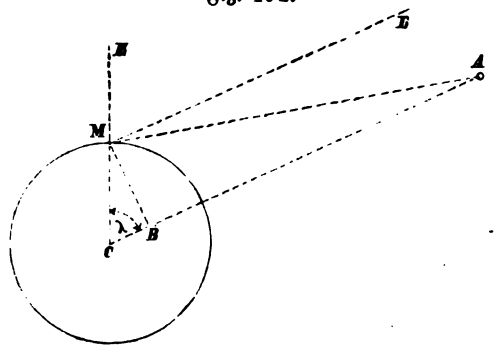
Fig. 103.



Die Erklärung der Erſcheinung iſt folgende. Es ſei C (Fig. 103) der Mittelpunkt der Erde, M der Mond. Letzterer wird die in H ihm näher liegenden Waſſertheilchen ſtärker anziehen als den Mittelpunkt der Erde; jene Waſſertheilchen werden deßhalb um ein größeres Wegſtück dem Monde entgegenrücken, mithin daſelbſt ſich emporheben. Das Gleiche wird an der vom Monde entfernteſten Stelle F eintreten, weil der Mond auf die hier befindlichen Waſſertheilchen eine weniger ſtarke Anziehung ausübt als auf den Mittelpunkt, gegen welchen ſie um ein gleiches Wegſtück zurückbleiben. Indem das Waſſer bei H und F ſteigt, wird es in A und B ſinken; dergeſtalt würde, wenn der Ocean die Oberfläche vollſtändig bedeckte, die flüſſige Maſſe unter der Einwirkung des Mondes die Geſtalt eines Ellipſoides annehmen, deſſen große Achſe nach dem Monde gerichtet iſt. Es würde alſo Fluth an denjenigen Orten ſein, für welche der Mond in ſeiner oberen oder unteren Culmination iſt, Ebbe aber an denjenigen Stellen eintreten, welche 90° davon abliegen und den Mond in ihrem Horizont haben. Zugleich ſieht man daraus, daß immer zwei Fluthen und zwei Ebben auf der Oberfläche der Erde gleichzeitig ſtattfinden; ferner daß an jedem Orte der Erde zweimal des Tages Fluth und zweimal Ebbe eintritt, weil er nämlich den Mond in jedem Tage zweimal in ſeinem Meridian und auch zweimal in ſeinem Horizont hat. — Die Einwirkung der Sonne erzeugt ein dem von dem Monde

hervorgebrachten ähnliches Ellipsoid; doch ist das von der Sonne herrührende Ellipsoid weniger verlängert, weil die Wirkung des Mondes hier beträchtlicher ist. Es läßt sich nun leicht erklären, warum in den Syzygien, d. h. zur Zeit, in welcher der Mond in Conjunction oder in Opposition steht, die Fluth am größten wird: die beiden Wirkungen des Mondes und der Sonne sind nämlich dann in demselben Sinne thätig und unterstützen einander. In den Quadraturen hingegen, wo Mond und Sonne um 90 Grade von einander abliegen, wirken beide Himmelskörper im entgegengesetzten Sinne und heben sich zum Theil auf, weßhalb die kleinsten Fluthen in jene Zeit fallen müssen. Auch ist klar, daß die größere Nähe beider Gestirne die Fluthen vergrößern muß. — Der Zeitpunkt der höchsten Fluth an einem Orte fällt nicht mit jenem der Culmination des Mondes zusammen, sondern tritt später ein. Diese Verspätung rührt daher, daß das Ab- und Zuströmen des Wassers eine gewisse Zeit braucht, um seine größte Höhe zu erreichen; dann sind die Trägheit des Wassers, die Reibung der Wassertheile an einander, die Unebenheiten des Meeresgrundes lauter Hindernisse, die nur allmälig überwunden werden können. — Die Declination des Mondes und der Sonne, sowie die ungleiche Vertheilung von Wasser und Land werden von Einfluß auf die Fluthen sein. In der Nähe des Aequators, von welchem Mond wie Sonne sich nie sehr weit entfernen, ist die Fluth am größten; sie nimmt mit der Entfernung von dem Aequator mehr und mehr ab und verschwindet in der Nähe der Erdpole, welche jene Gestirne stets nahe an ihrem Horizonte haben. Ebenso findet keine merkliche Fluth in Wassermassen von geringer Ausdehnung statt, weil Mond und Sonne beinahe gleich weit von jedem Punkte in den flüssigen Massen entfernt sind, mithin keinen Anlaß zu irgend einem Hinströmen nach einer besonderen Stelle geben. In eingeschlossenen Meeren, wie z. B. in dem schwarzen und kaspischen, ist die Fluth ebenfalls unbedeutend, weil es dort an der nöthigen Wassermasse fehlt.

Fig. 104.



Wie die Beobachtungen der Fluthhöhen bei verschiedenen Stellungen des Mondes gegen die Sonne benutzt werden können, die Masse des Mondes zu bestimmen, wird folgende Betrachtung zeigen. Es sei C (Fig. 104) der Mittelpunkt der Erde, A der des Mon-

des, M ein beliebiger Punkt der Erde; setzt man $CA = \alpha$, $AM = \varrho$, $CM = r$, den Winkel $ACM = \lambda$; so hat man $\varrho^2 = \alpha^2 - 2\alpha r \cos\lambda + r^2$; ferner, wenn MB senkrecht auf AC steht, $MB = r \sin\lambda$ und $AB = \alpha - r\cos\lambda$. Die nach MA gerichtete Anziehung, welche die Masseneinheit in M von Seiten des Mondes erfährt, dessen Masse m' beträgt, ist $\frac{f m'}{\varrho^2}$. Die Componirenden dieser Kraft nach der senkrechten Linie MB und der mit AC parallelen MD sind $\frac{f m' r \sin\lambda}{\varrho^3}$ und

$$\frac{f m' \alpha}{\varrho^3} - \frac{f m' r \cos\lambda}{\varrho^3}; \text{ oder } \frac{f m' r \sin\lambda}{\alpha^3} \text{ und } \frac{2 f m' r \cos\lambda}{\alpha^3} + \frac{f m'}{\alpha^2},$$

wenn man in diese Ausdrücke den Werth von ϱ einführt und bei der Substitution das Quadrat von r vernachlässigt, weil r nur ohngefähr $\frac{1}{60}$ von α beträgt. — Es werden demnach alle Punkte der Erde von dem Monde mit einer Kraft, welche parallel mit CA und gleich $\frac{f m'}{\alpha^2}$ ist, und überdieß mit den Kräften .... $\frac{f m' r \sin\lambda}{\alpha^3}$ und $\frac{2 f m' r \cos\lambda}{\alpha^3}$ angezogen, deren Resultante mit der Lage des Punktes M sich ändert. Letztere Kraft wird allein Ebbe und Fluth hervorbringen, da die Kraft $\frac{f m'}{\alpha^2}$ eine allen Punkten der Erde gemeinsame Bewegung zur Folge hat, mithin keine Aenderung in den relativen Lagen ihres flüssigen Theils bewirkt. — Die Sonne erzeugt in ganz ähnlicher Weise Ebbe und Fluth, nur sind die Sonnenfluthen wegen des größeren Abstandes der Sonne schwächer als die Mondfluthen. Bezeichnen wir mit M die Masse der Sonne, mit a ihre Entfernung von der Erde, und mit γ, was λ in Bezug auf die Sonne wird; so haben wir für die Seitenkräfte der Kraft, welche die Sonnenfluth veranlaßt, die Ausdrücke: $\frac{f M r \sin\gamma}{a^3}$ und $\frac{2 f M r \cos\gamma}{a^3}$. Vergleicht man jene Kräfte für einen Punkt des Meeres, dessen Radiusvector r denselben Winkel λ oder γ mit dem Radiusvector des Mondes oder der Sonne einschließt; so sieht man, daß sie sich zu einander verhalten wie ihre Massen, dividirt durch die dritten Potenzen der Abstände des Mondes und der Sonne von dem Mittelpunkte der Erde. Bezeichnet daher β das Verhältniß der Mondfluth zu der Sonnenfluth für denselben Ort der Erde und ähnliche Lagen beider Körper, so hat man $\frac{m'}{\alpha^3} = \frac{\beta M}{a^3}$, oder $\frac{m'}{m} = \beta \cdot \frac{\alpha^3}{a^3} \frac{M}{m}$, wo m die Masse der Erde bezeichnet. — Aus einer großen Anzahl von Beobachtungen, die in verschiedenen Häfen angestellt worden sind, hat man gefunden, daß $\beta = 2{,}3533$. Nun ist $a = 400\,\alpha$, ferner

$M = 355000\ m$; folglich ist die Masse des Mondes gleich $\frac{1}{75}$ der Masse der Erde. — Der Mondhalbmesser ist gleich $\frac{3}{11}$ Erdhalbmesser; hiernach ergibt sich die mittlere Dichtigkeit des Mondes im Verhältniß zu jener der Erde gleich $\frac{3}{5}$; und die Schwerkraft des Mondes im Verhältniß zu der Erde gleich $\frac{1}{6}$.

Die nach der Richtung M C wirkende Seitenkraft der Kraft $\frac{f\,m'\,r\sin\lambda}{\alpha^3}$ ist $\frac{f\,m\,r\sin\lambda^2}{75\,\alpha^3}$, und die nach der Verlängerung M E des Halbmessers gerichtete Seitenkraft der Kraft $\frac{2\,f\,m'\,r\cos\lambda}{\alpha^3}$ ist $\frac{2\,f\,m\cos^2\lambda}{75\,\alpha^3}$; folglich ist die Verminderung der Schwere im Punkte M, welche die Wirkung des Mondes verursacht, gleich $\left(\frac{2\cos^2\lambda - \sin^2\lambda}{75\,\alpha^3}\right)$. Nun ist $f\,m = g\,r^2$, ferner die Größe $2\cos^2\lambda - \sin^2\lambda$ ein Maximum gleich 2 für $\lambda = 0$. Der größte Werth der durch den Mond verminderten Schwere beträgt demnach $\frac{2\,g\,r^3}{75\,\alpha^3}$ oder beinahe $\frac{1}{8000000}$ von g, wenn man $\alpha = 60\,r$ setzt. Wenn daher die Wirkung des Mondes an der Länge des Secundenpendels meßbar werden sollte, müßte man die Aenderung wahrnehmen können, welche aus der Verlängerung des Pendels um ein Zehntausendstel eines Millimeters erwachsen würde.

Eine große Masse hat die Sonne im Vergleich gegen die der Planeten; der Jupiter wieder, obschon dessen Masse nur den 1050ten Theil von jener der Sonne ausmacht, übertrifft die übrigen Körper des Sonnensystems zusammengenommen in merklichem Maße. Um ihn würden diese Körper sich bewegen, wenn die Sonne nicht vorhanden wäre; nur würde eine solche Bewegung bedeutend langsamer erfolgen, als dies bei der Sonne der Fall ist. Schwer wie Blei ist die Feder auf der Sonne, dagegen Blei leicht wie die Feder auf der Pallas. Für den Mond dauert der Tag einen Monat, für den Saturn nur zehn Stunden. Der Mercur hat ein kurzes Jahr von 88 Erdtagen, der Neptun ein langes Jahr von ein paar Hundert Erdjahren. Dem einen Planeten erscheint die Sonne groß und warm, dem andern klein und kalt. — Wie verschiedenartig mag da nicht Alles auf den verschiedenen Weltkörpern sich gestalten, wie ganz anders das organische Leben unter solchen verschiedenen Verhältnissen der Schwere, des Tag- und Jahrmaßes sich entfalten. Festes, Flüssiges und Luftförmiges sind zwischen den verschiedenen Weltkörpern verschieden; nichts Bestimmtes

läßt sich jedoch über die Art des Unterschiedes aussagen, da das Verhalten der Stoffe unter solchen Aggregationsformen auf dem Erdball nur für uns der Gegenstand einer speciellen Betrachtung sein kann. Wie mannigfaltig dergleichen Unterschiede übrigens auch sein mögen, so viel ist gewiß, daß aller Weltkörper Materie in ähnlicher Weise zusammenhängt. Sie alle stehen im Wechselverkehr des Lichtes und der Schwere zu einander. — Kraft des einfachen Gesetzes der Schwere, daß jedes materielle Theilchen das andere mit einer Stärke anzieht und von demselben wieder angezogen wird, welche dem Produkte ihrer Massen direct und dem Quadrat der Entfernung umgekehrt proportional ist, charakterisirt sich der Erdball gleich den Planeten als kosmisches Einzelwesen, als Glied eines Sonnensystems. Die Planeten erscheinen als kosmische Individuen, weil sie in hinlängliche Nähe zu einander gestellt sind, bei welchen die gegenseitigen Anziehungsverhältnisse in merklicherem Grade als an den Fixsternen hervortreten können, die in unendlich großer Entfernung von uns liegen. — Indem wir von einem allgemeinen Gesichtspunkte ausgehend, die Weltkörper, welche mit der Erde im Universum vorhanden sind, im Großen und Ganzen nehmen, dürfen wir von Masse, Dichtigkeit, Schwere der Weltkörper sprechen, ohne Rücksichtnahme der materiellen Beschaffenheit dieser großen Massen in ihrer chemischen und mechanischen Zusammensetzung. Die Erde als Einheit genommen gilt uns dabei als Maßstab der Vergleichung in ähnlicher Weise wie bei der gewöhnlichen Bestimmung der Masse eines Körpers als Einheit der Massen die Masse einer Volumeneinheit reinen Wassers dient, bei welcher Bestimmung die verschiedenartigen Bestandtheile des Stoffes vorläufig ebenfalls keine Berücksichtigung erhalten. Zugleich führt uns eine derartige Betrachtungsweise zu dem Verständniß einer großen Reihe auf der Erde vorkommender wichtigen Ergebnisse, wie z. B. die Dichtigkeitszunahme des Erdkörpers nach innen, die Ebbe und Fluth des Meeres, wovon oben die Rede war; dann die Abwechslung der Jahreszeiten, kürzere oder längere Dauer des Tages und der Nacht, Verschiedenheit der Klimate der verschiedenen Gegenden, Luft- und Meeresströmungen, alles Dinge, welche für die Welt der lebendigen Organismen an der Erdoberfläche von wesentlichem Einflusse sind.

Die Gesetze der Anziehung und der Bewegung, wie solche auf der Erde herrschen, gelten auch für die anderen Weltkörper. Das Gesetz der Schwere in dem directen Verhältnisse der Massen und im umgekehrten Verhältnisse der Abstandsquadrate trägt das Gepräge einer bemerkenswerthen Eigenthümlichkeit und Einfachheit an sich, indem es das Gesetz für die Wirkung der einzelnen Theilchen zugleich dasselbe für sphärische Massen ist. Diese charakteristische Einfachheit würde bei Zu-

grundlegung irgend eines anderen Gesetzes nicht mehr bestehen, wenn z. B. die Kraft im umgekehrten Verhältnisse der Entfernung oder im umgekehrten Verhältnisse der dritten Potenz der Entfernung sich verminderte. Bei jedem andern Gesetze, welchem die Centralkraft unterworfen wäre, würden die Störungen, welche die gegenseitigen Einwirkungen der Planeten in ihren Bewegungen hervorbrächten, viel beträchtlicher ausfallen, als es nach dem Gesetze des umgekehrten Verhältnisses der Abstandsquadrate stattfindet. Kurz die Einfachheit und Regelmäßigkeit, welche wir in der gegenwärtigen Bewegung der Planeten, und die engen Grenzen der Störungen, welchen wir sie dabei unterworfen sehen, können durch kein anderes Gesetz erreicht werden, als durch das in der Wirklichkeit bestehende Gesetz der Anziehung. — Wenn wir über die Einfachheit und Zweckmäßigkeit des Gesetzes der Schwere Einiges auszusagen im Stande sind, so vermögen wir doch nichts Bestimmtes anzugeben, was die Ursache der Schwere und die Art und Weise anlangt, wie ihre Wirkungen hervorgebracht werden. Ob die Wirkung unmittelbar erfolge oder durch die Dazwischenkunft eines den ganzen Raum durchdringenden elastischen Mediums vor sich gehe, darüber sind wir noch nicht im Reinen: wie denn auch die eigentliche Ursache der Schwere uns gänzlich unbekannt ist. Genug, ihre Allgemeinheit ist eine Thatsache der Erfahrung und Beobachtung. Auch wissen wir, daß dasselbe Gesetz, welches der Schwere auf der Erde vorgeschrieben ist, alle Theile der Materie beherrscht, die in den entferntesten Regionen der Welt zerstreut liegen.

Aus dem gleichzeitigen Zusammenwirken einer momentanen Kraft und der allgemeinen Anziehung, welche die Körper nach einem festen Punkt hintreibt, ergibt sich die Centralbewegung der Weltkörper. Es läßt sich wohl berechnen, in welcher Entfernung von seinem Schwerpunkte der Planet einen Stoß erhalten haben muß, um die doppelte Bewegung desselben zu erzeugen, nämlich die elliptische Bewegung um die Sonne und die Drehung um seine eigene Achse. Doch wissen wir nicht anzugeben, auf welche Weise und zu welcher Zeit ein derartiger Anstoß an dem Planeten verwirklicht worden ist. Nach einer geistreichen Hypothese des La Place soll die Sonne in ihrem ursprünglichen Zustande ein Nebelstern von sphärischer Dunsthülle umgeben gewesen sein, welche durch die Wirkung einer sehr großen Hitze sich bis über die Bahnen der äußersten Planeten ausdehnte. Indem diese Atmosphäre der Sonne durch allmälige Abkühlung von jenen Entfernungen bis zu ihren gegenwärtigen Grenzen sich zurückzog, hätten mehrere darin zerstreute Punkte die sie zunächst umgebende Nebelmasse an sich gezogen und durch diese Anziehung ihre Massen vermehrt, aus

welchen dann nach ihrer Trennung von der Masse jenes Dunstkreises zu einer Kugelform vereinigt nach und nach die Planeten entstanden wären. Woher stammt aber der allmälig erkaltende und sich verdichtende Feuerball, der auf diese Weise den Planeten das Dasein gab. Darüber kann die Hypothese nichts aussagen, weil die Natur den Anfang aller Dinge für uns mit einem undurchdringlichen Schleier bedeckt hat.

Aus der Auflösung des Problems der drei Körper hat sich das bemerkenswerthe Resultat ergeben, daß die Aenderungen der Neigungen und die Excentricitäten der verschiedenen Planetenbahnen stets in sehr enge Grenzen eingeschlossen sind. Das Planetensystem wird dadurch in der Nähe eines stabilen mittleren Zustandes erhalten und so die Dauer des Ganzen gesichert. Jene beiden Beschränkungen rühren daher, daß sich alle Planeten von West nach Ost um ihren Centralkörper bewegen. — Ein weiteres wichtiges Ergebniß der Auflösung jenes berühmten Problems ist, daß die große Achse jeder Planetenbahn durch die Wirkungen aller übrigen Planeten durchaus keine Aenderung erleidet. Diese Unveränderlichkeit der großen Achse, welche ebenfalls die Erhaltung des Ganzen bezweckt, ist eine Folge, daß die Umlaufszeiten der Planeten in einem irrationalen Verhältnisse zu einander stehen. — Die Einrichtung unseres Planetensystems scheint daher von solcher Beschaffenheit zu sein, daß wenigstens in ihm selbst nichts liegt, was eine künftige Zerstörung des Ganzen herbeiführen kann. Damit wird jedoch keineswegs behauptet, daß mit der Zeit keine beträchtlichen Umbildungen mit den Weltkörpern sich zutragen können. Welche mächtigen Umwälzungen mußte doch die Erde durchmachen, bis sie geeignet war, dem Menschengeschlechte, dem Gipfelpunkt der heutigen irdischen lebendigen Schöpfung, als Wohnplatz zu dienen. Sind doch alle Dinge in einem beständigen Werden begriffen, gehen sie doch fortwährend von einem Zustande zu einem andern über. Warum sollte nicht auch das größere Ganze sich verändern; wir sind aber wieder unfähig, das Ziel zu erfassen, dem seine Entwicklung zustrebt. Welche Veränderungen und Umgestaltungen übrigens der eine oder der andere Weltkörper auch erfahren möge; so viel ist wieder gewiß, beständig bleiben die Gesetze, nach denen sie hervorgebracht werden.

Zweite Abtheilung.

Von dem Gleichgewichte und der Bewegung der flüssigen Körper.

Erster Abschnitt.

Gleichgewicht des tropfbar Flüssigen (Hydrostatik).

I. Druck und Gleichgewicht schwerer tropfbarer Flüssigkeiten.

1. Grundeigenschaften der tropfbaren Flüssigkeiten.

Feste Körper haben wir uns als Systeme zu denken, deren materielle Theilchen unwandelbar mit einander verbunden sind. Dagegen nöthigt uns die wesentliche Beschaffenheit der tropfbaren Flüssigkeiten dieselben als Systeme zu betrachten, deren Theilchen ungemein leicht verschiebbar unter einander sind und einen äußerst geringen Grad von Zusammendrückbarkeit besitzen. Und in der That ist diese leichte Verschiebbarkeit der Theilchen, wie sie an den gewöhnlichen tropfbaren Flüssigkeiten, z. B. dem Wasser und dem Quecksilber, zu Tage tritt, das am klarsten in die Augen fallende Kennzeichen. Allerdings gibt es verschiedene Grade der Flüssigkeit, wie wir dies schon an den fetten Oelen wahrnehmen. Selbst die nicht zähflüssigen Substanzen zeigen eine größere oder geringere Verschiebbarkeit der Flüssigkeitstheilchen, da die in einerlei Zeit durch enge Röhren abfließende Volumenmenge mit der Beschaffenheit der Flüssigkeit sich ändert. So ist z. B. Alkohol leicht flüssiger als Wasser und der Aether übertrifft wieder den Alkohol hinsichtlich der Flüssigkeit.

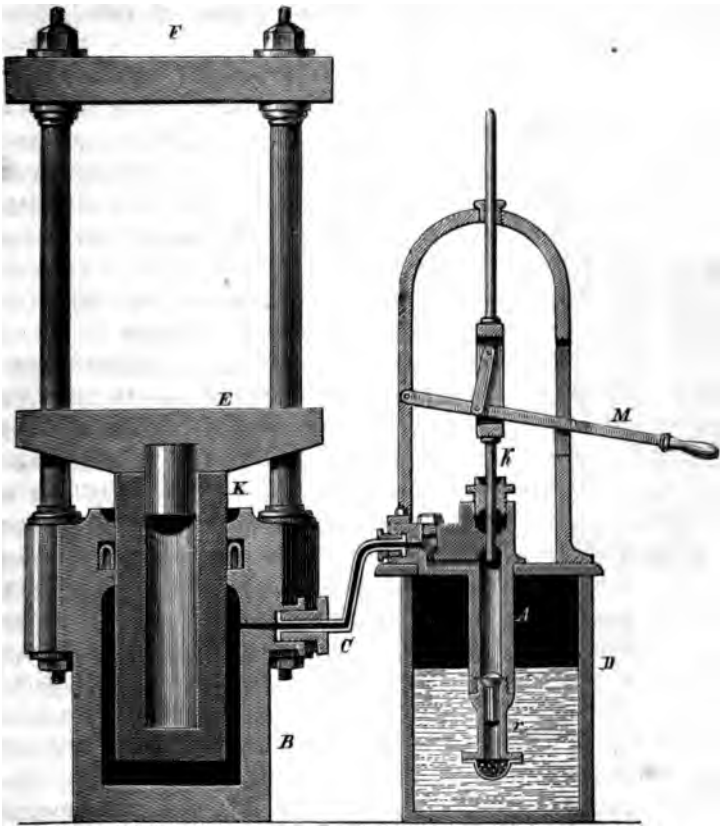
Aus der vollkommen freien Beweglichkeit der Theilchen verbunden mit der Schwierigkeit diese einander näher zu bringen, lassen sich die Gesetze des Gleichgewichtes tropfbarer Flüssigkeiten leicht herleiten, sobald nur auf die dabei vorkommenden Kräfte, wie Schwere und Molecularkräfte gehörige Rücksicht genommen wird. Gewöhnlich hat die Schwere über die Molecularkräfte ein solches Uebergewicht, daß deren Wirkungen

gegen erstere außer Acht bleiben können. In diesem Falle wäre daher eine schwere tropfbare Flüssigkeit als ein Aggregat schwerer, absolut leicht verschiebbarer und unzusammendrückbarer Theilchen zu betrachten. In anderen Fällen dürfen jedoch die Molecularkräfte nicht außer Acht bleiben, da sie den Hergang der Erscheinungen vorzugsweise bestimmen. Wir haben demnach bei der Untersuchung des Gleichgewichtes tropfbarer Flüssigkeiten zuvörderst die Gesetze ins Auge zu fassen, welche sich aus der leichten Verschiebbarkeit der Theile ergeben; dann die Wirkungen der Schwere zu betrachten; endlich auf die Molecularkräfte gehörig Rücksicht zu nehmen.

Die erste Folgerung aus der absolut leichten Verschiebbarkeit der kleinsten Theile und deren geringen Zusammendrückbarkeit ist das von Pascal aufgestellte Princip der Gleichheit des Druckes. Diesem Princip gemäß pflanzt sich ein auf eine eingeschlossene Flüssigkeit ausgeübter Druck nach allen Richtungen durch die flüssige Masse gleichmäßig fort. Die allseitige Fortpflanzung des Druckes in den Flüssigkeiten läßt sich zeigen, wenn man einen Kolben in einem Cylinder bewegt, der sich in eine hohle Kugel endigt, in deren Wand sich mehrere cylindrische Oeffnungen befinden. Ist der Apparat mit Wasser gefüllt, so wird beim Herabdrücken des Kolbens in dem Cylinder das Wasser aus allen Oeffnungen zu gleicher Zeit hervordringen. — Wirkt eine Kraft p mittelst einer Kolbenfläche a auf die Flüssigkeit, so erfährt jedes Stück der Gefäßwand von der Größe A einen Druck $P = \frac{A}{a} p$. Verschiedene Wände erleiden daher einen Gesammtdruck, welcher ihrer Fläche proportional ist.

Auf dem Princip der Gleichheit des Druckes beruht die von Bramah zuerst construirte hydraulische Presse, wohl die wirksamste Vorrichtung zur Erzeugung eines sehr starken Druckes. Die Maschine besteht aus zwei Cylindern A, B (Fig. 105) von ungleichen Durchmessern, deren innere Räume durch ein Rohr C miteinander verbunden sind. Diese Räume sind mit Wasser gefüllt. Wird nun der Kolben k mit Hülfe des Hebels M gehoben, so gelangt das Wasser aus dem Behälter D durch das Rohr r in den kleinen Cylinder A. Beim Niederdrücken des Hebels wird der Rücktritt durch ein Ventil verhindert; dagegen das Ventil u gehoben, durch welches das Wasser in den großen Cylinder B tritt. Hier drückt es nun gegen den Kolben K, den es mit der Platte E hebt, auf welcher der zu pressende Körper liegt, der so gegen die feste Platte F stark angedrückt werden kann. — Der Druck P, den man durch eine hydraulische Presse hervorzubringen vermag, hängt einmal von dem Verhältnisse ab, in welchem die Querschnitte A

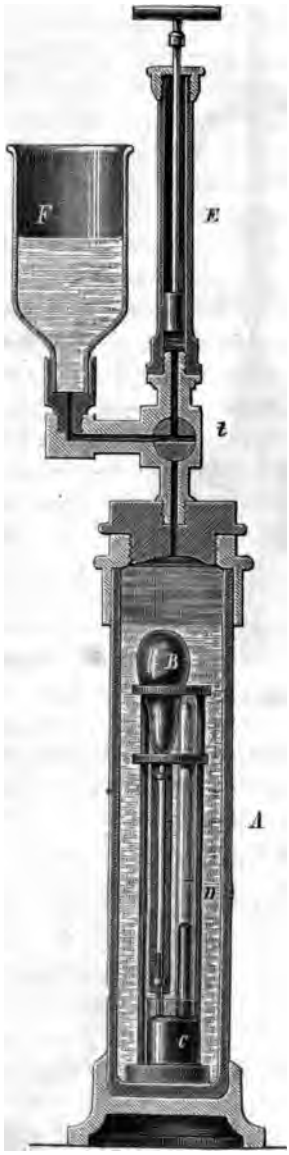
Fig. 105.



und a der beiden Kolben K und k zu einander ſtehen, dann von den Längen b und c der Hebelsarme, an deren einem die Kraft p wirkt und dem andern der Pumpenkolben k hängt. Jener Druck P iſt hiernach gleich $p \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{A}{a}$. — Hätte der Kolben K einen 100mal größeren Querſchnitt als k, und wäre b zehnmal größer als c und p gleich 10 Kilogramm; ſo würde die auf den Kolben K übertragene Kraft P gleich 10000 Kilogramm ſein. — Solche Preſſen werden gebraucht zum Auspreſſen des Runkelrübenſaftes in der Zuckerfabrication, zum Preſſen von Tuch und Papier, zum Heben ſchwerer Laſten, zur Prüfung der Stärke der Körper. — Auch hier gilt wieder der allgemeine Satz, daß was man auf der einen Seite an Kraft gewinnt, man auf der andern an Geſchwindigkeit verliert. Denn die aus dem kleineren in den größeren Cylinder getriebene Flüſſigkeit wird ſich auf eine größere Fläche

ausbreiten, weßhalb die Hubhöhe des Kolbens K so viel mal als die des Kolbens k sein wird, wie die Fläche des ersteren ist als die des zweiten.

Fig. 106.



Die Flüssigkeiten lassen sich [illegible] Anwendung außerordentlich starker kräfte nur in sehr geringem Maße mendrücken, weßhalb sie für die lich vorkommenden Kräfte als voll unzusammendrückbare Körper gelten Der wesentlichste Theil des Ap dessen man sich bedient, um die mendrückbarkeit der Flüssigkeiten weisen, ist ein birnförmiges Glas (Fig. 106), das sogenannte Piezo welches in eine feine Thermome ausläuft, deren unteres Ende, na mit Wasser gefüllt worden, in Queckſilber gefüllte Gefäß C gese — Die Röhre des Piezometers einer Scala versehen; das Verhält Rauminhaltes eines zwischen zwe strichen befindlichen Röhrenstückes Inhalt des ganzen Behälters m läufig bestimmt worden sein. Nel Piezometer befindet sich eine überal weite, oben verschlossene und unte Glasröhre D: diese ist mit Luft und taucht mit ihrem unteren End Queckſilber des Gefäßes C. Hierau man das Piezometer B sammt de röhre und dem Gefäß C in ein wandigen Glascylinder A (von 8– timeter Durchmesser), der an sein teren Ende in einen starken Holz eingekittet ist. Nachdem der Cyl voll Wasser gegossen, wird auf i Druckpumpe E aufgeschraubt, welc den Hahn t abwechselnd mit dem der A oder mit dem Wasser enth Gefäß F in Verbindung gesetzt kann. Beim Aufziehen des Kolb

Druckpumpe steht dieselbe in Verbindung mit dem Gefäße F, aus welchem dann das Wasser aufgesaugt wird. Beim Niederdrücken des Kolbens dagegen steht die Pumpe mit dem Cylinder A in Verbindung; die Wassermasse in A, in B und die Luft in dem Glasrohr D wird dann zusammengedrückt. Aus der Anzahl der Theilstriche, um welche das Quecksilber in der Piezometerröhre gestiegen ist, läßt sich auf den Grad der Zusammendrückung schließen, welchen das Wasser in C erlitten hat; und aus dem Steigen des Quecksilbers in der Glasröhre D die Größe des dabei angewendeten Druckes entnehmen, der 2, 3, 4... Atmosphären beträgt, wenn die Luft auf die Hälfte, den dritten, vierten... Theil ihres anfänglichen Volumens zusammengedrückt ist.

Würde das Glas bei der Zusammendrückung keine Volumenveränderung erleiden, so wäre das Volumen, welches die Flüssigkeit im inneren Gefäße bei verschiedenen Graden der Compression einnimmt, als ein reines Ergebniß des Druckes anzusehen. Bezeichnet hiernach w die Anzahl der Theilstriche, um welche das Quecksilber in der Piezometerröhre unter einem Drucke von P Atmosphären steigt; V das Volumen des Piezometers; μ den Coefficienten der Compressibilität des Wassers, d. h. die Volumenverminderung, welche die Volumeneinheit Wasser unter einem Atmosphärendrucke erfährt, so würde die Relation $w = \mu PV$ bestehen, vorausgesetzt, daß die Volumenverminderung der Druckkraft proportional ist. — Dem ist aber nicht so; das Glas wird nämlich ebenfalls zusammengedrückt, woraus, wenn C den Coefficienten der Compressibilität für das Glas darstellt, eine Volumenverminderung von dem Betrage CPV erwächst, welche ein theilweises Zurückgehen der Quecksilbersäule in dem Piezometer zur Folge hat. Statt der obigen Gleichung $w = \mu PV$ ist demnach die Gleichung $w = \mu PV - CPV$ zu nehmen; woraus folgt $\mu = \frac{w}{PV} + C$. Die Compressibilität fällt mithin größer aus, wenn man die Compression des Glases dabei in Rechnung bringt, was Colladon und Sturm bei ihren Versuchen gethan haben, dagegen Oerstedt bei den seinigen außer Acht gelassen hat. —

Wie das Wasser kann man auch andere Flüssigkeiten in das Piezometer bringen und auf gleiche Weise ihre Zusammendrückbarkeit bestimmen. In folgender Tabelle sind die von Colladon und Sturm für die Zusammendrückbarkeit einiger Flüssigkeiten ermittelten Werthe zusammengestellt. Sie gelten für einen Atmosphärendruck in Millionentheilen des anfänglichen Volumens.

Namen der Flüssigkeiten.	Zusammendrückbarkeit in Millionentheilen.
Quecksilber	3,38 Millionentheile
Schwefelsäure	30,35 „

Namen der Flüssigkeiten.	Zusammendrückbarkeit in Millionentheilen.
Salpetersäure	30,35 Millionentheile
Luftfreies Wasser	51,0 „
Salpeteräther	71,5 „
Terpentinöl	71,35 „
Alkohol	96,6 „
Schwefeläther	133 „

Das Quecksilber besitzt unter allen Flüssigkeiten die geringste, de Schwefeläther die größte Compressibilität. — Zugleich zeigen die Ver suche, daß für Wasser und einige andere Flüssigkeiten die Zusammen ziehung der Druckkraft proportional erscheint, daß dagegen beim Alkoh und Schwefeläther die Compressibilität abnimmt, wenn die Flüssigkei schon stark comprimirt ist. — Bei dem Wasser nimmt die Zusammen drückbarkeit mit der Temperatur ab; bei den übrigen Flüssigkeiten schei sich die Zusammendrückung mit der Erwärmung zu vermehren, wiewol in sehr verschiedenem Maße. — Sämmtliche Flüssigkeiten nehmen gena ihr ursprüngliches Volumen wieder an, wenn der Druck aufhört; s sind demnach als vollkommen elastisch anzusehen.

Bei den eben erwähnten Versuchen kommt es vor allen Dinge darauf an, den Rauminhalt des gesammten Piezometers wie den des zw schen zwei Theilstrichen befindlichen Röhrenstückes mit möglichster G nauigkeit zu bestimmen. Ein zweckmäßiges, dabei einzuhaltendes Ver fahren ist folgendes. Man wiegt zuerst das Piezometer leer, dan füllt man es mit Quecksilber und wiegt es abermals. Der Unterschi beider Wägungen dividirt durch das Gewicht der Cubikeinheit Que silber gibt den Rauminhalt des ganzen Piezometers an. Wegen d engen Röhre läßt sich das Quecksilber nicht direct in das Piezomet hineingießen; um dahin zu gelangen erwärmt man daher zuvörderst dies Gefäß und taucht hierauf die Oeffnung der Röhre unter das Quecksi ber. Bei dem Erkalten zieht sich die Luft zusammen, wodurch d Quecksilber in der Röhre zum Steigen kommt und zum Theil in d birnförmige Gefäß tritt. Wenn man diese Operation mehrere Ma wiederholt, kann man das Gefäß ganz mit Quecksilber füllen. - Um den Rauminhalt eines zwischen zwei Theilstrichen befindlichen Röh renstückes zu ermitteln, erwärmt man das mit Quecksilber gefüllte G fäß, wobei etwas Quecksilber herausfließt. Alsdann läßt man d Apparat sich wieder abkühlen und bemerkt sich die Stelle, bis zu we cher das Niveau in der Röhre gesunken ist. Endlich bestimmt m durch eine neue Abwägung, um wie viel das Gewicht durch das heraus getretene Quecksilber sich vermindert hat. Diese Gewichtsverminderu

Druckpumpe steht dieselbe in Verbindung mit dem Gefäße F, aus welchem dann das Wasser aufgesaugt wird. Beim Niederdrücken des Kolbens dagegen steht die Pumpe mit dem Cylinder A in Verbindung; die Wassermasse in A, in B und die Luft in dem Glasrohr D wird dann zusammengedrückt. Aus der Anzahl der Theilstriche, um welche das Queckſilber in der Piezometerröhre gestiegen ist, läßt sich auf den Grad der Zusammendrückung schließen, welchen das Wasser in B erlitten hat; und aus dem Steigen des Queckſilbers in der Glasröhre D die Größe des dabei angewendeten Druckes entnehmen, der 2, 3, 4... Atmosphären beträgt, wenn die Luft auf die Hälfte, den dritten, vierten... Theil ihres anfänglichen Volumens zusammengedrückt ist.

Würde das Glas bei der Zusammendrückung keine Volumenveränderung erleiden, so wäre das Volumen, welches die Flüssigkeit im inneren Gefäße bei verschiedenen Graden der Compression einnimmt, als ein reines Ergebniß des Druckes anzusehen. Bezeichnet hiernach w die Anzahl der Theilstriche, um welche das Queckſilber in der Piezometerröhre unter einem Drucke von P Atmosphären steigt; V das Volumen des Piezometers; μ den Coefficienten der Compressibilität des Wassers, d. h. die Volumenverminderung, welche die Volumeneinheit Wasser unter einem Atmosphärendrucke erfährt, so würde die Relation $w = \mu PV$ bestehen, vorausgesetzt, daß die Volumenverminderung der Druckkraft proportional ist. — Dem ist aber nicht so; das Glas wird nämlich ebenfalls zusammengedrückt, woraus, wenn C den Coefficienten der Compressibilität für das Glas darstellt, eine Volumenverminderung von dem Betrage CPV erwächst, welche ein theilweises Zurückgehen der Queckſilbersäule in dem Piezometer zur Folge hat. Statt der obigen Gleichung $w = \mu PV$ ist demnach die Gleichung $w = \mu PV - CPV$ zu nehmen; woraus folgt $\mu = \frac{w}{PV} + C$. Die Compressibilität fällt mithin größer aus, wenn man die Compression des Glases dabei in Rechnung bringt, was Colladon und Sturm bei ihren Versuchen gethan haben, dagegen Oerstedt bei den seinigen außer Acht gelassen hat. —

Wie das Wasser kann man auch andere Flüssigkeiten in das Piezometer bringen und auf gleiche Weise ihre Zusammendrückbarkeit bestimmen. In folgender Tabelle sind die von Colladon und Sturm für die Zusammendrückbarkeit einiger Flüssigkeiten ermittelten Werthe zusammengestellt. Sie gelten für einen Atmosphärendruck in Millionentheilen des anfänglichen Volumens.

Namen der Flüssigkeiten.	Zusammendrückbarkeit in Millionentheilen.
Queckſilber	3,38 Millionentheile
Schwefelsäure	30,35 „

In einem prismatischen oder cylindrischen Gefäß mit horizontalem Boden und verticalen Wänden übt die tropfbare Flüssigkeit auf den Boden einen Druck aus, welcher dem Gewichte der im Gefäße enthaltenen Flüssigkeit gleich kommt. Bezeichnet daher a den Flächeninhalt des Bodens, h den Abstand des Wasserspiegels vom Boden und γ das Gewicht der Cubikeinheit der Flüssigkeit, so erhält man für den Bodendruck P die Gleichung $P = a\,h\,\gamma$. Daraus entspringt für den auf die Flächeneinheit des Bodens stattfindenden Druck Q die Relation: $Q = h\gamma$. Man nennt ihn öfters den auf die Flächeneinheit reducirten Druck.

Denselben Druck hat auch der Boden eines andern beliebig gestalteten Gefäßes auszuhalten; dieser Druck hängt daher nicht von der Menge der in dem Gefäße enthaltenen Flüssigkeit ab, sondern richtet sich allein nach der Größe a des Bodens, nach der Höhe h und dem specifischen Gewichte γ der Flüssigkeit. Die Richtigkeit dieses Satzes läßt sich folgendermaßen nachweisen. Man denke sich die Wasserhöhe h in sehr kleine Theile zerlegt, deren jeder $= \delta$ sei, und durch die Theilpunkte horizontale Ebenen geführt, so daß die dadurch entstandenen Körperelemente als Prismen angesehen werden können, deren respective Grundflächen von oben an gerechnet $a_1\ a_2\ a_3 \ldots$ sein mögen. Der Druck p_1, welchen die erste Fläche a_1 erfährt, ist gleich $\gamma . a_1 \delta$. Der Druck p_2, welchen die Fläche a_2 erleidet, besteht aus dem Gewichte der unmittelbar über ihr stehenden Flüssigkeitssäule und einem Druck x, der sich zu dem Drucke p_1 auf a_1 verhält wie $a_2 : a_1$. Man hat daher $p_2 = \gamma a_2 \delta + p_1 \frac{a_2}{a_1}$, oder $p_2 = \gamma . a_2 . 2\delta$. — Ebenso erhält man für den Druck p_3 auf die Fläche a_3 die Gleichung $p_3 = \gamma . a_3 . \delta + p_2 . \frac{a_3}{a_2}$ oder $p_3 = \gamma . a_3 . 3\delta$. — Auf solche Weise fortgefahren, läßt sich zeigen, daß der Druck, den irgend eine horizontale Flüssigkeitsschichte oder auch der Boden erfährt, unabhängig ist von der Form des Gefäßes und einzig bedingt wird von der Größe der gedrückten Schichte, von ihrer Tiefe unter dem Niveau und dem specifischen Gewichte der Flüssigkeit.

Der Bodendruck darf nicht verwechselt werden mit dem Drucke, welchen das mit Flüssigkeit gefüllte Gefäß auf einer Wagschale ausübt oder mit seinem Gewichte, das mit der Form des Gefäßes sich ändert und bald gleich, bald größer, bald kleiner als der Druck der Flüssigkeit auf den Boden ist. Man pflegt diese Erscheinung das hydrostatische Paradoxon zu nennen, weil sie in der That im Augenblick etwas Befremdendes hat. — Mit Hülfe des Haldat'schen Apparates läßt sich das hydrostatische Paradoxon experimentell nachweisen. Ein zweimal rechtwinklig gebogenes Rohr ABC (Fig. 107) ist an dem Ende A mit

dividirt durch das Product der Zahl der Theilstriche, um welche das Niveau in der Piezometerröhre sich gesenkt hat, mit dem Gewicht der Cubikeinheit Quecksilber zeigt den Rauminhalt eines Röhrenstückes an.

2. Druck der Flüssigkeit nach unten. — Druck der Flüssigkeit nach oben.

Die freie Oberfläche einer tropfbaren Flüssigkeit muß im Gleichgewichtszustande senkrecht gegen die Richtungen der Kräfte stehen, welche auf die an der Fläche liegenden Theilchen wirken. Eine schief gegen die freie Oberfläche der Flüssigkeit wirkende Kraft läßt sich nämlich in eine gegen die Oberfläche senkrechte und in eine die Oberfläche berührende Componente zerlegen. Nur erstere kann, insofern sie Flüssigkeitstheilchen einwärts treibt, durch den Widerstand, den die Flüssigkeit vermöge ihrer Unzusammendrückbarkeit leistet, aufgehoben werden; die zweite dagegen verschiebt die Theilchen längs der Oberfläche, was der Voraussetzung des Gleichgewichtszustandes zuwiderläuft. — Die freie Oberfläche einer tropfbaren Flüssigkeit in einem nicht zu engen Gefäße erscheint im Zustande der Ruhe als eine horizontale Ebene; denn an nicht weit von einander liegenden Orten können die verticalen Richtungen der Schwerkräfte als parallel angesehen werden, welche im vorliegenden Falle auf der Oberfläche der Flüssigkeit senkrecht stehen. Diese Ebene heißt auch der Spiegel oder das Niveau der Flüssigkeit. — Die Oberfläche eines ausgedehnten ruhenden Gewässers kann für keine Ebene gelten, weil dann die Richtungen der Schwerkräfte nicht mehr als parallel angenommen werden dürfen; die Gestalt der Oberfläche der Flüssigkeit wird sich einem Kugelsegmente in dem Maße nähern, in welchem sich die Gestalt der Erde einer Kugel nähert.

Die in einem Gefäße eingeschlossene ruhende Flüssigkeit übt in Folge ihrer Schwere einen verticalen Druck nach unten aus. Eine zum Niveau parallele Schichte hat das Gewicht aller darüber liegenden Schichten zu tragen, woraus nothwendigerweise hervorgeht, daß der Druck, den eine Flüssigkeitsschichte erleidet, mit der Tiefe zunimmt, in welcher sie sich befindet. Zugleich ist einleuchtend, daß bei Flüssigkeiten von verschiedener Dichtigkeit der Druck in einerlei Tiefe proportional der Dichtigkeit ist. Nicht minder klar ist es, daß alle Theilchen der Flüssigkeit in derselben horizontalen Schichte einerlei Druck erleiden. Wegen der geringen Zusammendrückbarkeit der tropfbaren Flüssigkeiten bleibt die Dichtigkeit derselben, obschon der Druck mit der Tiefe zunimmt, bei nicht zu großen Tiefen in allen Schichten gleich; erst in beträchtlichen Tiefen des Meeres wird eine wenn auch nur geringe Zunahme der Dichte eintreten.

und füllt die Röhre mit Waſſer an, ſo übt das letztere auf die
verte Subſtanz einen großen Druck aus, in Folge deſſen es
Maſſe bringt und die löslichen Theile auflöſt. Bei dem Oeffnen
an dem unteren Theile des Apparates angebrachten Hahnes flie
gewonnene Extract tropfenweiſe in ein untergeſtelltes Gefäß hera

Der von dem Gewichte der oberen Flüſſigkeitsſchichten a
unteren herrührende Druck erzeugt einen von den letzteren ausge
gleichen Druck von unten nach oben, der eine unmittelbare Fol
Princips der Gleichheit des Druckes iſt. Das Vorhandenſein
ſolchen nach oben wirkenden Druckes zeigt folgender Verſuch. — Ein
und oben offener Glascylinder wird in ein Gefäß mit Waſſer ge
nachdem man ſeine untere Oeffnung durch eine davor gelegte Gla
verſchloſſen hat, indem man ſie mittelſt eines in ihrer Mitte
brachten Fadens feſthält. Sobald der Cylinder bis auf eine
Tiefe unter das Waſſer getaucht worden iſt, braucht man den
nicht mehr anzuziehen, um das Herunterfallen der Glasplatte z
hindern, weil ſie durch die Flüſſigkeit nach oben gedrückt wird.
kann ſelbſt noch Waſſer in den Cylinder gießen, ohne deßhalb die
zum Fallen zu bringen; ſie wird erſt durch ihr eigenes Gewicht
wenn das Waſſer in dem Cylinder faſt eben ſo hoch wie auf
deſſelben ſteht, weil dann die Platte ohngefähr einen gleichen
nach unten und nach oben erleidet.

Wir können uns nunmehr auch leicht Rechenſchaft geben, w
der Bodendruck einer Flüſſigkeit in dem einen oder dem andern

Fig. 108 a.

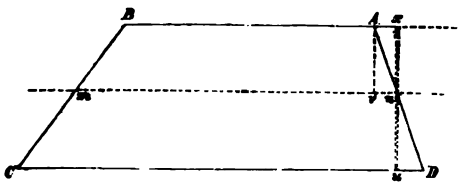
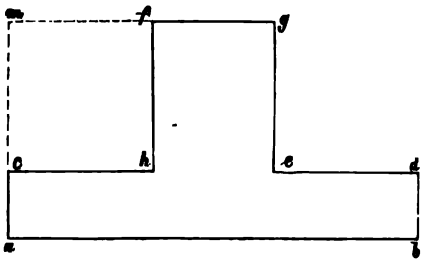
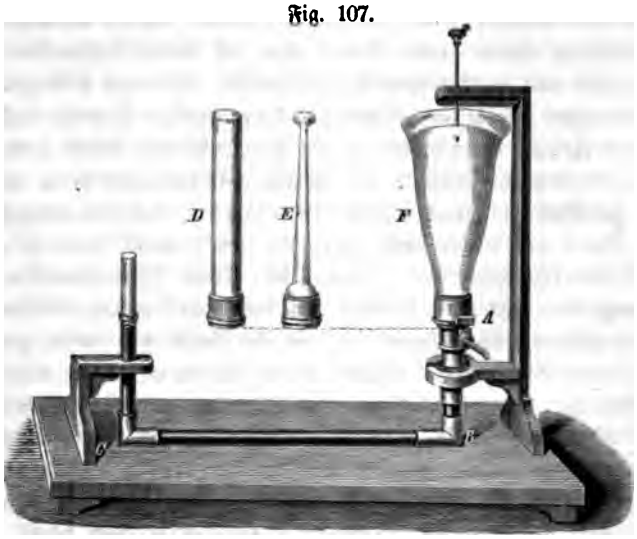


Fig. 108 b.



auf der Wagſchal
zur Wahrnehmu
bracht werden kan
wird hinreichen, d
den zwei in den F
108 (a und b)
ſtellten Gefäßen
weiſen, da ſich ga
ſelbe Beweisführu
Gefäße von jeder
Form anwenden
Das Theilchen v (
der Niveauſchicht
hat das Gewicht
in der lothrechten
v A über ihm la
Theilchen zu trage

Fig. 107.



einer Fassung versehen, auf welche nach einander die drei Gefäße D, E, F aufgeschraubt werden können, von denen das eine cylindrisch, das zweite oben verengt, das dritte oben erweitert ist. Die drei Gefäße fassen verschiedene Quantitäten Wasser, haben aber gleiche Höhe. Gießt man nun Quecksilber in das Rohr ABC, bis es nahezu das Ende der Fassung in A erreicht; schraubt dann nach einander die erwähnten Gefäße auf und gießt sie gleich hoch voll Wasser, so wird durch den Druck des letztern das Quecksilber bei A sinken und bei C um ebenso viel steigen. Als Boden der drei Gefäße kann der Quecksilberspiegel bei A gelten, der in den drei Fällen ein und derselbe ist. Die Unabhängigkeit des darauf lastenden Druckes von der Form der Gefäße gibt sich daran zu erkennen, daß in den drei Fällen das Quecksilber in dem Rohre sich gleich hoch stellt.

Mittelst einer geringen Wassermenge kann man einen sehr starken Druck hervorbringen. Man braucht zu diesem Behufe blos in die obere Oeffnung eines mit Wasser gefüllten Gefäßes eine enge lange Röhre einzufügen und letztere mit Wasser anzufüllen. Der Druck auf den Boden des Gefäßes wird der nämliche sein, als wenn man einen Cylinder gefüllt hätte, dessen Grundfläche dem Boden des Gefäßes und dessen Höhe der Höhe der engen Flüssigkeitssäule gleich wäre. — Darauf beruht die Real'sche Extractionspresse. Sie besteht aus einem weiten Cylinder mit zwei siebartig durchlöcherten Platten, der oben mit einer langen engen Ansatzröhre versehen ist. Bringt man die auszupressende gepulverte Substanz zwischen die zwei durchlöcherten Platten

Es ist aber, wenn a den Inhalt der ganzen gedrückten Fläche und h die Entfernung des Schwerpunkts derselben vom Wasserspiegel bezeichnet,

$$a\,h = a_1\,h_1 + a_2\,h_2 + a_3\,h_3 + a_4\,h_4 \ldots;$$

folglich $P = a\,h\,\gamma$: d. h. der Druck, den eine tropfbare Flüssigkeit in horizontaler Richtung gegen ein Stück oder gegen eine ganze Seitenwand ausübt, ist gleich dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule, welche die gedrückte Ebene zur Basis und die Entfernung ihres Schwerpunktes vom Wasserspiegel zur Höhe hat.

Zur Erläuterung dieses Satzes mag folgende Aufgabe dienen. Es soll der Druck des Wassers gegen ein senkrechtes Trapez bestimmt werden, dessen parallele Seiten a und b horizontal sind und in dem Abstande = c von einander stehen, und dessen obere Seite b unter dem Wasserspiegel in einer Tiefe = h liegt. — Der Abstand des Schwerpunktes des Trapezes vom Wasserspiegel ist gleich $h + \frac{c}{3} \cdot \frac{2a+b}{a+b}$ und der Flächeninhalt des Trapezes $= \frac{c}{2}(a+b)$; folglich der gesuchte Druck $P = \frac{\gamma c}{6}\,\{3(a+b)\,h + c(2a+b)\}$. Liegt die größere Seite a des Trapezes dem Wasserspiegel zugekehrt, so findet man:

$$P = \frac{\gamma c}{6}\,\{3(a+b)\,h + c(a+2b)\}.$$

Ist die gedrückte Fläche ein Rechteck, so erhält man unter übrigens gleichen Umständen $P = \gamma\,a\,c\,(h + \frac{1}{2}c)$. — Für ein Dreieck bekommt man $P = \frac{\gamma\,a\,c}{2}(h + \frac{2}{3}c)$ oder $P = \frac{\gamma\,a\,c}{2}(h + \frac{1}{3}c)$, je nachdem der Scheitel nach oben oder unten gekehrt ist.

In einem mit Flüssigkeit gefüllten Gefäße sind an zwei horizontal gegenüberstehenden Wandtheilen die horizontalen Wirkungen stets gleich groß aber entgegengesetzt, weßhalb sie sich gegenseitig aufheben und gewöhnlich keinen Erfolg haben. Macht man aber an einer Stelle der Seitenwand eine Oeffnung, so hört daselbst der Seitendruck auf, während er auf dem der Oeffnung gegenüberliegenden Wandstück wirksam bleibt und das Gefäß nach einem der Richtung des Ausflusses entgegengesetzten Sinne zu bewegen strebt. Diese Bewegung erfolgt wirklich, wenn das Gefäß leicht beweglich ist, wie es die Erfahrung am Segner'schen Wasserrade zeigt. Segner's Rad besteht aus einem cylindrischen, um eine verticale Achse drehbaren Gefäße, welches in der Nähe seines Bodens mit mehreren seitwärts gebogenen Ausflußröhren versehen ist. Wird der Cylinder mit Wasser gefüllt, so übt das Wasser auf die den Ausflußöffnungen gegenüberliegenden Wandstücke einen Druck aus, in Folge dessen der Cylinder um seine Achse gedreht wird.

daraus entspringende Druck pflanzt sich gleichmäßig bis n fort, so daß das an der Seitenwand bei n befindliche Theilchen den nämlichen Druck erleidet, wie wenn die Flüssigkeitssäule n x vorhanden wäre. Dieser Druck, welchen die Seitenwand A D bei n zugleich in lothrechter Richtung von unten nach oben erleidet, pflanzt sich in derselben Richtung auf die unter der Niveauschichte n m liegenden Theilchen fort und vermehrt sich allmählig durch das Gewicht aller in n u enthaltenen Theilchen. Das bei u am Boden liegende Theilchen erfährt so in lothrechter Richtung nach unten einen Druck, der dem Gewicht der Flüssigkeitssäule u x gleichkommt. Von den zwei lothrechten, aber entgegengesetzten Kräften, deren eine durch x u und die andere durch n x dargestellt werden kann, bleibt demnach nur die durch n u dargestellte Kraft übrig, welche das Gefäß lothrecht nach unten hin in Bewegung zu setzen sucht: auf solche Weise ereignet es sich denn, daß die lothrechte Wirkung auf die Wagschale mit dem Gewichte des Gefäßes sammt Inhalt zusammenfällt. — Bei dem in Figur b verzeichneten Gefäße beträgt der lothrechte Druck nach unten: $\overline{a\,b} \times a\,m \times \gamma$, wo $\overline{a\,b}$ den Flächeninhalt des Bodens und γ das Gewicht der Cubikeinheit Flüssigkeit darstellt. Dagegen ist der auf die Wände c h und ε d nach oben zu ausgeübte lothrechte Druck $(\overline{c\,h} + \overline{\varepsilon\,d})\ h\,f \times \gamma$, wo $\overline{c\,h}$ und $\overline{\varepsilon\,d}$ die Flächeninhalte jener Wände bezeichnen. In Folge des auf erwähnte Wände übergegangenen lothrechten Drucks nach oben zu bleibt hiernach von Seiten der Flüssigkeit ein lothrechter Druck nach unten auf die Wagschale übrig, welcher dem Gewichte der in dem Theile a b d c des Gefäßes enthaltenen Flüssigkeit vermehrt um das Gewicht der Flüssigkeitssäule f g h ε gleichkommt.

3. Seitendruck der Flüssigkeit. — Mittelpunkt des Druckes.

Jedes kleine Flächenstückchen der verticalen Seitenwand eines mit Flüssigkeit gefüllten Gefäßes erleidet einen horizontalen Druck, der dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule gleich ist, welche gedachtes Flächenstückchen zur Grundfläche und dessen Verticalabstand vom Wasserspiegel zur Höhe hat. Der Druck auf die Seitenwand nimmt also von der Oberfläche der Flüssigkeit gegen den Boden hin zu, weßhalb es in manchen Fällen nöthig ist die Seitenwände eines Gefäßes in den unteren Theilen stärker zu machen. — Um den Totaldruck, den eine ebene senkrechte oder schief gestellte Seitenwand eines Gefäßes erfährt, zu ermitteln, denke man sich die Wand in Elementarflächen zerlegt, deren Inhalte $a_1, a_2, a_3, a_4 \ldots$ und ihre respectiven Abstände vom Wasserspiegel $h_1, h_2, h_3, h_4 \ldots$ sein mögen. Hieraus ergibt sich für den Gesammtdruck P der gegen die Wand parallel wirkenden Kräfte der Ausdruck:

$$P = \gamma\,(a_1 h_1 + a_2 h_2 + a_3 h_3 + a_4 h_4 \ldots).$$

findet man auf ähnliche Weise $x = \frac{h^2 + h\,b + \frac{b^2}{3}}{h + \frac{b}{2}}$. — Ist die Seitenwand ein Dreieck, dessen Basis mit dem Wasserspiegel zusammenfällt, so liegt der Mittelpunkt des Druckes in der Mitte der Linie, welche den Halbirungspunkt der Basis mit dem Scheitel des gegenüberliegenden Winkels verbindet. — Liegt dagegen die Spitze des Dreiecks im Wasserspiegel, so befindet sich der Mittelpunkt des Druckes noch auf der nämlichen Verbindungslinie wie vorhin, aber um drei Viertel ihrer Länge vom Niveau entfernt.

4. Communicirende Gefäße.

Gefäße, die dergestalt miteinander in Verbindung stehen, daß die tropfbare Flüssigkeit aus einem in das andere übergehen kann, heißen communicirende Gefäße. Das Gleichgewicht erfordert, daß die Flüssigkeit in solchen Gefäßen gleich hoch stehe oder die Oberflächen der Flüssigkeit in allen Gefäßen einer und derselben Horizontalebene liegen. — Befinden sich in communicirenden Gefäßen zwei ungleichartige Flüssigkeiten, welche sich weder mischen noch chemisch aufeinander wirken, so müssen fürs Gleichgewicht die Höhen der Flüssigkeiten über ihrer Trennungsfläche sich verkehrt wie ihre specifischen Gewichte verhalten. Sind nämlich s und s' die respectiven Gewichte der Cubikeinheit der Flüssigkeiten, ferner h und h' die Höhen der Flüssigkeitssäulen für das Gleichgewicht, so ist der Druck über der Berührungsfläche a beider Flüssigkeiten auf der einen Seite gleich $a\,h\,s$ und auf der andern Seite gleich $a\,h's'$. Daraus entspringt für das Gleichgewicht $h\,s = h's'$ oder $h : h' = s' : s$. — Man kann dieses hydrostatische Gesetz zur Bestimmung des specifischen Gewichtes einer Flüssigkeit benutzen.

Schüttet man verschieden dichte unmischbare Flüssigkeiten in ein Gefäß, so sondern sie sich in verschiedene horizontale Schichten dergestalt von einander ab, daß die specifisch leichteren sich oben, die specifisch schwereren sich unten befinden. Aus diesem Grunde schwimmt Oel auf Wasser, und erhält sich das süße Wasser der Flüsse an ihren Mündungen längere Zeit über dem dichteren Salzwasser des Meeres. — Theilt man den Inhalt eines Glases durch eine Korkplatte, in welcher eine nach unten gehende enge Glasröhre angebracht ist, in zwei Hälften, füllt dann den unteren Theil mit rothem Wein und gießt zuletzt Wasser auf die Korkplatte; so steigt der Wein in die Höhe während das Wasser hinabsinkt. — Werden vier verschiedene Flüssigkeiten, die sich nicht mischen, z. B. Quecksilber, Steinöl, blau gefärbter Weingeist, roth gefärbte Naphta in eine Glasröhre gefüllt und diese nachher verschlossen,

Die Drehung geht um so schneller vor sich, je höher die Wassersäule, je größer die Anzahl der Ausflußröhren, je weiter die Ausflußöffnung ist.

Auf dem Principe des Segner'schen Wasserrades beruhen die sogenannten horizontalen Wasserräder, auch Kreiselräder oder Turbinen genannt. Sie bestehen aus Wasserbehältern, aus denen das Wasser in der Achsenrichtung eines um eine verticale Achse drehbaren Rades geleitet wird. Der Radkranz ist mit gekrümmten Blechschaufeln besetzt, so daß dadurch gekrümmte Kanäle für den Durchgang des Wassers entstehen. Indem das Wasser nach den durch die Curven vorgeschriebenen Richtungen ausströmt, setzt es durch Rückwirkung das horizontale Wasserrad in Bewegung. Die Turbinen erweisen sich in Gegenden, in welchen das Wasser ein hohes Gefälle hat, besonders zweckmäßig. — Das Segner'sche Wasserrad im Großen zum Betrieb von Maschinen ausgeführt, hat immer nur einen sehr geringen Erfolg gewährt, weil wegen des beträchtlichen Gewichtes des gefüllten Cylinders ein unverhältnißmäßig großer Reibungswiderstand am unteren der beiden Zapfen, um welche der Apparat rotirt, zu überwinden ist.

Unter Mittelpunkt des Druckes versteht man den Angriffspunkt der Resultirenden, welche den sämmtlichen auf die Seitenwand wirkenden horizontalen Druckkräften der Flüssigkeit entspricht. Derselbe muß tiefer als der Schwerpunkt der Seitenwand liegen, weil der Druck für die einzelnen Punkte von oben nach unten an Stärke zunimmt. Wie der Mittelpunkt des Druckes gefunden werden kann, wollen wir an einigen speciellen Fällen zeigen. — Die Wand sei ein Rechteck, dessen obere Seite a im Wasserspiegel liegt. Der Mittelpunkt des Druckes befindet sich auf der Linie, welche die Halbirungspunkte der beiden horizontalen Seiten a verbindet. Denkt man sich das Rechteck in unendlich schmale horizontale Streifen $a\delta$ zerlegt, bestimmt von jedem den darauf stattfindenden Druck und multiplicirt denselben mit dem betreffenden Abstand von dem Wasserspiegel; so muß die Summe dieser statischen Momente gleich dem statischen Momente des Gesammtdruckes P sein. Daraus ergibt sich, wenn x die Entfernung des Mittelpunktes des Druckes vom Wasserspiegel bezeichnet, die Gleichung:

$$P\,x = \gamma\, a\, \delta^3 (1 + 2^2 + 3^2 \ldots n^2) = \frac{\gamma\, a\, \delta^3\, n^3}{3} = \frac{\gamma\, a\, b^3}{3},$$

da die Seite b des Rechtecks $= n\,\delta$. Es ist aber, wie oben nachgewiesen worden, $P = \frac{\gamma\, a\, b^2}{2}$; folglich $x = \frac{2}{3}\, b$, d. h. der Mittelpunkt des Druckes liegt auf der Linie, welche die zwei horizontalen Seiten a halbirt, um zwei Drittel dieser Linie vom Wasserspiegel entfernt. — Liegt die obere Seite des Rechtecks um h vom Wasserspiegel entfernt, so

Auf dem Gesetze des Gleichgewichtes in communicirenden Gefäßen beruht die Wasserwage, deren man sich bedient, um zu bestimmen, um wie viel ein Ort in verticaler Richtung höher liegt, als ein anderer. Sie besteht aus einem geraden Blechrohr, das auf einem dreifüßigen Stativ ruht, und an dessen beiden rechtwinklig in die Höhe gebogenen Enden zwei gläserne Cylinder aufgekittet sind. Werden diese Cylinder mit gefärbtem Weingeiste gefüllt, so müssen die Oberflächen der Flüssigkeit in beiden Cylindern in derselben horizontalen Ebene liegen. Sieht nun ein Beobachter längst der horizontalen Ebene nach einer an einem andern Orte aufgestellten Platte, welche in ihrer Mitte eine Marke trägt und auf einem eingetheilten Stabe durch den Gehülfen des Beobachters so lange hinauf oder abwärts bewegt wird, bis die Marke in die horizontale Ebene zu liegen kommt, so läßt sich leicht angeben, um wie viel die Orte des Beobachters und des Gehülfen unter der horizontalen Ebene sich befinden, wodurch denn auch der verticale Abstand beider Orte bekannt ist.

Die Libelle besteht aus einer cylindrischen Röhre, welche an ihrer inneren oberen Seite eine leichte Krümmung hat und bis auf einen kleinen Theil mit Weingeist gefüllt und luftdicht verschlossen ist. Die Röhre wird in eine Messingfassung gebracht und mit dieser auf eine Unterlage von Metall befestigt, so daß, wenn man die ganze Vorrichtung auf eine horizontale Ebene stellt, die Mitte der Luftblase den höchsten Stand der Röhre einnimmt. Wird die Basis aus der horizontalen Lage verrückt, so begibt sich die Luftblase näher gegen das höhere Ende hin. Die Libelle dient daher dazu, um einer Ebene eine horizontale Lage zu geben oder zu beurtheilen, ob eine Ebene horizontal sei oder nicht.

Der anatomische Heber ist ein Communicationsgefäß mit einem kurzen, weiten und mit einem langen, engen Arme. Der weite Arm ist durch eine übergebundene Blase geschlossen, auf welche ein mit Gewichten beschwertes Brett gelegt wird. Gießt man nun Wasser durch den langen Arm, so kann der gegen die Blase ausgeübte Druck so bedeutend werden, daß er das aufgelegte Gewicht zu heben vermag. Jener Druck läßt sich leicht berechnen, weßhalb der Apparat auch als Wage gebraucht werden kann. Zu diesem Behufe wird er dahin abgeändert, daß in dem weiten Arm ein Kolben wasserdicht auf und ab sich bewegen läßt, während an der starken Kolbenstange ein Brett sich befindet, auf welches der abzuwägende Körper gelegt wird. Ist P das Gewicht des unbelasteten Kolbens, a der Flächeninhalt seiner Basis, h die ihm entsprechende Druckhöhe, so ist $P = a h \gamma$. Wird nun das Gewicht Q

so erhält man die sogenannte Elementarwelt. Schüttelt man nämlich die Flüssigkeiten unter einander, so sieht man sie, sobald sie in Ruhe kommen, nach ihren specifischen Gewichten sich über einander lagern; unten erscheint das Queckſilber, darüber das Steinöl, höher der Weingeist, und ganz oben die Naphta.

Das Wasser der Quellen, Flüsse, Seen dringt häufig durch die mancherlei Spalten und leeren Zwischenräume, welche sich in den Seitenwänden des Bettes vorfinden, in die angrenzenden Erdschichten; es wird dann Grundwasser genannt. Solches Wasser strebt nach dem Gesetze der communicirenden Gefäße sich zu der nämlichen Höhe zu erheben, welche das Wasser in den Flüssen oder Seen hat. Daher sehen wir das Grundwasser jederzeit steigen oder fallen, wenn die Höhe der benachbarten Gewässer wächst oder abnimmt. — Aus demselben Grunde steigt oder fällt auch das Wasser in den Brunnen, wenn das Wasser in den Quellen, von denen sie gespeist werden, sich vermehrt oder vermindert; bei anhaltendem Regen werden dergleichen Brunnen viel Wasser haben, bei andauernder Dürre in manchen Zeiten sogar keins geben.

Das Emporströmen des Wassers in den artesischen Brunnen kann nur daher rühren, daß das Wasser in dergleichen Brunnen mit anderen Wasserbehältern communicirt, in denen das Wasser noch höher steht, als die Ausflußöffnung des Brunnens liegt. Das Wasser, welches in die Tiefe der Erde einzieht, sickert darin so lange durch, bis es an Gesteinschichten kommt, welche den weiteren Durchgang verhindern. Auf diese Weise sammelt sich das Wasser an tiefer gelegenen Stellen an, so daß es unter dem Drucke einer Wassersäule steht, deren Höhe gleich ist dem Abstande jener tief gelegenen Stelle von dem Orte, wo die wasserführende Schichte zu Tage tritt. Wird nun an dem Orte der Erdoberfläche ein Bohrloch bis zu der wasserführenden Schichte gegraben, so erhält man dadurch den zweiten Arm eines communicirenden Gefäßes. Liegt das Bohrloch tiefer als der Ort, wo die den andern Arm bildende wasserführende Schichte zu Tage tritt, so wird das Wasser aus dem Loche emporspringen, sich aber wegen Bewegungshinderniſſen nicht ganz bis zu jener Schichte erheben.

Das Gesetz der communicirenden Gefäße kommt bei unseren Wasserleitungen ebenfalls in Anwendung. Es läßt sich das Wasser von einer hochgelegenen Wassersammlung durch Röhren an alle Orte leiten, deren Höhen geringer sind, als diejenige, von welcher das Wasser herabgeleitet wird. — Bringt man an dem unteren Ende einer Wasserleitung eine kurze Röhre an, so springt das Wasser aus derselben empor, indem es bis zu der Höhe des Wasserspiegels zu steigen strebt.

man den massiven Cylinder in ein darunter gestelltes Gefäß
Wasser; sofort sinkt die mit Gewichten beschwerte Schale herab,
Beweise, daß der ins Wasser gesenkte Cylinder einen Gewichts
luft erlitten hat. Gießt man jetzt den hohlen Cylinder voll Wa
so wird das Gleichgewicht wieder hergestellt, was offenbar zeigt,
der massive Cylinder durch das Untertauchen so viel an Gewicht
liert, als die Flüssigkeit wiegt, deren Platz er einnimmt.

Hieraus wird begreiflich, warum der Eimer des Ziehbrunne
wenn er unter dem Wasserspiegel schwebt, leicht in die Höhe geho
werden kann, dagegen schwer, wenn er außer dem Wasser sich befin
Daraus erklärlich, warum wir Gewichte unter Wasser tragen kön
welche wir in der Luft nicht zu heben im Stande sind. Ein Kör
verliert in einer Flüssigkeit desto mehr von seinem Gewichte, je grö
sein Volumen ist. Deßhalb wird, wenn eine Kugel von Blei und
gleich schwere Kugel von Elfenbein in Wasser getaucht werden, die
tere mehr von ihrem Gewichte verlieren als die erstere. — Die Tr
kraft der Flüssigkeit ist unabhängig von der Tiefe oder Ausdehnung
selben, wenn nur eine hinreichende Menge davon vorhanden ist, um
eingesenkten Körper ringsum zu umgeben. Darum wird ein Stück
Holz ebenso gut von dem Wasser in einem Gefäße getragen als
einem Teiche; deßwegen werden Canäle nur so weit und tief gema
als es nöthig ist, um die schwimmenden Fahrzeuge mit Wasser geh
zu umgrenzen.

Nach dem Archimedischen Principe schwimmt ein Körper desto leich
je specifisch schwerer die Flüssigkeit ist, in welche man ihn taucht. Ei
schwimmt auf Quecksilber, dagegen sinkt es im Wasser zu Boden.
Ei sinkt im gewöhnlichen Wasser unter, im specifisch schwereren Sa
wasser steigt es in die Höhe. Ein Seeschiff senkt sich, wenn es
Flußwasser kommt tiefer ein, als es im Meerwasser eingetaucht w
die Ladung muß deßhalb vermindert werden, bevor es in Flußwa
gelangt, wenn es gerade so viel geladen hatte, als es im Meerwa
ohne unterzugehen tragen konnte. Werden von zwei gleich gro
Kugeln von Elfenbein die eine in Wasser, die andere in Weing
eingetaucht; so wird letztere weniger an Gewicht verlieren als erst
weil der Weingeist specifisch leichter als Wasser ist.

2. Gleichgewicht schwimmender Körper.

Ist der eingetauchte Körper, dessen Volumen v und dessen spec
sches Gewicht s ist, überall von der Flüssigkeit umgeben, deren spec
sches Gewicht s' ist; so wird er mit einer Kraft gleich v s, welche
Schwerpunkt des Körpers zum Angriffspunkte hat, vertical abwä

aufgelegt, wodurch ein Steigen in dem engen Arme bewirkt wird; so ist, wenn h' die neue Druckhöhe bezeichnet, $Q + P = a h' \gamma$; folglich $Q = a \gamma (h' - h)$.

II. Verhalten der festen Körper in flüssigen.

1. Druck der Flüssigkeiten gegen darin befindliche Körper.

Denkt man sich, daß in einer ruhenden Flüssigkeitsmasse ein Theil der darin befindlichen Flüssigkeit von beliebigem Volumen und beliebiger Gestalt plötzlich erstarrte, ohne daß dabei irgend welche Aenderung in Volumen und in Gestalt einträte; so würde der Druck, welche die umgebende Flüssigkeit auf jenen Theil ausübt, ganz derselbe bleiben wie vorher. Sämmtliche darauf wirkende horizontale Druckkräfte heben einander auf, dagegen setzen sich sämmtliche verticale, theils aufwärts theils abwärts wirkende Kräfte zu einer aufwärts gerichteten Mittelkraft zusammen, deren Größe dem Gewichte der erstarrten Flüssigkeitsmenge gleich kommt. Offenbar wird jetzt jeder andere an der Stelle dieses erstarrten Flüssigkeitstheils gesetzte feste Körper von genau derselben Gestalt und demselben Volumen einen Druck von der nämlichen Größe in der Richtung von unten nach oben erfahren. Wir können deßhalb von jedem in eine Flüssigkeit getauchten Körper behaupten, daß er von zwei Kräften sollicitirt wird, nämlich von der Schwere, welche ihn abwärts bewegt, und von der Flüssigkeit, welche ihn mit einer Kraft, die gleich dem Gewichte der verdrängten Flüssigkeitsmasse ist, aufwärts treibt. — Diesen vertical aufwärts gerichteten Druck der Flüssigkeit nennt man den Auftrieb. Ein in eine Flüssigkeit gesenkter Körper verliert also in Folge des Auftriebes so viel von seinem Gewichte als die durch ihn verdrängte Flüssigkeit wiegt. — Dieser Satz wird das Archimedische Princip genannt, weil er zuerst von dem berühmten Archimedes aufgestellt wurde.

Das Archimedische Princip läßt sich mit Hülfe der hydrostatischen Wage auch experimentell bestätigen. Man bezeichnet mit diesem Namen eine empfindliche Wage mit genau gleichen Armen, bei welcher die eine Wagschale an kürzeren Drähten hängt und an ihrer unteren Fläche ein Häckchen trägt, woran mittelst eines Drahtes feste Körper aufgehängt werden, um dieselben während des Gebrauches der Wage nach Umständen in Wasser oder in eine andere Flüssigkeit zu versenken. — Im vorliegenden Falle wird an das Häckchen ein hohler Blechcylinder aufgehängt und an diesen wieder ein massiver Messingcylinder, welcher genau die Höhlung des obern ausfüllt. In die andere Wagschale legt man so viel Gewichte, daß das Gleichgewicht hergestellt ist. Hierauf taucht

das specifische Gewicht der Flüssigkeit bedeutet. Es ergibt sich daraus $P' = \frac{P s' (s - \gamma)}{s (\gamma - s')}$. Wird der Werth von P' größer genommen, als α aus der letzteren Gleichung entspringt, so wird ein Theil des Körpers aus der Flüssigkeit hervorragen. Soll ein kugelförmiger Körper vom Halbmesser r, dessen specifisches Gewicht s größer ist als das der Flüssigkeit γ, zum Schwimmen gebracht werden; so kann man leicht den kugelförmigen Theil seiner Masse finden, welcher von innen weggenommen werden muß, damit der Körper in der Flüssigkeit schwimme. Heißt nämlich x der Halbmesser der wegzunehmenden Masse, so wird die Kugel schwimmen, wenn

$$\frac{4}{3}\pi r^3 s - \frac{4}{3}\pi x^3 s = \frac{4}{3}\pi r^3 \gamma \text{ ist,}$$

woraus entspringt $x = r\sqrt[3]{\frac{s - \gamma}{s}}$. — Soll die Kugel aus Messing von der Dicke c und dem specifischen Gewichte $s = 8\gamma$ verfertigt werden, so bekommt man $x = \frac{c\sqrt[3]{\frac{7}{8}}}{1 - \sqrt[3]{\frac{7}{8}}}$. —

Das künstliche Schwimmen des Menschen geht darauf hinaus, durch angemessene Bewegungen dem Körper eine solche Lage zu geben, bei welcher der Kopf über dem Wasser bleibt. Je größer der eingetauchte Theil des Körpers ist, desto leichter kann man sich über dem Wasser erhalten. Man muß daher streben, daß die Arme so viel als möglich unter dem Wasser bleiben; dafür sorgen, daß die Brusthöhle durch Ausathmen sich nicht zu sehr verenge, mithin möglichst kurz athmen; ferner verhüten, daß durch Nase und Mund Wasser eindringt, welches das Gewicht des Körpers vergrößert. Bei dem Liegen des Körpers im Wasser auf dem Rücken läßt sich leicht durch eine rückwärts gerichtete Beugung des Kopfes das Gesicht über dem Wasser erhalten; weßhalb das Schwimmen auf dem Rücken geringere Anstrengung erfordert als das Schwimmen auf dem Bauche. Die Stellung des Kopfes bei den meisten vierfüßigen Thieren macht es ihnen leicht, denselben über dem Wasser zu erhalten, wenn sie sich darin befinden; was bewirkt, daß bei ihnen das Schwimmen besser von Statten geht als bei den Menschen. — Die meisten Fische haben beinahe das nämliche specifische Gewicht wie das Wasser und können weder steigen noch sinken, wenn sie keine Kraft anwenden. Einige Fische sind mit einem eigenen Organ, der Schwimmblase, ausgerüstet, welche ihnen gestattet ihr Volumen willkührlich zu verändern und auf diese Weise das Aufsteigen oder Hinabsinken mit größerer Leichtigkeit zu bewerkstelligen. Bei dem Schwimmen bedienen

sich die Fische vorzugsweise des Schwanzes, welchen sie dergestalt bewegen, daß dadurch das Wasser sie vorwärts treibt, während die Flossen besonders zur Steurung der Bewegung dienen.

3. Tiefe der Einsenkung schwimmender Körper.

Die Bestimmung der Größe der Eintauchstiefe kommt häufig bei Kähnen und Schiffen vor. Haben dergleichen Fahrzeuge eine gesetzmäßige Form, so läßt sich die Tiefe der Einsenkung bei gegebener Belastung berechnen; dagegen muß diese Tiefe auf dem Wege des Experiments bestimmt werden, wenn die gesetzmäßige Form fehlt. Wie im ersten Falle verfahren wird, möge an einigen Beispielen gezeigt werden. Die Tiefe der Einsenkung einer homogenen Kugel im Wasser zu bestimmen, deren Halbmesser $= r$ und deren specifisches Gewicht $= s$ kleiner als das des Wassers $= \gamma$ ist. Bezeichnet x die Tiefe der Einsenkung, so ist $\frac{\pi}{3} x^2 (3r - x) \gamma$ die Größe des Auftriebs und $\frac{4\pi}{3} r^3 s$ das Gewicht der Kugel. Es ergibt sich hiernach die Gleichung:

$$\frac{\pi}{3} x^2 (3r - x) \gamma = \frac{4}{3} \pi r^3 s;$$

woraus entspringt $\left(\frac{x}{r}\right)^3 - 3\left(\frac{x}{r}\right)^2 + 4\frac{s}{\gamma} = 0.$ —

Für $s = 0{,}316\gamma$ bekommt man ziemlich genau $\frac{x}{r} = \frac{3}{4}$; mithin $x = \frac{3}{4} r$.

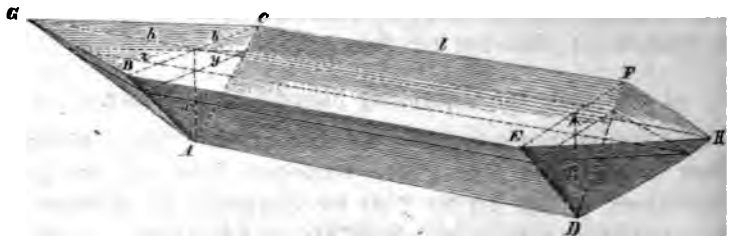
Die Tiefe der Einsenkung im Wasser eines normalen Cylinders von der Länge l, dem Halbmesser und dem specifischen Gewichte s für eine horizontale Lage der Achse zu bestimmen. Ist x die gesuchte Eintauchstiefe, α die dem eingetauchten Boden entsprechende Bogenlänge für den Halbmesser gleich s, so beträgt die Größe des Auftriebs $\frac{r^2}{2}(\alpha - \sin\alpha) l \gamma$. Das Gewicht des Cylinders ist $r^2 \pi l s$; folglich erhält man die Gleichung $\alpha - \sin\alpha - 2\pi\frac{s}{\gamma} = 0$, welche nur durch Probiren aufgelöst werden kann. Hat man daraus α ermittelt, so ergibt sich x aus der Relation $x = r\left(1 - \cos\frac{\alpha}{2}\right)$. — Substituirt man anstatt der Bogen die zugehörigen Grade in die vorhergehende Gleichung so erhält dieselbe folgende Form:

$$\alpha - \frac{180}{\pi} \sin\alpha - 360\frac{s}{\gamma} = 0. —$$

Für $s = 0{,}4\gamma$ ergibt sich daraus ziemlich genau durch Probiren $\alpha = 161° 51'$.

Eine Gleichung zwischen der Eintauchstiefe eines auf dem Wasser schwimmenden Pontons vom Gewichte P und der Belastung Q desselben aufzustellen. Das in Fig. 109 abgebildete Ponton ist ein senkrechtes

Fig. 109.



dreiseitiges Prisma ABCDEF, dessen normaler Querschnitt auf die Längenkante l den Inhalt $\frac{ab}{2}$ hat. Auf beiden Seiten des Prismas legen sich zwei dreiseitige Pyramiden an, deren Basis mit dem Querschnitte des Prismas zusammenfallen und deren gleiche Höhe h ist. Bezeichnet x die Eintauchstiefe des Pontons bei der Belastung Q, so verhält sich $b : y = a : x$; woraus sich die Breite y der im Wasser befindlichen Pyramide $\frac{b}{a}x$ ergibt. Ferner verhält sich $h : z = a : x$; woraus für die Höhe z jener Pyramide entspringt $\frac{h}{a}x$. — Das Volumen des verdrängten Wasserkörpers ist hiernach gleich

$$\frac{xyl}{2} + 2 \cdot \frac{xy}{2} \cdot \frac{z}{3} = \frac{lbx^2}{2a} + \frac{bh}{3a^2}x^3.$$

Man erhält daher die Gleichung, $P + Q = \gamma\left(\frac{lbx^2}{2a} + \frac{bh}{3a^2}x^3\right)$, in welcher γ das Gewicht der Cubikeinheit Wasser bezeichnet. — Das Gewicht des verdrängten Wassers, wenn sich das Ponton zur Tiefe a einsenken würde, beträgt $\gamma ba\left(\frac{l}{2} + \frac{h}{3}\right)$: es ist dies die Größe, welche das Gewicht $P + Q$ nicht übersteigen darf, wenn das Ponton mit Belastung nicht gänzlich untersinken soll.

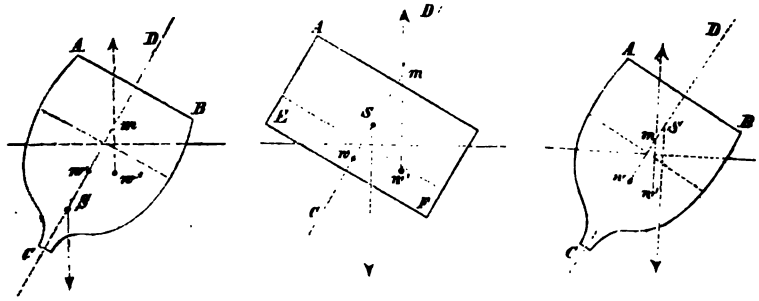
Ein senkrechtes, hohles, oben offenes Parallelepiped mit l Decimeter Länge, b Decimeter Breite, senkt sich c Decimeter tief ins Wasser. Wie groß ist die Belastung Q, wenn es unter derselben x Decimeter tief ins Wasser eintaucht. Das Gewicht des leeren Parallelepipeds ist $lbc\gamma$, man erhält daher die Gleichung $lbc\gamma + Q = lbx\gamma$, woraus Q bestimmt werden kann. — Mit einer ähnlichen Aufgabe hat man es zu thun bei Anfertigung der Scala der sogenannten Schiffeaiche. Denn ist P das Gewicht des leeren Schiffes und v das Volumen des durch dasselbe verdrängten Wassers, Q das Gewicht der Ladung und v' das Volumen des alsdann verdrängten Wasserkörpers; so hat man, wenn wie oben γ das Gewicht der Cubikeinheit Wasser

bedeutet, $P = v\gamma$ und $P + Q = v'\gamma$, woraus $Q = (v' - v)\gamma$; d. h. man findet die Größe der Ladung, wenn man den entsprechenden Rauminhalt mit dem Gewichte der Cubikeinheit Wassers multiplicirt. — Um diesen Raum zu ermitteln, belastet man das Schiff mit einem bestimmten Gewichte Q, derselbe ist dann gleich dem Quotienten, welchen man erhält, wenn jenes bekannte Gewicht Q durch das Gewicht der Cubikeinheit Wassers dividirt wird.

4. Stabilität schwimmender Körper.

Damit ein Körper in einer Flüssigkeit im Gleichgewichte sich befinde, reicht es nicht hin, daß sein Gewicht dem der verdrängten Flüssigkeit gleich sei, sondern es muß auch noch sein Schwerpunkt mit dem Schwerpunkt der letzteren in dieselbe Verticale fallen. Wenn beide Schwerpunkte nicht in einerlei Verticalen liegen, so bewirken die beiden entgegengesetzten Kräfte eine Drehung des eingetauchten Körpers. Man sagt, das Gleichgewicht des schwimmenden Körpers sei *stabil*, wenn er aus seiner Gleichgewichtslage gebracht, in dieselbe zurückzukehren strebt; dagegen heißt das Gleichgewicht *labil*, wenn der Körper noch mehr von jener Lage sich zu entfernen sucht. — Um die Bedingungen aufzufinden, unter denen das Gleichgewicht des schwimmenden Körpers ein stabiles oder labiles werde, seien Fig. 110 (a, b, c) die Durch-

Fig. 110 a. Fig. 110 b. Fig. 110 c.



schnitte dreier schwimmender Körper, welche durch eine durch die Schwerpunkte derselben gelegte lothrechte Ebene entstanden sind. In allen drei Figuren bezeichnen S den Schwerpunkt des Körpers, W den Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit in der Gleichgewichtslage, d. h. wenn die Gerade SW eine verticale Stellung hat, und W' den Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit bei einer geringen Störung des Gleichgewichtes. Liegt der Schwerpunkt des Körpers unter dem der verdrängten Flüssigkeit, so besitzt der Körper, wie sich aus der näheren Betrachtung der Figur a ergibt, in Folge der beiden in S und W wirkenden

gleichen Kräften, ein Bestreben, in seine ursprüngliche Lage zurückzukehren: der Körper befindet sich folglich in diesem Falle in einem stabilen Gleichgewicht. — Ein solches Gleichgewicht besteht auch noch, wenn der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit einen tieferen Stand als der Schwerpunkt des Körpers hat, insofern die Punkte S und W' die Lage haben, wie sie die Figur b angibt. Dagegen erscheint das Gleichgewicht labil, wenn die gedachten Punkte in der in der Figur c angegebenen Lage zu einander stehen. — Verlängert man die durch W' gehende Auftriebsrichtung, bis solche die vorher verticale Verbindungslinie der Schwerpunkte des Körpers und der verdrängten Flüssigkeit in der Gleichgewichtslage in einem Punkte m schneidet; so sieht man leicht, daß das Gleichgewicht des schwimmenden Körpers stabil oder labil ist, je nachdem dieser Punkt, welcher das Metacentrum des schwimmenden Körpers heißt, über oder unter seinen Schwerpunkt fällt.

Die Kenntniß der Lage des Metacentrums ist bei dem Bau und der Einrichtung der Schiffe, sowie bei deren Befrachtung von besonderer Wichtigkeit. Um die Gefahr des Umschlagens zu verhüten, muß man dafür sorgen, daß der Schwerpunkt des Schiffes selbst bei den größten Schwankungen noch unterhalb des Metacentrums liege. Deßhalb wird die Ladung bei einem Schiffe derart vertheilt, daß die gewichtigeren Materialien den untersten Raum einnehmen, um so den Schwerpunkt der schwimmenden Gesammtmasse recht tief herabzubringen. Leere Schiffe werden mit beliebig dichten Körpern als Ballast beladen, um dadurch ihnen eine größere Sicherheit bei dem Schwimmen zu verleihen. Schmale Kähne, in denen die Menschen aufrecht stehen, schlagen leicht um, weil mit einer solchen Stellung der Schwerpunkt des Ganzen mehr in die Höhe gerückt wird. Weil der Schwerpunkt einer schwimmenden homogenen Kugel in Bezug auf den Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit immer dieselbe Lage behält, so ist es von selbst erklärlich, warum die Kugel äußerst leicht eine Lage mit der andern im Schwimmen verwechselt. Um das hier Gesagte durch einen Versuch zu bestätigen, lege man in einen hohlen, oben offenen Glascylinder ein Bleigewicht und senke dann den Cylinder in ein mit Wasser gefülltes Gefäß: er wird darin mit Stabilität schwimmen und unter allen Schwankungen in seine aufrechte Stellung zurückkehren. Hierauf hänge man das Bleigewicht an ein Häkchen, welches zu diesem Behufe in der Mitte des auf die Oeffnung passenden Deckels aus Korkholz angebracht ist: der Cylinder mit lothrechter Achse unter Wasser getaucht, wird sofort vollständig umschlagen, weil jetzt das Metacentrum tiefer als der Schwerpunkt liegt. Wie die Lage des Metacentrums bestimmt wird, soll an nachstehenden zwei speciellen Fällen gezeigt werden.

Der Körper sei ein normales homogenes Parallelepiped von der Höhe h, einem quadratischen Querschnitt mit der Seite a, dem specifischen Gewichte s, und werde mit einer der Seitenebenen a h ins Wasser gesenkt derart, daß sie darin eine horizontale Lage annimmt. Bezeichnet x die Tiefe der Einsenkung, so ist das Gewicht des verdrängten Wassers $= a\,h\,x\,\gamma$; folglich für das Gleichgewicht $a^2\,h\,s\,\gamma = a\,h\,x\,\gamma$, woraus $x = a\,s$. — Geht nun das Parallelepiped aus der in Figur 111 a dargestellten Gleichgewichtslage in die in Figur b verzeichnete Lage über,

Fig. 111 a.

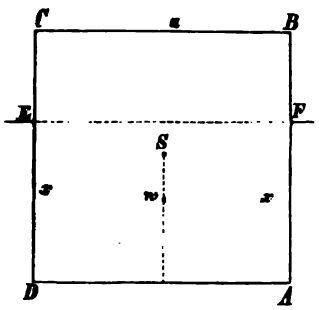
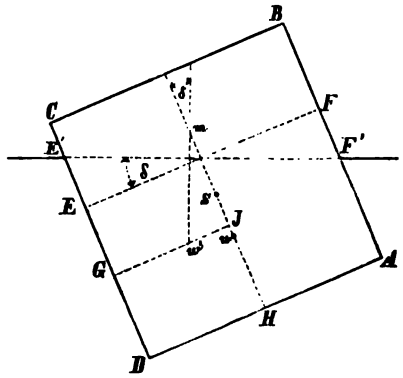


Fig. 111 b.



dergestalt, daß der Wasserspiegel in E′ F′ schneidet; so hat man $E\,E' = \frac{a}{2}\,\mathrm{tang}\,\delta$, wo δ den Winkel darstellt, welchen E′ F′ mit E F macht. Wird nun von dem Schwerpunkt W′ des in dieser Lage verdrängten Wasserkörpers W′ G senkrecht auf C D gezogen, so hat man vermöge der zu seiner Zeit für den Schwerpunkt eines Paralleltrapezes aufgestellten Formel:

$$W'G = \frac{a}{3}\cdot\frac{E'D + 2\,AF'}{E'D + AF'} = a\,.\,\frac{6\,s - \mathrm{tang}\,\delta}{12\,s},$$

weil $E'D = a\,s + \frac{a}{2}\,\mathrm{tang}\,\delta$ und $AF' = a\,s - \frac{a}{2}\,\mathrm{tang}\,\delta$.

Folglich $JW' = \frac{a}{2} - a\,.\,\frac{6\,s - \mathrm{tang}\,\delta}{12\,s} = \frac{a\,\mathrm{tang}\,\delta}{12\,s}$.

Weiter hat man:

$$JH = \frac{a\,.\,F'A\,.\,\frac{F'A}{2} + \frac{a}{2}(E'D - F'A)\left(F'A + \frac{ED - F'A}{3}\right)}{\left(\frac{E'D + F'A}{2}\right).\,a} =$$

$$= a\,.\,\frac{12\,s^2 + \mathrm{tang}^2\,\delta}{24\,s};$$

mithin $JM = JW'\,\mathrm{cotg}\,\delta = \frac{a}{12\,s}$;

und $HM = JH + JM = a\left(\frac{12\,s^2 + \mathrm{tang}^2\,\delta + 2}{24\,s}\right)$.

Es findet also in der gegebenen Lage nur dann Stabilität statt, wenn $HM > HS$ oder $12s^2 + \tang^2\delta + 2 > 12s$ ist: d. h. wenn s gleich oder kleiner als $\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{12}}$; und auch, wenn s gleich oder größer als $\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{12}}$. Für die zwischen $\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{12}}$ und $\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{12}}$ liegenden Werthe von s hat der Körper in der vorgeschriebenen Lage keine Stabilität.

Das normale Parallelepiped von der Höhe h und der Basis a^2 werde nur mit einer der Seitenkanten h ins Wasser getaucht derart, daß die anliegenden Seitenebenen gleiche Neigung gegen den Wasserspiegel haben. Für diese Lage, welche Fig. 112 a darstellt, erhält man

Fig. 112 a.

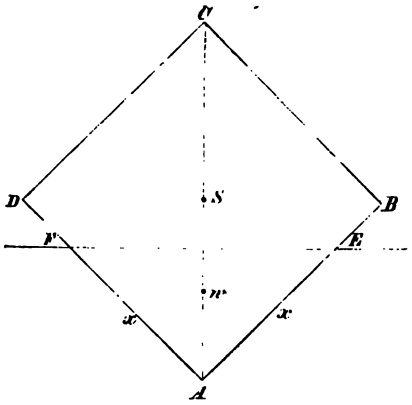
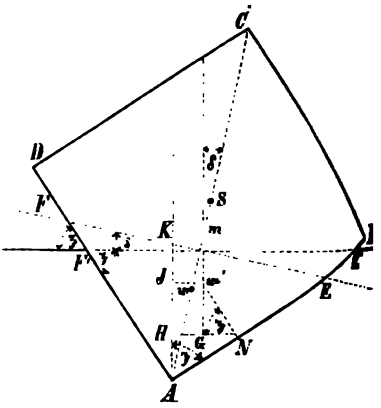


Fig. 112 b.



die Bedingungsgleichung $\frac{x^2 h \gamma}{2} = a^2 h \gamma s$, woraus $x = a\sqrt{2s}$; die angegebene Lage kann demnach nur stattfinden, wenn $s < \frac{1}{2}$ ist. Geht der Körper aus der Lage a in die Lage b über, so daß der Wasserspiegel jetzt in E'F' schneidet, welche mit EF den Winkel δ bildet; so ist Dreieck EAF = Dreieck E'AF' oder $a^2 . 2s = AF'^2 . \tang z$; woraus entspringt $AF'^2 = \frac{2as}{\tang(45 + \delta)}$, weil $z = 45^0 + \delta$ ist. Es ist aber, wenn aus dem Schwerpunkt W' des Dreiecks E'AF' die Verticale W'm, ferner die Horizontale W'J auf die Verticale AK gezogen, dann W'N senkrecht auf AE' gefällt, endlich die Horizontalen NH und mK geführt werden, $W'J = mK = GH = NH - NG =$

$= \frac{AE' \sin z - AF' \cos z}{3} = \frac{AF'}{3\cos z}(\sin^2 z - \cos^2 z) = -\frac{AF'}{3\cos z}\cos 2z =$

$= \frac{AF'}{3\cos z}\sin 2\delta$. Ferner ist $mK = Am \sin\delta = \frac{AF'}{3\cos z}\sin 2\delta$; woraus $Am = \frac{2AF'\cos\delta}{3\cos z}$. Setzt man darin statt AF' dessen Werth, so bekommt man nach einigen leichten Reductionen $Am^2 = \frac{16 a^2 s \cos^2\delta}{9\cos 2\delta}$.

Es ist aber $AS^2 = \frac{a^2}{2}$; folglich hat der Körper in der angegebenen Lage nur dann Stabilität, wenn $AM > AS$, d. h. wenn $32s > 9(1 - \text{tang}^2.\delta)$ ist. Der Körper schwimmt demnach in solcher Lage blos mit Stabilität für alle Werthe des specifischen Gewichtes von $\frac{9}{32}$ bis $\frac{1}{2}$; für die unter $\frac{9}{32}$ liegenden Werthe hat er keine Stabilität.

III. Hydrostatische Bestimmung der specifischen Gewichte fester und tropfbarer Körper.

1. Verfahren bei der Bestimmung des specifischen Gewichtes fester Körper.

Das Verhalten der festen Körper innerhalb flüssiger gibt uns ein bequemes Mittel an die Hand, das specifische Gewicht der Körper zu bestimmen. Es seien s das specifische Gewicht eines festen Körpers, P sein Gewicht unter dem Volumen V, s' und P' dieselben Größen für das durch Destillation in voller Reinheit erhaltene Wasser; so hat man $s : s' = P : P'$, woraus $s = \frac{P}{P'}$, wenn man das specifische Gewicht s' oder das Gewicht der Cubikeinheit ganz reinen Wassers als Einheit wählt. Da nun ein unter eine Flüssigkeit getauchter fester Körper von seinem Gewichte genau so viel verliert, als das Gewicht der von ihm verdrängten Flüssigkeit beträgt, so wird der Quotient, welchen man erhält, wenn man das Gewicht P des Körpers außer dem Wasser durch den Gewichtverlust P' des Körpers bei vollständigem Eintauchen in das Wasser dividirt, das specifische Gewicht besagten Körpers angeben. — Das Gewicht P wird durch eine gewöhnliche Wägung, das Gewicht P' mittelst der hydrostatischen Wage oder eines Gefäßes von stets gleichem Volumen gefunden.

Man hängt den Körper, dessen Gewichtsverlust im Wasser bestimmt werden soll, mittelst eines feinen Drahtes an dem Häkchen auf, welches an der kürzer gehängten Schale der hydrostatischen Wage angebracht ist, versenkt dann den Körper ins Wasser, wodurch das Gleichgewicht gestört wird. Das zur Herstellung des Gleichgewichts auf der Seite des Körpers in die Wagschale gelegte Gewicht gibt den gesuchten Gewichtsverlust P' an. — Der Gewichtsverlust, den das eingetauchte Drahtstück erleidet, darf bei genauen Versuchen nicht außer Acht gelassen werden: man ermittelt deßhalb durch einen vorläufigen Versuch jenen Gewichtsverlust und zieht ihn von dem früher bestimmten gesammten Gewichtsverlust ab. — Man kann auch von der kürzeren Wagschale ein Schälchen in das Wasser hängen lassen, der Körper wird dann einmal auf

die Wagschale, das anderemal in das Schälchen gelegt, die Wage in beiden Fällen ins Gleichgewicht gesetzt, und der Gewichtsverlust auf die vorhin bezeichnete Weise bestimmt. Man erspart sich hierbei die Mühe, die bei dem vorigen Verfahren erforderliche Correction wegen des Gewichtsverlustes des Drahtes in Rechnung zu bringen.

Ein Glasgefäß, dessen Oeffnung durch einen gut aufgeschliffenen Deckel verschlossen werden kann, wird mit Wasser gefüllt; es sei P' das Gewicht des gefüllten Gefäßes. Hierauf legt man den festen Körper vom Gewichte P, dessen specifisches Gewicht gesucht wird, in das Gefäß, läßt das Wasser, welches er verdrängt, abfließen und schließt wieder mit dem Deckel; es sei P'' das bei der dritten Wägung erhaltene Gewicht. Das Gewicht des verdrängten Wasserkörpers ist $P + P' - P''$, woraus für das specifische Gewicht s des Körpers entspringt: $s = \frac{P}{P + P' - P''}$. — Das zweite Verfahren eignet sich besonders für Körper, die man nur in kleinen Stücken oder Körnern haben kann.

Wenn es sich um genaue Bestimmungen der specifischen Gewichte handelt, müssen verschiedene Umstände dabei noch in Betracht gezogen werden. Zunächst ist dafür Sorge zu tragen, daß der im Wasser schwebende Körper von allen Luftbläschen möglichst frei sei: mittelst eines feinen Haarpinsels werden dieselben von der Oberfläche des Körpers hinweggenommen. Dann ist zu berücksichtigen, daß der in der Luft befindliche Körper eine Gewichtserniedrigung erleidet, welche in Rechnung zu bringen ist. Ferner ist zu erwägen, daß die Temperatur auf Volumen und Dichte der Körper Einflüsse ausübt, welche nicht unbeachtet bleiben dürfen. Endlich muß noch die Correction bezüglich der Reduction des Wassers auf 4^0, derjenigen Temperatur vorgenommen werden, für welche die Dichte des Wassers als Einheit gilt: auf welche Weise die drei letztgenannten Umstände in Betracht kommen, soll späterhin an geeignetem Orte erörtert werden.

Will man das specifische Gewicht eines Körpers, der leichter als Wasser ist, bestimmen, so verbindet man ihn mit einem dichteren derart, daß beide vereint vollkommen ins Wasser tauchen. Es seien P das absolute Gewicht des leichteren Körpers, P'' der Gewichtsverlust des schwereren, P' der Gewichtsverlust beider in ihrer Verbindung; der Gewichtsverlust des leichteren Körpers für sich, welcher indessen mehr beträgt als das Gewicht desselben, ist dann $P' - P''$. Daraus ergibt sich das gesuchte specifische Gewicht $s = \frac{P}{P' - P''}$ als ein ächter Bruch.

Hat man das specifische Gewicht s eines im Wasser löslichen Körpers zu bestimmen, so muß man den Gewichtsverlust P' ermitteln,

welchen er in einer Flüssigkeit erleidet, in welcher er sich nicht auflösen kann. Die Gewichtsverminderung, welche der Körper im Wasser erfahren würde, wäre dann gleich $\frac{P'}{s'}$, wo s' das specifische Gewicht der Flüssigkeit bezeichnet, in welcher der Körper sich nicht verändert. Ist nun P das Gewicht des Körpers, so hat man: $s = \frac{P\,s'}{P'}$.

Um das specifische Gewicht eines porösen Körpers, dessen Gewicht P sein mag, zu bestimmen, überzieht man denselben mit Harz oder Wachs, bestimmt hierauf das Gewicht P' des überzogenen Körpers und des letzteren Gewichtsverlustes V unter Wasser. Hat man durch einen vorläufigen Versuch ermittelt, daß ein Stück von dem Gewichte Q des zum Ueberzuge benützten Körpers den Gewichtsverlust V' unter Wasser erleidet, so beträgt der Gewichtsverlust des auf dem fraglichen Körper befindlichen Ueberzugs $\frac{V'(P'-P)}{Q}$. Nun ist der Gewichtsverlust des überzogenen Körpers im Wasser gleich V, folglich der Gewichtsverlust des Körpers ohne Ueberzug unter Wasser gleich $V - \frac{V'(P'-P)}{Q}$. Hiernach ergibt sich für das specifische Gewicht des porösen Körpers:

$$s = \frac{P}{V - \frac{V'(P'-P)}{Q}}.$$

Bei einer chemischen Verbindung zweier Körper kommt öfters eine Ausdehnung oder Zusammenziehung der vereinigten Massen vor. Um zu untersuchen, ob das Eine oder das Andere oder Keins von Beiden hat stattgefunden, muß man das specifische Gewicht der erhaltenen chemischen Verbindung mit dem vergleichen, welches sich ergeben würde, wenn eine bloße Mengung der Körper eingetreten wäre. Es seien P, P' die Gewichte der beiden verbundenen Körper, s, s' ihre specifischen Gewichte und x das mittlere specifische Gewicht ihres bloßen Gemenges; man hat, wenn die Vereinigung ohne Zusammenziehung oder Ausdehnung erfolgt, $x\left(\frac{P}{s} + \frac{P'}{s'}\right) = P + P'$; woraus $x = \frac{(P+P')\,s\,s'}{P\,s' + P'\,s}$. — Je nachdem das auf dem Wege des Experiments erhaltene specifische Gewicht der chemischen Verbindung größer oder kleiner ist als der aus der vorstehenden Relation abgeleitete Werth von x, ist eine Zusammenziehung oder Ausdehnung eingetreten. — Bei dem Zusammenschmelzen von 100 Grammes Eisen, dessen specifisches Gewicht 7,788, mit 5 Grammes Zinn, dessen specifisches Gewicht 7,291, ergab sich eine Masse, deren specifisches Gewicht 7,5 betrug. Das mittlere specifische Gewicht, wenn keine Zusammenziehung oder Ausdehnung stattgefunden hätte, müßte 7,763 sein; die vereinigten Massen haben daher im vorliegenden Falle eine Ausdehnung erfahren.

2. Verfahren bei der Bestimmung des specifischen Gewichtes tropfbarer Körper.

Bei Bestimmung des specifischen Gewichtes flüssiger Körper kann man sich ebenfalls der hydrostatischen Wage bedienen. Man wählt zu diesem Behufe einen festen Körper, der sich in der Flüssigkeit nicht auflöset, gewöhnlich eine massive Glaskugel. Diese hängt man an das Häkchen der einen Wagschale und bestimmt nacheinander ihr Gewicht in der Luft, im Wasser und in der zu untersuchenden Flüssigkeit. — Ist P das Gewicht der Glaskugel in der Luft, P′ ihr Gewicht im Wasser, P″ ihr Gewicht in der Flüssigkeit, so ist das specifische Gewicht der letzteren gleich $s = \frac{P - P''}{P - P'}$, weil die Gewichtsverluste in beiden Flüssigkeiten den Gewichten gleicher großen Volumen derselben entsprechen. — Senkt sich der Glaskörper nicht in die Flüssigkeit ein, wie es z. B. beim Quecksilber der Fall ist, so muß man einen andern wählen, der darin einsenken kann. — Wird der Glaskörper von der Flüssigkeit angegriffen, wie z. B. von der Flußspathsäure, so nimmt man einen andern, auf welchen die Flüssigkeit keine Wirkung ausübt, z. B. eine Bleimasse.

Zur Bestimmung des specifischen Gewichtes der tropfbaren Körper kann man auch ein Glasgefäß gebrauchen. Dasselbe wird zuerst leer gewogen, dann mit Wasser, endlich mit der Flüssigkeit angefüllt, deren specifisches Gewicht bestimmt werden soll, und das Gewicht ebenfalls in dem einen wie in dem andern Fall bestimmt. — Sind P, P′, P″ die bei diesen drei Wägungen erhaltenen Gewichte, so ist das specifische Gewicht s der fraglichen Flüssigkeit gleich $\frac{P'' - P}{P' - P}$, weil letzterer Bruch das Verhältniß der Gewichte des nämlichen Volumens der Flüssigkeit und des Wassers ausdrückt. — Es ist bequem, das Gewicht des Gefäßes und das der Wassermenge sich ein für allemal zu merken, da diese Größen bei jeder Dichtigkeitsbestimmung vorkommen. Man verfertigt Glasfläschchen, welche genau 10 bis 100 Grammes Wasser fassen. In solchem Falle braucht man nur das Gewicht einer in dem Fläschchen enthaltenen Flüssigkeitsmenge durch 10 oder 100 zu dividiren, um das specifische Gewicht besagter Flüssigkeit zu bekommen. — Um genaue Resultate zu erzielen, muß man das Gefäß vor jeder Wägung abtrocknen und etwaige Temperaturveränderungen sorgfältig vermeiden. Man wartet einige Zeit, ehe man die Wägung vornimmt, damit sich die Temperatur der Flüssigkeit mit jener der umgebenden Körper ins Gleichgewicht setzen könne.

Ein interessantes Verfahren zur Bestimmung des specifischen Gewichtes von Flüssigkeiten hat Mohr in seinem Lehrbuche der pharmaceutischen Technik angegeben. Die eine Hälfte des Balkens einer guten Wage ist von der mittleren Schneide bis zu derjenigen, auf welcher die eine Wagschale hängt, in 10 gleiche Theile getheilt. Am Ende dieses getheilten Armes wird mittelst eines feinen Platinadraths ein Senkgläschen eingehängt, welches soviel Quecksilber enthält, daß es in einer Flüssigkeit vom specifischen Gewichte 2 noch untersinkt. An dem anderen Arme der Wage hängt eine leichte Schale, auf welche man das erforderliche Gewicht legt, um das Senkglas in vollkommener Gleichgewichtslage zu erhalten. — Hierauf wird das Senkglas unter destillirtes Wasser getaucht, wodurch das Gleichgewicht gestört wird; man stellt dasselbe mit Hülfe eines passenden Drahtstückes wieder her, das man an den Haken hängt, an welchem das Senkgläschen aufgehangen ist. Das dergestalt zugerichtete Drahtstück hat dann genau das Gewicht des durch das Senkgläschen verdrängten Wassers. Solcher Drähte werden zwei und hierauf noch ein dritter angefertigt, dessen Gewicht genau $\frac{1}{10}$ von dem Gewichte eines der vorigen Drähte beträgt. — Um nun das specifische Gewicht einer Flüssigkeit mittelst dieser Wage zu finden, läßt man das Senkgläschen in die Flüssigkeit untertauchen, und sucht das gestörte Gleichgewicht durch Anhängen eines oder zwei der größeren Drähte und des kleineren Drahtes an geeigneten Stellen des getheilten Armes der Wage wiederherzustellen. Angenommen, daß dies in einer Flüssigkeit geschähe mit dem Aufhängen erstens eines größeren Drahtes auf dem Theilstriche 10, zweitens eines solchen Drahtes auf dem Theilstriche 8, drittens des leichteren Drahtes auf dem Theilstriche 4; so ist das specifische Gewicht der Flüssigkeit gleich 1,84: d. h. die Zahl, wo der eine große Draht hängt, gibt die erste Decimale, und die Zahl, wo der kleinere Draht hängt, die zweite Decimale des gesuchten specifischen Gewichtes an. Ist nämlich Q das Gewicht eines großen Drahtes oder das Gewicht des durch das Senkglas verdrängten Wassers, so ist das Moment des Auftriebes $= s \,.\, Q \,.\, 10$ und die Summe der Momente der abwärts ziehenden Kräfte $= Q \,.\, 10 + Q \,.\, 8 + \frac{Q}{10} \,.\, 4$. Daraus entspringt fürs Gleichgewicht die Relation: $s\,Q \,.\, 10 = Q \,.\, 10 + Q \,.\, 8 + \frac{Q}{10} \,.\, 4$, oder $s = 1{,}84$, wie behauptet wurde. — Wenn das specifische Gewicht kleiner als 1 ist, kommt kein Draht an den Hacken der Schneide, woran das Senkglas hängt. Im Fall der kleine Draht zwischen zwei Theilstrichen zu hängen kommt, wird die dritte Decimale nach dem Augenmaße abgeschätzt.

Bei der Vereinigung zweier tropfbarer Körper findet ebenso häufig eine Zusammenziehung oder Ausdehnung statt, so daß das wi liche specifische Gewicht der Mischung nicht mit dem aus den specifisch Gewichten der Bestandtheile und dem Mischungsverhältniß berechne übereinstimmt. — Bei der Mischung aus Alkohol und Wasser tr jedesmal eine Zusammenziehung ein, in welchem Verhältnisse die beid Flüssigkeiten gemischt sein mögen. — Zwei Mischungen aus Alkol und Wasser, deren jede weniger als 16 Gewichtsprocente Alkohol e hält, zeigen in jedem Verhältniß zu einander gemischt, Ausdehnun dagegen zeigen zwei Mischungen, deren jede mehr als 16 Gewichtspr cente Alkohol enthält, in jedem Verhältniß zu einander gemischt, Z sammenziehung. — Wasser zu einer Mischung von weniger als 23, Gewichtsprocent in jedem Verhältniß gemischt, zeigt Ausdehnung. Wasser zu einer Mischung von mehr als 56,89 Gewichtsprocent A kohol in jedem Verhältniß gemischt, gibt eine Zusammenziehung. Wasser zu einer Mischung von 23,87 bis 56,89 Gewichtsprocent Alkol gemischt, zeigt je nach dem Verhältniß der Zumischung bald Zusamm ziehung bald Ausdehnung.

3. Bestimmung des specifischen Gewichtes mittelst des Gewichts-aräometers.

Die Bestimmung des specifischen Gewichtes wird häufig auch m Hülfe der Senkwagen oder Aräometer vorgenommen. Das A cholson'sche Aräometer besteht aus einem hohlen, oben und un zugespitzten Blechcylinder, welcher am untern Theile belastet ist, da er in Wasser und andern tropfbaren Flüssigkeiten aufrecht schwim An der unteren Spitze ist er mit einem Schälchen oder Eimerchen v sehen, während die obere in ein dünnes cylindrisches Stäbchen auslä welches eine kleine Schale zur Aufnahme von Gewichten trägt. An d Stäbchen befindet sich eine fixe Marke, bis zu welcher die Einsenk des Instrumentes zu geschehen hat. — Will man mit Hülfe des Ar meters das specifische Gewicht eines festen Körpers bestimmen, so m man zuvörderst das Gewicht P kennen, welches man in die obere Sch zu legen hat, damit das Instrument bis zur Marke im destillirt Wasser einsinkt. Hierauf legt man den zu untersuchenden Körper, dess Gewicht das Auflegewicht P nicht übertrifft, successive in das ob und in das untere Schälchen, und bringt in beiden Fällen durch A legen der Gewichte P′ und P″ in die obere Schale das Einsinken d Instrumentes bis an die Marke hervor. Das Gewicht des Körpe in der Luft ist dann gleich $P - P'$ und das Gewicht des verdrängt Wassers gleich $P'' - P'$; folglich das gesuchte specifische Gewi

$s = \frac{P - P'}{P'' - P'}$. — Ist der feste Körper leichter als Wasser, so muß man ihn vermittelst eines Fadens an dem Eimerchen befestigen; der dazu dienende Faden muß dann schon bei der Wägung des Körpers in der Luft am Eimerchen angebracht sein.

Das Fahrenheit'sche Aräometer hat die nämliche Einrichtung wie das Nicholson'sche; nur fehlt das untere Schälchen: auch ist es gewöhnlich nicht aus Metall, sondern aus Glas gefertigt. Kennt man das Gewicht P des unbelasteten Instrumentes; das Gewicht P', welches auf das Schälchen gelegt werden muß, um im Wasser bis an die Marke einzusinken; ferner das Gewicht P'', welches erforderlich ist zu gleicher Einsenkung in eine Flüssigkeit von dem specifischen Gewichte s; so hat man offenbar $s = \frac{P + P''}{P + P'}$, weil $P + P'$, $P + P''$ die Gewichte desselben Volumens beider Flüssigkeiten sind. — Die Empfindlichkeit des Instrumentes hängt vornehmlich von der Feinheit des Stäbchens ab, an welchem die Marke angebracht ist; denn der Aenderung Q des Zulaggewichtes entspricht ein vom Wasser ausgehender Auftrieb, der $a\,l\,\gamma$ zum Ausdruck hat, in welchem a der Querschnitt des Stabes, l die Länge eines Theils desselben und γ das Gewicht der Cubikeinheit Wasser bezeichnet. Man erhält folglich $Q = a\,l\,\gamma$, woraus $l = \frac{Q}{a\,\gamma}$; d. h. bei dem nämlichen Werthe von Q wird l desto größer, je kleiner a ist.

In folgender Tabelle finden sich die specifischen Gewichte für einige der gewöhnlichsten Substanzen zusammengestellt.

Metalle.		Stoffe, deren specifisches Gewicht größer als 2.	
Platina gehämmert	21,314	Jod	4,948
Gold gehämmert	19,361	Schwerspath	4,466
Blei gegossen	11,352	Selen	4,320
Silber gehämmert	10,511	Granat	4,040
Wismuth gegossen	9,822	Diamant	3,521
Kupfer gegossen	8,788	Flintglas	3,329
Kobalt gegossen	8,513	Flußspath	3,140
Messing gegossen	8,396	Turmalin	3,076
Nickel gegossen	8,279	Marmor	2,837
Stahl ungehärtet	7,816	Bergkrystall	2,690
Schmiedeisen	7,788	Feldspath	2,574
Zinn gegossen	6,862	Spiegelglas	2,450
Antimon gegossen	6,702	Porzellan	2,385
Kupferkies	6,169	Glaubersalz	2,246
Natrium rein	0,972	Kochsalz	2,078
Kalium rein	0,865	Schwefel	2,033

Feste Körper, deren specifisches Gewicht kleiner als 2.		Flüssigkeiten.	
Elfenbein	1,917	Quecksilber	13,598
Phosphor	1,770	Schwefelsäure	1,842
Alaun	1,714	Salpetersäure	1,500
Bittersalz	1,660	Schwefelkohlenstoff	1,293
Knochen	1,656	Salzsäure	1,278
Salpeter	1,621	Essigsäure	1,063
Glanzkohle	1,482	Meerwasser vom Mittelmeere	1,027
Steinkohle	1,270	Meerwasser von der Ostsee	1,006
Bernstein	1,081	Ricinusöl	0,954
Eichenholz	0,950	Wallnußöl	0,928
Buchenholz	0,750	Olivenöl	0,915
Birkenholz	0,738	Camillenöl	0,895
Ahornholz	0,645	Terpentinöl	0,872
Lindenholz	0,559	Steinöl	0,845
Tannenholz	0,481	Alkohol absoluter	0,790
Kork	0,240	Schwefeläther	0,710

Das specifische Gewicht des Wassers bei 4° C ist dabei als Einheit angenommen. Die specifischen Gewichte der Flüssigkeiten gelten mit Ausnahme der vom Meerwasser im Durchschnitt, für die Temperatur von 15° C.

4. Von den Skalenaräometern.

Bei den vorhingenannten Aräometern wurde das Gewicht des Instrumentes abgeändert, damit es in verschiedenen Flüssigkeiten genau um dasselbe Volumen sich einsenkt. Man kann aber auch das Gewicht des Aräometers unverändert lassen und die in verschiedene Flüssigkeiten untergetauchten Theile des Instrumentes mit einander vergleichen; es verhalten sich dann die specifischen Gewichte der Flüssigkeiten umgekehrt wie die Volumen. Dergleichen Aräometer, welche ausschließlich für Flüssigkeiten dienen, zeigen die specifischen Gewichte durch Volumentheile mittelst einer Skala an, weßhalb sie Skalenaräometer heißen. — Das einfachste Skalenaräometer ist das Volumeter von Gay Lussac, bei welchem die Skala gewöhnlich auf zwei Instrumente vertheilt ist, deren eines für schwere, das andere für leichte Flüssigkeiten dient. Es bildet eine genau cylindrische Glasröhre, welche sich nach unten hin erweitert, und wie das Gewichtsaräometer des aufrechten Schwimmens halber mit etwas Quecksilber belastet ist. Will man ein derartiges Instrument anfertigen, so läßt man vor der Hand das obere Ende der cylindrischen Glasröhre offen und stellt in dieselbe einen Papierstreifen

hinein, dessen Gewicht dem des Streifens gleich kommt, auf welchen die Skala aufgetragen werden soll.

Um ein Volumeter für leichtere Flüssigkeiten als Wasser zu erhalten belastet man das Instrument der Art, daß die Einsenkung im Wasser am unteren Ende der Röhre stattfindet und bezeichnet den dem Niveau entsprechenden Punkt mit 100. Hierauf beschwert man das Instrument noch mit einem Gewicht, welches dem vierten Theil des Gewichts desselben gleich ist; die Röhre sinkt dadurch tiefer ins Wasser und zwar verhält sich das Volumen des im zweiten Fall verdrängten Wassers zu dem Volumen des im ersten Fall verdrängten Wassers wie 5 : 4 oder wie 125 : 100. Das cylindrische Volumen der Röhre zwischen den beiden Austrittspunkten, von denen der untere hier Wasserpunkt heißen mag, enthält mithin 25 Volumentheile, von denen 100 auf das bis zum Wasserpunkt gehende Volumen des Instrumentes kommen. Theilt man daher das Röhrenstück zwischen dem Wasserpunkt in 25 gleiche Theile und setzt die Theilung fort, so weit es die Glasröhre gestattet; so wird das zwischen zwei nächsten Theilstrichen liegende Volumen genau den 100ten Theil von dem Volumen betragen, welches das Instrument bis zu dem Wasserpunkt einnimmt. Hat sich mithin das Aräometer in eine Flüssigkeit bis zu dem Theilstriche 125 eingesenkt, so ist das specifische Gewicht derselben $s = \frac{100}{125} = 0{,}8$. — Um einen zweiten Punkt der Skala sich zu verschaffen, kann man auch das Instrument in eine Mischung von Wasser und Weingeist tauchen, deren specifisches Gewicht genau 0,8 ist; diesem specifischen Gewichte entspricht der Theilstrich 125, so daß man den Raum zwischen dem letzteren Theilstrich und dem Wasserpunkt in 25 gleiche Theile zu theilen hat.

Das Volumeter für Flüssigkeiten, die schwerer als das Wasser sind, belastet man so, daß der Wasserpunkt am oberen Ende der Röhre sich befindet, und bezeichnet diesen Punkt wieder mit 100. Vermindert man jetzt das Gewicht des Instrumentes um den fünften Theil seines Gewichtes, so sinkt die Röhre nicht mehr so tief wie vorhin im Wasser ein. Das Volumen des im ersten Fall verdrängten Wassers verhält sich nämlich zu dem Volumen des im zweiten Fall verdrängten Wassers wie 5 : 4 oder wie 100 : 80. Theilt man daher den Raum zwischen dem Wasserpunkt und dem unteren Austrittspunkt in 20 gleiche Theile, so wird der zwischen zwei auf einander folgenden Theilstrichen enthaltene Raum den 100ten Theil von dem Volumen betragen, welchen das Instrument bis zum Wasserpunkt enthält. Senkt sich also das Instrument in einer Flüssigkeit bis zu dem Theilstriche 80 ein, so ist das specifische Gewicht s dieser Flüssigkeit gleich $\frac{100}{80} = 1{,}25$. — Um einen

zweiten Punkt der Skala zu erhalten, kann man auch das Instrument in eine Mischung von Wasser und Schwefelsäure, deren specifisches Gewicht 1,25 ist, einsenken und den Punkt sich merken, bis zu welchem es eintaucht. Dieser Punkt entspricht dem Theilstriche 80, wonach der Zwischenraum zwischen ihm und dem Wasserpunkt in 20 gleiche Theile zu theilen und diese Theilung auch noch unterhalb jenes Punktes fortzusetzen ist. — Die Röhre muß übrigens vollkommen cylindrisch sein, wenn die Angaben des Volumeters genau sein sollen.

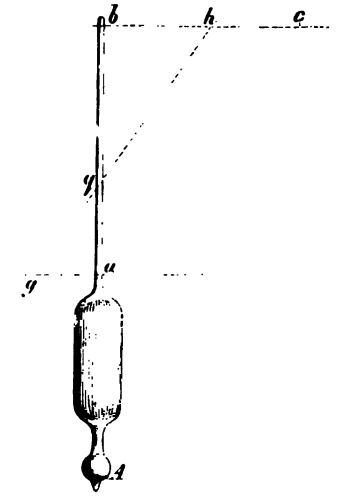
Es seien l die Entfernung zweier Theilstriche der Skale des Aräometers, r der Halbmesser des cylindrischen Halses; V das untergetauchte Volumen des Aräometers in einer Flüssigkeit von dem specifischen Gewichte s; V' ein solches Volumen der Flüssigkeit von dem specifischen Gewichte s'; endlich W das in reines Wasser getauchte Volumen des Aräometers. Man hat dann $V : W = 1 : s$ und $V' : W = 1 : s'$; woraus $V - W = W\left(\frac{1-s}{s}\right)$ und $V' - W = W\left(\frac{1-s'}{s'}\right)$; folglich $V - V' = W\left(\frac{s'-s}{ss'}\right)$. Ist nun $\pi r^2 l = W\left(\frac{s'-s}{ss'}\right)$, so erhält man $l = \frac{W}{\pi r^2}\left(\frac{s'-s}{ss'}\right)$. Hieraus ersieht man, daß das Instrument für denselben Dichtigkeitsunterschied desto empfindlicher ist, je größer das in reinem Wasser untergetauchte Volumen des Instrumentes ist und einen je geringeren Durchmesser der Hals hat. Selbst an dem nämlichen Instrumente ist der Abstand zweier Theilstriche desto größer, je kleiner die specifischen Gewichte sind, denen die Striche entsprechen. Deßhalb ist ein Aräometer für geringere Dichten empfindlicher als für größere.

Die oben angegebenen Verfahren bei der Construction der Skala des hunderttheiligen Aräometers lassen sich bei jeder andern Theilungsart der Skala des Aräometers anwenden. Das Wesen der einen Methode besteht darin, daß man um die Theilpunkte der Skala zu erhalten das Gewicht des Instrumentes dergestalt abändert, daß es im reinen Wasser bis zu derjenigen Stelle untertaucht, bis zu welcher es sich ohne Aenderung des Gewichtes in der Flüssigkeit einsenken würde, welche das diesem Theilstriche zugehörige specifische Gewicht hat. — Es sei P das Gewicht des Aräometers, x das abgeänderte Gewicht desselben, damit es im Wasser ebenso weit einsinke wie in der Flüssigkeit, deren specifisches Gewicht s ist. Man hat $P : X = s : 1$; mithin $x = \frac{P}{s}$; die Gewichtsveränderung beträgt daher $x - P = P\left(\frac{1-s}{s}\right)$. Ist $1 > s$, so ist $x - P$ positiv, d. h. man muß das Gewicht des Instrumentes vermehren, um die Skalenpunkte zu finden. Ist $1 < s$, so wird $x - P$

negativ, d. h. man muß das Gewicht des Instrumentes vermindern, um die Theilungspunkte der Skala zu erhalten. Das bleibende Gewicht P des Instrumentes mit dem Bruch $\frac{1-s}{s}$ multplicirt zeigt das Gewicht an, welches zugelegt oder weggenommen werden muß, um den Skalenpunkt zu bestimmen, welcher dem Werthe von s entspricht.

Nach der zweiten Methode bestimmt man die zwei äußersten Punkte der Skale durch den Versuch und die übrigen durch zweckmäßige Abtheilung ihres Abstandes, vorausgesetzt daß der Hals des Aräometers cylindrisch ist. Die Theilung hat Schmidt wie folgt bewerkstelligt. Es sei A b (Fig. 113) ein Aräometer, dessen Hals mit einer Skale versehen werden soll, wenn das Instrument im reinen Wasser bis a einsinkt und in einer Flüssigkeit vom specifischen Gewichte s bis b eintaucht. Man sucht das Gewicht P des Instrumentes und das erforderliche Zulaggewicht P', um im Wasser die Einsenkung bis b zu bewirken. Hierauf errichtet man links und rechts auf a b die zwei Senkrechten a d und b c, die sich zu einander verhalten wie $P : P + P'$; theilt diese Linien in ebenso viele gleiche Theile als Theilstriche zwischen a und b fallen sollen; und verbindet endlich zwei so zusammengehörige Theilpunkte, von c einerseits und von a anderseits ausgehend, durch eine gerade Linie mit einander. Die Durchschnittspunkte dieser Linien mit der Linie a b bezeichnen die Stellen der Skala, welche gleichen Dichtigkeitszunahmen entsprechen. — Ist nämlich q ein Punkt der Skala, zu welchem das specifische Gewicht s' gehört; so hat man $A a : a b = 1 : 1 - s$; oder $a b = A a . \frac{1-s}{s}$; und $A a : a q = s' : 1 - s'$ oder $a q = A a . \frac{1-s'}{s'}$; folglich $b q = a b - a q = A a . \frac{s'-s}{ss'}$; d. h. es besteht die Proportion $a q : b q = 1 - s' : \frac{s'-s}{s}$. — Der angegebenen Construction zufolge findet man den dem s' entsprechenden Punkt q, wenn man $a d : b c = s : 1$ macht; dann sowohl a d als b c in $1 - s$ gleiche Theile theilt; hierauf in ersterer den Punkt g und in letzterer Linie h dergestalt wählt, daß $a g = a d \frac{1-s'}{1-s}$ und $b h = b c \frac{s'-s}{s-s} = \frac{a d}{s} . \frac{s'-s}{s-s}$ wird. In

Fig. 113.



Folge der ähnlichen Dreiecke ist aber a g : b h = a q : q b : d. h. d
Verhältniß der letzteren Größen ist ein solches, wie es verlangt wi

Im praktischen Leben handelt es sich öfters darum nicht das sp
cifische Gewicht einer Flüssigkeit zu wissen, sondern ihren Procentgeh
an einer bestimmten Substanz kennen zu lernen. Ein solches Instrume
ist das Alkoholometer, welches den Procentgehalt einer alkoholisch
Lösung an absolutem Alkohol angibt. Die Skale des Instrument
ist so eingerichtet, daß man an dem Theilstriche, bis zu welchem es
der gemischten Flüssigkeit einsinkt, erkennt wie-viel Volumenprocen
Alkohol darin enthalten sind. Sinkt es z. B. in Branntwein oder Sp
ritus, welche Gemische von Alkohol und Wasser sind, bis zum 36t
Theilstriche ein; so zeigt dies an, daß der Branntwein 36 Volume
procente Alkohol enthält, das Uebrige aber Wasser ist. — Die Ska
des Alkoholometers erhält man dadurch, daß man dasselbe zuerst in
absoluten Alkohol eintaucht und den Punkt der Einsenkung mit 100 be
zeichnet; hierauf das Instrument in eine Mischung von 90 Theil Al
kohol und 10 Wasser einsenkt und den Punkt, bis zu welchem es i
dieser Mischung untertaucht, mit 90 anmerkt; und dieses Verfahren fü
verschiedene nach bestimmten Verhältnissen bereitete Gemische von Alkoho
und Wasser fortsetzt. — Man hat auch Alkoholometer, welche Gewichts
procente anzeigen; man muß deßhalb bei den Procentaräometern jederzei
darauf Acht haben, ob sie Volumen- oder Gewichttheile haben.

Einen ähnlichen Zweck haben die Säuremesser, welche den Gehal
an concentrirter Säure dem Volumen nach auf 100 Volumen der Mi
schung mit Wasser angeben; dann die Salzwagen, welche die Gewichts
procente anzeigen, die in 100 Gewichten Wasser aufgelößt sind. — Man
hat auch Aräometer zur Prüfung des Weins, Mostes, Biers und de
Milch; doch ist die Anwendung dergleichen Aräometer weniger zuver
läßlich als die der vorhingenannten, weil diese Flüssigkeiten aus meh
reren Stoffen bestehen, mithin ihre Güte nicht einzig und allein vo
dem specifischen Gewichte abhängt, wie es bei dem Spiritus oder eine
Salzlösung der Fall ist.

Im Handel trifft man häufig Aräometer an, welche weder da
specifische Gewicht noch das Verhältniß der Bestandtheile einer Mischung
angeben, sondern nach der Größe des eingetauchten Volumentheils di
Güte derselben erkennen lassen. Unter allen Instrumenten diese
Art, welche sonst gar keinen wissenschaftlichen Werth haben, sind di
von Beaumé und Cartier am verbreitetsten, weßhalb derselben mit we
nigen Worten hier Erwähnung geschehen soll. — Beide Instrument
gleichen in ihrem Aeußern dem Gay-Lussac'schen Volumeter. Fi

schwerere Flüssigkeiten gibt Beaumé dem Instrument ein solches Gewicht, daß es im reinen Wasser bis zum obersten Punkt untertaucht, welchen er mit O bezeichnet. Dann taucht er das Instrument in eine Auflösung von 15 Theilen Kochsalz und 85 Theilen Wasser; den Punkt, bis zu welchem es in dieser Auflösung einsinkt, bezeichnet er mit 15. Den Abstand zwischen O und 15 theilt er in 15 gleiche Theil und überträgt diese Eintheilung auf die ganze Röhre, so weit es zulässig ist. — Für leichtere Flüssigkeiten bestimmt er den Nullpunkt, indem er das Instrument in ein Gemisch von 10 Theilen Kochsalz und 90 Theilen Wasser untertaucht. Hierauf senkt er das Instrument in destillirtes Wasser und bezeichnet den Punkt, bis zu welchem es daselbst einsinkt, mit 10; den Abstand zwischen 0 und 10 theilt er in 10 gleiche Theile; diese Eintheilung setzt er bis zu dem Ende der Röhre fort. — Cartier änderte die Beaumé'sche Skala ab, indem er die Grade vergrößerte, so daß etwa 15 Grade seines Instrumentes 16 Graden des Beaumé'schen entsprachen; auch legte er den Nullpunkt etwas tiefer. Daß mit solchen unwesentlichen Veränderungen gar nichts genützt wird, ist einleuchtend.

IV. Wirkungen zwischen den Flüssigkeitstheilchen unter einander wie zwischen ihnen und den Theilchen fester Körper.

1. Capillarerscheinungen.

Alle Erscheinungen, welche in der Cohäsion der tropfbaren Flüssigkeiten und in der auf dieselben von den festen Körpern ausgeübten Adhäsion ihren Grund haben, pflegt man unter der gemeinsamen Benennung Capillarerscheinungen (Haarröhrchenerscheinungen) zusammenzufassen, weil dergleichen Phänomene am merklichsten in sehr engen Röhren hervortreten, deren Durchmesser mit dem eines Haares verglichen werden kann. Wir wollen vorerst einige dieser Erscheinungen näher angeben. — Taucht man eine reine Glasröhre, die einen hinreichend kleinen Durchmesser hat, in Wasser, so erhebt sich dasselbe im Röhrchen und steht zuletzt, wenn die Röhrenwand gehörig naß geworden ist, merklich über dem äußern Niveau. Diese Erhebung oder Elevation wird desto größer, je geringer der Durchmesser der Röhren, wenn diese nicht die Größe von 2 Millimetern überschreiten. Für zwei Röhren, deren Durchmesser 1,9038 und 1,2944 Millimeter waren, fand man die Erhebung des Wassers in den Röhren mit Hülfe des Kathetometers beziehungsweise 15,5761 und 23,1634 Millimeter. Aehnliches zeigen auch andere Flüssigkeiten, vorausgesetzt daß sie die Röhre benetzen. Nur ändert sich die Größe der Erhebung mit der Natur der

Flüssigkeit, ist aber unabhängig von der Dicke der Röhrenwände. So betrug in einer 1,3 Millimeter weiten Röhre die Höhe der Säule für Wasser 23,1 mm; für Terpentinöl 9,8 mm; für Alkohol 7,07 mm; für Aether 5,6 mm. — Die Wärme hat Einfluß auf das Steigen der netzenden Flüssigkeiten in Röhren, weil sie einmal das specifische Gewicht der Flüssigkeit ändert, und dann die Wirkung der Molecularkräfte vermindert.

Taucht man eine reine Glasröhre in Quecksilber, so sinkt die darin befindliche Quecksilbersäule unter das äußere Niveau herab. Diese Senkung oder Depression erscheint desto merklicher je enger die Röhre ist, und steht wieder im umgekehrten Verhältnisse der Weite, sobald diese nicht die Größe von 2 Millimetern übertrifft. — Die Depressionen des Quecksilbers in Röhren von 1 bis 20 Millimeter Durchmesser nach den sorgfältig angestellten Beobachtungen von Gay Lussac enthält folgende Tabelle:

Durchmesser der Röhre in Millimetern.	Depression in Millimetern.	Durchmesser der Röhre in Millimetern.	Depression in Millimetern.
1	9,08	11	0,35
2	4,54	12	0,26
3	2,92	13	0,20
4	2,04	14	0,16
5	1,51	15	0,12
6	1,15	16	0,09
7	0,91	17	0,07
8	0,71	18	0,05
9	0,56	19	0,04
10	0,45	20	0,03

Aehnliche Erscheinungen bieten andere Flüssigkeiten dar, wenn dieselben die Röhre nicht benetzen, wie z. B. ein mit Fett überzogenes Glasrohr, wenn es in Wasser getaucht wird. Die Temperatur übt gleichfalls einen Einfluß auf das Sinken der nicht netzenden Flüssigkeiten in Röhren aus. Auch müssen wir noch bemerken, daß wenn die Flüssigkeit in der Capillarröhre steigt, der Gipfel der Flüssigkeitssäule jedesmal eine hohle (concave) Oberfläche bildet; dagegen der Gipfel der flüssigen Säule eine erhabene (convexe) Oberfläche hat, wenn die Flüssigkeit in dem Haarröhrchen unter das äußere Niveau herabsinkt. Dieses ungleiche Verhalten der netzenden und nicht netzenden Flüssigkeiten deutet offenbar auf ein Vorwalten der Adhäsion in dem einen Fall und auf ein stärkeres Hervortreten der Cohäsion in dem anderen Fall hin.

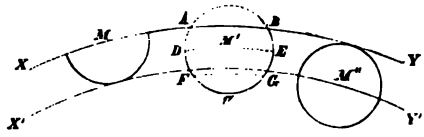
Verwandt mit den eben besprochenen Erscheinungen ist folgende. Taucht man ein gläsernes Röhrchen in Wasser oder Weingeist, zieht es dann mit Vorsicht aus der Flüssigkeit heraus und hält es vertical, damit sich unten ein Tropfen bilde; so findet man, daß die in der Röhre schwebend erhaltene Säule größer ist als zuvor, da die Röhre noch in die Flüssigkeit getaucht war. Die Höhe der Säule kann in solchem Falle selbst das Doppelte von der Höhe betragen, welche man in dem Röhrchen beobachtet, wenn es mit einem Ende in der Flüssigkeit stehen bleibt. Es ereignet sich dies, wenn die Röhrenwände sehr dünn sind, so daß der von dem Tropfen an dem unteren Ende gebildete convexe Meniscus dem concaven Meniscus an dem Gipfel der Flüssigkeitssäule nahe zu gleich ist.

Heberförmig gebogene Röhren bieten ähnliche Erscheinungen dar. Gießt man Wasser in den längeren Schenkel einer solchen Röhre, welche durchgehends einerlei Durchmesser hat; so steht die Flüssigkeit in beiden Schenkeln gleich hoch, so lange die Flüssigkeit das Ende des kurzen Schenkels nicht erreicht. Sobald dies aber geschieht, steigt bei fernerem Hinzugießen im längeren Schenkel die Flüssigkeit in demselben. In dem Maße die Flüssigkeit darin einen höheren Stand bekommt, verliert der Meniscus allmählig seine Concavität und wird immer flacher. Wenn der Meniscus ganz verschwunden und in eine ebene Fläche übergegangen ist, stimmt der Niveauunterschied in beiden Schenkeln mit der Höhe genau überein, bis zu welcher die Flüssigkeit in einer geraden Röhre von demselben inneren Durchmesser gestiegen wäre, wenn man sie in die Flüssigkeit eingetaucht hätte. Bei weiterem Zugießen der Flüssigkeit in den langen Schenkel wird die flüssige Säule darin noch höher; die Flüssigkeitsoberfläche am Ende des kurzen Schenkels wird dabei immer convexer. In dem Augenblicke, in welchem der Meniscus an dem kürzeren Schenkel die Form einer Halbkugel hat, beträgt der Niveauunterschied das Doppelte von dem, welchen man im Falle der ebenen Fläche wahrnimmt. Gießt man in den langen Schenkel noch Flüssigkeit nach, so zerreißt die convexe Oberfläche am Ende des kurzen Schenkels, und die Flüssigkeitssäule fällt in dem langen Schenkel mehr oder weniger herab, je nachdem der gebildete Tropfen größer oder kleiner ist. Es findet also zwischen der Form der freien Oberfläche und ihrem Aufsteigen oder Herabsinken in den Capillarräumen eine gegenseitige Abhängigkeit statt. Von den besprochenen Capillarerscheinungen wollen wir uns vorerst Rechenschaft zu geben versuchen, ehe wir zur Betrachtung neuer Capillarphänomene übergehen.

2. Theoretische Betrachtungen und anderweitige Capillarerscheinun

Die gegenseitigen Actionen, welche zwischen den Flüssigkeitstheil unter einander und zwischen ihnen und den Theilchen fester Körper f finden, erstrecken sich mit merklichem Erfolge nur auf sehr geringe, unsere Sinne nicht wahrnehmbare Entfernungen. Die von je Theilchen auf ein anderes ausgeübte Kraft ist nach allen Richtun in einerlei Distanz gleich groß, weßhalb wir uns den Raum, auf chen sich die wahrnehmbare Wirksamkeit zwischen zwei Theilchen dehnt, von dem entfernteren Raume, bezüglich dessen eine solche W samkeit gänzlich verschwindet, durch eine Kugelfläche abgesondert de können, deren Mittelpunkt eines der beiden Theilchen abgibt. Di Theilchen mag Centraltheilchen, gedachte Kugel dagegen die W kungssphäre eines solchen Theilchens heißen. Zwischen den Th chen einer und derselben Flüssigkeit besteht kein Unterschied, daher auch ihre Wirkungssphären sämmtlich einander gleich. Obschon Halbmesser der Molecularwirkungssphäre als eine sehr kleine Größe darstellt, so ist er doch im Vergleich mit den Dimensionen der Th chen selbst sehr groß, der Art daß in dem Raume jener Sphäre viele Theilchen enthalten sind

Fig. 114.

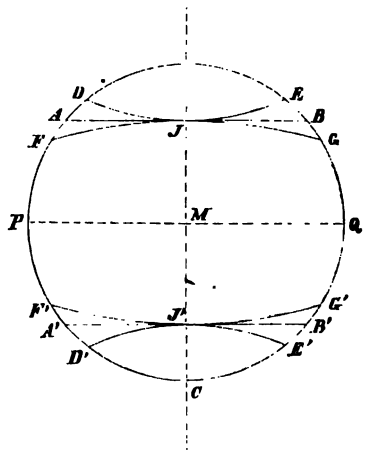


Dies vorausgesetzt sei XY (114) eine beliebige Oberf einer tropfbaren Flüssigkeit X'Y' eine zweite Fläche, bi allen ihren Punkten von ersteren um den Halbmesser Wirkungssphäre der Flüssigkeit absteht. Das auf der Oberfläche lieg Theilchen M erfährt von den innerhalb des Raumes einer halben S kungssphäre befindlichen Theilchen verschiedene Actionen, die es von Grenzfläche weg gegen die innere Flüssigkeitsmasse ziehen und sic einer auf jener Fläche senkrecht stehenden Resultirenden R zusamm setzen. Eine ähnliche Einwirkung jedoch schwächere als die vorhin trachtete Action erleidet das innerhalb der genannten Sphäre befind Theilchen M'; denn denkt man sich die in dem Raum ABC enthal Flüssigkeitsmasse durch drei gleich weit von einander abstehende und Fläche AB parallele Ebenen AB, DE, FG in drei Theile zerlegt wird die von dem Raume ABDE ausgehende Wirkung durch die dem Raume DFFG ausgeübte aufgehoben, und es bleibt nur die Ac von dem Kugelsegment FCG wirksam, welche offenbar geringer ist die Anziehungskraft, die von einer Halbkugel geäußert wird. Tag wird das in einer dem Halbmesser der Wirkungssphäre gleichen En nung oder noch tiefer liegende Theilchen M'' nach allen Seiten

Kräften angeregt, welche sich aufheben. Die zwischen den Grenzflächen XY und X'Y' enthaltenen Flüssigkeitstheilchen werden also durch die Action ihrer Umgebungen einwärts gezogen, was einen analogen von der Schwere hervorgerufenen Erfolg nach sich zieht. Dieser abwärts wirkende Moleculardruck pflanzt sich wie der von dem Gewichte der Flüssigkeit herrührende Druck gleichmäßig nach allen Richtungen durch die ganze flüssige Masse fort.

Wir wollen jetzt untersuchen, welchen Einfluß die Form der freien Oberfläche der Flüssigkeiten auf den Werth gedachten Moleculardrucks auszuüben vermag. — Es sei M (Fig. 115) das Theilchen, dessen Anregung zur Bewegung von Seiten der in dem Kügelstück ABC enthaltenen Flüssigkeitsmasse wir betrachten. Bei der Begrenzung einer ebenen Oberfläche AB wird die von ABQP ausgeübte Action durch die von A'B'QP ausgehende gleiche und entgegengesetzte Action aufgehoben, so daß nur die Wirkung von A'CB' übrig bleibt, deren Größe durch A dargestellt werden mag. — Wenn die freie Oberfläche eine concave Fläche DJE ist, werden die Einwirkungen, welche die zwischen DJE nnd D'J'E' liegenden Flüssigkeitstheilchen auf M hervorbringen sich gegenseitig aufheben, wo die Flächen DJE und D'J'E' eine gleiche aber entgegengesetzte Lage in Bezug auf das Centraltheilchen M haben. Es bleibt demnach nur das wirksame Kugelstück D'J'E'C übrig, dessen Action geringer ausfällt als die des Kugelstücks A'J'B'C: wir können hiernach die Kraft, mit welcher bei einer concaven Oberfläche ein jeder in ihrer Nähe befindliche Theil nach Innen gezogen wird, mit A — B bezeichnen. — Ist endlich die begrenzende Oberfläche eine convexe Fläche FJG, so wird, wenn wir die zu FJG symetrische Fläche F'J'G' legen, nunmehr das Stück F'G'C die Anregung zur Bewegung geben; eine Action, welche größer ist als jene bei einer ebenen Begrenzung der Flüssigkeit und durch A + B' ausgedrückt werden kann. Wir können also sagen, der in einer flüssigen Masse bei einer ebenen Oberfläche nach Innen gerichtete Moleculardruck A wird kleiner, wenn diese Oberfläche nach außen concav wird und er fällt um so geringer aus, je concaver die Fläche ist; dagegen

Fig. 115.



wird der Moleculardruck größer, wenn die freie Oberfläche eine co Gestalt hat, und er erscheint um so größer, je mehr die Fläch krümmt ist.

Es sei ECDF (Fig. 116a) der Durchschnitt eines in E vertical stehenden cylindrischen Haarröhrchens, MN die Oberfläch

Fig. 116 a.

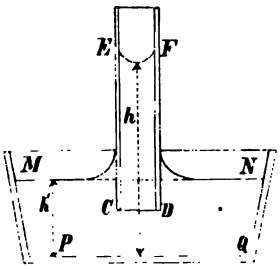
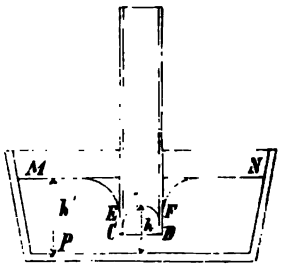
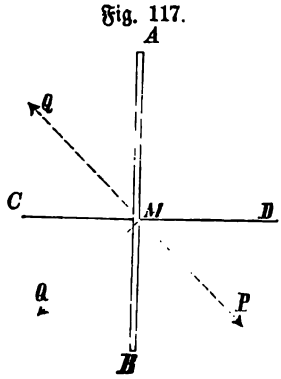


Fig. 116 b.



äußeren Wassers und EF die concave Oberfläche der im Röhrche hobenen Wassersäule. Damit der in der Capillarröhre stattfin und auf eine horizontale Schichte PQ übertragene Moleculardruck A mit dem von der freien Oberfläche ausgehenden und dahin fortgep ten Moleculardruck A im Gleichgewichte stehe, muß $A + h' = A - B$ oder $h = h' + B$ sein: d. h. die Flüssigkeit steht im Haarröhrchen als außerhalb desselben. — Für den Fall, daß die Oberfläch (Fig. 116 b) der Flüssigkeit im Haarröhrchen convex ist, haben für den Bestand des Gleichgewichts zwischen den beiden auf eine zontale Schichte PQ übertragenen Normalpressungen die Gleic $A + B' + h = A + h'$ oder $h = h' - B'$: d. h. die Flüssigkeit alsdann im Haarröhrchen tiefer als außer demselben. — Wen Oberfläche der Flüssigkeit in der Röhre eben ist, so sind die M larpressungen innerhalb und außerhalb der Röhren einander g weßhalb kein Niveauunterschied mehr vorkommen kann.

Fig. 117.

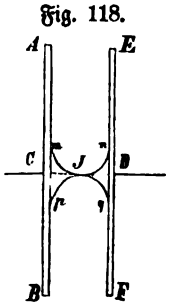


Die Form der Flüssigkeitsoberfläc der Berührungsstelle mit einem festen K hängt ab von der Cohäsion der Flüs einerseits und der Adhäsion anderseits, w die Theilchen des festen Körpers au Flüssigkeitstheilchen ausüben. Um einzu wie durch das Spiel genannter Mole kräfte die durch die Schwere bedingte Eb der Oberfläche gestört und in eine Con oder Concavität umgewandelt werden sei AB (Fig. 117) eine senkrechte ebe

die Flüssigkeit getauchte Wand, CD die ebene und horizontale Oberfläche der Flüssigkeit. Das Flüssigkeitstheilchen M erleidet durch die Molecularkräfte eine zweifache Wirkung: einmal wird es durch die zwischen dem Winkel BMD enthaltene Flüssigkeit in einer den Winkel BMD halbirenden Richtung MP gezogen, weil die Theile jener Flüssigkeitsmasse symmetrisch um MP herumliegen; dann erfährt das Theilchen M von den Wandstücken MA, MB eine Anziehung, woraus zwei gleiche um 45° gegen MC geneigte Kräfte hervorgehen. Bezeichnen wir mit Q eine dieser Kräfte, ferner mit P die Resultirende der Molecularattractionen der Flüssigkeitsmasse BMD auf das Theilchen M, zerlegen dann alle diese Kräfte in die nach MB und MC gerichteten Componenten; so erhalten wir eine verticale Componente $P\cos 45^0$ und eine horizontale Componente $(2Q - P)\cos 45^0$. — Hieraus ergeben sich drei besondere Fälle. 1) Wenn $2Q - P = 0$, d. h. die Anziehung der Flüssigkeitstheilchen doppelt so groß ist, wie ihre Anziehung gegen den festen Körper; so wird jedes Molecül blos vertical abwärts gezogen und die Oberfläche der Flüssigkeit bleibt horizontal und eben. — 2) Wenn $2Q - P > 0$, so liegt die Resultirende P der nach MB und MC wirkenden Kräfte innerhalb des Winkels CMB. Da die Oberfläche der Flüssigkeit wiederum senkrecht auf der Richtung von R stehen muß, so kann jene Fläche nicht mehr horizontal sein; sie gestaltet sich vielmehr in der Nähe der Wand concav und geht allmählig in eine horizontale über, weil mit dem Abstande des Theilchens von der Wand die Richtung der Resultirenden R sich mehr der verticalen nähert. — 3) Wenn $2Q - P < 0$, so ist die horizontale Kraft in der Richtung MD wirksam und gibt in Verbindung mit der verticalen Componente eine innerhalb des Winkels DMB liegende Resultirende. Die Richtung derselben nähert sich abermals destomehr der verticalen, je weiter ein Theilchen von der Wand absteht; die Oberfläche wird daher in der Nähe der festen Wand, weil sie auf jener Richtung normal ist, eine convexe Gestalt annehmen und allmählig sich in eine horizontale umwandeln.

Taucht man in die Flüssigkeit in der Nähe der ebenen Wand AB (Fig. 118), an welcher sich die Flüssigkeit entweder concav erhebt oder convex herabsenkt, eine zweite zu ihr parallele Wand EF; so wird die zwischen beiden Wänden befindliche Oberfläche der Flüssigkeit entweder eine concave Gestalt mn oder eine convexe pq annehmen. Dasselbe gilt, wenn die verticale Wand gekrümmt, z. B. cylindrisch ist: denn man kann sich eine solche Wand in lauter schmale

Fig. 118.



Streifen zerlegt denken, deren jeder für sich so wirkt, als ob er eben wäre. In einem engen Röhrchen werden sich diese von den Wänden ausgehenden concaven oder convexen Krümmungen bis in die Mitte der Flüssigkeit erstrecken, derart, daß die ganze Flüssigkeitsoberfläche eine concave oder eine convexe Gestalt annimmt. — Man sieht leicht ein, daß sich dieselben Schlüsse mit den gehörigen Modificationen auch auf nicht verticale Gefäßwände ausdehnen lassen.

In einem cylindrischen Haarröhrchen kann man die Wirkung der Wände der Röhre auf die Flüssigkeit dem Umfange des horizontalen Querschnittes der Röhrenwand proportional setzen und ein Gleiches mit der Action thun, welche die Flüssigkeit auf sich selbst ausübt. Ist c der Umfang genannten Querschnittes, so kann man die erstere Kraft $= 2qc$ und die zweite $= pc$ annehmen, wobei q und p zwei von der Form und Dicke der Röhrenwände unabhängige Größen sind, deren erstere q die Anziehung des Rohres zur Flüssigkeit und letztere p die der Flüssigkeitstheile zu sich selbst ausdrückt. Nennen wir ferner a den Flächeninhalt des Querschnittes der Röhre, h den Abstand des inneren Niveaus von dem äußern, s das specifische Gewicht der Flüssigkeit, so gibt uns die Bedingung des Gleichgewichtes der in der Röhre enthaltenen Flüssigkeit die Relation $c(2q-p) = ash$, woraus $h = \frac{2q-p}{s} \cdot \frac{c}{a}$. — Ist der Querschnitt der Röhre ein Kreis mit dem Durchmesser D; so hat man $h = \frac{4(2q-p)}{s} \cdot \frac{1}{D}$. Es verhalten sich also unter sonst gleichen Umständen die Längen der gehobenen oder niedergedrückten Säulen in cylindrischen Haarröhrchen von verschiedener Oeffnung verkehrt wie deren Durchmesser, was mit der Erfahrung genau übereinstimmt.

Ist der Querschnitt eines prismatischen Röhrchens ein Rechteck von den Seiten m, n; so ist $c = 2(m+n)$ und $a = mn$; mithin $\frac{c}{a} = \frac{2(m+n)}{mn} = 2\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)$; folglich $h = \frac{1}{2} \cdot \frac{2q-p}{s} \cdot \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)$. Nimmt man an die Stelle einer solchen Röhre zwei ebene parallele Platten, deren Abstand $= m$ ist; so erhält man $h = \frac{1}{2} \cdot \frac{2q-p}{s} \cdot \frac{1}{m}$, weil n in Bezug auf m dann unendlich groß erscheint. Die Höhe der zwischen zwei parallelen Platten gehobenen oder niedergedrückten Flüssigkeitssäule beträgt also die Hälfte von derjenigen, welche ein cylindrisches Röhrchen von gleichem Material darbietet, dessen Durchmesser dem Abstande der Platten gleichkommt: eine Erscheinung, welche schon von Newton bemerkt wurde.

Werden zwei Glasplatten, die in gegeneinander geneigter Stellung sich mit einer verticalen Kante einander berühren, in gefärbtes Wasser getaucht; so erhebt sich dasselbe zwischen beiden an den engeren Stellen höher als an denjenigen, wo die Platten weiter von einander abstehen. Wählt man den gemeinschaftlichen Durchschnitt der Platten zur Achse der y, den Durchschnitt der einen der Platte mit dem Flüssigkeitsniveau zur Achse der x; so hat man für den Abstand D an einer beliebigen Stelle zwischen beiden Platten die Relation: $D = k\,x$, wo k eine constante von der Neigung der Platten abhängige Größe bezeichnet; und für die Höhe y der Flüssigkeitssäule an der betreffenden Stelle den Ausdruck: $y = \frac{4\,(2\,q - p)}{s} \cdot \frac{1}{D} = \frac{4\,(2\,q - p)}{s\,.\,k\,x}$. Daraus entspringt $x\,y = \frac{4\,(2\,q - p)}{s\,.\,k}$; d. h. der Durchschnitt der Oberfläche der gehobenen Flüssigkeitssäule zwischen den Platten mit einer derselben bildet eine gleichseitige Hyperbel, deren Asymptoten der Durchschnitt der Platten und der Durchschnitt einer derselben mit dem Flüssigkeitsniveau sind.

Bringt man in ein conisches, beiderseits offenes Röhrchen, dessen Achse horizontal liegt, bei der größeren Oeffnung eine kleine Wassersäule hinein; so bewegt sich das Säulchen gegen die kleinere Oeffnung hin. Die Oberfläche der Flüssigkeitssäule ist nämlich an beiden Enden ungleich concav, weßhalb die Molecularwirkung an ihnen sich verschieden herausstellt. Die stärker concave Fläche drückt weniger als die minder concave, daher bewegt sich der Tropfen in der Richtung des stärkeren Druckes, d. h. gegen den Scheitel des Kegels. Eine stärker convexe Oberfläche dagegen drückt mehr als eine weniger convexe; es wird sich deßhalb ein Quecksilbertropfen in dem conischen Röhrchen nicht wie der Wassertropfen nach dem Scheitel des Kegels zu, sondern von demselben abwärts bewegen.

Werden zwei in eine Flüssigkeit getauchte ebene Platten AB, CD (Fig. 119, a, b, c) einander sehr nahe gebracht und dann sich selbst überlassen, so scheinen sie einander anzuziehen, wenn beide von der Flüssigkeit benetzt werden, oder beide trocken bleiben; dagegen scheinen sie einander abzustoßen, wenn eine Platte benetzt wird, die andere nicht. Im ersten Falle, wo die Flüssigkeit zwischen den benetzten Platten (Fig. a) um eine Höhe MA über das äußere Niveau MN steigt, erleiden die Platten an den Stellen wie F von Außen nach Innen einen Druck von Seiten der Atmosphäre, und von Innen nach Außen denselben Druck vermindert, aber um den hydrostatischen Druck der gehobenen Flüssigkeitssäule, so daß die freie Wirksamkeit einer einwärts ziehenden Kraft übrig bleibt. — Im zweiten Falle, wo die Flüssigkeit

Fig. 119 a.

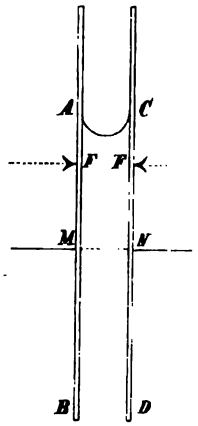


Fig. 119 b.

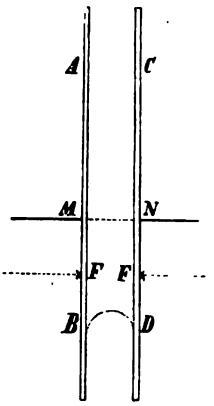
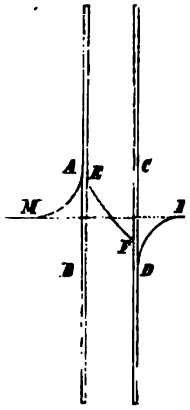


Fig. 119 c.



zwischen den unbenetzten Platten (Fig. b) um eine Tiefe MB u das äußere Niveau MN sinkt, übt die äußere Flüssigkeit an den E cken MB, ND von Außen nach Innen einen Druck aus, wel durch keinen Gegendruck aufgehoben wird und deßhalb eine Annäher der Platten bewirkt. — Im dritten Falle (Fig. c), wo die eine Pl benetzt wird und die andere unbenetzt bleibt, ist das Steigen und Fa zwischen den Platten geringer als an ihren äußeren Flächen; was unmittelbaren Folge hat, daß die eine wie die andere Platte e stärkeren Druck von Innen nach Außen, als von Außen nach In erfährt, mithin die beiden Platten sich von einander zu entfernen stre

Die Anziehungs- und Abstoßungserscheinungen, welche auf Oberfläche von Flüssigkeiten schwimmende Körper darbieten, rü ebenfalls von der Capillarität her und hängen von der convexen concaven Gestalt der Flüssigkeitsoberfläche ab. Zwei schwimm Körper, welche beide von der Flüssigkeit benetzt werden, wie z. B. Korkkugeln auf Wasser, scheinen einander anzuziehen, wenn sie in gehörige Nähe gebracht werden. — Werden beide Körper nicht be wie etwa zwei Wachskugeln auf Wasser, so üben sie unter gleichen V ständen ebenfalls eine Anziehung aus. Zwei Kugeln, von denen eine benetzt wird, die andere nicht, stoßen einander ab, wenn sie ein der hinlänglich nahe gekommen sind. — Daraus erklärt sich a warum öfters leicht schwimmende Körper von den Gefäßwänden a zogen werden.

Manche Insecten können auf der Oberfläche des Wassers da laufen, weil die Füße dieser Thiere von dem Wasser nicht benetzt w den. — Auch die Federn der Wasservögel sind immer etwas fe

derart, daß das Gefieder trocken bleibt, wenn sie selbst den ganzen Körper untertauchen. — Eine feine Nähnadel, die etwas fettig ist, behutsam auf Wasser gelegt, sinkt nicht unter. Wird aber die Nadel durch Waschen mit Alkohol gereinigt, so wird sie augenblicklich benetzt, und fällt auf den Boden, man mag sie auch mit noch so vieler Sorgfalt auf die Oberfläche legen.

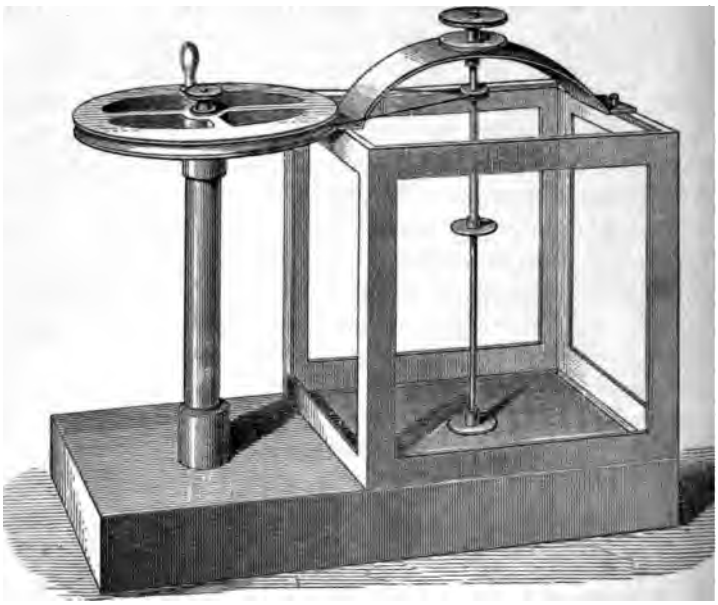
Die Haarröhrchenwirkung ist die Ursache vieler Erscheinungen in der Natur. Das Aufsteigen des Wassers im Zucker, wenn derselbe nur zum Theil darin eingetaucht ist, geschieht durch Capillarität. Eine Mauer, die auf feuchtem Boden steht, erscheint bald bis zu bedeutender Höhe vom Wasser durchdrungen. Die Erhebung des Oels in den Lampendochten und die des geschmolzenen Talges in den Dochten der Kerzen ist eine Folge der Capillarität. Mittelst trockenen auf nassen Boden gestreuten Sandes wird die Feuchtigkeit durch Capillarität aufgenommen; deßhalb schützt man in nassen Wintern die Winterpflanzen vor übermäßiger Nässe, wenn man um dergleichen Pflanzen Sand streut. -- Flüssigkeiten, welche einen Körper nicht benetzen, dringen in seine Poren nicht ein; daher geht Quecksilber nur mittelst Druckes durch ein Leder durch, während das Wasser leicht durchfließt. Will man eine Flüssigkeit in die Poren eines Körpers nicht eindringen lassen, so muß man denselben mit einem Stoffe überziehen, welcher jene Flüssigkeit nicht zu absorbiren vermag; darauf beruht der Nutzen des Papierleimens. — Die Fähigkeit der Häute, Fleischfasern und anderer festen Theile des thierischen Körpers, Wasser und anderweitige Flüssigkeiten aufzunehmen, ist eine Folge der Capillarität. Die Menge der Flüssigkeit, welche ein Körper zu absorbiren vermag, ändert sich mit der Flüssigkeit. So wird eine Salzlösung in desto geringerer Menge aufgesaugt, je größer der Gehalt an Salz ist. — Wird die Beschaffenheit des von einer Thiersubstanz absorbirten Wassers derart abgeändert, daß von derselben nicht mehr die nämliche Menge von Flüssigkeit wie vorhin aufgenommen werden kann, so muß ein Theil des Wassers heraustreten. So bildet sich, wenn man frisches Fleisch mit Salz bestreut, eine Salzlacke, indem ein Theil des Wassers aus dem Fleisch heraustritt, das von einer Kochsalzlösung eine geringere Menge als von reinem Wasser zu absorbiren vermag.

3. Erscheinungen bei einer der Wirkung der Schwere entzogenen Flüssigkeit.

Auf eine deutliche Weise würde sich das Spiel der Molecularkräfte zu erkennen geben, wenn man es dahin brächte eine Flüssigkeitsmasse von größerem Volumen der Wirkung der Schwere zu entziehen, ohne

daß ſie aufhörte, den eigenen Anziehungen ſowie den übrigen Krä
zu gehorchen, die man darauf wirken laſſen will. Dem belgiſchen P
ſiker Plateau iſt es zuerſt gelungen, eine bedeutende Flüſſigkeitsm
in dieſen Zuſtand zu verſetzen. Er brachte nämlich eine gewiſſe Qu
tität fetten Oels, z. B. Olivenöl in eine angemeſſene Miſchung
Alkohol und Waſſer, welche dasſelbe ſpecifiſche Gewicht wie das
hatte. Die Oelmaſſe miſcht ſich nicht mit der aus Waſſer und Alk
gebildeten Flüſſigkeit, befindet ſich darin im Zuſtande freier Schweb
und gehorcht bloß den Molecularattractionen. Unter dem Spiel di
Kräfte nimmt die Oelmaſſe, wie groß ſie auch ſei, jederzeit die Ge
einer vollkommenen Kugel an. — Es läßt ſich auch umgekehrt verfah
nämlich eine gewiſſe Quantität des alkoholiſchen Gemiſches in das
gießen. Man erhält dann eine Kugel von dieſem Gemiſch, welch
dem Oel ſchwebt. — Um den erwähnten Verſuch und einige an
hierher gehörige mit Leichtigkeit anſtellen zu können, bediene ich
des in Fig. 120 abgebildeten Apparates. Er beſteht aus vier eb

Fig. 120.



rechteckigen Glasplatten, die mittelſt eines guten Glaſerkittes
einen Meſſingrahmen befeſtigt ſind; die dem würfelförmigen G
deſſen Seite etwa 16 Centimeter beträgt, als Boden dienende M
platte iſt mit einem harzigen Kitte überzogen, der von dem alkoholi

Gemisch sehr wenig angegriffen wird. Eine verticale stählerne Achse von etwa 2 Millimeter im Durchmesser steht mit ihrem unteren Ende in der Oeffnung des kleinen auf dem Boden des Gefäßes angebrachten Ansatzstückes und mit ihrem oberen Ende in der Oeffnung der feinen Schraube, welche in der Mitte des oben auf dem Rahmen festgemachten Metallbogens sitzt. Die stählerne Achse trägt oben ein kreisförmiges Röllchen, welches mittelst einer Schnur ohne Ende zum Rotiren kommt, wenn die auf dem verticalen Postament ruhende größere Rolle in Umdrehung versetzt wird. Außerdem stecken auf der stählernen Achse senkrecht kleine Metallscheiben von 8 - 15 Millimeter im Durchmesser, welche sich an beliebige Stellen verschieben lassen. — Nachdem in das Gefäß die alkoholische Mischung gegossen worden, taucht man einen langhalsigen Trichter bis zu einer gewissen Tiefe in die Flüssigkeit und gießt das Oel langsam hinein, das nach Belieben auch gefärbt werden kann. Hat die Mischung die richtigen Verhältnisse, so bildet das Oel am Ende des Trichters eine Kugel, welche an Volumen allmählich zunimmt, wenn man mehr Oel zugießt. Wenn die Kugel die gewünschte Größe erreicht hat, zieht man den Trichter vorsichtig heraus; gewöhnlich haftet die Kugel daran, doch läßt sie sich durch einen kleinen Stoß leicht davon trennen. Man kann bei diesem Verfahren eine schwebende Kugel von 8—10 Centimeter Durchmesser erhalten.

Besitzt das alkoholische Gemisch nicht das erforderliche specifische Gewicht, so sieht man gewöhnlich sich nach einander mehrere Oelkugeln bilden, welche vom Trichter sich absondern, um entweder langsam auf den Boden des Gefäßes oder an die Oberfläche des Gemisches zu gelangen. In solchem Falle sucht man zuvörderst sämmtliche Kugeln zu einer einzigen zu vereinigen, indem man das Ende eines Eisendrahtes in eine von ihnen bringt und dann die daran haftende Kugel in der Flüssigkeit herumführt, um sie mit einer zweiten Kugel zu vereinen. Ist es durch diese Operation gelungen, alle Kugeln zu einer einzigen zusammenzubringen; so fügt man der Flüssigkeit vorsichtig so lange eine gewisse Quantität Wasser oder Alkohol hinzu, bis die Oelkugel sich vollständig im Gleichgewichte in der umgebenden Flüssigkeit erhält. — Durch Verdunstung und durch Aenderung der Temperatur wird die vollkommene Gleichheit der beiden specifischen Gewichte gestört, weßhalb man durch Hineinbringung neuer Portionen Alkohols oder des Gemisches von anderer Dichte auf die Herstellung des Gleichgewichtes zwischen der Oelkugel und der umgebenden Flüssigkeit jederzeit Bedacht nehmen muß.

Will man die im alkoholischen Gemisch schwebende Oelkugel der Schwungkraft unterwerfen, so benützt man das an der stählernen Achse

befindliche Scheibchen zuvörderst mit Oel und läßt es dann mit seine Schneide in die Oelkugel eintreten. Die Kugel legt sich ohne Schwie rigkeit an und stellt sich allmählig in Folge der attractiven Wirkung de das Scheibchen benäßenden Oelschichte symmetrisch gegen die Achse. Nach dem die Oelkugel diese symmetrische Stellung angenommen hat, dreht man die Rolle langsam herum; man sieht alsdann die Oelkugel an den Polen sich abplatten und an dem Aequator aufschwellen. Bei einer größeren Geschwindigkeit werden die Abplattung an den Polen und das Aufschwellen am Aequator bedeutender. Steigert sich die Rotationsge schwindigkeit hinreichend, so sieht man die Kugel rings um die Achse sich aushöhlen und endlich in einen großen Ring übergehen. — Mit dem Einstellen des Drehens der Scheibe erhält sich der Ring noch einige Secunden in demselben Zustande; dann schwächt der Widerstand der umgebenden Flüssigkeit seine Rotationsbewegung, er kehrt zu sich selbst zurück und verwandelt sich wieder in eine Kugel rings um die Achse.

Die in dem alkoholischen Gemisch schwebende Oelmasse nimmt auch andere von der Kugelgestalt verschiedene Formen an, wenn man die Masse an gewissen Stellen mit Metall, das mit Oel benäßt ist in Berührung bringt. So erhält z. B. die Oelmasse zwischen zwei in gehöriger Entfernung stehenden Kreisscheiben die Gestalt eines Cylinders, welcher von 2 Kugelsegmenten begrenzt ist, deren Radien gleich sind und jeder das Doppelte von dem Radius des Cylinders beträgt. — Ist der Umfang des die Oelmasse berührenden Metalls ein Vieleck, so gestaltet sich die Masse zu einem Polyeder, dessen Flächen convex sind, wenn hinlänglich Oel vorhanden ist; die Flächen werden eben, wenn man das richtige Quantum Oel wegnimmt, und gehen endlich in concave über, wenn man noch mehr davon zurückzieht. — Befindet sich die Oelmasse in der alkoholischen Flüssigkeit am Boden und taucht dann in sie das untere Ende einer senkrecht gehaltenen Glasröhre, deren Innere mit einer leichten Schichte von Schmalz überzogen und hierauf mit Oel benäßt ist, und deren oberes Ende über die freie Oberfläche des alkoholischen Gemisches hinausgeht; so steigt das Oel langsam bis zum oberen Ende der Röhre, welche Länge und welchen Durchmesser dieselbe auch haben mag. — Ein ähnliches Aufsteigen nimmt man ebenfalls bei der im Oel schwebenden Masse des alkoholischen Gemisches wahr: nur muß man vor dem Versuche das Innere der Röhre mit einer dünnen Schichte von arabischem Gummi überziehen, und hierauf mit Weingeist benetzen.

4. Diffusion der Flüssigkeiten. — Endosmose und Exosmose.

Wenn zwei ruhende mischbare Flüssigkeiten in unmittelbarer Berührung *stehen*, so findet eine Verbreitung der einen Flüssigkeit in die

andere statt, welche die Diffusion der Flüssigkeiten genannt wird. Bei diesem Vorgange scheinen die Theilchen nach gleichförmiger Mischung hinzuzielen, die Eigenschaften der sich vermengenden Theilchen erlöschen dabei nicht, wie dies bei chemischen Verbindungen der Fall ist. — Um Versuche über die Diffusion anzustellen, setzte man nach Graham Gläser, die mit der betreffenden unorgarischen oder organischen Lösung gefüllt und oben offen sind, in größere Glasgefäße; gießt hierauf behutsam in dieselben Wasser, bis dieses die Oeffnung der ersten Gläser 2 bis 3 Centimeter überdeckt, und prüft dann nach längerer Zeit, wie viel von der Lösung in das Wasser übergegangen ist. — Aus dergleichen Versuchen hat sich ergeben, daß die Diffusion der verschiedenen Lösungen im Wasser sehr ungleich ist, mithin jeder Flüssigkeit ein eigenthümliches Diffusionsvermögen zugeschrieben werden muß. So hat z. B. zum Wasser Schwefelsäure ein großes, Eiweiß aber ein geringes Diffusionsvermögen. — Die Diffusion wird mit der Zeit schwächer, wie vorauszusehen war. Erwärmung fördert die Diffusion, doch für verschiedene Lösungen in ungleicher Weise. Bei einer Diffusion einer gemischten Lösung wird sich nach einiger Zeit von dem Stoffe, welcher ein größeres Diffusionsvermögen als der andere besitzt, eine bedeutendere Menge vorfinden als von jenem andern.

Sind zwei mischbare Flüssigkeiten durch eine poröse Scheidewand getrennt, welche von beiden benetzt wird; so findet durch die Poren eine Mischung beider Flüssigkeiten statt. Dieses Hinüber- und Herübergehen hat der französische Physiker Dütrochet Endosmose und Exosmose genannt. — Man fülle ein conisches Gefäß, dessen unteres weites Ende mit einer thierischen Blase zugebunden ist und an seinem oberen Ende durch einen wohlschließenden Kork mit einer langen oben und unten offenen Glasröhre in Verbindung steht, mit Alkohol und stelle es dann in ein Gefäß mit Wasser dergestalt, daß das Niveau des Wassers mit dem des Alkohols in einerlei Ebene liegt. Nach Verlauf einiger Zeit wird die Flüssigkeit in der Glasröhre steigen, woraus folgt, daß Wasser von Außen durch die Blase in die Glasröhre gedrungen ist. Zugleich zeigt sich das Wasser in dem äußeren Gefäße etwas weingeisthaltig, zum Beweise, daß auch Flüssigkeit aus der Blase herausgetreten ist. — Dieselbe Erscheinung kann man wahrnehmen, wenn man das conische Gefäß mit einer concentrirten Auflösung von Kupfervitriol füllt und ins Wasser stellt; nach einiger Zeit steht die Flüssigkeit wieder in der Glasröhre höher als im Gefäße. Es ist also ebenfalls Wasser eingedrungen, aber auch Kupferlösung ist zu dem Wasser übergetreten, wie die Färbung desselben beweißt. — Hätte man dagegen das conische Gefäß und einen Theil der Glasröhre mit Wasser gefüllt und dann in Alkohol

oder Kupferlösung gestellt, so wird zwar auch Alkohol oder Kupferlösung in das Wasser übergehen, aber das Niveau wird im Inneren der Röhre fallen statt wie vorhin emporzusteigen.

Dieses wechselseitige Durchdringen der Blase dauert so lange fort, bis die Flüssigkeiten zu beiden Seiten der Scheidewand gleichartig geworden sind, oder sich in chemisches Gleichgewicht gesetzt haben. — Die Scheidewand kann aus organischen oder unorganischen Stoffen bestehen, nur müssen die Poren derselben so fein sein, daß sie nicht unmittelbar schon durch hydrostatischen Druck Flüssigkeit hindurchlassen. — Es eignen sich dazu Thonzellen, Bast, die Haut von Kirschen und Erbsen, am besten aber dünne thierische Membranen. — Welche der getrennten Flüssigkeiten an Volumen zunimmt, hängt wesentlich von der Natur der Scheidewand ab. Sind Wasser und Alkohol durch eine Kautschuckhaut gesondert, so nimmt das Wasser an Volumen zu, weil der Alkohol leichter durch Kautschuck geht als Wasser. — Die Menge der in gleichen Zeiten durch die Blase zum Wasser übertretenden Stoffe ändert sich mit dem Gehalt der Lösung. Setzt man z. B. einer Lösung von 1 Theil Zucker in 16 Theilen Wasser etwas Oxalsäure zu, so wächst das Volumen des Wassers; beträgt die Menge des Zuckers doppelt so viel, so erfolgt die Mischung ohne Volumenveränderung. Die Mischung der beiden getrennten Flüssigkeiten geht desto langsamer vor sich, je dicker die Membrane ist. — Sie wird desto größer, je schneller die an den Flächen der Blase entstehende Flüssigkeit ihren Platz ändert, mithin die ursprüngliche Ungleichheit in der Beschaffenheit der Flüssigkeiten sich erneuert. — Mit der Temperatur wächst die Endosmose wie die Diffusion.

Die Endosmose hängt ab einmal von der gegenseitigen Anziehung der Theilchen beider Flüssigkeiten auf einander und dann von der Anziehung, welche jede Flüssigkeit gegen die Scheidewand äußert. Beide Flüssigkeiten treten vermöge der Capillarität in die Poren der Membrane ein, und zwar in gleichem Maße, wenn die chemische Anziehung der Blase auf die beiden Flüssigkeiten eine und dieselbe ist. Dagegen sind die durchgegangenen Mengen verschieden, wenn die Membrane auf die eine Flüssigkeit eine stärkere Anziehung ausübt, als auf die andere. Indem ein Theil der resorbirten Flüssigkeit wieder heraustritt, weil sie von dorther eine chemische Anziehung von der angrenzenden Flüssigkeit erfährt, wird die Blase neue Flüssigkeit aufnehmen. Dieser Proceß wird fortdauern, bis die Flüssigkeiten auf beiden Seiten merklich homogen geworden sind. — Ein derartiger fortgesetzter Uebertritt von frischem Wasser in die Poren der Blase findet ebenfalls statt, wenn dieselbe einerseits mit Wasser, anderseits mit trockener Luft in

Berührung ſteht. Man fülle eine heberförmig gebogene Röhre ganz mit Waſſer und binde ſie an beiden Enden zu, hierauf ſtelle man das eine Ende der Röhre in ein Gefäß mit Salzwaſſer, das durch Indigolöſung blaugefärbt iſt, während das andere Ende der Verdunſtung ausgeſetzt bleibt. Nach Verlauf von einigen Stunden, wenn die Verdunſtung weiter vorangeſchritten iſt, nimmt man in der Röhre eine blaue Schichte wahr, welche fortwährend zunimmt.

Im Haushalte der Natur iſt die Endosmoſe von der größten Wichtigkeit. Das Blut durchdringt die Wände der Blutgefäße weit weniger als andere Flüſſigkeiten; dabei bewegt es ſich mit einer gewiſſen Geſchwindigkeit und wird durch die Harnwerkzeuge beſtändig auf demſelben Concentrationsgrad erhalten: durch alles dies iſt das Blut geeignet, die in den Körper gebrachten Nahrungsmittel raſch aufzunehmen und die durch die Lebensthätigkeit verzehrten thieriſchen Stoffe in angemeſſener Weiſe zu erſetzen. — Die Wände des Darmkanals ſaugen reines Waſſer ſehr leicht auf, weniger gut aber Salzwaſſer daher der Druck und die Schwere im Magen, wenn man einige Gläſer von ſolchem Waſſer getrunken hat. — Die Wandungen der Pflanzenzellen zeigen ein ähnliches Verhalten gegen Flüſſigkeiten wie die thieriſchen Membranen; ſie nehmen durch endosmotiſche Wirkung gelöſte Nahrungsſtoffe auf, von denen gewiſſe Theile innerhalb der organiſchen Zelle durch den Lebensproceß aſſimilirt werden. — In Folge der Endosmoſe dringt das auf ſaftige Früchte, wie z. B. Weinbeeren, Kirſchen fallende Regenwaſſer in dieſelben ein, vergrößert dadurch ihr Volumen, daß ſie zerplatzen, worauf der Saft nunmehr der Einwirkung des Sauerſtoffs ausgeſetzt in Gährung übergeht.

Zweiter Abſchnitt.

Bewegung des Tropfbarflüſſigen (Hydrodynamik).

I. Ausfluß des Waſſers aus Gefäßen.

1. Abfluß aus horizontaler Bodenöffnung und kurzen Anſatzröhren bei conſtanter Druckhöhe.

Die Theorie der Bewegung tropfbarer Körper iſt bedeutend verwickelter als die der feſten Körper, weil in Folge der leichten Verſchiebbarkeit und der Beweglichkeit der Theilchen im Inneren der Flüſſigkeit mancherlei eigenthümliche Bewegungen entſtehen, welche von der Bewegung der ganzen Maſſe verſchieden ſind und die Ermittelung der Bewegungsgeſetze vielfach erſchweren. Es müſſen deßhalb jederzeit den theoretiſchen Erörterungen Verſuche zur Seite ſtehen, wenn man für die Praxis brauchbare Reſultate erhalten will. — Zunächſt wollen wir die Flüſſigkeit bei ihrem Ausfluſſe aus Gefäßöffnungen betrachten, wenn das Niveau beſtändig in der nämlichen Höhe über denſelben erhalten wird. Da überall die verſchiedenen Flüſſigkeitstheilchen fortwährend im Zuſammenhang bleiben, ſo fließen in gleicher Zeit durch zwei beliebige Querſchnitte a, a′ gleiche Flüſſigkeitsmengen. Bezeichnen daher v, v′ die denſelben entſprechenden Geſchwindigkeiten, welche im ganzen Querſchnitte gleich anzunehmen ſind; ſo hat man für eine beliebige Zeit t die Relation $a\,v\,t = a'v't$ oder $a\,v = a'v'$, d. h. die Geſchwindigkeiten verhalten ſich umgekehrt wie die betreffenden Querſchnitte. — Dieſer unter dem Namen der Continuität der Flüſſigkeit bekannte Satz iſt gleichſam für die Hydrodynamik das, was der Satz des allſeitigen Druckes in der Flüſſigkeit für die Hydroſtatik iſt.

Hiernach läßt ſich mit Hülfe des Princips von der Erhaltung der lebendigen Kräfte die Geſchwindigkeit beſtimmen, mit welcher die Flüſſigkeit aus der horizontalen Mündung eines Gefäßes mit verticaler Achſe fließt. — Es ſei a der Querſchnitt der Mündung, v die Ausflußgeſchwindigkeit daſelbſt; a′ der Querſchnitt der Oberfläche des Gefäßes, v′ die Geſchwindigkeit, mit welcher die Flüſſigkeit ſich erſetzt; h der Abſtand der Mündung vom Waſſerſpiegel oder die ſogenannte Druckhöhe. Die mit der Geſchwindigkeit v′ bewegte Maſſe m beſitzt die lebendige Kraft $\frac{1}{2}\,m\,v'^2 = \frac{1}{2}\,m\left(\frac{a\,v}{a'}\right)^2$; an der Mündung beträgt $\frac{1}{2}\,m\,v^2$ die lebendige Kraft der Maſſe m; ſo daß beim Herabfallen von einer Höhe h die gewonnene lebendige Kraft $\frac{1}{2}\,m\left[v^2 - \left(\frac{a\,v}{a'}\right)^2\right]$ iſt. Da dieſer Zu-

wachs an lebendiger Kraft durch die Schwerkraft bewirkt wird, so erhält man die Gleichung: $\frac{1}{2} m \left[v^2 - \left(\frac{a v}{a'} \right)^2 \right] = m g h$, in welcher g wie gewöhnlich die Erdacceleration bedeutet. Aus dieser Gleichung ergibt sich $v = \sqrt{\frac{2 g h}{1 - \frac{a^2}{a'^2}}}$, oder, wenn a klein im Vergleich zu a' ist: $v = \sqrt{2 g h}$.

Aus diesem von Toricelli aufgefundenen Gesetze ergeben sich nachstehende Folgerungen: 1) Die Geschwindigkeit, mit welcher die Flüssigkeit aus einem Gefäß mit kleiner Oeffnung ausfließt, ist unabhängig von der Natur der Flüssigkeit. Bei einer schwereren Flüssigkeit sind zwar die drückenden Kräfte größer, in gleichem Verhältnisse nehmen aber auch die bewegten Theile an Masse zu. — 2) Die Ausflußgeschwindigkeit richtet sich nur nach der Druckhöhe und ist so groß, als wenn die zur Oeffnung heraustretende Flüssigkeit vom Wasserspiegel bis zur Ausflußöffnung frei herabgefallen wäre. — 3) Für verschiedene Druckhöhen verhalten sich die Ausflußgeschwindigkeiten wie die Quadratwurzeln aus den Druckhöhen. — 4) Das Resultat erleidet keine Abänderung, wenn die Flüssigkeit an der Oberfläche und Ausflußmündung gleichen Druck erfährt. Wenn der Druck auf die Oberfläche der Flüssigkeit größer ist als der von Außen gegen die Mündung ausgeübte Druck, so läßt sich der Ueberschuß des Druckes dem Gewichte einer Säule derselben Flüssigkeit gleich setzen. Die Ausflußgeschwindigkeit entspricht dann einer Druckhöhe, welche der ersteren Höhe vermehrt um die jener Säule gleich kommt. Man müßte die Differenz zwischen diesen beiden Höhen nehmen, wenn der Druck, welcher dem Ausfluß widersteht, größer wäre als der auf die Oberfläche der Flüssigkeit einwirkende.

Die Flüssigkeitsmenge, welche durch die Oeffnung eines Gefäßes in einer bestimmten Zeit ausfließt, läßt sich leicht berechnen, wenn man die Größe a der Oeffnung und die Ausflußgeschwindigkeit v kennt. Für die in der Secunde ausgeflossene Flüssigkeitsmenge Q in Cubikeinheiten hat man nämlich die Relation $Q = a v$, weil unter v die Wegstrecke zu verstehen ist, welche ein Wassertheilchen in einer Secunde zurücklegt, und in allen Theilen der Oeffnung die gleiche Geschwindigkeit stattfindet. — Die in einer beliebigen Anzahl Secunden ausfließende Flüssigkeitsmenge Q wird hiernach erhalten, wenn man das Product aus der Gefäßmündung und der Ausflußgeschwindigkeit noch mit der erforderlichen Anzahl Secunden multiplicirt. — Unter Beibehaltung von a und t bekommt man für eine andere Flüssigkeitsmenge, wenn h' die entsprechende Druckhöhe ist, die Proportion $Q : Q' = \sqrt{h} : \sqrt{h'} = v : v'$: d. h. die in einerlei Zeit bei gleicher Ausflußöffnung ausfließenden Flüssig-

keitsmengen verhalten sich wie die Quadratwurzeln aus den Druckhöhen oder wie die Ausflußgeschwindigkeiten. — Die nach der Formel $Q = a\,t\,\sqrt{2\,g\,h}$ berechnete Flüssigkeitsmenge heißt die theoretische zum Unterschiede der wirklichen, welche wie die Versuche lehren von der theoretischen mehr oder weniger abweicht.

Zur Ausführung von Versuchen über den Ausfluß des Wassers bedienen wir uns zweier verschiedener Apparate. Der eine besteht aus einem blechernen lackirten Cylinder von 4 Decimeter Durchmesser und 11 Decimeter Höhe, welcher auf ein Fußgestell, in dessen Mitte eine ziemlich weite Oeffnung sich befindet, horizontal gestellt werden kann. In der Seitenwand des Cylinders sind größere Oeffnungen in verschiedenen Höhen und im Boden eine eben solche Oeffnung angebracht; jede einzelne Oeffnung ist mit einem messingenen Ringe ausgefüttert, um daran eine dünne Metallplatte mit der Ausflußöffnung oder mit dem Ansatzrohr fest zu schrauben. Durch Klappen, welche mittelst Schnüre gehoben werden können, läßt sich der Zufluß des Wassers zu diesen Oeffnungen nach Belieben absperren und herstellen. Mit dem Cylinder communicirt eine Glasröhre, welche gestattet die Höhe des Wasserstandes an dem dicht neben der Röhre befindlichen getheilten Stabe abzulesen. Wenn man Versuche über den Ausfluß des Wassers bei unveränderter Druckhöhe anstellen will, muß man dafür sorgen, daß ununterbrochen so viel Wasser von oben in den Cylinder zufließt als durch die Ausflußöffnung abfließt. Zu diesem Behufe ist in dem oberen Theile des Gefäßes eine gießkannartige Vorlage angebracht, durch welche mittelst Heben einer Klappe das Wasser in der erforderlichen Menge zugeführt werden kann. — Der zweite nach Weißbachs Angabe construirte Apparat aus Gußeisen besteht erstens aus einem weiteren cylindrischen Behälter von 40 Centimeter Durchmesser und 24 Centimeter Höhe, zweitens aus einem längeren engeren cylindrischen Gefäß von 20 Centimeter Durchmesser und 86 Centimeter Höhe, drittens aus einem cylindrischen Postamente mit Stellschrauben. In verschiedenen Höhen vom Wasserspiegel sind Oeffnungen angebracht, welche mittelst eines von einem Stabe geführten Ventils verschlossen oder geöffnet werden können. Die verschiedenen Ausflußöffnungen befinden sich in Metallplatten, die mittelst eines messingenen Ringes in die vorhin erwähnten Oeffnungen festgeschraubt werden. — Wenn der Ausfluß bei unveränderter Druckhöhe erfolgen soll, bringt man den eben beschriebenen Hauptbehälter mittelst einer Röhre mit einem zweiten cylindrischen auf einem Postamente ruhenden Behälter von 25 Centimeter im Durchmesser und 50 Centimeter Höhe in Verbindung. Durch Stellung eines in der Verbindungsröhre befindlichen Hahnes läßt sich leicht der Zufluß dergestalt reguliren

daß die Druckhöhe während des Ausflusses sich nicht verändert. Ein in dem zweiten Behälter angebrachtes Sieb dämpft die Bewegung des zuströmenden Wassers. — Um die Aenderung des Wasserstandes zu bestimmen, bedient man sich zweier mit conischen Spitzen versehenen Zeiger, welche sich in Hülsen verschieben lassen und durch Querarme mit der Gefäßwand fest verbunden sind.

Der Satz, daß für verschiedene Druckhöhen und gleiche Oeffnungen sich die Geschwindigkeiten, mithin auch die Ausflußmengen wie die Quadratwurzeln der Höhen verhalten, wird durch die Erfahrung vollkommen bestätigt, wie die bei den unten bemerkten Druckhöhen aus einer Kreisöffnung einer quadratischen Oeffnung und einer gleichseitigen dreieckigen Oeffnung jede von 1 □ Millimeter Querschnitt in der Minute erhaltenen Wassermenge in Cubikcentimeter zeigen.

Druckhöhe in Centimeter.	Wirkliche Wassermenge aus der Kreisöffnung.	Wirkliche Wassermenge aus der quadrat. Oeffnung.	Wirkliche Wassermenge aus der Dreiecksöffnung.
100	191,33	204,62	207,27
50	139,03	146,54	148,42.

Keineswegs stimmt aber die einer gewissen Druckhöhe zugehörige theoretische Wassermenge mit der wirklichen überein, da obige Oeffnungen alle gleiche Mengen und zwar 265,74 nur 187,878 ꝛc. Aus der vergleichenden Zusammenstellung der wirklichen Wassermenge mit der theoretischen ergibt sich, daß letztere größer ist als erstere. Um also aus der theoretischen Flüssigkeitsmenge die wirkliche zu finden, muß man erstere mit einem ächten Bruch μ multipliciren, den man den Ausflußcoefficienten heißt. Dieser Ausflußcoefficient ändert sich mit der Form der Mündung in der dünnen ebenen Wand und ist für eine kreisförmige = 0,73, für eine quadratförmige = 0,77, für eine dreieckige = 0,79; fällt mithin für die eckigen Mündungen größer aus als für die kreisrunden.

Um den Einfluß kennen zu lernen, welchen die Größe der Mündung auf den Ausflußcoefficienten hat, wollen wir hier unten die Wassermengen angeben, die wir bei nachbemerkten Druckhöhen aus einer kreisförmigen, quadratförmigen und dreieckigen Mündung erhielten, deren Inhalt das Vierfache von dem der vorigen Mündungen betrug. Die zugehörigen theoretischen Wassermengen haben wir nicht besonders angeführt, weil dieselben genau viermal so groß sind als die entsprechenden theoretischen Wassermengen bei den vorhergehenden Versuchen.

Druckhöhe in Centimeter.	Wirkliche Wassermenge aus der Kreisöffnung.	Wirkliche Wassermenge aus der quadratförmigen Oeffnung.	Wirkliche Wassermenge aus der dreieckigen Oeffnung.
100	721,03	744,29	767,55
50	480,96	488,48	503,51.

Hiernach ist der Ausflußcoefficient für die Kreisöffnung = 0,62, die quadratförmige = 0,64, für die dreieckige = 0,66. Der Aus coefficient zeigt sich demnach bei der kleineren Mündung stärker al der größeren.

Der Ausflußcoefficient ändert sich unter sonst gleichen Umst auch mit der Druckhöhe und wird größer, wenn der Druck abn wie aus nachstehenden Ergebnissen der Versuche über die aus Kreisöffnung von 4 Quadratmillimeter Querschnitt in der Minut obachtete Ausflußmenge in Cubikcentimetern zu ersehen ist.

Druckhöhe in Centimeter.	Theoretische Ausflußmenge.	Wirkliche Ausflußmenge.	Ausflußcoeffi
100	1162,96	721,03	0,62
50	751,51	480,96	0,64.

Der Unterschied zwischen der theoretischen und der wirklichen flußmenge rührt daher, daß die Wassertheilchen bei ihrer Annäh an die Mündung gegen dieselbe hin convergiren, wodurch der S bei seinem Ausflusse etwas verengt und eingeschnürt wird: es wie man sagt, eine Zusammenziehung (Contraction) Strahles ein. Es läßt sich diese Zusammenziehung in einem sichtigen Gefäße sichtbar machen, wenn man dem ausfließenden kleine Harz- oder Siegellackkügelchen beimengt. Dergleichen Kügelchen schweben in dem Wasser frei, weil sie mit demselben einerlei Dich haben, werden mithin leicht in die Richtung der sich bildenden S fortgezogen. — Der ächte Bruch = α, welcher das Verhältniß zu dem kleinsten Querschnitt des Wasserstrahles und dem Mündungs schnitt angibt, heißt der Contractionscoefficient. Für eine runde Oeffnung in dünnen ebenen Wänden ist α nahe 0,64, f größer als der Ausflußcoefficient μ. Man kann daher setzen $\mu =$ d. h. den Ausflußcoefficienten μ gleich dem Produkt aus dem Co tionscoefficienten α und einem anderen Coefficienten φ anne welcher der Geschwindigkeitscoefficient genannt zu werden

Um die Gestalt des aus der Oeffnung getretenen Strahles kennen zu lernen, hat Savart zahlreiche Untersuchungen angestellt, einige hier mitgetheilt werden sollen. Bei einem Wasserstrahl, a aus der kreisförmigen Oeffnung einer dünnen Platte fließt, die i Boden eines Gefäßes angebracht ist, erscheint der oberste Thei und durchsichtig und kann nahezu als cylindrisch gelten. Auf klaren Theil folgt ein trüber aus einer Reihe getrennter Tropfe stehender Theil, bei dem man abwechselnd Anschwellungen oder A und Zusammenziehungen oder Knoten wahrnimmt. Durchschneide

rasch in horizontaler Richtung jenen trüben Theil mit einem Kartenblatt, so erhält man auf demselben keine zusammenhängende nasse Spur, sondern blos einige von einander gesonderte Flecken, was beweist, daß besagter Theil in der That aus einem Regen aufeinander folgender, sich nicht berührender flüssiger Tropfen gebildet wird. Einen ferneren Beweis für diese Thatsache erhält man, wenn man anstatt des Wassers Quecksilber ausfließen läßt. Die Bäuche des Strahles sind nämlich nicht undurchsichtig, wie es der Fall sein müßte, wenn sie aus zusammenhängenden Theilen bestänben; sondern sie zeigen sich durchscheinend, so daß man durch sie zu lesen vermag. — Dieser innere Bau ist jedoch in der Wirklichkeit nicht vorhanden, sondern nur eine optische Täuschung. Die aufeinander folgenden Tropfen gehen nämlich mit großer Geschwindigkeit vor unseren Augen vorbei und lassen darin Eindrücke zurück, welche die einzelnen Tropfen zu einem zusammenhängenden Ganzen gestalten, wie es in ähnlicher Weise mit dem feurigen Ringe sich ereignet, den unser Auge sieht, wenn eine glühende Kohle rasch im Kreise herum gedreht wird. Was die Ausbauchungen und Zusammenziehungen des Strahles anlangt, so rühren sie ohne Zweifel daher, daß die Tropfen beim Fallen sich bald verlängern, bald verkürzen. Um von der Richtigkeit dieser Aussage uns zu überzeugen, muß man es durch ein Verfahren dahin zu bringen suchen, daß man den Strahl so sieht, gleichsam als wäre er unbeweglich. Man gelangt dahin, wenn man den Strahl durch Oeffnungen einer schnell drehenden Scheibe betrachtet, dergestalt, daß die Stelle, durch welche man blickt, sich lothrecht aufwärts bewegt. Die einzelnen Tropfen zeigen dann statt der Kugelgestalt abwechselnde Formänderungen zwischen einem verlängerten und abgeplatteten Sphäroide. — Savart hat den dem Auge im Zusammenhange erscheinenden Strahl durch eine Reihe von Tropfen nachgebildet. Er nahm zu diesem Zwecke eine weite Glasröhre, welche auf beiden Seiten mit einer Messingfassung versehen war. In der oberen Fassung befand sich ein Hahn und Trichter, durch welche Wasser eindringen konnte: in der unteren Fassung war eine kleine Oeffnung angebracht, welche dem Wasser seinen Abfluß in eine andere engere Glasröhre gestattete. Indem er den Hahn mehr oder weniger öffnete, erhielt er eine Reihe von Tropfen, welche sich dem Auge in derselben Gestalt wie der Wasserstrahl zeigte. Um die Erscheinung recht deutlich zu machen, beleuchtete er diese Reihe von Tropfen stark und stellte einen schwarzen Schirm in geringem Abstande auf. Die abwechselnden Erweiterungen und Einschnürungen der fallenden Tropfen bildeten sich gut auf diesem Schirme ab.

Daß ein Tropfen bald verlängert, bald verkürzt erscheint und periodisch seine Form ändert, weist darauf hin, daß derselbe bei seinem

Fallen in einem ſchwingenden Zuſtande begriffen iſt. Und wirklich
man einen ſchwachen Ton, wenn man das Ohr in die Nähe
Strahles hält. — Wird an einem in der Nähe ſtehenden Monoc
ein Ton hervorgebracht, ſo theilen ſich die Schwingungen deſſelben
Strahle mit, der dadurch eine Aenderung in der Länge ſeiner
ſchwellungen erfährt. Beſonders auffallend zeigt ſich dies, wenn
Ton des Monochords mit dem urſprünglichen Tone des Strahles
einſtimmt. — Die den Tönen zugehörigen Schwingungszahlen verh
ſich wie die Quadratwurzeln der Druckhöhen, folglich wie die Aus
geſchwindigkeiten. — Die Urſache der ſchwingenden Bewegungen
Strahle iſt ohne Zweifel in den Druckverhältniſſen der Oeffnun
ſuchen. Die über der Oeffnung ſchwebenden Theile der Flüſſi
ſtreben zunächſt zu ſinken und bewirken dadurch einen Seitendruck
die umliegenden Theile, die in Folge dieſes Druckes ſich heben.
darauf fallen letztere Theilchen wieder, wobei die früher geſun
Theile zum Steigen kommen. Auf ſolche Art entſteht dann ein Sch
gen der beweglichen Theile bald im einen, bald im andern Sinne.

Bemerkenswerthe Formänderungen erleidet der Strahl, wenn
Oeffnungen nicht mehr kreisförmig ſind. Bei einer quadratförm
Oeffnung bildet der fließende Strahl in einem gewiſſen Abſtande d
einen vierſeitigen Stern, bei einer gleichſeitigen dreieckigen Oeff
einen dreiſeitigen Stern. Dieſe Verſchiedenheiten rühren daher,
die Stelle, bis zu welcher hin die größte Zuſammenziehung ein
nicht für alle Theilchen in gleicher Entfernung von der Oeffnung
der Durchmeſſer der Oeffnung mit der Richtung ſich ändert.

Wenn der Ausfluß nicht durch Oeffnungen, welche in einer dü
Wand gemacht ſind, ſondern durch kurze Anſatzröhren erfolgt, ſo er
ſich unter Umſtänden von den obigen verſchiedene Reſultate, deren
wenigen Worten hier Erwähnung geſchehen ſoll. — Hat die Anſatz
genau die Geſtalt des freien Strahles von der Mündung bis zur S
an welcher die Contraction verſchwindet und zugleich die Länge vo
Mündung bis zu jener Stelle, ſo geſchieht der Ausfluß genau ſ
bei einer Oeffnung in dünner Wand — Eine cylindriſche Anſatz
welche etwa zwei bis dreimal ſo lang als weit iſt, veranlaßt eine
mehrung der Ausflußmenge, wenn ſich die Flüſſigkeit an die W
der Röhre hängt. Im Mittel kann man hier den Ausflußcoeffici
$\mu = 0{,}82$ annehmen. — Kurze prismatiſche Anſatzröhren geben
dieſelben Ausflußcoefficienten wie cylindriſche.

Coniſch convergente Anſatzröhren, d. h. ſolche, deren Seitem
nach außen convergiren und deren Länge den vierfachen Münd

durchmesser nicht übersteigt, vermehren unter sonst gleichen Umständen den Ausfluß noch stärker als cylindrische. Der Ausflußcoefficient hängt hier noch von dem Convergenzwinkel ab, d. h. von dem Winkel, welchen die beiden Seiten des Längenprofils durch die Achse des Kegels miteinander bilden. Der Ausflußcoefficient wächst für dieselbe Oeffnung anfänglich mit dem Convergenzwinkel, erreicht bei etwa 14 Grad sein Maximum = 0,95, worauf er wieder abnimmt.

Einen stärkeren Abfluß als den theoretischen erhält man, wenn man an eine solche convergente Ansatzröhre eine um 4 Grad nach außen sich erweiternde Röhre ansetzt. Vermöge der Adhäsion des Wassers an die Röhrenwand wird der Querschnitt des fließenden Strahles vergrößert; es entstehen dadurch leere Räume, welche durch den Luftdruck und durch die nachfolgenden Wassertheilchen sofort ausgefüllt werden, was einen größeren Abfluß des Wassers zur Folge hat. Daß diese Erklärung richtig ist, zeigt sich, wenn man in die Ansatzröhre eine gebogene Röhre einsetzt, deren unteres Ende in ein Gefäß mündet, welches mit gefärbtem Wasser gefüllt ist. Man sieht dann das gefärbte Wasser in der Röhre über den Wasserspiegel im Gefäße emporsteigen.

Conisch divergente Röhren, d. h. solche, deren Seitenwände nach Außen divergiren und deren Länge unter dem vierfachen Durchmesser der Mündung bleibt, geben unter übrigens gleichen Umständen eine geringere Ausflußmenge als cylindrische Röhren. Der Ausflußcoefficient richtet sich nach dem Divergenzwinkel und beträgt für einen solchen Winkel von 8° etwa 0,42. — Im conisch divergenten Ansatzrohr erscheint der Strahl zerrissen, trübe und unruhig, während der Strahl im conisch convergenten und im cylindrischen Ansatzrohr zusammenhängend, hell und ruhig sich zeigt.

2. Abfluß aus horizontaler Bodenöffnung bei abnehmender Druckhöhe.

Findet beim Ausfließen des Wassers aus einem cylinderförmigen Gefäße kein Nachfluß statt, so nimmt die Ausflußgeschwindigkeit beständig ab und zwar der Quadratwurzel der Druckhöhe proportional. Der Ausfluß geschieht daher mit einer gleichmäßig verzögerten Geschwindigkeit, welche im ersten Augenblicke der anfänglichen Druckhöhe entspricht. Mit gleichförmig abnehmender Geschwindigkeit sinkt auch der Wasserspiegel, nur ist sie kleiner als die Ausflußgeschwindigkeit in dem Verhältniß des Querschnittes a der Oeffnung zu dem Querschnitt A des Gefäßes. Hieraus folgt, daß die successiven Längen, um welche die freie Oberfläche der Flüssigkeit in gleichen Zeiten sinkt, sich wie die aufeinander folgenden ungeraden Zahlen verhalten, deren größte das Anfangsglied bildet. — Die Bestätigung dieser Folgerung aus dem

Toricelli'schen Principe läßt sich auf nachstehende Weise durch den Versuch erhalten. Man lege an die communicirende Glasröhre des oben beschriebenen ersten Ausflußapparates einen Stab, auf welchem von unten auf die Längen von 1, 4, 9, 16, 25 .... Centimeter aufgetragen sind, und fülle den Apparat bis zu der Höhe von 25 Centimeter mit Wasser. Wird alsdann die Oeffnung im Boden frei gemacht und das Sinken der freien Oberfläche beobachtet, so findet man, daß sie von 25 bis 16, von 16 bis 9, von 9 bis 4, von 4 bis 1 in gleichen Zeiten herabsteigt. Die Uebereinstimmung der Theorie mit der Beobachtung kann als eine durchaus befriedigende gelten, so lange der Wasserspiegel nicht bis zu einer gewissen Tiefe herabgesunken ist. Wenn dieser Fall aber eingetreten, so bildet sich über der Mündung eine Art Trichter, womit eine Verminderung der Druckhöhe verbunden ist, daher das Wasser etwas langsamer fließt als es ohne diesen Umstand der Fall wäre.

Da ein Körper bei gleichförmiger Geschwindigkeit den doppelten Weg von dem zurücklegt, welchen ein Körper bei gleichförmig verzögerter Geschwindigkeit mit derselben Anfangsgeschwindigkeit und der Endgeschwindigkeit Null durchläuft; so sieht man bald ein, daß in der Zeit, welche ein prismatisches Gefäß zur Entleerung nöthig hat, dieses Gefäß bei gleicher Ausflußöffnung eine doppelt so große Flüssigkeitsmenge liefern würde, wenn in ihm die Druckhöhe constant erhalten worden wäre. — Bezeichnet daher T die Entleerungszeit des prismatischen Gefäßes vom Querschnitt A, a den Querschnitt der Bodenmündung, h die Druckhöhe, so hat man die Gleichung $\frac{\mu a T}{2}\sqrt{2gh} = Ah$; woraus $T = \frac{2A}{\mu a\sqrt{2g}} \cdot \sqrt{h}$. — Die Zeit T', binnen welcher dasselbe Gefäß sich entleeren würde, wenn h' die anfängliche Druckhöhe gewesen wäre, ist gleich $\frac{2A}{\mu a\sqrt{2g}} \cdot \sqrt{h'}$; folglich ergibt sich für die Zeit $t = T - T'$, in welcher das Wasser von der Höhe h auf die Höhe h' herabkommt, die Relation $t = \frac{2A}{\mu a\sqrt{2g}}(\sqrt{h} - \sqrt{h'})$. — Die während dieser Zeit ausfließende Wassermenge Q ist gleich $A(h - h')$.

Das Gesetz für den Ausfluß bei veränderlicher Druckhöhe läßt sich im Allgemeinen nur durch eine Differentialgleichung angeben. Bezeichnet nämlich x die veränderliche Druckhöhe und v die entsprechende Ausflußgeschwindigkeit, ferner dx die unendlich kleine Höhe, um welche die veränderliche Größe Y des Wasserspiegels in dem Zeitelement sinkt; so hat man die Relation $av\,dt = Y\,.\,dx$, deren weitere Erörterung der mathematischen Physik überlassen bleibt.

Will man ein Gefäß haben, deſſen Querſchnitte von conſtanter Breite = b, aber von veränderlicher Länge = y ſind, und welches die Eigenſchaft hat, daß beim Ausfluſſe aus einer kleinen Bodenöffnung a der Waſſerſpiegel in gleichen Zeiten um gleich viel fällt; ſo muß man $\frac{dx}{dt} = k$ ſetzen, wo k eine conſtante Größe bedeutet. Die vorhergehende Formel verwandelt ſich hiernach in $a \cdot \mu \sqrt{2gx} = by \cdot k$, woraus entſpringt: $y^2 = \frac{a^2 \cdot \mu^2 \cdot 2g}{b^2 k^2} \cdot x$, d. h. die auf b ſenkrecht ſtehenden Querſchnitte ſind Parabeln, deren Parameter $\frac{a^2 \mu^2 \cdot 2g}{b^2 k^2}$ iſt.

Beobachtet man die Zeit t; innerhalb welcher beim Ausfluß des Waſſers aus einem prismatiſchen Gefäße die Druckhöhe h auf h' herabſinkt; ſo kann die Formel $\mu = \frac{2A(\sqrt{h} - \sqrt{h'})}{at\sqrt{2g}}$ zur Berechnung des Ausflußcoefficienten dienen. Die Ergebniſſe aus ſolchen unter allmälig abnehmendem Drucke mittelſt unſeres zweiten Apparates, für welchen A = 1250 Quadrat Centimeter, ausgeführten Verſuchen finden ſich hier unten zuſammengeſtellt.

1) Verſuche mit einer kreisförmigen Mündung von 0,01 Quadratcentimeter Querſchnitt.

h in Centimeter.	h' in Centimeter.	t Secunden.	μ.
100	98	773	0 73
50	48	1074	0,75

2) Verſuche mit einer kreisförmigen Mündung, deren Inhalt viermal ſo groß iſt als der der vorigen.

h in Centimeter.	h' in Centimeter.	t Secunden.	μ.
100	94	682	0,63
50	46	627	0,65

3) Verſuche mit einer quadratförmigen Mündung, deren Inhalt = 0,01 Quadratcentimeter.

h in Centimeter.	h' in Centimeter.	t Secunden.	μ.
100	98	733	0,77
50	48	1033	0,78

4) Verſuche mit einer quadratförmigen Mündung, deren Inhalt viermal ſo groß iſt als der der vorigen.

h in Centimeter.	h' in Centimeter.	t Secunden.	μ.
100	94	661	0,65
50	46	617	0,66

Aus dieſen Verſuchen ergibt ſich wieder, daß der Ausflußcoefficient beim Ausfluſſe durch Mündungen in dünner Wand bei kleinem Drucke

größer ist als bei großem Drucke; auch geht aus demselben aberm hervor, daß jener Coefficient bei der kleinen Mündung größer ist bei der großen.

Die Resultate aus einigen unserer über den Ausfluß des Wass durch kurze Ansatzröhren auf ähnliche Weise vorgenommenen Vers sind folgende:

1) Versuche mit einer kurzen cylindrischen Röhre v 1 Centimeter Weite und 3 Centimeter Länge.

h in Centimeter.	h' in Centimeter.	t Secunden.	μ.
100	90	44,8	0,828
50	40	66	0,818

2) Versuche mit einer kurzen conisch convergent Röhre, deren kleinerer Durchmesser = 1 Centimeter, g ßerer Durchmesser = 1,5 Centimeter und Länge = 3 Centimeter.

h in Centimeter.	h' in Centimeter.	t Secunden.	μ.
100	90	38,8	0,956
50	40	56,7	0,952

Diesen Versuchen zufolge nimmt der Ausflußcoefficient sowohl für kurze cylindrische wie für die kurze conisch convergente Ansatzröhre der Druckhöhe etwas zu.

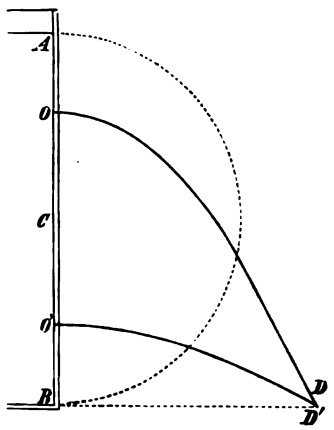
3. Ausfluß durch Oeffnungen in Seitenwänden.

Befindet sich die Ausflußöffnung in einer Seitenwand des Gefä so fließen die Theilchen mit verschiedener Geschwindigkeit heraus, sie sich in ungleichem Abstande von der Oberfläche befinden, mi eine verschiedene Druckhöhe haben. Im Fall, daß der Durchmesser Oeffnung im Vergleich zu ihrem Abstande vom Wasserspiegel sehr k ist, kann man annehmen, daß sämmtliche Theilchen mit einer der E fernung des Mittelpunktes der Oeffnung vom Niveau zugehörigen schwindigkeit herausfließen. Mit dieser Geschwindigkeit würde sich Theilchen gleichförmig und in gerader Linie fortbewegen, wenn n die Schwere auf dasselbe wirkte. In Folge dieser Einwirkung w aber das Theilchen von seiner horizontalen Richtung abwärts gezo so daß es wie ein geworfener Körper eine Parabel beschreibt, we bei gleicher Druckhöhe stets dieselbe Parabel ist, aber einen desto g ßeren Parameter hat, je weiter die Oeffnung von der Oberfläche steht. Für den horizontal austretenden Strahl ist nach Verlauf Zeit t der horizontale Weg $y = vt$ und die entsprechende Fallh $x = \frac{gt^2}{2}$; aus welchen beiden Gleichungen durch Elimination von t die Parabel die Gleichung $y^2 = \frac{2v^2}{g} x$ oder $y^2 = 4\mu^2 h x$ entspringt.

Setzt man in der letzteren Gleichung $x = h$, d. h. fängt man den paraboliſchen Strahl in einer der Druckhöhe gleichen Tiefe auf; ſo erhält man $y = 2\mu h$, d. h. die Strahlweite würde genau das Doppelte der Druckhöhe betragen, wenn $\mu = 1$ wäre. — Hat man für eine beſtimmte Strahlweite y die entſprechende Fallhöhe x des Strahles genau gemeſſen, ſo läßt ſich aus dieſen Stücken der Ausflußcoefficient μ beſtimmen, ein Verfahren, welches in neuerer Zeit mehrfach zur Anwendung gekommen iſt.

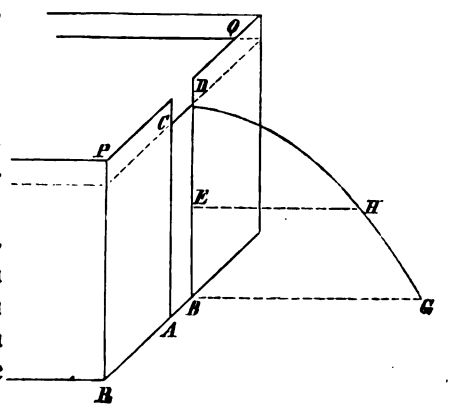
Bringt man an einer Seitenwand in derſelben Verticalen eines mit Waſſer gefüllten Gefäßes zwei Oeffnungen O und O' (Fig. 121) an, die beide gleichweit von der Mitte C der Druckhöhe AB abſtehen; ſo ſpringen aus jenen Oeffnungen zwei paraboliſche Waſſerſtrahlen OD, O'D' heraus, welche ſich in einem und demſelben Punkte der Horizontalen BD ſchneiden. Für die eine Parabel OD iſt nämlich $\overline{BD}^2 = 4\mu^2 AO \cdot OB = 4\mu^2 (AC - OC)(AC + OC)$; und für die andere Parabel O'D' iſt $\overline{BD'}^2 = 4\mu^2 \cdot AO' \cdot O'B = 4\mu^2 (AC + OC)(AC - OC)$; d. h. die Stücke BD und BD' ſind einander gleich, wie behauptet worden.

Fig. 121.



Fließt das Waſſer aus einer vom Boden bis zum Waſſerſpiegel gehenden, in einer verticalen Seitenwand befindlichen rechteckigen Oeffnung ABCD (Fig. 122) eines Gefäßes, in welchem der Waſſerſtand ſtets derſelbe bleibt; ſo wird jedes in der unendlich ſchmalen Spalte CD liegende Theilchen mit der ſeiner Stelle entſprechenden und von der Druckhöhe x abhängigen Geſchwindigkeit v herausfließen. Tragen wir daher alle dieſe Geſchwindigkeiten horizontal als Ordinaten auf, ſo bezeichnen dieſelben die an den betreffenden Stellen in einer Secunde heraustretenden **Waſſerfäden**. Die Grenzcurve

Fig. 122.



ist eine Parabel, welche $v^2 = \mu^2 . 2gx$ zur Gleichung hat. Die F
belfläche DBG, welche bekanntermaßen durch $\frac{2}{3} . DB . BG = \frac{2}{3} h . \mu \sqrt{}$
ausgedrückt wird, gibt mithin die Wasserschichte an, welche in
Secunde durch die sehr schmale Spalte CD fließt. Indem man
die ganze Seitenwand in lauter parallele Spalten wie CD ge
denkt, erhält man für die in einer Secunde ausfließende Wasserm
einen Körper, welcher die Parabelfläche DBG zur Basis und die L
RS = b der Seitenwand zur Höhe hat. Das Volumen dieses W
körpers beträgt demnach $\frac{2}{3} . \mu b h \sqrt{2gh}$. — Die so berechnete W
menge stimmt nun aber wieder nicht mit der wirklichen Q üb
Man setzt daher $Q = k b h^{\frac{3}{2}} . \sqrt{2g}$, wo k einen durch die Erfah
zu bestimmenden Coefficienten bezeichnet. Der Werth dieses Coeffi
ten ändert sich mit dem Verhältniß der Oeffnungsbreite zur L
des Behälters. — Reicht die Oeffnung nicht bis zum Wasserspi
sondern nur bis auf die Höhe AF, so braucht man zur Bestimm
der Ausflußmenge durch die Oeffnung ABEF nur von der vo
Wassermenge jene abzuziehen, welche aus der Oeffnung CFED f
Setzt man wieder AC = h, AB = b; ferner CF = h'; so komm
die in einer Secunde aus ABEF ausfließende Wassermenge Q
Ausdruck: $Q = k b \sqrt{2g} (h^{\frac{3}{2}} - h'^{\frac{3}{2}})$.

Für beliebig gestaltete Seitenöffnungen werden die Ausdrück
die ausfließende Wassermenge schon complicirter und lassen sich o
mein nur in Differentialgleichungen angeben. Das Differential d
einer Secunde ausfließenden Wassermenge durch ein kleines Rec
dessen Seiten dx und dy sind und dessen Abstand vom Wasserspi
x ist, hat zum Ausdruck: $dQ = k dx dy \sqrt{2gx}$. — Aus dems
ergibt sich für eine kreisförmige Mündung, deren Radius = r
$Q = k . \pi r^2 \sqrt{2gh} \left(1 - \frac{1}{32} \frac{r^2}{h^2} - \frac{5}{1024} \frac{r^4}{h^4} \ldots\right)$, wo h die Druc
über dem Mittelpunkte bezeichnet. — Ist r klein gegen h, so e
man $Q = k . \pi r^2 \sqrt{2gh}$, d. h. bei kleinen Seitenöffnungen kann
Druckhöhe gleich dem Abstande des Schwerpunktes der Oeffnung
Wasserspiegel angenommen werden, wie oben schon geschehen.

4. Springende Wasserstrahlen.

Ist die kleine Ausflußöffnung aufwärts gerichtet, so müßte
Wasserstrahl nach den Gesetzen des verticalen Wurfes bis zu der
des Wasserspiegels oder richtiger bis zu der Höhe aufsteigen, n
der wirklichen Ausflußgeschwindigkeit entspricht. Und in der That
die Erfahrung, daß, wenn die Bewegungshindernisse möglichst bes

werden, wie die Reibung und Adhäsion an der Ausflußöffnung, der Widerstand der Luft, der Druck, welchen die obersten Theilchen durch Zurückfallen auf die unteren ausüben, der aufsteigende Strahl sofort dem Niveau näher kommt. Die Wirkung der herabfallenden Theilchen auf die nachsteigenden wird aufgehoben, wenn man dem aufsteigenden Strahl eine etwas geneigte Stellung gibt. Doch wird derselbe das Niveau niemals vollkommen erreichen, weil die Bewegungshindernisse nie gänzlich entfernt werden können.

Für die der wirklichen Geschwindigkeit $v' = \varphi \sqrt{2gh}$ entsprechende Steighöhe h' hat man den Ausdruck: $h' = \frac{v'^2}{2g} = \varphi^2 h$. Daraus entspringt für den Verlust an Höhe $h - h' = (1 - \varphi^2) h$. Hat man die Steighöhe h' genau gemessen, so läßt sich mittelst der letzteren Gleichung der Geschwindigkeitscoefficient φ bestimmen. Bei einem unserer Versuche entsprach der Druckhöhe $h = 100$ Centimeter, die Steighöhe $h' = 93{,}8$ Centimeter, wonach $\varphi = 0{,}968$. Bei einem zweiten Versuch war $h = 50$ Cent. und $h' = 46{,}55$; woraus $\varphi = 0{,}964$. Diesen Versuchen zufolge nimmt der Geschwindigkeitscoefficient mit der Druckhöhe etwas zu.

Weicht der aufsteigende Strahl von der Verticalen ab, so hat man, wenn der Neigungswinkel des Strahles bei seinem Austritte aus der Mündung $= \beta$ ist, die Steighöhe $s = \frac{v^2 \sin^2 \beta}{2g} = \varphi^2 . h . \sin^2 \beta$; und die Sprungweite: $w = \frac{v^2 . \sin 2\beta}{g} = 2 . \varphi^2 . h . \sin 2\beta$. Durch Division der beiden Gleichungen entsteht: $\frac{s}{w} = \frac{1}{4} \operatorname{tang} \beta$. Ist nach dieser Formel der Neigungswinkel β bestimmt worden, so berechnet sich der Geschwindigkeitscoefficient φ aus der Formel $\varphi = \sqrt{\frac{s}{h \sin^2 \beta}}$. Bei einem unserer Versuche war $h = 100$ Cent. und $s = 80$ Cent., daraus ergab sich $\beta = 67^0 32'$ und $\varphi = 0{,}967$.

So lange der Wasserstrahl zusammenhängend bleibt, ändert sich nothwendig sein Querschnitt q mit der Geschwindigkeit u; er muß daher nach oben immer mehr und mehr zunehmen, weil die Geschwindigkeit im aufsteigenden Strahle fortwährend abnimmt. Es gelten hier die Formeln $q u = a \varphi v$ und $u = \varphi v - \sqrt{2gx}$, wo a der Querschnitt des Strahles an der Oeffnung, φv die Geschwindigkeit des Wassers an dieser Stelle, dagegen x den Verticalabstand des Querschnitts q von der Ausflußmündung bezeichnet. Aus beiden Formeln ergibt sich: $q = \frac{a \varphi v}{\varphi v - \sqrt{2gx}}$. Wäre die Mündung a ein Kreis

vom Halbmesser r, und q ein Kreis vom Halbmesser y, so würde $y = r\sqrt{\frac{\varphi v}{\varphi v - \sqrt{2gx}}}$ sein; eine Formel, welche sich nur annähernd richtig erwiesen hat.

II. Bewegung des Wassers in längeren Röhren.

1. Widerstandscoefficient. — Reibungscoefficient.

Fließt das Wasser nach seinem Ausfluß aus einem Behälter in einer Röhre mit der Geschwindigkeit v, so entspricht der ausfließenden Wassermasse m die theoretische Geschwindigkeit $\frac{v}{\varphi}$, wo φ den Geschwindigkeitscoefficienten bedeutet. Es beträgt daher der Verlust an lebendiger Kraft $m\left(\frac{v^2}{2g \cdot \varphi^2} - \frac{v^2}{2g}\right) = \frac{m}{2} v^2 \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right)$. Hiernach ist die diesem Verlust entsprechende Widerstandshöhe $h' = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right)\frac{v^2}{2g}$, wo der von dem Geschwindigkeitscoefficienten φ abhängige Coefficient $\frac{1}{\varphi^2} - 1 = \Psi$ der Widerstandscoefficient genannt wird. — Für den Geschwindigkeitscoefficienten $\varphi = 0{,}98$, welcher Mündungen in der dünnen Wand angehört, ist $\Psi = 0{,}04$; dagegen ist für den Coefficienten $\varphi = 0{,}81$, welcher kurzen cylindrischen Ansatzröhren zukommt, $\Psi = 0{,}53$.

Das Wasser verliert bei seiner Bewegung durch eine Röhre durch Reibung einen Theil seiner Geschwindigkeit, welcher um so größer ist, als es einen längeren Weg in der Röhre zurückgelegt hat und je bedeutender die Geschwindigkeit ist, mit welcher diese Bewegung erfolgt. Man kann annehmen, daß der fragliche Reibungswiderstand direct mit der Länge l und umgekehrt mit der Weite d der Röhre wächst und proportional mit dem Quadrate der Geschwindigkeit v zunimmt. Zur Ueberwindung des Reibungswiderstandes wird ein Theil h'' der Druckhöhe h verwendet, welcher die Reibungswiderstandshöhe heißt und durch $h'' = \Psi' \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$ dargestellt werden kann, in welcher Gleichung der durch Beobachtung zu ermittelnde Coefficient Ψ' der Reibungscoefficient genannt wird.

Mit diesen Formeln läßt sich nun die Ausflußgeschwindigkeit v bestimmen, mit welcher das Wasser aus einem Behälter durch cylindrische Röhren fließt, mögen diese horizontal oder geneigt sein. Ist nämlich h die Druckhöhe, welche dem Höhenunterschiede des Wasserspiegels im Behälter und dem Mittelpunkte der Ausflußöffnung entspricht, so hat

man $h = h' + h'' + \frac{v^2}{2g}$ oder $h = \Psi \frac{v^2}{2g} + \varphi' \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{2g}$, woraus $v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \Psi + \Psi' \frac{l}{d}}}$. Hiernach ergibt sich für die in einer Secunde aus der Röhre ausfließende Wassermenge $Q = a v$, wo a den Querschnitt der Röhre bezeichnet.

Um den Reibungscoefficienten Ψ' zu bestimmen, muß man zunächst aus der in der Secunde fortgeführten Wassermenge Q und dem Querschnitt a der Röhre die Geschwindigkeit v mittelst der Relation $Q = a v$ ermitteln; hierauf mit Hülfe des gefundenen Werthes und der für d, l und den Widerstandscoefficienten Ψ substituirten Werthe aus der Formel $v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \Psi + \Psi' \frac{l}{d}}}$ die Größe Ψ' berechnen. Auf Grundlage der von Bossut und Dubuat angestellten Versuche wie eigener Versuche hat Weisbach für Metermaß den Ausdruck $\Psi' = 0{,}01439 + \frac{0{,}0094711}{\sqrt{v}}$ gefunden. Der Reibungscoefficient ist demnach nicht ganz constant, sondern nimmt zu, wenn die Geschwindigkeit abnimmt. — Will man demnach die Wassermenge Q bestimmen, wenn die Länge und Weite der Röhre nebst der Druckhöhe gegeben ist, so ist es nöthig, vorher v annähernd schon zu kennen, um hiernach den Coefficienten Ψ' festzusetzen.

Wir gehen nun zu den Versuchen über, welche wir über den Ausfluß des Wassers durch lange Glasröhren angestellt haben. Versuche mit einer horizontalen Glasröhre von 100 Centimeter Länge und 0,798 Centimeter Durchmesser oder 0,50 Quadratcentimeter Querschnitt, wo für $\varphi = 0{,}845$ also $\Psi = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) = 0{,}4$

Druckhöhe in Centimeter.	Wassermenge in Cubikcentimeter.	Geschwindigkeit in Centimeter.	Reibungscoefficient Ψ'.
100	113,9	227,8	0,0190
75	98,0	196,0	0,0194
50	79,3	158,6	0,0199
25	55,2	110,4	0,0209.

Versuche mit einer geneigten Glasröhre von gleicher Länge und Weite lieferten für den Reibungscoefficienten Werthe, die im Ganzen nur sehr wenig von den vorstehenden Resultaten differirten.

Bei praktischen Ausführungen kommt es häufig vor, den Röhrendurchmesser zu berechnen, wenn die Wassermenge Q, die Druckhöhe h und die Länge l der Röhre gegeben sind. Man hat hier $v = \frac{4Q}{\pi d^2}$,

wodurch die Formel $v^2 = \frac{2gh}{1 + \Psi + \Psi' \frac{l}{d}}$ nach einigen Reductionen sich in nachstehende umwandelt:

$$d^5 - (1 + \Psi) \frac{8 Q^2}{\pi^2 g h} . d - \frac{8 \Psi' l Q^2}{\pi^2 g h} = 0;$$

oder, wenn $\Psi + 1 = 1{,}505$ und $\Psi' = 0{,}0303$ gesetzt wird, ferner statt π und g deren Zahlenwerthe eingeführt werden, in folgende:

$$d^5 - 0{,}1244803 \frac{Q^2}{h} . d - 0{,}0025061 \frac{l Q^2}{h} = 0.$$

Die Berechnung von d erfordert also die Auflösung einer Gleichung vom 5ten Grade. — Als Näherungsformel kann man sich der Formel $d = 0{,}3018 \sqrt[5]{\frac{l Q^2}{h}}$ für Metermaß bedienen. — Als Anwendung mag folgendes dem Handbuch der Hydraulik von D'Aubuisson entlehnte Beispiel dienen. Den Durchmesser einer Röhrenleitung zu bestimmen, welche bei einer Druckhöhe von 5,32 Meter und einer Länge von 1450 Meter in der Secunde 0,0388 Cubikmeter Wasser liefern soll. Die Näherungsformel liefert:

$$d = 0{,}3018 \sqrt[5]{\frac{1450}{5{,}32} . 0{,}0388^2} = 0{,}2525 \text{ m};$$

während die genauere Formel gibt $d = 0{,}236$ m.

Ist die Innenfläche der Röhre möglichst glatt, so liefert sie unter übrigens gleichen Umständen den nämlichen Reibungswiderstand, aus welchem Material die Röhre auch bestehen mag. Anders verhält es sich aber, wenn die Röhrenwand rauh ist; in welchem Falle besondere Verluste an lebendiger Kraft eintreten, was einen größeren Reibungscoefficienten nach sich zieht. — Der Widerstand in cylindrischen Röhren ist kleiner als in prismatischen von gleichem Querschnitte. Die Gefäße im thierischen Organismus haben durchaus kreisförmige Querschnitte und ganz glatte Wände, damit der Reibungswiderstand möglichst gering ausfalle. Die Schlagadern sind bald kurz und weit, bald lang und dünn, je nachdem das Blut schneller oder langsamer durchfließt, um bestimmte Wirkungen hervorzubringen.

2. Hydrodynamischer Druck.

Der Druck, den eine stillstehende tropfbare Flüssigkeit gegen die Gefäß- oder Röhrenwände ausübt, heißt der *hydrostatische* Druck, zum Unterschiede von dem *hydrodynamischen*, welchen eine bewegte Flüssigkeit gegen die Wände äußert. Der hydrostatische Druck auf das Flächenelement hängt nur von der Druckhöhe ab, dagegen kommt bei dem hydrodynamischen Druck auch noch die Geschwindigkeit in Betracht,

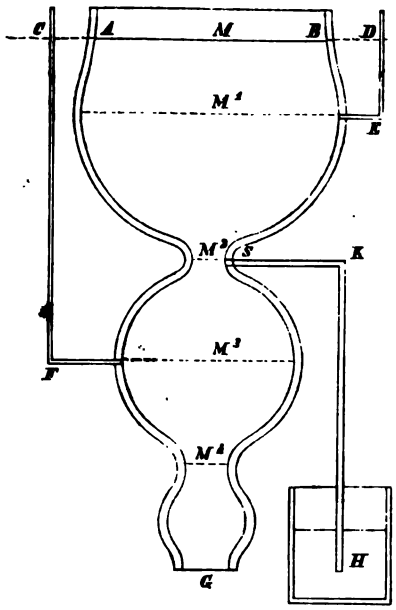
mit welcher die Flüssigkeit an der gedrückten Fläche vorbeifließt. Strömt nämlich die Flüssigkeit aus einer Röhrenleitung mit der Geschwindigkeit v aus, so wird ein Theil der Druckhöhe h verwendet, um diese Geschwindigkeit hervorzubringen, während ein anderer Theil zur Ueberwindung der vorhandenen Bewegungshindernisse verbraucht wird. Die gedachtem zweiten Theile entsprechende Druckkraft wirkt nun auf die Röhrenwand, wird daher mit dem Fortschreiten der Flüssigkeit in der Röhrenleitung immer kleiner werden, indem der Widerstand mit der Länge der Röhre zunimmt. Von der Richtigkeit des Gesagten kann man sich überzeugen, wenn man an der Seite der Röhrenleitung sogenannte verticale Meßröhren einsetzt. In allen diesen Röhren steht das Wasser gleichhoch, so lange die Ausflußmündung geschlossen ist, fällt aber beim Oeffnen der Mündung in den Röhren auf eine ungleiche Höhe herab, die desto geringer ist, je weiter die Röhre vom Anfang der Leitung absteht.

Strömt im Allgemeinen an einer Stelle der Gefäßwand das Wasser mit einer Geschwindigkeit v' vorüber, so ist abgesehen von Nebenhindernissen daselbst die hydrodynamische Druckhöhe $h' = h - \frac{v'^2}{2g}$, wenn h die hydrostatische Druckhöhe für jene Stelle bezeichnet. Ist a' der Querschnitt des Gefäßes an der ins Auge gefaßten Stelle und a der Querschnitt des mit der Geschwindigkeit v ausfließenden Strahles, so hat man $a' v' = a v$; hierdurch geht der vorige Ausdruck in $h' = h - \frac{a^2}{a'^2} \cdot \frac{v^2}{2g}$. Der hydrodynamische Druck fällt hiernach positiv, Null oder negativ aus, je nachdem $\frac{a^2}{a'^2} \cdot \frac{v^2}{2g} < h$, oder $= h$ oder $> h$ ist. Im letzteren Fall wird demnach die Stelle der Röhrenwand keinen Druck von Innen nach Außen, sondern einen Druck in entgegengesetzter Richtung erleiden, so daß dort kein Wasser aus dem Gefäße fließt, vielmehr die äußere Luft in das Gefäß eindringt. Schon Daniel Bernouilli hat auf das Vorhandensein dieses negativen Wasserdruckes aufmerksam gemacht.

An einem Ausflußreservoir mit veränderlichem Querschnitt, wie solches in Fig. 123 dargestellt ist, lassen sich diese verschiedenen Druckverhältnisse an verschiedenen Stellen der Röhrenwand veranschaulichen. Nachdem die Mündungen G und H geschlossen sind, werde der Behälter mit Wasser bis AB gefüllt; dasselbe steigt in den Seitenröhren ED und CF bis D und C und füllt die Seitenröhre KH. Läßt man nun das Wasser aus der Mündung G unter constanter Druckhöhe ausfließen, so wird das Wasser in der Röhre ED sich erheben, wenn die in dem Querschnitte M, herrschende Geschwindigkeit v_1 von der Art ist, daß $\frac{v_1^2}{2g}$

kleiner als die daselbst vorhandene hydrostatische Druckhöhe h, ist. der Röhre CF wird dagegen das Wasser einen unveränderten G

Fig. 123.



zeigen, wenn die Geschwind
v_3 im Querschnitt M_3 von
Beschaffenheit ist, daß die
obwaltende hydrostatische
höhe $h_3 = \frac{v_3^2}{2g}$. Endlich wi
S kein Wasser ausfließen,
die im Querschnitte M_2 sta
bende Geschwindigkeit v_2 s
deutend ist, daß daselbst die h
statische Druckhöhe h_2 kleine
$\frac{v_2^2}{2g}$ wird; sondern es wir
H aufgesogen, wie man be
sieht, wenn man die Münd
in ein mit gefärbtem Wasse
fülltes Gefäß taucht.

Ist das untere Ende
Leitungsröhre von der We
nicht offen, sondern durc
Mundstück von der Weite d,
engt; so ist die Ausflußgesc
digkeit v, eine andere als die Geschwindigkeit v in der Röhre.
zeichnet Ψ, den Widerstandscoefficienten des Mundstückes, l die
der Leitungsröhre, so besteht für die Druckhöhe h die Gleichung:

$$h = \frac{v^2}{2g} + \Psi\frac{v^2}{2g} + \Psi'\cdot\frac{l}{d}\cdot\frac{v^2}{2g} + \frac{v_,^2 - v^2}{2g} + \Psi_,\frac{v_,^2}{2g};$$

oder da $d^2 v = d_,^2 v_,$ ist, die Gleichung:

$$h = \frac{v'^2}{2g}\left[1 + \Psi_, + \left(\Psi + \Psi'\frac{l}{d}\right)\frac{d_,^4}{d^4}\right].$$

Daraus ergibt sich:

$$v_, = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \Psi_, + \left(\Psi + \Psi'\frac{l}{d}\right)\frac{d_,^4}{d^4}}}.$$

Diese Formel lehrt uns, daß unter übrigens gleichen Umständen Ausflußgeschwindigkeit um so größer ausfällt, je weiter die Leitu röhre ist. Daher die Regel bei Springwerken weite Leitungsr bei Feuerspritzen weite Schläuche anzuwenden.

3. Querschnittsveränderungen bei Wasserleitungen.

Veränderungen in dem Querschnitte einer Wasserleitungsröhre erzeugen Veränderungen in der Geschwindigkeit des Wassers, womit ein Verlust an lebendiger Kraft oder eine Abnahme an Druckhöhe verbunden ist. — Ein solcher Fall tritt bei einer plötzlichen Erweiterung ein, wenn sich nämlich an eine engere Röhre vom Querschnitt a' eine weitere Röhre vom Querschnitt a anschließt, mithin sich die größere Geschwindigkeit v' in die kleinere Geschwindigkeit v umsetzt. Der dadurch entstandene Druckhöhenverlust h' hat zum Ausdruck:

$$h' = \frac{(v' - v)^2}{2g} = \left(\frac{a}{a'} - 1\right)^2 \frac{v^2}{2g},$$

da $a'v' = av$ ist. — Hiernach ergibt sich, wenn l' und d' die Länge und Weite der engeren Röhre, l und d die analogen Größen für die weitere Röhre sind, ferner h die gesammte Druckhöhe ist, folgende Gleichung:

$$h = \Psi \cdot \frac{v'^2}{2g} + \Psi' \cdot \frac{l'}{d'} \cdot \frac{v'^2}{2g} + \left(\frac{a}{a'} - 1\right)^2 \frac{v^2}{2g} + \Psi' \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{2g};$$

oder

$$h = \left[\Psi \cdot \left(\frac{a}{a'}\right)^2 + \Psi' \cdot \frac{l'}{d'} \cdot \left(\frac{a}{a'}\right)^2 + \left(\frac{a}{a'} - 1\right)^2 + \Psi' \cdot \frac{l}{d} + 1\right] \frac{v^2}{2g}.$$

Die Uebereinstimmung der Theorie mit der Erfahrung stellt sich als eine ziemlich befriedigende heraus.

Eine Geschwindigkeitsveränderung ereignet sich ebenfalls bei einer plötzlichen Verengung, wenn sich an eine weitere Röhre eine engere anschließt. Ist a der Querschnitt des engeren Rohrs, α der Contractionscoefficient, v die Ausflußgeschwindigkeit; so besteht für die Geschwindigkeit v' im contrahirten Querschnitt die Relation: $v' = \frac{a}{a\alpha} v = \frac{1}{\alpha} v$. Daraus erwächst beim Uebergang der Geschwindigkeit v' in v der Druckhöhenverlust $h' = \frac{(v' - v)^2}{2g} = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)^2 \frac{v^2}{2g}$. Der Contractionscoefficient ändert sich aber mit dem Verhältnisse des Querschnittes a der engeren zum Querschnitte a' der weiteren Röhre, wodurch die vorhergehende Formel in nachstehende übergeht: $h' = \left(\frac{a'}{\alpha a} - 1\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$. — Sind l' und d' die Länge und Weite der weiteren Röhre, l und d dieselben Größen für die engere Röhre, ferner wieder h die gesammte Druckhöhe; so erhält man die Gleichung:

$$h = \left[\Psi \cdot \frac{1}{\alpha^2} + \Psi' \cdot \frac{l'}{d'} \cdot \frac{1}{\alpha^2} + \left(\frac{a'}{\alpha a} - 1\right)^2 + \Psi' \cdot \frac{l}{d} + 1\right] \frac{v^2}{2g}.$$

Für verschiedene Werthe des Verhältnisses $\frac{a_1}{a}$ von etwa 0,1 bis 1

variirt der Contractionscoefficient von 0,616 bis 0,596, für welche Gränzen der Ausdruck $\left(\frac{a_1}{\alpha a} - 1\right)^2$ die Werthe 231,7 und 0,48 annimmt.

4. Richtungsveränderungen bei Wasserleitungen.

Richtungsveränderungen in der Leitung bewirken ebenfalls einen Verlust an lebendiger Kraft, wodurch unter übrigens gleichen Umständen die Ausflußgeschwindigkeit sich geringer herausstellt, als bei einer geraden Leitung. — Bei sogenannten Knieröhren, welche Ecken oder Kniee enthalten, hat nach vielfältigen mit Sorgfalt angestellten Versuchen, namentlich denen von Weisbach, die dem Durchgang durch ein Knie verlorene Druckhöhe h'' zum Ausdruck:

$$h'' = (0{,}9457 \sin^2 \delta + 2{,}047 \sin^4 \delta) \frac{v^2}{2g},$$

worin δ die Hälfte des Ablenkungswinkels bezeichnet, d. h. desjenigen Winkels, welchen die Achsenrichtungen der Schenkel des Röhrenkniees mit einander bilden. Setzen wir den Kniewiderstandscoefficienten $0{,}9457 \sin^2 \delta + 2{,}047 \sin^4 \delta = \Psi''$; so erhält man für die Bewegung des Wassers in einer Knieröhre die Formel:

$$h = \left(\Psi + \Psi' \frac{l}{d} + \Psi''\right) \frac{v^2}{2g}.$$

Kommen in einer Röhre mehrere Kniee vor, so liefert jedes einen dem Ausdrucke $\Psi'' . \frac{v^2}{2g}$ entsprechenden Verlust an Druckhöhe.

Die Werthe von Ψ'', wie sie vorstehender Ausdruck gibt, liegen zwischen 0,046 und 2,431, wenn der Winkel δ von 10 Grad bis 70 Grad variirt. Die Versuche zeigen eine ziemlich gute Uebereinstimmung mit den Ergebnissen der Formel.

Bei gekrümmten oder sogenannten Kropfröhren, wo das bewegte Wasser allmählig aus einer Richtung in die andere übergeht, beträgt der Widerstand weniger als bei Knieröhren, wo die Richtungsveränderung plötzlich eintritt. Der fragliche Widerstand wächst ebenfalls wie das Quadrat der Geschwindigkeit, ändert sich aber auch mit dem Verhältniß der Röhrenweite zum Krümmungshalbmesser der Röhrenachse und mit dem Winkel β den die Röhrenachsen bilden. Für den auf solche Weise entstandenen Druckhöhenverlust h'' bestände demnach der Ausdruck: $h'' = \Psi'' . \frac{v^2}{2g} \frac{\beta}{\pi}$. Nach einer ausgedehnten Reihe von Versuchen von Weisbach ist für Kropfröhren mit kreisförmigem Querschnitt:

$$\Psi'' = 0{,}131 + 1{,}847 \left(\frac{a}{\varrho}\right)^{\frac{7}{2}};$$

und für Kropfröhren mit quadratischem Querschnitte:

$$\Psi'' = 0{,}124 + 3{,}104 \left(\frac{a}{\varrho}\right)^{\frac{7}{2}}.$$

In beiden Formeln bedeutet ϱ den Krümmungshalbmesser der Achsenlinie, dagegen a in der ersten Formel die halbe Röhrenweite und in der zweiten den Halbmesser des Röhrenquerschnittes.

III. Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen.

1. Mittlere Geschwindigkeit. — Geschwindigkeitsmessungen.

Die Bewegung des Wassers geschieht entweder in einem natürlichen oder in einem künstlichen Bette. Im ersten Falle bildet das Wasser Ströme, Flüsse, Bäche, im andern Kanäle, Gräben und Gerinne. Das Bett besteht aus dem Grundbette oder der Sohle und aus den beiden Ufern. Eine gegen die Bewegungsrichtung des fließenden Wassers normal gelegte Ebene gibt in dem Durchschnitte mit dem Bette den Querschnitt oder das Querprofil, dessen Inhalt in der Folge mit a bezeichnet werden soll. Der mit dem Wasser in Berührung stehende Theil des Umfanges des Querschnittes heißt benetzter Umfang, dessen Größe wir durch p darstellen wollen. Eine Verticalebene in der Richtung des fließenden Wassers liefert den Längendurchschnitt oder das Längenprofil. — Die Ursache der Bewegung des Wassers in einem Bette ist die Schwere, insofern die Sohle eine gegen den Horizont geneigte Lage hat. Unter Gefälle versteht man die senkrechte Entfernung zweier Punkte der Sohle oder des Wasserspiegels auf eine bestimmte Strecke. Zwischen dem Gefälle h, der Längenstrecke l und dem Abhange δ, d. h. dem Winkel, welchen die Oberfläche mit dem Horizont bildet, besteht die Relation: $\sin \delta = \frac{h}{l}$. Diese Bezeichnungen werden wir in der Folge ebenfalls beibehalten.

Die Geschwindigkeit des fließenden Wassers ist an den einzelnen Stellen eines und desselben Querschnittes verschieden; sie ist am größten an derjenigen Stelle, welche von der Sohle und den Ufern am meisten absteht, und nimmt sowohl nach dem Boden als nach den Ufern zu allmählig ab. Diesen verschiedenen Geschwindigkeiten entspricht eine mittlere Geschwindigkeit c, unter der die Geschwindigkeit verstanden wird, welche an allen Stellen des Querschnittes stattfinden müßte, damit durch denselben in der nämlichen Zeit ebenso viel Wasser durchgeht, als bei den verschiedenen Geschwindigkeiten wirklich durchfließt. – Ist Q die Wassermenge, welche in jeder Secunde durch einen bestimmten Querschnitt fließt; so hat man die Gleichung: $Q = ac$.

Um die mittlere Geschwindigkeit c eines Querschnittes zu bestimmen, verfährt man in der Regel wie folgt: Man nimmt auf der oberen Grenze des betreffenden Querschnittes in gewisser Entfernung von einander mehrere Punkte an, denkt sich in jedem dieser Punkte eine Verticale bis auf den Boden gezogen, und berechnet den Flächeninhalt eines jeden dadurch entstandenen Theiles des Querschnittes. Hierauf ermittelt man die Geschwindigkeiten in verschiedenen Tiefen einer und derselben Verticale, addirt die dergestalt gefundenen Geschwindigkeiten und dividirt die erhaltene Summe durch die Zahl der Beobachtungen; der Quotient gibt die mittlere Geschwindigkeit einer und derselben Verticale. Alsdann multiplicirt man jede gedachter mittleren Geschwindigkeiten mit dem zugehörigen Theil des Querschnittes. Endlich addirt man die letzteren Produkte und dividirt die Summe durch den ganzen Querschnitt; der Quotient wird die mittlere Geschwindigkeit des letzteren liefern.

Zur Bestimmung der Geschwindigkeit fließender Gewässer hat man mancherlei Instrumente erdacht. Die einfachsten unter denselben sind die sogenannten Schwimmer, wozu man gewöhnlich Körper von mittlerer Größe nimmt, welche um etwas Weniges leichter als Wasser sind. Am häufigsten wendet man hohle Kugeln von Messingblech an, welche man mit Schrot beschwert, damit sie fast ganz ins Wasser eintauchen und mit einer hellen Firnißfarbe überstreicht, um sie besser mit dem Auge verfolgen zu können. Die fragliche Geschwindigkeit erhält man, wenn man eine bestimmte Strecke durch die Zeit dividirt, welche die Kugel brauchte, um jene Strecke zu durchlaufen. — Um die Geschwindigkeit in verschiedenen Tiefen zu ermitteln, hängt man mittelst eines Drahtes zwei Kugeln an einander, von denen die eine, welche unter Wasser schwimmen soll, dergestalt beschwert wird, daß sie ganz untersinkt; die andere dagegen, welche über dem Wasserspiegel zu bleiben bestimmt ist, nur dermaßen beschwert wird, daß sie um Weniges aus dem Wasser hervorragt. — Ist c die Geschwindigkeit, mit welcher die obere Kugel für sich allein schwimmt, ferner v die Geschwindigkeit der verbundenen Kugeln; so ergibt sich die Geschwindigkeit x der unteren Kugel aus der Gleichung $x = \frac{c + v}{2}$.

Der Stromquadrant, dessen man sich bedient, um die Geschwindigkeit eines fließenden Wassers auf seiner Oberfläche zu messen, besteht aus einem in Grade eingetheilten Quadranten und aus einer im Mittelpunkt mittelst desselben eines Fadens aufgehangenen Kugel von größerem specifischen Gewichte als das Wasser. Die betreffende Geschwindigkeit wird ermittelt aus dem Abweichungswinkel der Fadenrichtung von der Ver-

ticalen. Aus dem Gewichte Q der Kugel unter Wasser und aus dem mit dem Quadrate der Geschwindigkeit v und dem Querschnitte a der Kugel gleichmäßig zunehmenden Wasserstoße P geht eine Mittelkraft hervor, deren Richtung auch der Faden annimmt und deren Neigung α zu der Verticalen durch die Relation: $\operatorname{tang}\alpha = \frac{\mu a v^2}{Q}$ bestimmt wird, in welcher μ einen Erfahrungscoefficienten bezeichnet. Aus derselben entspringt: $v = \sqrt{\frac{Q}{\mu a}} \cdot \sqrt{\operatorname{tang}\alpha} = \Psi \sqrt{\operatorname{tang}\alpha}$, wo Ψ abermals einen Erfahrungscoefficienten bedeutet. Dieser Coefficient bleibt für die nämliche Kugel constant und wird am besten unmittelbar durch Versuche bestimmt, indem man den Quadranten in ein Wasser taucht, dessen Geschwindigkeit man bereits durch ein anderes Mittel hat kennen gelernt: diese Geschwindigkeit dividirt durch die Quadratwurzel aus der Tangente des Neigungswinkels, den dieser Versuch liefert, gibt den Werth von Ψ.

Um die Geschwindigkeit des Wassers unterhalb dessen Oberfläche zu bestimmen, dient die Pitot'sche Röhre. Das Instrument besteht aus zwei Glasröhren, welche beide an den Enden offen sind. Das untere Ende der einen Röhre ist umgebogen und kommt horizontal gegen die Stromrichtung in diejenige Wasserschichte zu liegen, deren Geschwindigkeit man erfahren will. Aus der Höhendifferenz h der Wassersäulen in den beiden Röhren kann auf die betreffende Stromgeschwindigkeit v geschlossen werden: es ist nämlich $2g\mu h = v^2$, wo μ wieder einen Erfahrungscoefficienten bezeichnet. Daraus folgt $v = \sqrt{2g\mu}\sqrt{h}$ oder einfacher $v = \Psi\sqrt{h}$. Um die Constante Ψ zu ermitteln, hält man das Instrument an einer Stelle ins Wasser, wo die Geschwindigkeit v' bekannt ist: zeigt sich hier die Höhendifferenz $= h'$, so hat man $\Psi = \frac{v'}{\sqrt{h'}}$.

Ungeachtet der mancherlei von verschiedenen Hydraulikern angestellten Versuche hat man noch kein allgemeines Gesetz für die Größe der Geschwindigkeiten des Wassers an den verschiedenen Stellen eines Querschnittes aufgefunden. Eytelwein und Andere glauben annehmen zu können, daß die Verminderung der Geschwindigkeit in einer und derselben Verticalen von der Oberfläche mit der Tiefe in einer arithmetischen Progression stattfinde. Bezeichnet V die Geschwindigkeit, in die Tiefe des Flusses in der Verticalen in Metern, v die Geschwindigkeit an der betreffenden Stelle, so wäre hiernach $v = V(1 - 0{,}025\,m)$. — Eine derartige gleichförmige Abnahme der Geschwindigkeit von der Oberfläche nach dem Boden hat jedoch in der Wirklichkeit nicht immer statt, wie die Versuche anderer Beobachter gezeigt haben.

Stellt C die Maximalgeschwindigkeit oder Stromstrichgeschwindigkeit eines Querschnittes dar, welche wie gesagt in der Regel an der

Oberfläche in der Mitte des Stromes ſich vorfindet, c die mittlere Geſchwindigkeit des betreffenden Querſchnittes, ſo kann man näherungsweiſe ſetzen: $c = 0{,}84\,C$, wenn C innerhalb der Grenzen 0,2 bis 1,5 Meter liegt. — Für andere Fälle ſchlägt Prony vor, die Formel: $c = \frac{C\,(2{,}372 + C)}{3{,}153 + C}$ zu gebrauchen. Baumgärtner hält dieſe Formel bei größeren Geſchwindigkeiten an der Oberfläche für unzuläſſig und räth deßhalb, den rechten Theil jener Formel mit 0,8 zu multipliciren.

2. Gleichförmige Bewegung des Waſſers in Kanälen.

Bleibt die mittlere Geſchwindigkeit c auf eine längere Strecke l ſich gleich, findet mithin auf letztere eine Gleichheit der Querprofile a ſtatt; ſo bewegt ſich das Waſſer auf jener Strecke gleichförmig fort, und das Gefälle h wird nur auf die Ueberwindung des Widerſtandes im Bette verwendet und man kann ſetzen: $h = \mu \cdot \frac{l\,p}{a} \cdot \frac{c^2}{2g}$, wo p die Größe des Umfanges des Querprofiles und μ einen Erfahrungscoefficienten ausdrückt. Aus der vorigen Formel entſpringt: $c = \sqrt{\frac{2g}{\mu} \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{a}{p}}$. Nach den Beobachtungen von Eytelwein und Du Buat iſt $\mu = 0{,}0081$. Setzt man dieſen Werth und ſtatt $g = 9{,}809$ Meter in die vorhergehende Formel, ſo erhält man für Metermaß: $c = 49{,}2\sqrt{\frac{h}{l} \cdot \frac{a}{p}}$. — Der Widerſtandscoefficient μ iſt nicht ganz conſtant, ſondern nimmt wie bei der Bewegung des Waſſers in Röhren bei kleineren Geſchwindigkeiten etwas zu und bei größeren etwas ab. Nach den von Weisbach angeſtellten Verſuchen kann man ſetzen: $\mu = 0{,}007409\left(1 + \frac{0{,}05853}{c}\right)$.

Aendert ſich in einem Canale der Waſſerſtand durch außerordentliche Zuflüſſe, ſo wächſt die mittlere Geſchwindigkeit. Gehen hierbei der Querſchnitt a in a′, der Umfang p in p′, die Geſchwindigkeit c in c′, die abfließende Waſſermenge Q in Q′ über; ſo hat man

$$c' = \sqrt{\frac{2g}{\mu} \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{a'}{p'}}; \quad Q' = a'\,c';$$

daher, wenn μ als unveränderlich angenommen wird:

$$\frac{c'}{c} = \sqrt{\frac{a'}{a}} \cdot \sqrt{\frac{p}{p'}} \text{ und } \frac{Q'}{Q} = \frac{a'\,c'}{a\,c} = \frac{a'}{a} \cdot \sqrt{\frac{a'}{a}} \cdot \sqrt{\frac{p}{p'}}.$$

Bezeichnet b die Breite des Canals, m die urſprüngliche Tiefe, m′ dieſelbe nach dem Steigen; ſo iſt bei einem rechteckigen Querſchnitte: $a' = a + b\,(m' - m)$ und $p' = p + 2\,(m' - m)$. Durch Subſtitution dieſer Werthe in die beiden vorhergehenden Gleichungen ergeben ſich

für die Geſchwindigkeit c' und die abfließende Waſſermenge Q' folgende Ausdrücke:

$$c' = c\sqrt{1+\frac{b(m'-m)}{a}} \cdot \sqrt{\frac{p}{p+2(m'-m)}};$$

$$Q' = Q\cdot\left(1+\frac{b(m'-m)}{a}\right)\cdot\sqrt{1+\frac{b(m'-m)}{a}}\cdot\sqrt{\frac{p}{p+2(m'-m)}}.$$

Setzt man darin $a = mb$ und vernachläſſigt $2(m'-m)$ gegen p, ſo erhält man: $c' = c\cdot\sqrt{\frac{m'}{m}}$ und $Q' = Q\cdot\left(\frac{m'}{m}\right)^{\frac{3}{2}}$.

Bei der Anlage von Kanälen hat man den Querſchnitt dergeſtalt zu wählen, daß $\frac{p}{a}$ möglichſt klein iſt, alſo der Umfang p bei gegebenem Querſchnitte a ein Minimum, oder der Querſchnitt a bei gegebenem Umfange p ein Maximum werde. — Bei den Kanälen hat der Querſchnitt in der Regel die Form eines Rechteckes oder Trapezes. Hiernach ſind die Abmeſſungen des Rechtecks oder des Trapezes zu beſtimmen, damit der benetzte Umfang p zu einem Minimum werde. Nennen wir y die Breite des Rechtecks, x die Höhe deſſelben, ſo iſt $xy = a$ und $p = y + 2x = \frac{a}{x} + 2x$. Läßt man x in $x + k$ übergehen, wo k eine kleine Zahl bezeichnet; ſo kommt

$$p' = \frac{a}{x} + 2x + k\left(2-\frac{a}{x^2}\right) + \frac{ak^2}{x^3} + \ldots$$

Damit nun dieſer Werth von p' für jeden poſitiven und negativen Werth von k größer ausfalle, muß $2-\frac{a}{x^2} = 0$ oder $x = \frac{1}{2}\sqrt{2a}$ ſein. Daraus entſpringt $y = \sqrt{2a}$: die Höhe x des Rechtecks muß demnach der halben Breite y gleich ſein, d. h. der Querſchnitt ein halbes Quadrat von der Seite $\frac{1}{2}\sqrt{2a}$ bilden.

Für ein Trapez, bei welchem Inhalt a und der Böſchungswinkel gegeben ſind, hat man, wenn y die untere Grundlinie und x die Länge der nicht parallelen Seiten bezeichnet:

$$a = \frac{2y + 2x\cos\beta}{2}\cdot x\sin\beta \text{ und } p = y + 2x.$$

Daraus entſpringt: $p = \frac{a}{\sin\beta\,.\,x} + x(2-\cos\beta)$. Geht x in $x + k$ über, ſo erhält man:

$$p' = \frac{a}{\sin\beta\,.\,x} + x(2-\cos\beta) + k\left(2-\cos\beta-\frac{a}{\sin\beta\,.\,x^2}\right) + \frac{ak^2}{\sin\beta\,.\,x^3} + \ldots.$$

Die Bedingung des Minimums liefert:

$$2 - \cos\beta = \frac{a}{\sin\beta \cdot x^2}, \text{ oder } x = \sqrt{\frac{a}{\sin\beta\,(2 - \cos\beta)}};$$

dann $$y = \frac{2\sqrt{\alpha}\,.\,(1 - \cos\beta)}{\sqrt{\sin\beta\,(2 - \cos\beta)}}.$$

Beträgt der Böſchungswinkel 60°, ſo wird $x = y = \frac{2}{3}\,.\,\sqrt{a}\,.\,\sqrt{3}$.

3. Ungleichförmige Bewegung des Waſſers in Flüſſen.

Wenn die mittleren Geſchwindigkeiten in den verſchiedenen Querſchnitten ſich ändern, ſo iſt die Bewegung des fließenden Waſſers eine ungleichförmige. In dieſem Falle denkt man ſich die Flußſtrecke in kleinere Theile zerfällt, innerhalb derer die Mittelwerthe des Querſchnittes a, des Umfanges p und der Geſchwindigkeit v als conſtant betrachtet werden können. Es ſei v_1 die Geſchwindigkeit am Anfang einer ſolchen Strecke l, mithin $\frac{v_1^2}{2g}$ die entſprechende Geſchwindigkeitshöhe; v_2 die Geſchwindigkeit am Ende jener Strecke, alſo $\frac{v_2^2}{2g}$ die ihr zugehörige Geſchwindigkeitshöhe; h das Gefälle auf die Strecke l: ſo dann beſteht die Gleichung:

$$h + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{\mu p l}{a} \cdot \frac{v^2}{2g}, \text{ oder } h = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \frac{\mu p l v^2}{2g}.$$

Bezeichnet a_1 den Flächeninhalt des erſten und a_2 den des letzten Querprofils auf die Strecke l, ſo iſt $a_1 v_1 = a_2 v_2 = a v$; woraus $v_1 = \frac{a_2}{a_1} v_2$. Durch Einführung dieſes Werthes in die vorhergehende Formel erhält man:

$$h = \frac{v_2^2}{2g}\left[1 - \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2\right] + \frac{\mu p l v^2}{2g a}.$$

Dieſe bei der Bewegung des Waſſers in Flüſſen in Anwendung kommende Formel iſt um ſo genauer, je kleiner l angenommen wird.

Anſtatt der Geſchwindigkeiten läßt ſich die abfließende Waſſermenge Q einführen. Es iſt nämlich $Q = v_1 a_1 = v_2 a_2 = v a$; wodurch entſteht

$$h = \frac{Q^2}{2g}\left[\frac{1}{a_2^2} - \frac{1}{a_1^2} + \frac{\mu p l}{a^3}\right];$$

und die Waſſermaſſe

$$Q = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{\frac{1}{a_2^2} - \frac{1}{a_1^2} + \frac{\mu' p l}{a^3}}}.$$

Setzt man darin $a = \frac{a_2 + a_1}{2}$, ſo verwandelt ſich die Formel folgende:

$$Q = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{\frac{1}{a_2^2} - \frac{1}{a_1^2} + \frac{8\mu p l}{(a_2 + a_1)^3}}}.$$

Bezeichnen wir die obere Tiefe mit m_1, die untere mit m_2, ferner mit δ den Abhang des Grundbettes; so ist $h = m_1 - m_2 + l \sin \delta$ und es entspringt dann die Gleichung:

$$m_1 - m_2 + l \sin \delta = \frac{Q^2}{2g}\left[\frac{1}{a_2^2} - \frac{1}{a_1^2} + \frac{8\mu l p}{(a_2 + a_1)^3}\right].$$

Dieselbe liefert für die Länge l, welche einer gegebenen Veränderung $m_1 - m_2$ der Wassertiefe entspricht:

$$l = \frac{m_1 - m_2 - \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{a_2^2} - \frac{1}{a_1^2}\right)}{\frac{8\mu p}{(a_2 + a_1)^3} \cdot \frac{Q^2}{2g} - \sin \delta}.$$

Ist die Breite des fließenden Wassers constant, so daß $a_1 = m_1 b$ und $a_2 = m_2 b$ ist; so erhalten wir:

$$l = \frac{m_1 - m_2 - \frac{Q^2}{2g} \cdot \frac{m_1^2 - m_2^2}{m_2^2 m_1^2 \cdot b^2}}{\frac{1}{(m_2 + m_1)^3} \cdot \frac{8\mu p}{b^3} \cdot \frac{Q^2}{2g} - \sin \delta}.$$

Führen wir statt der Wassermasse Q die Geschwindigkeit v_1 ein, in welchem Falle $Q = m_1 b v_1$ ist; so kommt

$$l = m_1 - m_2 \cdot \frac{1 - \frac{v_1^2}{2g} \cdot \frac{m_2 + m_1}{m_2^2}}{\frac{8\mu p}{b(m_2 + m_1)^3} \cdot \frac{v_1^2}{2g} - \sin \delta}.$$

Für eine kleine Flüssigkeitsstrecke kann man annähernd setzen $m_1 + m_2 = 2m_1 = 2m_2$; woraus sich ergibt:

$$l = m_1 - m_2 \cdot \frac{1 - \frac{v_1^2}{2g} \cdot \frac{2}{m_1}}{\frac{\mu p}{m_1 b} \cdot \frac{v_1^2}{2g} - \sin \delta}.$$

4. Aufstauung des Wassers.

Jeder Einbau im Bette eines Flusses bewirkt eine Erhebung oder oder einen Aufstau der Oberfläche des fließenden Wassers. Die Größe der Erhebung über dem natürlichen Wasserspiegel nennt man die Stauhöhe und die Länge, auf welche sich die Aufstauung stromaufwärts erstreckt, die Stauweite. Die Einbauten werden aus Holz oder Stein ausgeführt und heißen Wehre. Das Ueberfallwehr ist ein vollkommenes oder ein unvollkommenes, je nachdem der Fachbaum desselben höher oder tiefer als der ursprüngliche Wasserspiegel liegt. — Es sei m die Wassertiefe, w die Wehrhöhe, s die Stauhöhe, h die der Geschwindigkeit des Wassers entsprechende Höhe, ferner b die Breite des Wehres; so

besteht für die in der Secunde über das Wehr fließende Wassermenge Q die Gleichung:

$$Q = \tfrac{2}{3}\mu' b \sqrt{2g}\,[(m+s+h-w)^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}}].$$

Hieraus ergibt sich für die Druckhöhe:

$$m + s - w = \left(\frac{\frac{3}{2}Q}{\mu' b \sqrt{2g}} + h^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} - h;$$

für die Wehrhöhe:

$$w = m + s + h - \left(\frac{\frac{3}{2}Q}{\mu' b \sqrt{2g}} + h^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}};$$

für die Stauhöhe:

$$s = \left(\frac{\frac{3}{2}Q}{\mu' b \sqrt{2g}} + h^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} + w - m - h;$$

für die Höhe der Ueberlaßschwelle über dem ursprünglichen Wasserspiegel:

$$w - m = s + h - \left(\frac{\frac{3}{2}Q}{\mu' b \sqrt{2g}} + h^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

So lange $w - m$ positiv bleibt, kann ein vollkommenes Ueberfallwehr angelegt werden. Die Bedingung für die Möglichkeit der Anlage eines solchen Wehres ist mithin

$$s + h > \left(\frac{\frac{3}{2}Q}{\mu' b \sqrt{2g}} + h^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}},$$

oder $$Q < [(s+h)^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}}]\ \tfrac{2}{3}\mu' b \sqrt{2g}.$$

Darf man $h = 0$ annehmen und setzt man den Versuchen von Weisbach zufolge $\mu' = 0{,}8$, so erhält man für ein vollkommenes Ueberfallwehr die überfließende Wassermenge:

$$Q = 0{,}533\, b \sqrt{2g}\,(m + s - w)^{\frac{3}{2}}.$$

Daraus entspringt für die Stauhöhe:

$$s = \left(\frac{Q}{0{,}533\, b \sqrt{2g}}\right)^{\frac{2}{3}} - m + w;$$

für die Höhe des Fachbaumes über dem Wasserspiegel:

$$w - m = s - \left(\frac{Q}{0{,}533\, b \sqrt{2g}}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

Die Bedingung für die Anlage eines vollkommenen Wehres ist hiernach: $Q < 0{,}533\, b \sqrt{2g}\, s^{\frac{3}{2}}$.

Bei dem unvollkommenen Ueberfallwehre besteht die abfließende Wassermenge Q aus zwei besonderen Theilen: nämlich dem Theil

$$Q' = \tfrac{2}{3}\mu' b \sqrt{2g}\,[(s+h)^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}}],$$

welcher über dem ursprünglichen Wasserspiegel abfließt; und dem Theil

$$Q'' = \mu' b\,(m - w)\,\sqrt{2g}\,(s + h)^{\frac{1}{2}},$$

welcher zwischen jenem Wasserspiegel und dem Fachbaum durchgeht.

Hiernach ist die ganze Abflußmenge:

$$Q = \mu' b\,\sqrt{2g}\,\{[\tfrac{2}{3}(s + h)^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}}] + (m - w)(s + h)^{\frac{1}{2}}\}.$$

Daraus entspringt für die Wehrhöhe:

$$w = m + \tfrac{2}{3}\cdot\frac{(s + h)^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}}}{(s + h)^{\frac{1}{2}}} - \frac{Q}{\mu' b\,\sqrt{2g}\,.\,\sqrt{s + h}};$$

und für die Tiefe des Fachbaumes unter dem ursprünglichen Wasserspiegel:

$$m - w = \frac{Q}{\mu' b\,\sqrt{2g}\,.\,\sqrt{s + h}} - \tfrac{2}{3}\cdot\frac{(s + h)^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}}}{(s + h)^{\frac{1}{2}}}.$$

So lange $m - w$ positiv bleibt, kann ein unvollkommenes Ueberfallwehr gebaut werden. Die Bedingung ist:

$$Q > \tfrac{2}{3}\mu' b\,\sqrt{2g}\,[(s + h)^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}}],$$

welche oben schon gefunden wurde. Setzen wir wieder $h = o$ und $\mu' = 0{,}8$, so entsteht für ein unvollkommenes Ueberfallwehr die abfließende Wassermenge:

$$Q = 0{,}533\,b\,\sqrt{2g}\left[s^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2}(m - w)\,s^{\frac{1}{2}}\right].$$

Die Bedingung für die Anlage eines solchen Wehres ist dann:

$$Q > 0{,}533\,b\,\sqrt{2g}\,s^{\frac{3}{2}}.$$

Die früher aufgestellte Formel:

$$l = (m_1 - m_2)\,\frac{1 - \frac{v_1^2}{2g}\cdot\frac{2}{m_1}}{\frac{\mu p}{m_1 b}\cdot\frac{v_1^2}{2g} - \sin\delta}$$

kann zur Berechnung der Stauweite λ benutzt werden. Bezeichnet nämlich m die Tiefe des Wassers am Wehre und m_2 die Tiefe in einer kleinen Strecke l_1 stromaufwärts von demselben; so erhält man, wenn die Zeichen im Nenner verändert werden um positive Werthe für l_1 zu bekommen, ferner $p = p_1$ und $b = b_1$ gesetzt wird, um damit anzudeuten, daß diese Größen für die Stelle am Wehre gelten:

$$l_1 = (m_1 - m_2)\,\frac{1 - \frac{v_1^2}{2g}\cdot\frac{2}{m_1}}{\sin\delta - \frac{\mu p_1}{m_1 b_1}\cdot\frac{v_1^2}{2g}}.$$

Daraus entspringt für die Strecke l_1 stromaufwärts die Abnahme der Wassertiefe:

$$m_1 - m_2 = \frac{\sin\delta - \frac{\mu p_1}{m_1 b_1}\cdot\frac{v_1^2}{2g}}{1 - \frac{v_1^2}{2g}\cdot\frac{2}{m_1}}\,.\,l_1.$$

Ebenso findet man für eine folgende kurze Strecke l_2 die Tiefenabnahme:

$$m_2 - m_3 = \frac{\sin\delta - \frac{\mu p_2}{m_2 b_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g}}{1 - \frac{v_2^2}{2g} \cdot \frac{2}{m_2}} \cdot l_2.$$

Indem man auf diese Weise fortgeht, bis man auf einen der Null nahe liegenden Ausdruck von $m_n - m_{n+1}$ gelangt, wird die Summe $l_1 + l_2 + l_3 \ldots l_n$ gleich der fraglichen Stauweite λ sein.

IV. Hydraulischer Stoß und hydraulische Maschinen.

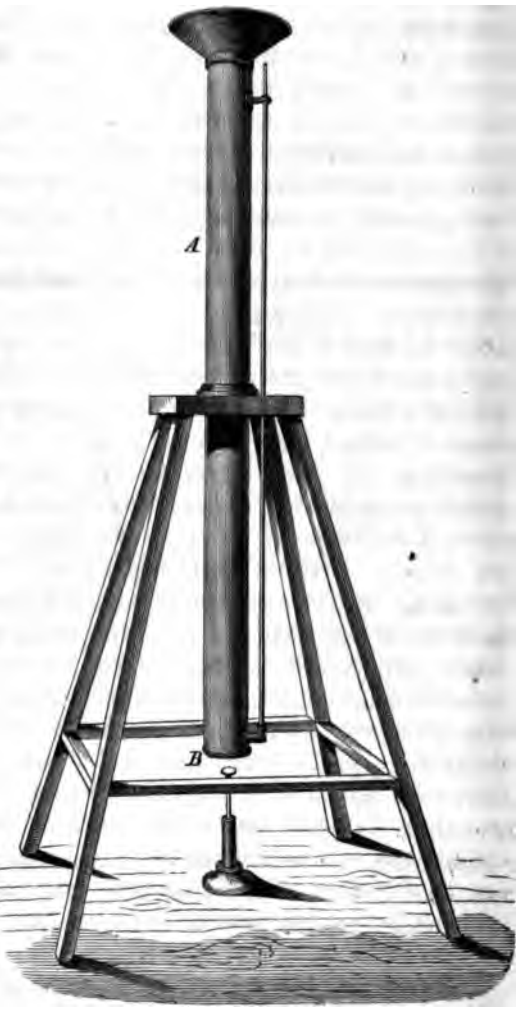
1. Stoß eines flüssigen Strahls gegen eine kreisrunde Scheibe und zweier Flüssigkeitsstrahlen gegen einander.

Eine höchst interessante Reihe von Erscheinungen nimmt man wahr, wenn man einen flüssigen Strahl aus einer kreisrunden Oeffnung in dünner Wand senkrecht auf die Mitte einer ebenfalls kreisrunden Scheibe fallen läßt. Savart hat zuerst diese Erscheinungen näher untersucht. Wir nehmen bei unseren Versuchen eine stark gearbeitete Blechröhre AB (Fig. 124) von 2 Meter Länge und von 1 Decimeter im Durchmesser, an deren unterm Ende sich eine dünne Wand mit einer Oeffnung B von 5 bis 10 Millimeter im Durchmesser befand. Nachdem diese Röhre in lothrechter Stellung befestigt war, füllte man sie mit Wasser und ließ dann einen Flüssigkeitsstrahl in einer Entfernung von 1 bis 2 Centimeter unter der Oeffnung auf eine Metallplatte von 27 Millimeter im Durchmesser fallen, deren Oberfläche eben und polirt war und deren Mittelpunkt unter dem Mittelpunkt der Oeffnung lag. — Der ausfließende Strahl, indem er die Platte traf, breitete sich nach allen Seiten aus und bildete gleichsam einen kreisrunden Teller, dessen mittlerer Theil dünn und durchsichtig war, während der Umfang dicker und trüber erschien, aus dem sich eine Menge kleiner Tropfen absonderten, welche regenartig herabfielen. Diese gekränzten Teller zeigten ein periodisches Steigen und Fallen, wobei ihre Durchmesser zu gleicher Zeit zu- und abnahmen.

Bei dem Sinken des Niveaus der Flüssigkeit in der Röhre vergrößerte sich der Durchmesser des Tellers allmählig, während der Kranz durchsichtiger und schmäler wurde und endlich bei einem Drucke von 60 Centimeter gänzlich verschwand. Der Teller erreicht alsdann das Maximum seines Durchmessers, nämlich 80 Centimeter, und hatte die Form einer Schale, deren hohle Seite sich nach unten kehrt und aus deren Umfange eine große Anzahl von Tröpfchen hervorschossen. Beim ferneren Abnehmen der Druckhöhe wurde der Teller kleiner, gleichzeitig

bog er ſich an ſeinem unteren Theile um und ſchloß ſich unter einem Drucke von 32 Centimeter gänzlich, wobei er die Geſtalt eines 45 Centimeter hohen und 40 Centimeter im Durchmeſſer haltenden Rotationskörper annahm, deſſen Erzeugungscurve mit einer halben Lemniscate Aehnlichkeit hatte. — Nahm der Druck noch weiter ab, ſo blieb der Teller geſchloſſen, und ſein Durchmeſſer verringerte ſich allmählig bis zu dem Drucke von 10 bis 12 Decimeter. Er veränderte alsdann plötzlich ſeine Geſtalt, ſein oberer Theil wurde concav, worauf er nach einer ſehr kurzen Zeit wieder in ſeiner urſprünglichen Form erſchien; dieſe Formveränderungen erneuerten ſich periodiſch 7 bis 8 Mal, bis der Teller unter fortwährendem Kleinerwerden endlich ganz verſchwand.

Fig. 124.



Einen merklichen Einfluß auf die in Rede ſtehenden Erſcheinungen haben der Durchmeſſer der Oeffnung wie jener der Scheibe, die Geſchwindigkeit des Ausfließens, die Natur der Flüſſigkeit, die Beſchaffenheit der Scheibe und deren Abſtand von der Oeffnung. Savart iſt in Betreff erwähnter Urſachen zu folgenden Reſultaten gelangt. 1) Wenn der Teller platt wird, iſt ſein Durchmeſſer am größten; dieſes Maximum erreicht der Teller durch deſto geringeren Druck je größer der Durchmeſſer der Oeffnung iſt. — 2) Die Zunahme der Entfernung

der Scheibe von der Oeffnung von 1 bis 2 Centimeter veranlaßt analoge Erscheinungen wie die Zunahme des Druckes. — 3) Bei einem beträchtlichen Drucke ändert die Schwere die Gestalt der Teller nicht merklich ab; dagegen übt die Schwere einen bedeutenden Einfluß auf die Gestalt derselben aus, wenn der Druck schwach ist. — 4) Die Temperatur der Flüssigkeit ist von Einfluß auf die Bildung der Teller. Wenn der Durchmesser der Scheibe und jener der Oeffnung constant bleibt, erreicht der Durchmesser der Teller sein Maximum, bei 1° oder 2° C ist er kleiner als bei 0°; bei 100° wird er Null. — Einen noch bedeutenderen Einfluß hat die Beschaffenheit der Flüssigkeit, wie man bei Alkohol, Oel, Aether, Queckſilber sieht, indem der geschlossene Teller bei einer Flüssigkeit z. B. einen um die Hälfte kleineren Durchmesser haben kann als bei einer andern. — Diesen Resultaten, welche auf eine merkliche Adhärenz der in Bewegung begriffenen Flüssigkeiten zu der Oberfläche starrer Körper hinweisen, können wir noch folgende hinzufügen. 1) Die flüssigen Strahlen werden nicht wie die starren Körper zurückgeworfen, sondern folgen unter allen Einfallswinkeln den ebenen Oberflächen der Körper, gegen welche sie anprallen. — 2) Der den flüssigen Strahlen eigenthümliche vibratorische Zustand wird bei dem Stoße nur dann vernichtet, wenn der Druck sehr schwach ist. — 3) Außer den periodischen Pulsationen, welche bei jedem Ausflusse stattfinden, scheinen auch in der Flüssigkeit des Behälters zeitweise plötzliche Zustandsveränderungen einzutreten, wie wenn sich periodisch verschiedene Relationen zwischen den Geschwindigkeiten der Flüssigkeitsfäden einstellten. 4) Die Figuren des Flüssigkeitsstrahles ändern sich mit der Gestalt der gestoßenen Körper. Läßt man z. B. einen Flüssigkeitsstrahl aus einer Oeffnung von 3 Millimeter im Durchmesser gegen einen Glascylinder von 28 Millimeter im Durchmesser unter einem Drucke von 16 Decimeter beständig horizontal und senkrecht auffallen, so ändern sich die Figuren des Strahles mit der Höhe, in welcher er den Cylinder trifft.

Savart hat auch die Erscheinungen untersucht, welche der Stoß zweier Flüssigkeitsstrahlen gegen einander darbietet. Der Hauptapparat, welchen wir dabei angewendet haben, ist die früher beschriebene starke Blechröhre, aus welcher in der Nähe des Bodens zwei in horizontaler Ebene gebogene Röhren ausmünden, so daß deren Enden, welche mit den Ausflußöffnungen versehen sind, in einem Abstande von etwa 4 Decimeter einander direct gegenüber stehen. Auch kann man sich zweier getrennter Behälter bedienen, deren Mündungen einander zugekehrt sind. Einige mit diesem Apparate erhaltene Resultate sind folgende. 1) Ist der Druck einerlei und öffnet man die Mündungen, welche einen

Durchmeſſer von 3 bis 6 Millimeter haben, ſo bildet ſich in dem Augenblicke, in welchem die beiden Flüſſigkeitsſtrahlen gegen einander ſtoßen, in der Mitte der Entfernung zwiſchen den Mündungen eine ebene Flüſſigkeitsſcheibe. Sie hat einen Kranz oder iſt ganz gleichförmig, je nach der Größe des Druckes; ſie bekommt ihren größten Durchmeſſer unter einem beſtimmten Drucke, wo ſie alsdann gleichförmig iſt. — 2) Die Druckkräfte, welche den größten Durchmeſſer liefern, verhalten ſich umgekehrt wie die Durchmeſſer der Mündungen. — 3) Wenn der Druck auf der einen Seite conſtant bleibt und auf der andern Seite abnimmt, ſo rückt die Flüſſigkeitsſcheibe bald gegen die Mündung des Gefäßes, deſſen Niveau geſunken iſt; ſie legt ſich gegen die Wand dieſer Mündung, iſt kegelförmig und hat einen Kranz unter einem ſtarken Drucke, iſt gleichartig und offen unter einem ſchwächeren Drucke, und gleichförmig und geſchloſſen unter einem ſehr kleinen Drucke. — 4) Im letzteren Falle findet man, daß das Niveau in dem Behälter, in welchen keine Flüſſigkeit zuſtrömte, faſt eben ſo hoch als in dem andern ſteht; die Flüſſigkeitsſcheibe verſchließt mithin dieſen Behälter hermetiſch.

2. Stoß des Waſſers gegen feſte Körper.

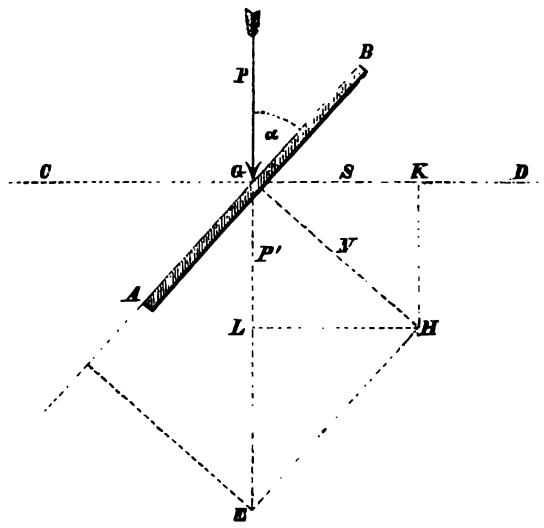
Wenn fließendes Waſſer auf einen feſten Körper trifft, ſo übt es gegen denſelben einen Stoß aus. Man unterſcheidet zwiſchen dem Stoß eines begrenzten Waſſerſtrahles, deſſen Querſchnitt kleiner als der des geſtoßenen Körpers iſt, und dem Stoße unbegrenzten Waſſers, wenn die bewegte Waſſermaſſe den Körper von allen Seiten umgibt. Ferner unterſcheidet man noch geraden und ſchiefen Stoß, je nachdem die Achſe des ſtoßenden Strahles ſenkrecht auf der getroffenen Fläche oder gegen dieſelbe geneigt iſt. — Wir betrachten vorerſt den Stoß eines begrenzten Waſſerſtrahles, welcher eine ruhende feſte Ebene mit der Geſchwindigkeit c normal trifft. Bezeichnet $Q = a\,c\,\gamma$ die in der Secunde zufließende Waſſermaſſe, a den Querſchnitt des ſtoßenden Waſſerſtrahles und γ das Gewicht der Cubikeinheit Waſſers; ſo iſt offenbar der Stoß: $P = \frac{Q\,c}{g} = \frac{a\,\gamma\,c^2}{g} = 2\,a\,h\,\gamma$, wo h die der Geſchwindigkeit c entſprechende Druckhöhe darſtellt. Der hydrauliſche Druck oder der gerade Stoß eines begrenzten Waſſerſtrahles beträgt demnach, unter der Vorausſetzung, daß das Waſſer ſeine Geſchwindigkeit vollſtändig verliert, das Doppelte des hydroſtatiſchen Druckes.

Weicht die normal geſtoßene Ebene mit der Geſchwindigkeit v in demſelben Sinne aus, ſo iſt der Stoß $P = \frac{Q}{g}(c - v)$; dagegen iſt ſolcher gleich $\frac{Q}{g}(c + v)$, wenn die Ebene dem Strahle gerade entgegen geht.

Die Uebereinſtimmung zwiſchen Theorie und Erfahrung iſt hier eine ziemlich befriedigende, wie unſere nach Boſſut angeſtellten Verſuche zeigen. Wir ließen nämlich aus einer am Boden eines großen Waſſerbehälters befindlichen runden Oeffnung, welche mit einem kurzen Anſatzrohr verſehen war, in geringem Abſtande davon einen Waſſerſtrahl auf eine kreisförmige Metallplatte auffallen, die wir an dem einen Ende des Wagebalkens einer gleicharmigen Wage befeſtigt hatten. Die Wirkung des ſtoßenden Waſſerſtrahles wurde durch die in die Wageſchale gelegten Gewichte angegeben, welche zur horizontalen Einſtellung des Wagebalkens erforderlich waren. — Mit Hülfe deſſelben Apparates haben wir auch einige andere hier unten zur Sprache gebrachten Reſultate mit der Erfahrung in hinreichender Uebereinſtimmung gefunden.

Erfolgt nämlich der Stoß in der Richtung GE (Fig 125) unter dem Winkel α gegen die Ebene AB, ſo findet man, wenn der Stoß

Fig. 125.



P (GE), welcher die Ebene CD rechtwinklich trifft, in den Normalſtoß N (GH) und den in der Ebene liegenden Stoß (GA), welcher gegen die letztere wirkungslos iſt, zerlegt wird:

$$N = P \sin \alpha = \frac{Q c}{g} \sin \alpha = \frac{a \gamma c^2}{g} \sin \alpha.$$

Zerlegt man ferner N (GH) parallel in GL zur Richtung des Strahles und ſenkrecht darauf in (GK); ſo iſt der ſogenannte Parallelſtoß:

$$P' = N \sin \alpha = \frac{Q c \sin^2 \alpha}{g} = \frac{a \gamma c^2 \sin^2 \alpha}{g};$$

und der Seitenſtoß:

$$S = N \cos \alpha = \frac{Q c \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{a \gamma c^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha.$$

Es wächſt alſo der Normalſtoß wie der Sinus des Einfallswinkels, der Parallelſtoß wie das Quadrat des Sinus dieſes Winkels und der Seitenſtoß wie der Sinus vom Doppelten gedachten Winkels. Wenn ſich die Ebene mit der Geſchwindigkeit v in der Richtung von c oder derſelben entgegengeſetzt bewegt, hat man: $N = \frac{Q c}{g} (c \mp v) \sin \alpha$; $P' = \frac{Q c}{g} (c \mp v) \sin^2 \alpha$; $S = \frac{Q c}{g} (c \mp v) \sin \alpha \cos \alpha$. Die letzteren Formeln gelten, wenn die geſtoßene Ebene eine Einfaſſung hat, derart daß das Waſſer nur nach einer Richtung abfließen kann.

Hat dagegen die ſchiefe geſtoßene Fläche gar keine Einfaſſung, ſo daß das Waſſer nach allen Seiten ſich über die Ebene verbreiten kann, ſo gelten nach den Verſuchen folgende Ausdrücke:

$$N = \frac{Q c}{g} (c \pm v) \frac{2 \sin \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$$

für den Normalſtoß;

$$P' = \frac{Q c}{g} (c \pm v) \frac{2 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$$

für den Parallelſtoß. Der Normalſtoß gegen eine convexe Fläche iſt unter übrigens gleichen Umſtänden kleiner als der gegen eine Ebene; dagegen übertrifft den letzteren Stoß der Stoß gegen eine concave Fläche, wie z. B. gegen eine hohle Halbkugel. Eine derartige Vermehrung des Normalſtoßes zeigt ſich ebenfalls, wenn man die den Stoß empfangende Ebene mit einer etwa zwei Centimeter hohen Einfaſſung verſieht.

Wenn ein unbegrenzter Waſſerſtrahl gegen einen feſten Körper ſtößt, ſo übt er nicht nur eine Wirkung auf deſſen Vorderfläche, ſondern auch auf deſſen Hinterfläche aus. Die Waſſerfäden werden nämlich oberhalb der Vorderfläche des Körpers mehr oder weniger von ihrer urſprünglichen Richtung abgelenkt und veranlaßt um die äußeren Kanten herumzugehen. Indem ſie die auf der Hinterfläche befindlichen Waſſertheilchen dabei gewiſſermaßen mit fortführen, bewirken ſie eine Druckverminderung auf jene Fläche. Dergeſtalt ereignet es ſich dann, daß der Druck auf die Hinterfläche des Körpers geringer als der hydroſtatiſche Druck iſt, während er auf der Vorderfläche ſolchen übertrifft und eine Bewegung des Körpers in der Richtung des fließenden Waſſers erzeugt oder wenigſtens zu erzeugen ſtrebt. — Bezeichnet a den Inhalt einer Ebene, welche normal von der unbegrenzten Flüſſigkeit, deren ſpecifiſches Gewicht γ iſt, mit der Geſchwindigkeit c getroffen wird;

so ergibt sich für den Stoß P der Ausdruck: $P = k \cdot \gamma a \cdot \frac{c^2}{2g}$, in welchem k eine Erfahrungszahl, den sogenannten Stoßcoefficienten darstellt. Derselbe kann nach den Resultaten mehrerer Experimentatoren für ebene Flächen gleich 1,85 angenommen werden.

Weicht die Ebene in der Richtung des Stromes mit einer Geschwindigkeit v aus, so ist die relative Geschwindigkeit des Wassers $c - v$, wonach der Stoß $P = \gamma k a \frac{(c-v)^2}{2g}$ zu setzen ist. — Bewegt sich die Fläche der Richtung des Wassers entgegen, so hat man $P = \gamma k a \frac{(c+v)^2}{2g}$.

Beim schiefen Stoße unbegrenzten Wassers gegen ebene Flächen ergäbe sich hiernach für den Normalstoß N der Ausdruck:

$$N = \frac{k \cdot \gamma \cdot a}{2g} \cdot c^2 \sin^2 \alpha,$$

in welchem α den Winkel darstellt, unter welchem die ebene Fläche gegen die Richtung des ankommenden Wassers geneigt ist. — Nach verschiedenen Hydraulikern soll die Formel:

$$N = \frac{k \cdot \gamma \cdot a}{2g} \cdot c^2 \cdot \frac{2 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$$

eine größere Genauigkeit haben.

Was den Stoß unbegrenzten Wassers gegen feste Körper im Allgemeinen anlangt, so hängt die Größe desselben von der Ausdehnung, Gestalt, der Adhäsion und Reibung ab, deren gegenseitiger Einfluß bis jetzt keineswegs genau ermittelt worden ist. — Bei dem Stoße des Wassers gegen feste unbewegliche Prismen mit ebenen Endflächen und deren Achsen in der Bewegungsrichtung liegen, läßt sich der Stoß P noch mittelst der Formel $P = k \cdot \gamma \cdot a \cdot \frac{c^2}{2g}$ berechnen, in welcher a den Inhalt der Endflächen bezeichnet. Der Coefficient k ändert sich jedoch mit der Länge l des Prismas und mit der Quadratwurzel aus dem Querschnitte rechtwinklig zur Länge genommen bei den relativen Längen $\frac{l}{\sqrt{a}} = 0;\ 1;\ 2;\ 3$ und wird gleich 1,85; 1,47, 1,35; 1,33. — Der Stoß im unbegrenzten Wasser wird ebenfalls erhöht, wenn die Flächen ausgehöhlt oder am Rande mit Einfassungen versehen werden.

3. Widerstand der Flüssigkeiten.

Wenn sich ein Körper in einer unbegrenzten Flüssigkeit bewegt, so erleidet derselbe einen Druck, welcher von der Form und der Größe des Körpers, von der Dichtigkeit der Flüssigkeit, von der Geschwindig-

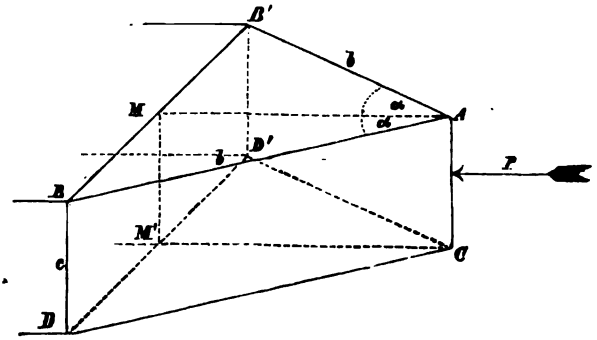
keit der einen wie der anderen Masse abhängt, und Widerstand der Flüssigkeit genannt wird. Dieser Widerstand entspringt vorzüglich aus der Trägheit der Flüssigkeit, deren Bewegungszustand durch das Zusammentreffen mit dem festen Körper geändert wird, dann aber auch aus der Cohärenz der Wassertheilchen, welche hier theilweise von einander getrennt oder verschoben werden. — Im Uebrigen sind die Gesetze, nach denen sich der Widerstand richtet, dieselben wie jene beim Stoße. Bei gewöhnlichen Geschwindigkeiten wächst der Widerstand sehr nahe dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional; dann ist derselbe ziemlich genau dem Inhalte a der die Flüssigkeit stoßenden Fläche proportional, wenn die Länge des Körpers die Quadratwurzel aus a überschreitet. — Für den Widerstand R der von Ebenen begrenzten Körper bei Bewegung der letzteren bestände demnach der Ausdruck: $R = k \gamma a \frac{v^2}{2g}$, wo v die Geschwindigkeit des Körpers bezeichnet und k eine Erfahrungszahl darstellt, welche mit der Form des Körpers sich ändert und zwischen 1,3 und 1 liegt.

Der Widerstand wird beträchtlich vermindert, wenn man den Vorder- und Hintertheilen und selbst den Seitenflächen der schwimmenden Körper eine gekrümmte Form verleiht. Für solche Körper hätte der Widerstand R zum Ausdruck: $R = k \gamma a \left(\frac{v + c}{2g}\right)^2$, in welchem v die Geschwindigkeit des schwimmenden Körpers und c jene des Flusses bezeichnet. Nach Versuchen läßt sich der Coefficient zu 0,3 bis 0,04 annehmen. — Bei Schiffen, welche sich mit großen Geschwindigkeiten über 3 Meter in der Secunde bewegen, wächst der Widerstand in größerem Verhältnisse als mit dem Quadrate der Geschwindigkeit. Bei kleineren Geschwindigkeiten, die unter 0,6 Meter liegen, nimmt der Widerstand in geringerem als dem quadratischen Verhältnisse ab. Zur Aufstellung allgemein gültiger Gesetze ist man jedoch bis jetzt noch nicht gekommen.

Auf Grundlage der von Bossut in Gemeinschaft mit d'Alembert und Condorcet unternommenen Versuche hat Geheimerath Eckhardt zu Darmstadt eine Formel abgeleitet, welche den Einfluß keilförmiger Vordertheile und Hintertheile der Schiffe auf den Widerstand des Wassers auf eine befriedigende Weise darstellt. Die oben genannten französischen Akademiker brachten nämlich an einem rechtwinkligen Parallelepiped von 1 Meter Länge, ½ Meter Breite und ebenso großer Höhe nach und nach eine Reihe von Vordertheilen an, welche dreiseitige Prismen mit verschiedenen Winkeln an der Spitze bildeten. Diese Körper wurden mittelst einer Schnur, an welcher ein Gewicht von 81 Kilogrammes

hing, in einem großen Wasserbecken fortgezogen, wobei die Zeit beobachtet wurde, welche die Körper brauchten um einen Weg von 24 Meter zu durchlaufen. Nennen wir nun mit Eckhardt F den Widerstand des Wassers gegen das Parallelepiped, wenn weder vorne noch hinten ein Prisma angebracht ist, und φ den Widerstand des Wassers, wenn blos vorne ein solches Prisma sich befindet; so bekommen wir, weil sich die Widerstände wie die Quadrate der Geschwindigkeiten und beim Durchlaufen einerlei Weges die Geschwindigkeiten wie die dazu erforderlichen Zeiten verhalten: $F : \varphi = V^2 : v^2 = T^2 : t^2$. — Dies vorausgeschickt sei jetzt AM (Fig. 126) die Achse des prismatischen Schiff-

Fig. 126.



schnabels, welche die Breite BB' desselben in M halbirt; die Seite AB = b, die Tiefe AC = c, der Winkel BAM = α. Bewegt sich das Schiff in der Richtung MA mit der Geschwindigkeit v, so erfährt die Fläche ABCD einen Normalstoß N, welcher, da er unter einem Winkel α stattfindet, zum Ausdrucke hat: $N = \frac{\gamma b c v^2 \sin^2 \alpha}{2g}$. Daraus entspringt für die Stärke des Parallelstoßes P in der Richtung AM die Formel: $P = \frac{\gamma b c v^2 \sin^3 \alpha}{2g}$; mithin für den Theil des Widerstandes φ, welchen das Schiff auf beiden Seiten des Schnabels erfährt, die Relation: $\varphi = \frac{\gamma 2 b c v^2 \sin^3 \alpha}{2g}$, während der Widerstand F des Wassers gegen das Schiff, wenn vorne kein Prisma vorhanden ist, zum Ausdruck hat: $F = \frac{\gamma 2 b c v^2}{2g}$. — Hiernach ergibt sich nach Eckhardt für die Differenz zwischen dem Normal- und schiefen Stoß die Gleichung: $F - \varphi = m (1 - \sin^3 \alpha) F$, in welcher m eine Erfahrungszahl bedeutet, die mit der Gestalt des schwimmenden Körpers sich

ändert. Die letztere Gleichung gibt $\frac{\Phi}{F} = 1 - m + m \sin^3 \alpha$; oder, wenn man für m seinen aus den Beobachtungen entnommenen Werth 0,6 substituirt: $\frac{\Phi}{F} = 0{,}6 \sin^3 \alpha + 0{,}4$.

In folgender Tabelle sind die Werthe von $\frac{\Phi}{F}$ für verschiedene Winkel an der Spitze der Prismen, wie sie sich aus den Beobachtungen von Bossut einerseits und aus der Berechnung mit Hülfe der letzteren Formel anderseits ergeben.

Winkel α am Vordertheile.	Zeitdauer t.	Verhältniß der Widerstände $\frac{\Phi}{F}$ nach der Beobachtung.	nach der Formel.
90°	47″,44	1	1
78°	46,44	0 9583	0,9610
66°	43,75	0,8505	0,8566
54°	39,50	0,6933	0,7174
42°	35,78	0,5689	0,5794
30°	33,05	0,4853	0,4750
18°	30,53	0,4142	0,4174
6°	30,01	0,4003	0,4001

Aus dieser Zusammenstellung ist ersichtlich, daß die Resultate der Formel mit den Ergebnissen der Versuche ziemlich gut übereinstimmen.

Dasselbe gilt auch von der Formel $\frac{\Phi'}{F} = 1 - m' + m' \sin^3 \alpha'$ oder von der Formel $\frac{\Phi'}{F} = 0{,}167 \sin^3 \alpha' + 0{,}833$, welche das Verhältniß der Widerstände des Wassers ausdrückt, wenn die Prismen am Hintertheile des schwimmenden Körpers angebracht werden, wie man aus der unten stehenden Tabelle ersieht.

Winkel α' am Hintertheile.	Zeitdauer t.	Verhältniß der Widerstände $\frac{\Phi}{F}$ nach der Beobachtung.	nach der Formel.
90°	47″,44	1	1
48°	44,80	0,8918	0,9017
24°	43,85	0,8544	0,8445
12°	43,49	0,8404	0,8348

Die Verminderung des Widerstandes durch Prismen am Hintertheile hervorgerufen ist geringer als diejenige, welche die Prismen am Vordertheile erzeugen; so z. B. hat ein Hintertheil von 48° eine Verminderung $1 - \frac{\Phi'}{F} = 0{,}0983$ zur Folge, während ein Vordertheil von demselben Winkel eine Verminderung $1 - \frac{\Phi}{F} = 0{,}3538$ bewirkt haben würde.

Bringt man gleichzeitig am Vordertheile wie am Hintertheile der Schiffe dergleichen Prismen an, so wird der Widerstand des Wassers

noch geringer, indem der an der hinteren Fläche bewirkte Druck dem an der Vorderfläche erzeugten Drucke entgegenwirkt und dergestalt eine Verminderung des wirklichen Druckes hervorbringt. Nehmen wir den Flächeninhalt des Querschnittes des Mittelschiffes $= a$ an, so ergibt sich hiernach für den Widerstand W des ganzen Schiffes folgender Ausdruck:

$$W = [1 - (m + m_1) + m \sin^3 \alpha + m_1 \sin^3 \alpha_1] \frac{a \gamma v^2}{2g}.$$

Die Breite des Rumpfes des Great Eastern beträgt etwa 25,4 Meter, sein Tiefgang 9,1, der halbe Winkel des Vordertheils 7° der des Hintertheils 10°, ferner $m = 0{,}6$ und $m' = 0{,}167$; daher:

$$W = \frac{a \gamma v^2}{2g} [1 - 0{,}767 + 0{,}6 \,.\, 0{,}12^3 + 0{,}167 \,.\, 0{,}18^3] = 0{,}235 \,.\, \frac{a \gamma v^2}{2g}.$$

Bei einer Geschwindigkeit von 16 Meilen in der Stunde kann $\frac{\gamma v^2}{2g}$ gleich 429 Kilogrammes gesetzt werden woraus sich ergibt:

$W = 0{,}235 \,.\, 429 \,.\, 25{,}4 \,.\, 9{,}1 = 0{,}235 \,.\, 99159 = 23300$ Kilogrammes.

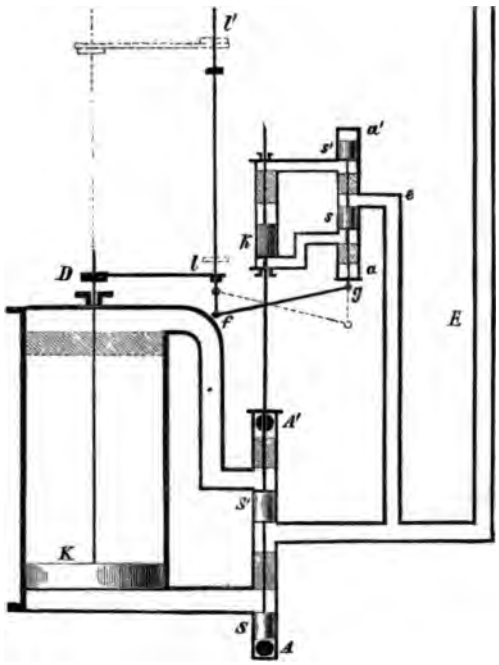
4. Hydraulische Maschinen.

Das durch die Schwerkraft bewegte Wasser wird zum Betriebe von Maschinen benutzt, welche deßhalb hydraulische Maschinen heißen. Zu dergleichen Maschinen gehören außer den früher angeführten horizontalen Wasserrädern oder Turbinen die verticalen Wasserräder, deren Achsen horizontal liegen. Man unterscheidet verschiedene Arten von verticalen Wasserrädern. Die unterschlächtigen Wasserräder tragen an ihrem Umfange in der Richtung der Radius liegende Schaufeln, gegen welche das fließende Wasser stoßend wirkt. Der Effect eines unterschlächtigen Wasserrades wird vermehrt, wenn man die geraden Schaufeln durch gekrümmte ersetzt. Die unterschlächtigen Räder werden angewandt, wenn man über eine bedeutende Wassermenge von geringer Fallhöhe zu verfügen hat. Sie hängen entweder frei im Wasser, wie es bei den Schiffsmühlen der Fall ist, oder bewegen sich in einem Gerinne, in welches das Wasser fließt. Die oberschlächtigen Wasserräder werden benutzt bei höherem Gefälle von geringer Wassermenge, wie es bei kleineren Gebirgsbächen der Fall ist. Diese Räder tragen an ihrem Umfange Zellen, in welche das Wasser aus einem Gerinne herabstürzt, wobei es einen Stoß ausübt und dann vermöge seines Gewichtes das Rad in Umdrehung versetzt. Die Zellen müssen dergestalt construirt sein, daß das Wasser nicht zu früh aus denselben auszufließen beginnt. — Das rückschlächtige und mittelschlächtige Rad bilden eine Mittelgattung zwischen dem oberschlächtigen und unterschlächtigen. Bei dem einen wie bei dem andern wird

das Waſſer aus einem Gerinne in die Zellen oder zwiſchen die Schaufeln des Rades geführt, wo es zuerſt durch Stoß wirkt, ſpäter aber vermöge ſeines Gewichtes einen Druck ausübt.

Die Waſſerſäulenmaſchine wird benutzt, um Waſſer auf eine bedeutende Höhe zu heben. In Figur 127 iſt eine ſolche Waſſerſäulen-

Fig. 127.

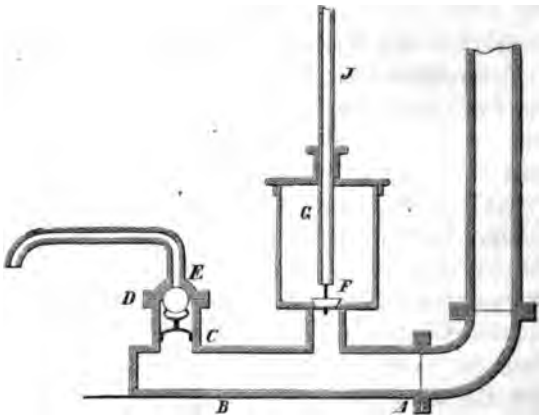


maſchine dargeſtellt. Die Maſchine beſteht aus einem Cylinder von beträchtlichem Durchmeſſer, dem Treibcylinder, in welchem ein Kolben k durch den Druck einer hohen Waſſerſäule in eine auf- und abwärts gehende Bewegung verſetzt wird. Die an dem Kolben befeſtigte Kolbenſtange geht durch eine in dem oberen Deckel angebrachte Stopfbüchſe D hindurch und ſteht durch eine Triebſtange mit den in Bewegung zu ſetzenden Pumpen in Verbindung. Die Röhre E führt der Maſchine das Aufſchlagwaſſer zu, das abwechſelnd unten und oben in den Treibcylinder tritt und dadurch den Kolben K abwechſelnd auf und nieder bewegt. Um das Aufſchlagwaſſer abwechſelnd unter und über den Kolben K zu bringen, dient eine beſondere Vorrichtung, welche mit der Steurung bei Dampfmaſchinen viel Aehnlichkeit hat. — Die Umſteurung wird nämlich mittelſt einer Hülfsmaſchine bewerkſtelligt, welche der Hauptmaſchine ähnlich conſtruirt iſt. k iſt der Kolben des Cylin-

ders der Hülfsmaschine; s und s' sind die Steuerkolben der letzteren wie S und S' die Steuerkolben der Hauptmaschine sind; e ist das Eintrittsrohr der Hülfsmaschine wie E das der Hauptmaschine ist; endlich sind a und a' die Austragemündungen der ersteren und A, A' solche für die andere. Es findet also vollständige Uebereinstimmung in allen Theilen der beiden Maschinen statt, mit dem Unterschiede, daß die eine viel größer als die andere ist. — Wenn der Kolben K in dem untern Theil des Cylinders sich befindet: tritt das Aufschlagwasser in den großen Cylinder unter den Kolben und preßt ihn aufwärts, während seines Steigens fließt das über ihm befindliche Wasser durch das Seitenrohr bei A' ab. Erreicht der Treibkolben K seinen höchsten Stand, so setzt der obere Theil seiner Kolbenstange ein Hebelsystem in Bewegung, in Folge deren die beiden kleinen an einer gemeinsamen Stange sitzenden Steuerkolben s und s' herabsinken. Hierdurch wird die Verbindung zwischen dem unteren Theil des Treibcylinders und dem Einfallsrohr unterbrochen, dagegen die zwischen demselben und dem oberen Theile jenes Cylinders eröffnet; das Aufschlagwasser treibt nun den Kolben abwärts, während das unter ihm befindliche Wasser durch das Seitenrohr bei A abfließt. Ist der Kolben K zu seinem tiefsten Stande gekommen, so hebt das erwähnte Hebelsystem die Steuerkolben s und s' in die Höhe, wodurch dem Aufschlagwasser der Zutritt in den untern Theil des Treibcylinders wieder gestattet ist und dann der Treibkolben sein voriges Spiel beginnt.

Der hydraulische Widder von Montgolfier besteht aus einer horizontalen Leitungsröhre AB (Fig. 128), welche das Wasser aus

Fig. 128.

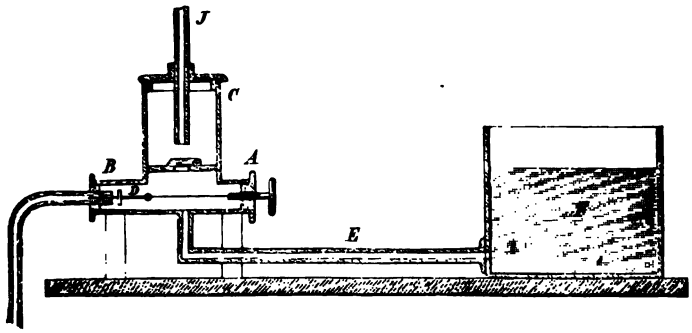


einem höher gelegenen Bassin in eine kurze Röhre CD, den Kopf des Widders führt. Dieser eigentlich wirksame Theil der Maschine hat

eine nach oben zu gerichtete Oeffnung E, welche durch ein Ventil verschlossen werden kann. Gewöhnlich ist dieses Ventil offen, so daß das durch die Röhre fließende Wasser reichlichen Abfluß hat. Die Kraft des dahin fließenden Wassers hebt aber bald das Ventil und verschließt die Ausflußöffnung E. Wegen dieser plötzlichen Hemmung des strömenden Wassers erleiden die Röhrenwände einen Stoß, der im Stande ist ein an einer andern Stelle befindliches Ventil F zu öffnen, durch welches eine Partie Wasser in einen geschlossenen, mit Luft gefüllten Raum, den sogenannten Windkessel G gelangt. Durch den Eintritt des Wassers wird die Luft in dem Windkessel zusammengedrückt, worauf sich das Ventil wieder schließt. Nachdem auf solche Weise das Gleichgewicht wieder hergestellt ist, fällt auch das Ventil E durch sein eigenes Gewicht wieder herab, so daß das Wasser abermals frei abfließen kann. Bald wird jedoch die Strömung des Wassers wieder aufgehoben, wonach es von Neuem in den Windkessel tritt. Auf diese Art arbeitet die Maschine so lange fort, als sie durch den Behälter hinlänglich mit Wasser versorgt wird und dessen Verbindung mit dem Kopf des Widders nicht unterbrochen ist. — In dem oberen Theil des Windkessels ist luftdicht eine unten und oben offene Röhre J angebracht, welche mit ihrem unteren Ende in das eingetretene Wasser taucht. Die in dem Windkessel zusammengedrückte Luft treibt nun das Wasser in der Steigröhre J in die Höhe und zwar bedeutend höher, als das Wasser nach dem Gesetze der communicirenden Röhren hätte steigen können.

Ein anderer Stoßheber ist der in Figur 129 abgebildete. Auf der horizontalen Röhre A B sitzt das Gefäß C, dessen Boden mit einem

Fig. 129.

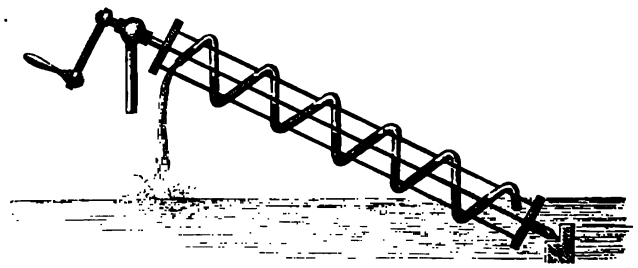


Ventil geschlossen ist. Durch die horizontale Röhre geht ein elastischer Faden, der an dem Stiele einer Scheibe D befestigt ist, die als Ventil der das Wasser abführenden Röhre dient. Wird die Scheibe durch die

Strömung des Wassers mitgenommen und damit der Abfluß desselben gehemmt, so hebt es in Folge der Rückwirkung das Ventil des Gefäßes und tritt in das letztere ein. Je größer die Abflußröhre ist, desto stärker wird der Stoß sein, durch welchen das Wasser in den Windkessel C tritt, desto höher also auch das Wasser in der Steigröhre S steigen. Durch die Röhre E strömt das Wasser aus dem Behälter F zu dem Windkessel C.

Windet man eine Röhre um eine dünne Welle oder Achse, so erhält man ein Modell der archimedischen Schraube oder der Spiralpumpe, wie sie in Figur 130 abgebildet ist. Im Großen wird

Fig. 130.



die archimedische Schraube ausgeführt, wenn man auf der Oberfläche eines hölzernen Cylinders eine Schraubenlinie in mehreren Windungen aufträgt, in einer längst dieser Curve eingeschnittenen Furche gut an einander gefügte Bretter von einerlei Höhe einsetzt und den solchergestalt gebildeten aufsteigenden Schraubengang mittelst Dauben mit einer cylindrischen Hülle umgibt. — Die archimedische Schraube, welche wie der Namen ihres Erfinders beweist, schon in dem Alterthum bekannt war, wird mit Vortheil zur Trockenlegung des Grundes bei Wasserbauten angewendet. Man legt nämlich die Maschine über dem Wasser an, dergestalt daß ihre Achse eine gewisse Neigung gegen den Horizont hat und der Wasserspiegel etwas höher liegt als der Mittelpunkt der Grundfläche. – Indem man dann der Maschine eine jener der Schraubenlinie entgegengesetzt gerichtete Bewegung ertheilt, wird die untere Mündung eines jeden Ganges, sobald sie ins Wasser tritt, eine gewisse Menge desselben schöpfen und solche auf eine höher liegende Windung heben, bis sie endlich zur Ausflußöffnung gelangt. Um sich mehr zu veranschaulichen, wie das Wasser in dieser Maschine steigt, kann man in die untere Mündung eine kleine Kugel legen. Die Kugel wird wie auf einer schiefen Ebene fortrollen und am tiefsten Punkte der ersten Windung liegen bleiben. Dreht man nun die Maschine, so hebt sich dieser Punkt; die Kugel verläßt ihn und kommt fallend zum nächstfol-

genden tiefern mehr nach oben zu gelegenen Punkte. Wenn in Folge der drehenden Bewegung der letztere Punkt wieder steigt, wird die Kugel wie vorher an einem andern tiefern Punkte der Spirale zur Ruhe gelangen, bis sie dergestalt das andere Ende erreicht und frei wird.

Dritter Abschnitt.

Gleichgewicht des Luftförmigen (Aerostatik).

I. Der atmosphärische Druck.

1. Eigenschaften der Gase. — Der Toricelli'sche Versuch.

Die luftförmigen oder elastischen Flüssigkeiten, wie die atmosphärische Luft und die anderen Gase, welche uns die Chemie kennen gelehrt hat, haben die absolut leichte Verschiebbarkeit der Theilchen und die Schwere mit den tropfbaren Flüssigkeiten gemein, unterscheiden sich aber von den letzteren durch zwei Charaktere, die Ausdehnsamkeit und die Zusammendrückbarkeit. — Vermöge der Ausdehnsamkeit streben sich die Theilchen der luftförmigen Körper beständig von einander zu entfernen; es wird deßhalb auf jede unendlich dünne Schichte in ihrem Inneren wie auch auf die Wände der Gefäße, in welchen sie enthalten sind, ein fortwährender Druck ausgeübt. Dieses beständige Bestreben der Gase in einen größeren Raum sich zu verbreiten, läßt sich durch folgenden Versuch nachweisen. Man bringe eine fest zugebundene Blase unter den Recipienten einer Luftpumpe, von welchem Apparate später ausführlich die Rede sein wird. Verdünnt man hierauf durch Auspumpen die Luft unter dem Recipienten, so schwillt die Blase mehr und mehr an, indem die darin enthaltene Luft sich desto stärker ausdehnt, je geringer der von außen entgegenwirkende Druck ist. Läßt man wieder Luft in den Recipienten einströmen, so fällt die Blase wieder zusammen. Eine Spiralfeder zeigt nur Elasticität, wenn sie zusammengedrückt wird; die Gase ihrerseits streben aber unaufhörlich ein größeres Volumen einzunehmen und werden nur durch äußere entgegenwirkende Druckkräfte verhindert sich weiter auszubreiten: man nennt deßhalb die elastischen Flüssigkeiten mit Recht auch ausdehnsame Körper. — Die Stärke des Druckes, welchen eine Luftart vermöge ihrer Ausdehnsamkeit auf eine festgesetzte Fläche, in der Regel auf die Flä-

cheneinheit ausübt, wird Spannkraft oder Expansivkraft genannt. Die Größe der Spannkraft wird gewöhnlich durch die Höhe einer Quecksilbersäule angegeben, welche in Folge ihrer Schwere auf die Flächeneinheit denselben Druck äußert wie die ausdehnsame Flüssigkeit.

Die ausdehnsamen Körper lassen sich durch Anwendung äußerer Gewalt auf ein kleineres Volumen bringen, wie nachstehender einfacher Versuch zeigt. Man tauche ein unten offenes, oben verschlossenes Glasrohr in eine Flüssigkeit, dieselbe wird im Rohr nicht so hoch als außerhalb desselben stehen. Die nämliche Masse kann also ohne ihren Gaszustand zu verlieren in einen kleineren Raum verdichtet werden; mit der Verdichtung ist aber nothwendig eine Steigerung der Expansivkraft verbunden, welche der außen höher stehenden Flüssigkeit das Gleichgewicht zu halten vermag. Hört die äußere Gewalt zu wirken auf, so dehnt sich die Luft in dem Rohr wieder aus und nimmt ihr ursprüngliches Volumen wieder ein. — Auf der Zusammendrückbarkeit der Luft beruht die Einrichtung der Taucherglocke, durch welche der Mensch in Stand gesetzt wird sich längere Zeit unter Wasser aufzuhalten. Eine derartige Glocke hat in ihrer größten Einfachheit die Gestalt eines Kastens, dessen Boden aufwärts gekehrt ist.

Der auf irgend einen Theil einer gasförmigen Masse ausgeübte Druck pflanzt sich gleichmäßig nach allen Richtungen durch die ganze Masse fort, wie wir Solches auch bei den tropfbaren Flüssigkeiten gesehen haben. Es läßt sich dies recht gut mit Hülfe eines Cylinders nachweisen, an dessen unterem Ende ein Ballon sich befindet, der an mehreren Stellen mit Oeffnungen versehen ist, in die gekrümmte Glasröhren luftdicht eingefügt sind. Bringt man nun in diese Heberröhren Quecksilber oder irgend eine gefärbte Flüssigkeit und drückt dann die Luft im Cylinder mittelst eines genau schließenden Kolbens zusammen, so wird man die Flüssigkeit in allen Röhren gleichmäßig aufsteigen sehen und zwar dies in einem desto höheren Grade, je mehr die Luft zusammengedrückt wurde. Man muß also daraus folgern, daß sich der Druck auf alle Punkte der Wände, in welche die Röhren münden, jederzeit gleichförmig fortgepflanzt hat.

Die Schwere der Luft läßt sich durch folgenden Versuch direct beweißen. Man macht einen Glasballon, der drei bis vier Liter faßt, vermittelst der Luftpumpe luftleer und bestimmt dann sein Gewicht auf der Wage. Hierauf läßt man Luft in den Ballon eintreten und wägt ihn von Neuem. Auf solche Weise wird sich herausstellen, daß der Ballon bei der zweiten Abwägung um mehrere Grammes schwerer ist als bei der ersten, was offenbar nur dem Gewichte der in den Ballon eingetretenen Luft zugeschrieben werden kann. — Beträgt der innere

Raum des Ballons 4 Liter, so ist der Unterschied der beiden Abwägungen größer als 4 Grammes. Hieraus ergibt sich schon, daß ein Liter Luft mehr als ein Gramme wiegt, mithin das Wasser nicht ganz 1000 mal schwerer als die Luft ist.

Die Luft ist ein Körper, welcher nicht so unmittelbar in die Sinne fällt wie die festen oder tropfbar flüssigen Körper. Außer der den Gasen wie allen übrigen materiellen Substanzen zukommende Schwere beweisen ihre Körperlichkeit noch der Widerstand, welchen die Luft bei der Bewegung der Körper darbietet, deßgleichen die mechanische Wirkung des Windes, ferner das Schweben der Wolken in den höheren Regionen wie auch der Umstand, daß man durch Anwendung großer Druckkräfte mehrere Gase in den tropfbar flüssigen Zustand übergeführt hat. Man theilt zuweilen die Gase in zwei Klassen ein, nämlich in permanente und in compressible Gase. Letztere wie die schwefelige Säure, das Ammoniak, die Kohlensäure, das Chlor lassen sich mehr oder weniger leicht durch Verstärkung des Druckes oder durch Temperaturerniedrigung in den tropfbaren Zustand verwandeln. Die permanenten Gase, zu denen die atmosphärische Luft, der Wasserstoff, der Stickstoff und der Sauerstoff gehören, sollen dagegen nie ihren Aggregationszustand ändern. Aller Wahrscheinlichkeit nach können aber auch diese Gase bei gehörig weit getriebener Vermehrung des Druckes und bei hinreichender Temperaturerniedrigung tropfbar flüssig gemacht werden. — In der Regel unterscheidet man bei den ausdehnsamen Körpern zwischen Gasen und Dämpfen. Unter Gasen werden nämlich alle Körper verstanden, welche unter gewöhnlichen Umständen nur in dem luftförmigen Zustande auftreten, während man zu den Dämpfen alle diejenigen Körper rechnet, welche durch den Einfluß der Luftverdünnung oder der Wärme aus dem tropfbar flüssigen Zustand in den ausdehnsamen übergehen. — Hier werden wir uns vorzugsweise mit den Gasen beschäftigen, unter denen die atmosphärische Luft vor allen unsere Beobachtung in Anspruch nimmt; von den Eigenschaften der Dämpfe wird dagegen bei der Lehre von der Wärme ausführlicher die Rede sein.

Die Luft, welche die Erdkugel umhüllt und sich hoch über deren Oberfläche erstreckt, heißt die Atmosphäre. Die Alten hielten die atmosphärische Luft für eines der vier von ihnen aufgestellten Elementen. Die neuere Chemie hat jedoch nachgewiesen, daß sie ein Gemisch von Sauerstoffgas und Stickgas ist, so daß in 100 Raumtheilen Luft 21 Raumtheile Sauerstoffgas und 79 Raumtheile Stickgas enthalten sind. Vielfältige mit der atmosphärischen Luft zu verschiedenen Zeiten und an verschiedenen Orten angestellte Untersuchungen haben zu der Ueber-

zeugung geführt, daß das angegebene Verhältniß im Gehalte des Sauerstoffes und des Stickstoffes immer und überall dasselbe bleibt. Außerdem ist der Luft noch eine geringe Menge Kohlensäure beigemischt, indem in 10000 Raumtheilen Luft ohngefähr 3 bis 6 Raumtheile Kohlensäure vorkommen. Endlich enthält die Atmosphäre Wasserdampf, von dessen Menge der Feuchtigkeitsgrad der Atmosphäre abhängt, und der zu mancherlei Erscheinungen Anlaß gibt, welche bei der Lehre von den Dämpfen besonders zur Sprache kommen werden.

Durch die Schwere ist die Atmosphäre mit dem Erdballe aufs innigste verbunden, so daß sie mit demselben um die Erdachse in der Richtung von West nach Ost sich dreht. Befände sich bei dieser Umdrehung die Atmosphäre in Ruhe, so müßte an der Erdoberfläche ein beständiger Ostwind herrschen, dessen Geschwindigkeit von den Polen gegen den Aequator hin zunehmen und hier die Geschwindigkeit des stärksten Orkanes weit übertreffen würde. — Im Zustande des Gleichgewichtes der Atmosphäre wird allenthalben dem Bestreben der Lufttheilchen sich nach den Seiten oder nach unten zu auszudehnen durch die Expansivkraft der neben und unterhalb liegenden Theilchen das Gleichgewicht gehalten, während ihr Streben zur Ausdehnung nach oben zu das Gewicht der darüber stehenden verticalen Luftsäule aufhebt. Hieraus folgt, daß die Ausdehnsamkeit einer Luftschichte desto geringer wird, je weiter sie von der Erdoberfläche entfernt ist. Auch weiß man aus Erfahrung, daß die Luft auf hohen Bergen bereits so sehr verdünnt ist, daß das Athmen sehr beschwerlich wird. — Das Gesetz, nach dem sich die Dichtigkeit und Ausdehnsamkeit der über einander liegenden Luftschichten abändern, wird von dem Verhältniß abhängen, in welchem ihre Expansivkraft und ihre Zusammendrückung zu einander stehen. Außerdem wird aber noch der Grad der Wärme zu berücksichtigen sein, welche die Stärke jener Spannkraft zu modificiren vermag.

Mit der Entfernung von der Erdoberfläche nimmt nicht nur die Ausdehnsamkeit sondern auch die Schwere der Lufttheilchen ab. Erfolgt nun die Abnahme der Ausdehnsamkeit in gleichem Verhältnisse wie jene der Schwere, so wird die Atmosphäre unbegrenzt sein, weil dann die Spannkraft der Luft niemals Null wird, wie gering man auch ihre Schwere annehmen mag. Nimmt aber die Ausdehnsamkeit der Luft in einem größeren Verhältnisse als ihre Schwere ab, so wird die Atmosphäre eine obere Grenze haben. Diese Grenze wird in derjenigen Entfernung von der Erde liegen, in welcher die geschwächte Spannkraft der letzten atmosphärischen Theilchen durch die Schwere aufgehoben wird. Die Grenze oder die freie Oberfläche der Atmosphäre wird bei ruhiger Luft wie die des Erdkörpers kugelförmig sein, weil die Schwerkraft

allenthalben senkrecht auf gedachter Oberfläche stehen muß. — Die Ursache, von welcher die schnellere Abnahme der Ausdehnsamkeit der Luft herrührt, ist in der Erniedrigung der Temperatur in den höheren Regionen der Atmosphäre zu suchen. Bis jetzt ist jedoch das Verhältniß noch nicht aufgefunden worden, in welchem die Wärme mit der Erhebung über die Oberfläche der Erde abnimmt. Daher kann die Grenze der Atmosphäre noch keineswegs als genau bekannt angesehen werden; in der Regel nimmt man an, daß jene Grenze in einer Höhe von 10 bis 12 geographischen Meilen liege. — Weit aber unter der angegebenen Grenze hört alle Spur des organischen Lebens auf, welches weder bei einer solchen bedeutenden Luftverdünnung noch bei einer solchen außerordentlichen Kälte zu bestehen vermag, wie sie in jener Höhe herrschen.

Obschon die Luft leicht ist, so übt sie doch durch ihr Gewicht einen bedeutenden Druck aus, wenn von der äußern bis zur Grenze der Atmosphäre gehenden Luftsäule die Rede ist. Toricelli, ein Schüler Galiläi's, war der erste, welcher die Größe des in der atmosphärischen Luft herrschenden Druckes bestimmte. Der merkwürdige Versuch, den er im Jahre 1643 anstellte, läßt sich jederzeit ohne Schwierigkeit wiederholen. Man fülle eine etwa 80 Centimeter lange, 6 Millimeter weite, an einem Ende geschlossene Glasröhre mit Quecksilber; verschließe die Oeffnung hierauf mit dem Finger und tauche die Röhre, indem man sie umkehrt, in ein Gefäß mit Quecksilber. Zieht man dann den Finger unter dem Quecksilber von der Oeffnung hinweg, so sinkt die Quecksilbersäule in der Röhre etwas herab, erhält sich aber in einer Höhe von ohngefähr 76 Centimeter über dem unteren Quecksilber. Der Druck der Luft auf das äußere Quecksilber ist es allein, welcher das Quecksilber in der Röhre schwebend erhält; denn öffnet man die Röhre am oberen Ende, so sinkt das Quecksilber herab, dergestalt daß es in- und außerhalb der Röhre gleich hoch steht. — Hätte man bei dem Versuche eine Röhre genommen, deren Länge kleiner als 76 Centimeter wäre, so würde die umgekehrte Röhre ganz mit Quecksilber gefüllt geblieben sein. Der Versuch läßt sich auf ähnliche Weise auch mit Wasser anstellen, nur erscheint dann die frei schwebende Wassersäule 10,33 Meter hoch, mithin gerade in dem Verhältnisse länger, in welchem das specifische Gewicht des Wassers geringer ist als jenes des Quecksilbers. Pascal hat zuerst den eben erwähnten Versuch wirklich angestellt. Er füllte zu diesem Behufe eine über 11 Meter lange, an einem Ende verschlossene Röhre mit Wasser und verschloß das andere Ende mit einem Stöpsel. Hierauf wurde die Röhre mittelst Schnüren und Rollen umgewendet und vertical in ein Gefäß mit Wasser gestellt. Nachdem der

Stöpsel weggezogen war, sank das Wasser in der Röhre bis auf 10,3 Meter herab und blieb in dieser Höhe schweben.

Der Luftdruck auf eine Fläche ist demnach so groß, daß er dem hydrostatischen Drucke einer Wassersäule von 10,33 Meter Höhe oder jenem einer Quecksilbersäule von 76 Centimeter Höhe das Gleichgewicht hält. Da ein Cubikcentimeter Quecksilber 13,596 Grammes wiegt, so beträgt mithin der Atmosphärendruck auf eine Quadratcentimeterfläche 1033,296 Grammes oder 1 Kilogramm und 33 Grammes; auf einen Quadratmeter 10332,96 Kilogrammes und auf einen Quadratmillimeter nur 10,33 Grammes. — Die Oberfläche des Körpers bei einem Menschen von mittlerer Größe beträgt ohngefähr $1\frac{1}{2}$ Quadratmeter. Hiernach hätte ein Mensch den bedeutenden Atmosphärendruck von etwa 15500 Kilogrammes zu tragen. Da dieser Druck gleichmäßig von allen Seiten wirkt; ferner die im Innern des thierischen Körpers eingeschlossenen tropfbaren und ausdehnsamen Flüssigkeiten dem von Außen empfangenen Drucke entgegen wirken; so kommt derselbe nirgends zur Wahrnehmung, es sei denn, daß er einseitig vorhanden ist. Der Luftdruck ist übrigens uns nicht nur unschädlich, sondern selbst nothwendig: denn wie die Gebrüder Weber auf unzweifelhafte Weise dargethan haben, werden die Gelenkköpfe unserer Arme und Beine in luftdicht schließenden Pfannen durch den Druck der atmosphärischen Luft gehalten, so daß daß es keinerlei Kraftanstrengung bedarf, jene Glieder zu tragen während sie bewegt werden.

Die zu Toricelli's Versuche dienende Röhre heißt die Toricelli'sche Röhre, und der über dem Quecksilber entstehende leere Raum Toricelli'sche Leere. Zu erwähntem Versuche gab eine mißglückte Unternehmung der Brunnenmeister zu Florenz Veranlassung. Als sie nämlich das Wasser mittelst einer Pumpe über 10 Meter heben wollten, sahen sie mit Erstaunen, daß das Wasser nicht bis zu dieser Höhe stieg. Es würde ihnen dies gar nicht aufgefallen sein, wenn man nicht damals der Natur einen Abscheu vor dem leeren Raume zugeschrieben hätte, der bei dem Versuche zwischen dem Wasser und dem Kolben entstanden war und in welchem die Flüssigkeit eindringen sollte, um ihn zu erfüllen. Die Erklärung der Erscheinung durch geheime Kräfte konnte den Geist Toricelli's nicht befriedigen; er entdeckte die wahre Ursache der Erscheinung, indem er aussprach, daß der Druck der Atmosphäre das Wasser in dem luftleeren Raum in die Höhe treibt. Das Gleichgewicht des Quecksilbers in der Toricelli'schen Röhre mit der atmosphärischen Luft ist gleichsam das zweier ungleichartigen Flüssigkeiten in einem Communicationsgefäße, deren Höhen über ihrer Trennungsfläche, mithin sich verkehrt wie ihre specifischen Gewichte verhalten

Da jede Luftschichte auf die nächstfolgende abwärts drückt, welche den empfangenen Druck weiter fortpflanzt und ihr eigenes Gewicht hinzufügt; so mußte, wie es zuerst von Pascal ausgesprochen wurde, der Luftdruck auf dem Gipfel eines hohen Berges geringer sein als am Fuße desselben. Es war daher interessant zu untersuchen, ob dies in der Wirklichkeit stattfände. Pascal ersuchte deßhalb seinen Schwager Perrier zu Clermont in der Auvergne mit einer Toricelli'schen Röhre den Puy de Dome zu besteigen. Und in der That fand derselbe auf der Spitze des Berges eine Abnahme der Quecksilbersäule um 8 Centimeter. Später bestieg Pascal selbst einen hohen Kirchthurm und beobachtete, daß das Quecksilber in der Röhre um mehrere Millimeter gesunken war.

Wir wollen jetzt mit wenigen Worten einiger Erscheinungen erwähnen, welche auf der Wirkung des Luftdruckes beruhen. — Wenn man ein Trinkglas, dessen Rand gleichförmig ist, ganz mit Wasser füllt, darauf eine Papierscheibe legt und dann das Glas umkehrt, so läuft das Wasser nicht aus, weil der gegen die untere Fläche des Papiers wirkende Luftdruck das Herabfallen des Wassers verhindert. Aus demselben Grunde fließt das Wasser aus einer damit gefüllten Flasche nicht aus, wenn man deren Hals in ein Gefäß mit Wasser taucht und dann den die Flasche verschließenden Kork entfernt. Hebt man die Flasche langsam in die Höhe, bis die Mündung des Halses über dem Niveau des Wassers sich befindet, so beginnt das Wasser auszufließen, weil jetzt Luftblasen in die Flasche eindringen können.

Der Stechheber besteht einfach aus einer Röhre, die in der Mitte erweitert und an beiden Enden offen ist. Taucht man die Röhre, wenn beide Oeffnungen frei sind, ganz in eine Flüssigkeit, so wird sie sich mit derselben anfüllen. Verschließt man hierauf die vollgefüllte Röhre am oberen Ende mit dem Daumen und zieht dann die Röhre aus der Flüssigkeit heraus, so wird der Druck der Atmosphäre die eingeschlossene Flüssigkeit tragen. Diese wird ausfließen, wenn man den Daumen hinweg zieht, weil dann der am obern Ende abwärts wirkende Luftdruck den am untern Ende aufwärts gerichteten aufhebt. — Kann man den Heber nicht tief genug eintauchen, so saugt man an einem Ende desselben, während das andere in der Flüssigkeit steht. Beim Saugen erweitert sich die Brusthöhle, wodurch der in dem Heber enthaltenen Luft ein größerer Raum geöffnet wird. Sie dehnt sich aus und verliert einen Theil von ihrer Expansivkraft, mit der sie auf die Flüssigkeit abwärts drückt; der äußere Luftdruck, welcher die Flüssigkeit in dem Heber in die Höhe drängt, verliert so das Uebergewicht, in dessen Folge die Flüssigkeit zum Steigen kommt.

Der intermittirende Brunnen besteht aus einem Gefäße, in w
ches ein oben und unten offenes Rohr luftdicht eingesetzt ist. Di
Rohr reicht bis nahe an die obere Wand des Gefäßes und dient zu
als Stütze desselben, indem es senkrecht über einem schalenförm
Behälter befestigt ist, dergestalt daß sein unteres Ende nahe über e
kleinen Oeffnung des Behälters sich befindet. An dem unteren Th
des oberen Gefäßes sind mehrere gebogene Ansatzröhren eingefügt, w
in feine Ausflußöffnungen endigen. Füllt man nun das Gefäß d
dessen obere Oeffnung, welche mit einem Stöpsel gut verschlossen w
den kann, zu drei Viertel mit Wasser, so fließt solches anfänglich d
die Ansatzröhren heraus, weil an den Ausflußöffnungen der Druck
außen gleich dem der Atmosphäre und der Druck von innen aber
der Atmosphäre vermehrt um den einer Wassersäule gleichgeltend
Das Wasser fällt in die Schale, sammelt sich hier an, indem d
deren Abflußöffnung weniger davon abfließt als durch die Ausflu
nungen davon zufließt, und versperrt endlich die untere Oeffnung
Rohres, so daß keine äußere Luft mehr in das obere Gefäß eindri
kann. Noch eine kurze Zeit fährt das Wasser fort, durch die An
röhren auszufließen, wobei die Luft in dem Gefäße mehr und m
verdünnt wird. Dieses Ausfließen hört aber gänzlich auf, sobald
Druck der Luft in dem Gefäße vermehrt um den der Wassersäule
Drucke der Atmosphäre gleich geworden ist. Unterdessen läuft
Wasser durch die Abflußöffnung der Schale ab, so daß die untere L
nung des Rohres wieder frei wird; alsdann kann wieder äußere
in das Gefäß eindringen, wodurch von Neuem der innere Druck
stärkt wird, was ein Ausfließen durch die Ansatzröhren wieder zur F
hat. Dieser Wechsel von Ausfließen und Nichtausfließen dauer
lange fort, als noch Wasser in dem oberen Gefäße vorhanden ist.

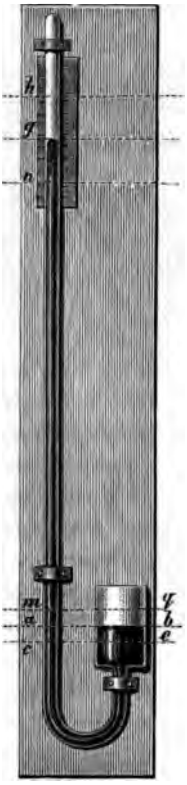
Der magische Trichter besteht aus zwei in einander steckt
Trichtern, zwischen denen ein Zwischenraum ist und die oben vere
sind. Der äußere hat am Handgriffe eine Oeffnung, um sie unbe
mit einem Finger verschließen zu können. Hält man nun unten
Oeffnung des Trichters zu und gießt in denselben Wasser hinein
füllen sich beide Trichter. Verschließt man hierauf die Oeffnung
Handgriffe und öffnet die untere Mündung, so fließt das Wasser
dem inneren Trichter heraus; allein das im Zwischenraum entha
bleibt zurück, weil die Luft von unten dagegen drückt und oben
Gegendruck stattfindet. Das Wasser fließt aber aus dem Zwis
rauume ebenfalls heraus, wenn man die Oeffnung am Handgriffe
legt. — Die magische Gießkanne ist ein Stechheber, der unte
ein weites Gefäß mit vielen feinen Löchern im Boden aus

das Wasser läuft nicht aus, so lange man die obere Mündung des engen Halses mit dem Daumen verschlossen hält.

2. Vom Barometer.

Versieht man die Toricelli'sche Röhre mit einer Skale zur Messung der verticalen Höhe der durch den Luftdruck getragenen Queckſilberſäule, so hat man das unter dem Namen Barometer bekannte Instrument. Die erste Bedingung, welche das Barometer erfüllen muß, ist daß der obere Theil der Röhre völlig frei von Luft und Wasserdämpfen sei; denn wären sie daselbst, wenn auch in geringer Menge vorhanden, so würden sie vermöge ihrer eigenen Expansivkraft die Queckſilberſäule etwas herabdrücken, wodurch der Barometerstand niedriger erscheinen würde, als wenn die Röhre im Inneren vollständig leer wäre. Man beseitigt diesen Uebelstand durch Auskochen des Queckſilbers in der Röhre, indem durch diese Operation die den Röhrenwänden und dem Queckſilber anhaftende Luft und Feuchtigkeit weggeschafft werden, die später allmählig in den oberen Raum sich verbreitet haben würden. Das Auskochen muß übrigens mit Sorgfalt vorgenommen werden; zu diesem Behufe gießt man in die wohl ausgetrocknete Röhre nur einen Theil des schon gekochten Queckſilbers hinein und erhitzt das Ganze vorsichtig über einem Kohlenfeuer, bis das Queckſilber in Sieden geräth. Hierauf bringt man eine neue Quantität Queckſilber in die Röhre, welche ebenso behandelt wird; dieses Verfahren wiederholt man, bis die Röhre ganz voll ist; zuletzt schüttet man die noch fehlende geringe heiße Queckſilbermenge hinzu, um die Röhre vollständig zu füllen. Diese Operation muß im Freien vorgenommen werden, um die für die Gesundheit nachtheilige Einwirkung der entweichenden Queckſilberdämpfe zu verhüten. Zum Schutze gegen die schädlichen Queckſilberdämpfe die Respirationswerkzeuge mit einem nassen Badeschwamm zu verhüllen ist anzurathen. — Ist das Barometer völlig luftleer, so hört man, wenn man die Röhre vorsichtig neigt und das Queckſilber an die Wölbung der Röhre schlagen läßt, einen hellen kurzen Ton. Derselbe wird auf der Stelle weicher und dumpfer, wenn etwas Luft oder Feuchtigkeit über dem Queckſilber sich befindet. — Zu einem Barometer gehört vor Allem chemisch reines Queckſilber. Um es von Schmutz und Staub zu reinigen, braucht man es nur durch Hirschleder zu pressen, wobei Alles zurückbleibt, was unter seine Substanz gemengt war. — Zur Abscheidung der Metalle, welche mit ihm verbunden sein können, bringt man es mit reiner stark verdünnter Salpetersäure in Berührung und schüttelt es öfters. Hierauf gießt man die Säure wieder ab und und entfernt jede Spur davon durch wiederholtes Waschen mit destillirtem Wasser.

Fig. 131.



Es gibt verschiedene Arten von Baro
Das gewöhnliche Gefäßbarometer (Fig.
besteht aus einer Röhre, welche unten geh
ist, in ein weiteres Gefäß sich endigt un
einem Brette befestigt ist. Um die Höhe der
silbersäule bei g messen zu können, ist an der
des oberen Theils der Röhre eine in Mill
getheilte Skale angebracht, welche ihren Nu
oder Anfangspunkt auf dem Queckſilberspie
der horizontalen Ebene a b bei a hat.
Nullpunkt ändert sich mit jeder Aenderung de
druckes, weßhalb bei Ablesung des verticale
standes des oberen und unteren Queckſilbern
für die Größe des Barometerstandes ein Fehl
springt, wenn die Lage des Anfangspunktes der
gegen die Oberfläche des Queckſilbers im u
Gefäße unberücksichtigt bleibt. — Denn sinkt
beim verstärkten Luftdrucke die Queckſilberobe
in dem Gefäße bis c e, während sie in der
von g bis h steigt; so ist c h der wirkliche
meterstand, während a h der an der Skale
lesene Barometerstand ist. Der letztere ist a
das Stück a c = b e kleiner als der wahre
meterstand. Offenbar verhält sich das Sin
das Stück b e zum Steigen um das Stück
der Röhre umgekehrt wie die Querschnitte

Die Correction ist mithin $ac = gh \cdot \frac{r^2}{R^2}$, wenn r, R die Hall
von Röhre und Gefäß sind. — Ist z. B. der Durchmesser de
fäßes zehnmal größer als jener der Röhre, so macht dies bei d
taländerung von 10 Millimeter nur eine Differenz von $\frac{1}{10}$ Mill
Beim verminderten Luftdrucke erhebt sich das Queckſilber im
z. B. bis q und fällt in der Röhre bis n: der wahre Baromet
m v ist um das Stück a m kleiner als der an der Skale
lesene a n; der hier begangene Fehler ist gleich $\frac{r^2}{R^2} \cdot g n$.

Wenn man dem Gefäße im Vergleiche gegen die Röhre eine
oder weniger beträchtlichen Durchmesser gibt, so sind die durch
rung der Lage des Nullpunktes begangenen Fehler unbedeuten
können deßhalb in den Fällen, in denen es sich um keine groß
nauigkeit handelt, unberücksichtigt bleiben. Dergleichen Fehler sin

nicht mehr zulässig, wenn man möglichst genaue Barometerbeobachtungen haben will, namentlich dann, wenn in Folge der Aenderung des Beobachtungortes größere Aenderungen im Barometerstande vorkommen. — Wenn das Gefäß vollkommen cylindrisch ist, der Durchmesser desselben wie jener der Röhre bekannt ist; so läßt sich die an dem abgelesenen Barometerstande vorzunehmende Correction nach dem oben Gesagten leicht berechnen. — Man kann den in Rede stehenden Fehler auch beseitigen, wenn man das Gefäß mit einem beweglichen Boden versieht, der mittelst einer Schraube jedesmal so gestellt wird, daß die Quecksilberoberfläche genau der Barometerskale entspricht. — Will man ein solches Barometer transportiren, so dreht man die Bodenschraube soweit einwärts, bis das Rohr und das Gefäß vollständig mit Quecksilber gefüllt sind.

Das Heberbarometer (Fig. 132) besteht aus einem gekrümmten Rohre mit zwei ungleich langen Schenkeln. Der längere Schenkel ist an seinem Ende geschlossen, der kürzere ist offen und vertritt die Stelle des Gefäßes. Das Rohr ist auf einem Brette befestigt und der Abstand des Quecksilberniveaus im längeren Schenkel von dem im kurzen Schenkel gibt den Barometerstand. Die Größe desselben bestimmt man durch zwei Skalen, von denen die eine neben dem unteren, die andere neben dem oberen Quecksilberspiegel angebracht ist und welche ihren gemeinsamen Nullpunkt O ohngefähr in der Mitte des längeren Schenkels haben. Die Addition der Abstände der beiden Quecksilberoberflächen A und B von dem Nullpunkte O gibt die Barometerhöhe. — Um dieses Barometer bequem transportiren zu können, versieht man es an seinem kurzen Schenkel mit einem eisernen Hahn, durch welchen sich das beim Umkehren in den langen Schenkel zurückgetretene Quecksilber abschließen läßt; das in dem kürzeren Schenkel zurückbleibende Quecksilber wird durch einen gut passenden Stöpsel abgeschlossen.

Fig. 132.

Aeußerst bequem für den Transport ist das von Gay-Lussac construirte Heberbarometer. Bei demselben ist auch der kürzere Schenkel am Ende zugeschmolzen, und nur eine kleine seitliche Oeffnung gestattet der Luft den Eintritt, aber nicht dem Quecksilber den Austritt. Ueberdies sind hier die beiden Schenkel durch eine angeschlossene Capillarröhre verbunden, so daß beim Umkehren des Instrumentes der längere Schenkel ganz

mit Queckſilber gefüllt wird und die Luft nicht dahin gelangen k während ein kleiner Reſt von Queckſilber in dem kürzeren Sch herabfällt. — Um mit noch größerer Sicherheit das Eindringen k Luftblaſen zu verhüten, läßt man das capillare Verbindungsſtü einer beſonderen Röhre ſich erweitern, in welche das offene Haarröhrchen etwas hinreicht. Sollten nun beim Umkehren des rometers kleine Luftbläschen durch das capillare Verbindungsrohr dringen, ſo können ſie nicht durch die feine Spitze in das Bar terrohr treten, ſondern ſie bleiben in dem Raum zwiſchen dem K röhrchen und dem Verbindungsſtücke, aus welchem ſie durch Neigen Röhre ſich leicht wieder wegſchaffen laſſen.

Bei einer genauen Beſtimmung des Barometerſtandes ſind verſchiedene Umſtände gehörig in Betracht zu ziehen. Erſtens muß Sorge tragen, daß das Barometer eine verticale Stellung habe das Auge beim Ableſen des Barometerſtandes in die Höhe der zu bachtenden Queckſilberkuppe zu liegen komme. Der ebene Rand um die Röhre gelegten verſchiebbaren Cylinders, wie auch zwei h einander geſpannte Fäden leiſten dabei gute Dienſte; mit einer ſo Viſirvorrichtung iſt zugleich der Nonius verbunden. — Zweitens i Capillardepreſſion des Queckſilbers in der Röhre in Anſchlag zu gen. Bei ſtationären Gefäßbarometern kann man dem Gefäße ſolche Weite geben, daß die Capillarität auch in der Röhre verſch dend klein iſt. Dergleichen mit der größten Sorgfalt conſtruirte B meter nennt man Normalbarometer. — Bei gewöhnlichen Gefäßb metern bewirkt die Capillarität eine Verminderung der Barometer deren Größe man jedesmal zu dem beobachteten Barometerſtande zuzufügen hat. — An einem Heberbarometer mit gleichweiten Sche fällt der Einfluß der Capillarität weg, da ſie an beiden Oberfl gleich und entgegengeſetzt iſt. Drittens muß auf die Temperatur Queckſilbers Rückſicht genommen werden. Das Queckſilber wird lich wie alle übrigen Körper durch die Wärme ausgedehnt und beträgt dieſe Ausdehnung der Länge nach, wie wir ſpäter zeigen we für einen Centeſimalgrad $\frac{1}{5550}$ von der anfänglichen Länge be Hat man mithin bei einer Temperatur von t^0 einen Barometerſt beobachtet, ſo würde derſelbe bei 0^0 erſetzt durch

$$b_0 = \frac{b}{1 + \frac{t}{5550}} = b\left(1 - \frac{1}{5550}t\right),$$

wenn die höheren Potenzen von $\frac{t}{5550}$ vernächläſſigt werden; wa

schehen kann, weil t in der Regel nur wenige Grade beträgt. — Um die jedesmalige Temperatur des Queckſilbers zu erfahren, iſt gewöhnlich am Barometer noch ein Thermometer angebracht. — Endlich iſt auch die Veränderlichkeit der Länge der Skale bei dem Temperaturwechſel zu berückſichtigen. Die Theile werden durch die Wärme größer; weßhalb die bei der Temperatur t^0 abgeleſenen b Theile auf 0^0 reducirt betragen: $b(1 + \alpha t)$, wo α das Verhältniß der Längenausdehnung bei 0^0 darſtellt. Für Glas iſt $\alpha = \frac{1}{114700}$ und für Meſſing $\alpha = \frac{1}{53500}$.

Auf keine Genauigkeit kann Anſpruch machen Hook's Radbarometer. Daſſelbe iſt auf ſeiner Vorderſeite mit einem Zifferblatt verſehen, an deſſen Achſe eine Rolle befeſtigt iſt, über welche ein Faden geht. Dieſer trägt auf der einen Seite ein Gewicht, welches auf der andern Seite von einem auf dem Queckſilber des kurzen Schenkels eines Barometers befindlichen Schwimmer im Gleichgewicht gehalten wird. Bei zunehmendem Drucke der Atmoſphäre fällt das Niveau des Queckſilbers in dem kürzeren Schenkel, wodurch der Schwimmer zum Sinken und das Gegengewicht zum Steigen kommt, mithin Rolle und Zeiger nach einer Seite hingedreht werden. Die entgegengeſetzte Drehung findet ſtatt, wenn der Luftdruck abnimmt, indem dann das ſteigende Queckſilber den Schwimmer hebt und das herabſinkende Gegengewicht den Zeiger nun nach der entgegengeſetzten Richtung hin bewegt. — Das Metallbarometer beſteht aus einer aus biegſamem Metall gefertigten, wenig platt gedrückten Röhre, welche luftleer gemacht und in ihrer Mitte befeſtigt iſt, während die beiden Enden ſich frei bewegen können. Bei zunehmendem Atmoſphärendrucke krümmt ſich die Röhre ſtärker, wodurch die Enden einander näher rücken; dagegen ſtrebt die Röhre bei Abnahme des äußeren Druckes gerade zu werden, wobei denn die Enden ſich von einander entfernen. Die Bewegung der Enden theilt ſich einem Zeiger mit, welcher den entſprechenden Barometerſtand auf einer Skale anzeigt. Die Uebertragung der Bewegung von der Röhre auf den Zeiger geſchieht durch zwei Drähte, welche die Enden der Röhre mit denen eines kleinen Hebels verbinden, der an der Achſe des Zeigers befeſtigt iſt. Bei Abnahme des Luftdruckes wird der Zeiger nach einer Seite hin bewegt, dagegen er bei Zunahme des Druckes durch eine Spiralfeder in der entgegengeſetzten Richtung zurückgeführt wird. — Nach einem ähnlichen Principe iſt das Aneroidbarometer conſtruirt. Daſſelbe beſteht aus einem flachen geſchloſſenen Metallgefäß mit dünnem elaſtiſchem Deckel. Der innere Raum enthält verdünnte Luft, weßhalb die elaſtiſchen Flächen ſich unter dem Luftdrucke um eine Größe einwärts biegen,

welche demselben nahe proportional ist. Diese Bewegung wird d einen Zeiger übertragen, welcher den Luftdruck angibt.

3. Schwankungen des Barometers.

Der Barometerstand ist fortwährend den Veränderungen o Schwankungen unterworfen, welche nach der Zeit und dem Orte Beobachtung verschieden sind. Man unterscheidet zwei Arten derselb nämlich *regelmäßige Schwankungen* und *unregelmäßi Schwankungen*. Die regelmäßigen Schwankungen sind solche, we sich in der Periode von einem Tage oder von einem Jahre wiederhol dagegen die unregelmäßigen Schwankungen zufällig eintreten und v gesetzmäßigen Gange abweichen. — Um unter den fortwährenden V änderungen des Barometers das Gesetz der regelmäßigen Schwank gen zu erkennen, muß man die Mittelzahl einer großen Reihe von so fältig angestellten Barometerbeobachtungen aufsuchen. *Der mittl Barometerstand eines Tages* ist das Mittel der stündlichen Barometerbeobachtungen des Tages. — Bestimmt man für alle T eines Monates diese täglichen Mittel und nimmt aus ihnen wieder das Mittel, so erhält man den *mittleren Barometerstand Monats*. — Das Mittel aus den Barometrischen Monatsmitteln fert den *mittleren Barometerstand des Jahres*.

Wir gehen jetzt zu den regelmäßigen Schwankungen des Baro terstandes über, von denen die täglichen zuerst zur Sprache kom sollen. — Die täglichen Schwankungen des Barometers zeigen all halben zwei Maxima und zwei Minima an dem nämlichen Tage. 4 Uhr Morgens erreicht das Barometer ein Minimum, von da steigt es und gelangt gegen 10 Uhr Vormittags zu einem Maxim worauf es zu einem zweiten Minimum gegen 4 Uhr Nachmittags ü geht; alsdann von diesem Minimum zum zweiten Maximum um Uhr Abends wiederum steigt. — Der Umfang der täglichen Baro terschwankung ist in der tropischen Zone am größten und nimmt der Entfernung vom Aequator beständig ab; er beträgt hier 2,4 M meter, in Petersburg dagegen nur 0,2 Millimeter. Die Stunden denen die tägliche Aenderung ein Maximum oder Minimum erre oder die sogenannten *Wendestunden* bleiben nicht für alle Jah zeiten dieselben, sondern rücken im Winter dem Mittage näher. S hat die Jahreszeit einen Einfluß auf die Größe der täglichen Bar terschwankungen; denn im Winter erscheint sie kleiner als im Som Die Erhebung eines Ortes über dem Meeresspiegel übt ebenfalls e Einfluß auf die Größe der täglichen Schwankung aus, indem sie der Höhe des Ortes abnimmt.

Was den mittleren Barometerstand für die verschiedenen Monate des Jahres anlangt, so haben mehrjährige an Orten von verschiedenen klimatischen Verhältnissen mit Sorgfalt angestellte Beobachtungen zu folgenden Resultaten geführt. Der Barometerstand ist im Winter am größten und erreicht sein Maximum im Monate Februar; hierauf nimmt er ab und erreicht im April sein Minimum; alsdann erfolgt ein Steigen bis October, wobei ein zweites Maximum eintritt; hierauf zeigt sich wieder ein kleines Minimum, nach dessen Eintritt er wieder bis zum Februar steigt. — Die Größe der jährlichen Aenderung nimmt mit der Entfernung vom Aequator ab; sie beträgt in Calcutta 17 Millimeter, in Petersburg 4 Millimeter. — In den Tropenländern ist der Gang des mittleren Barometerstandes viel regelmäßiger als jener in höheren Breiten; wie dies auch bei den stündlichen Schwankungen der Fall ist, deren Regelmäßigkeit nach Humboldt unter den Tropen so groß erscheint, daß man die Tageszeit nach der Höhe der Quecksilbersäule bestimmen kann: sie wird hier weder durch Sturm noch durch Regen unterbrochen. — Der mittlere Barometerstand des Monats August ist nahe zu gleich dem mittleren Barometerstande des Jahres.

Der mittlere Barometerstand ist nicht, wie man früher glaubte, allenthalben am Meeresspiegel gleich. Derselbe steigt nämlich vom Aequator nach dem Nordpole hin erst wenig, dann rascher vom 10. Grade der geographischen Breite, erreicht zwischen dem 30. und 40. Grade den größten Werth, worauf er wieder abnimmt und bis nahe zum 65. Grade am kleinsten wird. — Auch in derselben Breite ist der mittlere Barometerstand nicht an allen Meeresspiegeln einerlei; so z. B, ist er größer im atlantischen als im großen Ocean. — Der mittlere Barometerstand eines Ortes scheint, wofern er durch eine hinlängliche Anzahl von Beobachtungen und auf richtige Weise bestimmt ist, sich nicht zu ändern.

Die Ursache der Veränderungen des Luftdruckes ist der stete Wechsel der Temperatur auf der Erde. Wird nämlich die Luft an irgend einer Stelle erwärmt, so wird sie sich hier erheben und ausdehnen und aus den oberen Regionen in die benachbarten Theile der Atmosphäre überfließen. In Folge dieses Abfließen eines Theils der Luft über der erwärmten Gegend wird eine Verminderung des Luftdruckes und damit ein Sinken des Barometers herbeigeführt, während in den daneben liegenden kälteren Theilen der Atmosphäre durch die herbeigeströmte Luft der atmosphärische Druck vermehrt und somit das Barometer zum Steigen gebracht wird. — Wenn die Luft an der früher ins Auge gefaßten Stelle nicht erwärmt, sondern abgekühlt worden wäre, so würde sich die Luft daselbst zusammengezogen haben, was ein Zuströmen der Luft

aus den benachbarten oberen Theilen der Atmosphäre veranlaßt l
Durch diese neu hinzugekommene Luft wäre der Luftdruck verstärkt
den, also ein Steigen des Barometers eingetreten, während es i
wärmeren Nachbarschaft hätte fallen müssen. Die regelmäßigen S
meterschwankungen rühren hiernach von den aufsteigenden und ni
steigenden Bewegungen her, welche die Sonne durch ihre erwärm
Wirkung in den unteren Regionen der Atmosphäre erzeugt. Das
rometer ist also gewissermaßen ein Differentialthermometer, insofe
steigt oder fällt, wenn ein Temperaturunterschied in benachbarten
genden der Atmosphäre sich zeigt, in der Weise, daß es an den
tiv wärmeren Orten fällt, in den relativ kälteren aber steigt. —
der wechselnde Zustand der Wärme in der That als die Ursach
Barometerschwankungen anzusehen ist, erhellet schon daraus, daß
den Tropen, wo die Temperatur sich wenig ändert, auch am geri
sind; wie ferner daraus, daß in höheren Breiten im Sommer, wo
ßere Temperaturunterschiede vorkommen, die tägliche Variation g
erscheint als im Winter.

Einen größeren Umfang als die regelmäßigen Schwankungen l
die unregelmäßigen Schwankungen des Barometers, welche name
in der gemäßigten und kalten Zone von Bedeutung sind. Der U
schied zwischen dem höchsten und tiefsten Tagesmittel in einem M
gibt die monatliche Schwankung, der Mittelwerth der zwölf monat
Schwankungen die mittlere monatliche Schwankung. — Die monat
Schwankungen sind im Sommer kleiner als im Winter; was woh
her kommen mag, daß die südlichen und südwestlichen Winde des S
mers warme leichte Luft, die nördlichen und nordöstlichen Wind
Winters aber kalte schwere Luft bringen. — Die mittlere mon
Schwankung wird desto größer, je weiter man sich vom Aequator
fernt; sie beträgt in Calcutta 8,28 Millimeter und in Petersburg
Millimeter. — Selbst an Orten von derselben Breite sind die
leren monatlichen Schwankungen ungleich: so liegen z. B. Hava
und Calcutta nahe in gleicher Breite und doch ist die mittlere m
liche Schwankung am letzteren Ort bedeutender als die am ersten
Linien auf der Erdoberfläche, welche die Orte mit einander verbi
für welche die mittlere monatliche Schwankung dieselbe ist, h
isobarometrische Linien: diese Linien fallen also keineswegs
den Parallelkreisen zusammen.

Bald nach Erfindung des Barometers erkannte man, daß
Eintreten eines regnerischen Wetters es gewöhnlich zu fallen pfleg
bevorstehendem schönem Wetter dagegen zu steigen beginne; we

das Barometer den Namen Wetterglas erhielt. Doch darf man von dem Barometer in Betreff der Anzeige der Witterung keine zu hohe Erwartungen hegen; denn der Stand desselben ist eigentlich eine zusammengesetzte Wirkung von dem Drucke der Luft und dem Drucke des in derselben enthaltenen Wasserdampfes. Mindert sich nun aus irgend welcher Ursache die Expansivkraft des atmosphärischen Dunstes und erfolgt damit eine Annäherung desselben an den tropfbaren Zustand, so wird ein Sinken des Barometers eintreten. Ein solches Sinken kann daher als Vorbote einer nassen Witterung gelten, wobei der Dunst doch nicht immer bis zum Tropfbarwerden oder bis zur Bildung des Regens verdichtet wird. — Ohnstreitig tragen viel zur Veränderung der Spannkraft der atmosphärischen Dünste die Luftströmungen bei, welche warme oder kalte, trockene oder feuchte Luftschichten herbeiführen. Wenn man daher aus Barometerbeobachtungen auf eintretendes schönes oder schlechtes Wetter schließen will, so wird man dabei zugleich auf die Stärke und die Richtung der bevorstehenden Winde Rücksicht nehmen müssen. In Europa bringen die Südwestwinde, bei denen das Barometer fällt, Regen; in Amerika dagegen führen die Südostwinde, bei denen das Barometer steigt, regnerisches Wetter herbei.

4. Barometrische Höhenmessung.

Wäre die Luft in allen Höhen von gleicher Dichtigkeit, so ließe sich leicht berechnen auf welcher Höhe über dem Niveau des Meeres man sich befindet, wenn man die Größe kennt, um welche die Quecksilbersäule des Barometers gesunken ist. Denn das Quecksilber ist 10466 mal schwerer als die atmosphärische Luft, mithin hält eine Quecksilbersäule von 1 Millimeter Höhe einer Luftsäule von 10466 Millimeter das Gleichgewicht. Daraus folgt, daß man 10,466 Meter über das Niveau des Meeres sich erheben muß, wenn das Barometer um 1 Millimeter sinken soll. — Hiernach würde die Totalhöhe der Atmosphäre $760 \times 10{,}466$ Meter, oder etwa 7980 Meter betragen, da der mittlere Barometerstand am Meeresspiegel ohngefähr 760 Millimeter beträgt. Diese Höhe liegt jedoch weit unter der wirklichen. Denn sie wird übertroffen von der Höhe des Berges Chimborasso in Amerika, welche sich bei weitem noch nicht bis zur Grenze der Atmosphäre erstreckt, da man Wolken und selbst Vögel über dem Gipfel des Berges schweben sieht. Der Fehler der Berechnung rührt daher, daß die Zusammendrückbarkeit der Luft unberücksichtigt geblieben ist. Dieser Umstand ist die Ursache, daß die Dichtigkeit nicht in allen Luftschichten dieselbe ist, die Dichtigkeit der unteren Schichten vielmehr bei weitem jene der oberen übertrifft. Man muß deßhalb in größeren Höhen sich

um einen bedeutenderen Niveauunterschied als 10,466 Meter erfo
wenn die Quecksilbersäule des Barometers um 1 Millimeter sinken
Ziehen wir nun in Betracht, daß höhere Stellen einer verticalen L
säule nicht bloß eine geringere Expansivkraft als tiefer liegende,
dern auch eine in dem nämlichen Verhältnisse geringere Dichtigkeit
sitzen, so finden wir bald, daß die Barometerstände in einer geom
schen Progression abnehmen, wenn die zugehörigen Abstände der
vom Erdmittelpunkte in arithmetischer Progression wachsen. Um di
Gesetz nachzuweisen, stellen wir folgende Betrachtungen an.
denken uns die Luftsäule von der Höhe C, zwischen zwei vom
mittelpunkte in verschiedenen Entfernungen befindlichen Orten i
horizontale Schichten getheilt, deren jede eine so geringe Höhe
daß die Dichtigkeit der Luft in derselben als gleichförmig angen
men werden kann. Es ist alsdann $x = nh$. — Es seien die
fernungen dieser Schichten vom Erdmittelpunkte, wie sie von u
nach oben auf einander folgen, $x_1\ x_2\ x_3\ x_4 \ldots$; ferner $b_1\ b_2\ b_3\ b_4$
die ihnen entsprechenden Barometerstände; so übt eine cylindrische
säule von der Dicke $x_2 - x_1$ denselben Druck aus wie eine Que
bersäule von der nämlichen Basis und der Höhe $b_1 - b_2$. Stellt
hin s das specifische Gewicht der Luft in jener Schichte und δ das
Quecksilbers dar, so ist $\frac{b_1 - b_2}{x_1 - x_2} = \frac{b_1 - b_2}{h} = \frac{s}{\delta}$. Die Dichtigkeit
ins Auge gefaßten Luftschichte ist aber proportional dem Druck
welcher auf ihr lastet, man kann daher setzen $\frac{s}{\delta} = b_1 c$, wo c ei
bestimmende Constante bezeichnet. Es ist also $\frac{b_1 - b_2}{h} = c\,b_1$; wo
$b_2 = b_1 (1 - c\,h)$. Indem wir auf diese Weise zu den darauf fo
den höheren Schichten übergehen, ergeben sich nachstehende Relatio

$x_2 - x_1 = h$	$b_2 = b_1 (1 - c\,h)$
$x_3 - x_1 = 2\,h$	$b_3 = b_2 (1 - c\,h) = b_1 (1 - c\,h)^2$
$x_4 - x_1 = 3\,h$	$b_4 = b_3 (1 - c\,h) = b_1 (1 - c\,h)^3$
. . . . .	. . . . .
$x_{n+1} - x_1 = n\,h$	$b_{n+1} = b_n (1 - c\,h) = b_1 (1 - c\,h)^n$

welche die Behauptung des oben ausgesprochenen Lehrsatzes enthal

Aus den beiden letzteren Gleichungen oder ihren gleichgelt

$$x_{n+1} - x_1 = n\,h \text{ und } \log \frac{b_{n+1}}{b_1} = n \log (1 - c\,h)$$

entspringt durch Elimination von n folgende:

$$x_{n+1} - x_1 = \frac{h}{\log (1 - c\,h)} \cdot \log \frac{b_{n+1}}{b_1}$$

oder, wenn der Kürze wegen b statt b_{n+1} und B statt b_1 gesetzt
die Gleichung:

$$x = -\frac{h}{\log(1 - c\,h)} \cdot \log\frac{B}{b},$$

aus welcher der Werth von x um so genauer gefunden wird, je kleiner man h annimmt. Es ist aber nach einer bekannten Formel aus der algebraischen Analysis:

$$\log(1 - c\,h) = -\log\varepsilon\left(c\,h + \frac{c^2h^2}{2} + \frac{c^3h^3}{3} + \ldots\right),$$

in welcher $\varepsilon = 2{,}718281828459\ldots$ ist, mithin $\log\varepsilon = 0{,}434294481903\ldots$ für das gewöhnliche oder Brigg'sche System. Es ist also

$$-\frac{h}{\log(1 - c\,h)} = \frac{1}{\log\varepsilon} \cdot \frac{1}{c + \frac{c^2h}{2} + \frac{c^3h^2}{3} + \ldots},$$

woraus für $h = x$ entspringt:

$$\lim \frac{h}{\log(1 - c\,h)} = \frac{1}{\log\varepsilon} \cdot \frac{1}{c}.$$

Mittelst dieses Werthes ergibt sich nachstehende Formel:

$$x = \frac{1}{\log\varepsilon} \cdot \frac{1}{c} \cdot \log\frac{B}{b}.$$

Um den Werth der Constante c zu finden, kehren wir zu der Gleichung $\frac{s}{\delta} = b, c$ oder zu der ihr gleichgeltenden $\frac{1}{c} = \frac{\delta}{s} . b,$ zurück. In derselben ist $\delta = 13{,}59$ und bei der Temperatur von 0° und bei einem Drucke von 0,76 Meter $s = 0{,}001292673$, wie wir bald sehen werden; d. h. es ist $\frac{1}{c} = \frac{13{,}59 \,.\, 0{,}76^m}{0{,}001292673}$. Nach Einführung dieses Werthes und des Werthes von $\frac{1}{\log\varepsilon}$ in den Ausdruck von x verwandelt sich derselbe in folgenden: $x = 18398^m\,(\log B - \log b)$. Diese Formel drückt also die Höhe eines Ortes über dem andern in Metern aus. Der Höhenunterschied zweier Orte wird demnach in Metermaß angegeben, wenn man die Differenz der Logarithmen der an den zwei Stationen beobachteten Barometerständen mit dem constanten Factor 18398 multiplicirt.

Die für x gefundene Formel bedarf mehrerer Correctionen. In derselben wird nämlich vorausgesetzt, daß die ganze Luftsäule die Temperatur 0° C habe. Besitzt aber die Luft eine höhere Temperatur, so wird sie leichter; man muß in solchem Falle dann höher steigen, um denselben Unterschied der Barometerstände bei 0° C zu erhalten. Dazu kommt noch, daß die Temperatur der Luft nach oben hin abnimmt; da man jedoch das Gesetz nicht kennt, nach welchem die Lufttemperatur mit der Höhe sich ändert, so begnügt man sich für die Temperatur der ganzen Luftsäule den Mittelwerth aus den Temperaturen T und t der unteren und der oberen Station zu nehmen. Der Ausdehnungscoefficient der Luft für einen Thermometergrad der hunderttheiligen Skale

beträgt 0,00366: Hiernach iſt der obige Ausdruck von x noch mit dem Factor $\left(1+0{,}000366.\frac{T+t}{2}\right)$ zu multipliciren.

Die Barometerſtände B und b ſind ferner auf 0^0 zu reduciren, d. h. $B\left(1-\frac{1}{5550}T'\right)$ ſtatt B und $b\left(1-\frac{1}{5550}t'\right)$ ſtatt b zu ſetzen, wo T' und t' die Queckſilbertemperaturen unten und oben ſind.

Weiter iſt zu berückſichtigen, daß die Schwere mit der geographiſchen Breite φ wächſt und mit der Höhe abnimmt. Darnach wäre für das Gewicht 0,001292673 Gr. der Luft bei 0^0 C zu ſetzen:

$$0{,}001292673\,(1-0{,}002837\cos 2\varphi)\,(1-0{,}000000314\,x).$$

Endlich hat man auf den Feuchtigkeitszuſtand der Luft Rückſicht zu nehmen, was dadurch geſchieht, daß man den Ausdehnungscoefficienten der feuchten Luft etwas größer annimmt, als er für völlig trockene Luft erhalten wurde, und ſetzt $\frac{4}{1000}$ ſtatt $\frac{3{,}66}{1000}$. — Im Uebrigen vermindert man die wegen dieſer verſchiedenen Urſachen zu befürchtenden Fehler mit größerer Sicherheit und verleiht der barometriſchen Höhenmeſſungsformel einen befriedigenden Grad von Genauigkeit, wenn man den Zahlencoefficienten 18398 Meter nach den Ergebniſſen der Erfahrung abändert. Man ſetzt nämlich den auf geodätiſchem Wege beſtimmten Höhenunterſchied x, die beobachteten reducirten Barometerſtände B und b, ferner das arithmetiſche Mittel der an den zwei Stationen wahrgenommenen Temperaturen in die barometriſche Formel und berechnet daraus den fraglichen Zahlencoefficienten. Auf dieſe Weiſe hat man dieſen Coefficienten gleich 18393 Meter gefunden, ſo daß die Formel folgende Geſtalt erhält:

$$x = 18393^m\,(1+0{,}0028327\cos 2\varphi)\left(1+\frac{2(T+t)}{1000}\right)\log\frac{B}{b},$$

wo B und b die auf 0^0 C reducirten Barometerſtände an beiden Stationen ſind.

II. Die Geſetze der Expanſivkraft.

1. Heronsball. — Heronsbrunnen. — Oellampe. — Carteſianiſcher Taucher.

Von den einfachen Anordnungen, welche auf der Ausdehnſamkeit der Luft beruhen, wollen wir folgender vier mit wenigen Worten Erwähnung thun. — Der Heronsball nach Heron von Alexandrien ſo genannt iſt ein Gefäß, durch deſſen Hals luftdicht eine faſt bis an den Boden reichende Röhre eingeſetzt iſt, welche oben in eine Spitze mit feiner Oeffnung endigt. Wird dieſes Gefäß zum Theil mit Waſſer gefüllt und die Expanſivkraft der inneren Luft im Vergleich zu jener

der äußern verſtärkt, z. B. dadurch, daß man die Röhre in den Mund bringt und Luft hineinbläſt; ſo wird die Flüſſigkeit aus der feinen Oeffnung in der Geſtalt eines aufſteigenden Strahles herausſpritzen. — Die Spritzflaſche, welche man bei chemiſchen Analyſen zu Auswaſchungen braucht, iſt ein ſolcher Heronsball in kleinem Format. — Will man einen Heronsball im größeren Maßſtabe ausführen, ſo verfertigt man ihn ganz aus Metall und befeſtigt im Halſe einen Hahn, auf welchen die Ausflußſpitze oder die Compreſſionspumpe, mit deren Hülfe die innere Luft verdichtet wird, aufgeſchraubt werden kann.

Der Heronsbrunnen, ebenfalls von Heron angegeben, iſt ein Heronsball, in welchem die Luft durch Zuſtrömung der aus einem damit verbundenen Behälter verdrängten Luft comprimirt wird. Der Heronsball iſt nämlich mit einem andern luftdichten Gefäße durch zwei Röhren verbunden, von denen die eine am oberen Boden des Heronsballes ſowohl wie des Gefäßes ſich endigt, während die andere durch den ganzen Heronsball luftdicht hindurchgeht mit dem einen Ende bis an den unteren Boden des Gefäßes reicht und mit dem andern Ende außerhalb in einen über dem Heronsball befindlichen tellerartigen Aufſatz mündet. — Iſt nun der Heronsball zum Theil mit Waſſer gefüllt und ſolches auch in dem tellerartigen Aufſatze enthalten, ſo fließt letzteres durch die längere Röhre in das untere Gefäß, vertreibt daraus die Luft, welche ihrerſeits durch die kürzere Röhre in den Heronsball ſteigt und daſelbſt das Waſſer zum Springen bringt mit einer dem Niveauunterſchiede des Waſſers in beiden Gefäßen entſprechenden Stärke. Wäre das Ausflußrohr des Heronsballes nach oben verlängert, ſo würde das Waſſer ſich bis zu einer Höhe erheben, welche jener der drückenden Säule gleich käme. Das Spiel des Apparates dauert ſo lange als noch im Heronsballe Waſſer und im Gefäße Luft vorhanden iſt.

Man hat das Princip der Heronsbrunnen gewiſſermaßen bei der Conſtruction von Oellampen angewandt, um darin dem Dochte ſtets gleichmäßig Oel zuzuführen. Eine ſolche Lampe beſteht aus einem Oelbehälter, bei dem die Oeffnung, durch welche die Füllung geſchieht, mit einem Ventil, an welchem ein längeres Stäbchen befeſtigt iſt, verſchloſſen wird. Füllt man den Behälter zum Theil mit Oel und ſetzt ihn umgekehrt in ein zweites etwas weiteres Gefäß, ſo hebt ſich das Ventil in Folge der Länge des Stäbchens, wobei das Oel in eine gebogene Röhre fließt und nach dem Geſetze der communicirenden Röhren in dem Dochtbehälter in die Höhe ſteigt. Zugleich erhebt ſich etwas Oel in den zwiſchen dem Oelbehälter und dem weiteren Gefäße befindlichen Raum, bis die Expanſivkraft der Luft in dem Oelbehälter und der hydroſtatiſche Druck des hier vorhandenen Oels dem auf das Niveau

bei der Oeffnung des Oelbehälters-wirksamen Atmosphärendruck das Gleichgewicht hält. Der Dochtbehälter ist der Art construirt, daß das obere Ende des Dochtes, in welchem das Oel durch Haarröhrchenwirkung aufsteigt, nur etwa 3—4 Millimeter über dem durch die Oeffnung gehenden Niveau liegt. Ist ein Theil des Oels verbrannt, so fällt das Niveau bei der Oeffnung; zugleich gelangt eine Luftblase in den Oelbehälter, vermehrt die Spannkraft der daselbst vorhandenen Luft, wodurch das Oel zum Sinken und das Niveau wieder zum Steigen gebracht wird. Auf diese Weise wird das Niveau des Oels im Dochtbehälter stets auf der nämlichen Höhe erhalten und somit der Oelzufluß nicht geändert, bis alles Oel aus dem Oelbehälter ausgeflossen ist.

Der Cartesianische Taucher ist eine kleine hohle Figur von Glas, welche seitwärts eine Oeffnung hat und so weit mit Wasser gefüllt ist, daß sie beinahe ebenso viel wiegt als eine Menge Wasser von demselben Rauminhalte. Setzt man nun die Figur in ein längliches mit Wasser gefülltes Glas, das oben mit einer Blase überbunden ist; so wird sie in aufrechter Stellung schwimmen. Drückt man aber auf die Blase, so pflanzt sich der Druck auf das Wasser fort, wovon etwas durch die Seitenöffnung in die Figur eindringt und die darin befindliche Luft um Weniges zusammendrückt. Durch das eingedrungene Wasser wird die Figur schwerer, weßhalb sie untersinkt. Läßt der Druck nach, so dehnt sich die Luft in der Figur wieder aus und treibt das eingetretene Wasser heraus, daher die Figur empor steigt. Beim schnellen Austreten des Wassers geräth die Figur in eine rotirende Bewegung, in ähnlicher Weise wie dies bei dem Segner'schen Wasserrade der Fall ist.

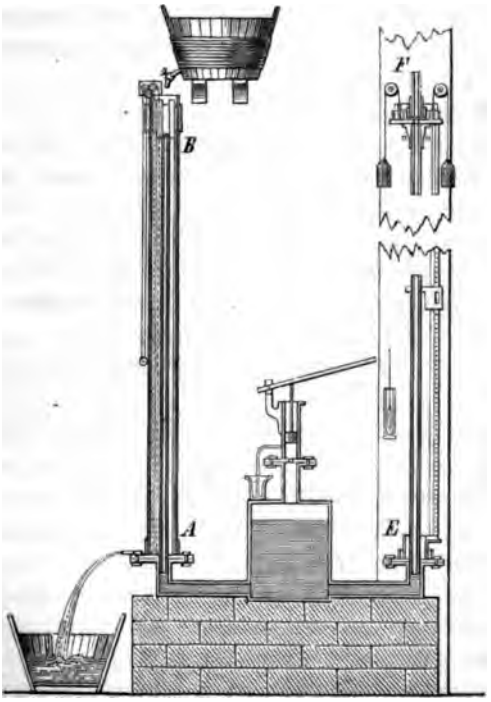
2. Das Mariotte'sche Gesetz.

Die Expansivkraft einer Luftmasse steht im geraden Verhältnisse der Dichtigkeit und im umgekehrten Verhältnisse des Volumens. Dieses Gesetz heißt das Mariotte'sche, welches auf empirischem Wege sich folgendermaßen nachweisen läßt. — Man nehme eine auf einem Brette in verticaler Lage befestigte umgebogene Röhre, deren kürzerer Schenkel an seinem oberen Ende verschlossen und mit einer Volumenskale versehen ist, während der längere Schenkel offen bleibt. Gießt man zunächst so viel Quecksilber in die offene Röhre, daß das Quecksilber in beiden Schenkeln gleich hoch steht; so hat die in dem kürzeren Schenkel eingeschlossene Luft die nämliche Dichtigkeit wie die äußere atmosphärische. Gießt man von Neuem Quecksilber hinzu, so wird die in dem kürzeren Schenkel enthaltene Luftmenge auf ein kleineres Volumen zusammengedrückt und sie steht unter einem Drucke, welcher die Summe

des Druckes der äußeren Luft und der Queckſilberſäule iſt. Bezeichnet v das Volumen, welches die Luft unter dem atmoſphäriſchen Drucke b einnimmt, ferner v' das verkleinerte Volumen dieſer Luft, wenn h die Höhe der drückenden Queckſilberſäule iſt; ſo ergibt ſich aus den Reſultaten der Verſuche die Relation $v\,b = v'(b + h)$. — Da die Luftmaſſe bei allen Verſuchen die nämliche bleibt, ſo beſteht, wenn δ ihre Dichtigkeit im urſprünglichen und δ' die im zuſammengedrückten Zuſtande darſtellt, die Gleichung $v\,\delta = v'\delta'$; aus welcher wegen $\frac{b+h}{b} = \frac{\delta'}{\delta}$ entſpringt: $\frac{v}{v'} = \frac{b+h}{b}$, welche beide Relationen die oben ausgeſprochene Behauptung enthalten — Will man das für andere Gasarten ebenfalls beſtehende Geſetz nachweiſen, ſo muß man an dem oberen Ende des kürzeren Schenkels eine mit einem Hahn verſehene Vorrichtung anbringen, durch welche man das betreffende Gas einlaſſen kann.

Um das Geſetz für große Druckkräfte zu erproben, haben Arago und Dulong in einem Thurm einen tannenen Maſtbaum errichtet und an demſelben eine aus mehreren Röhrenſtücken, welche durch ſtarke Zwingen mit einander verbunden waren, beſtehende Röhre E F (Fig. 133)

Fig. 133.



von 25 Meter Länge in die Höhe geführt. Damit die einzelnen Röhrenstücke nicht zerbrochen wurden, waren an dem oberen Ende jedes Röhrenstückes Schnüre angebracht, welche über Rollen gingen und an deren unteren Enden die nöthigen Gegengewichte zum Aufheben der Gewichte der Röhrenstücke aufgehangen waren. — Der Druck wurde mittelst einer Druckpumpe P hervorgebracht, welche auf einen mit Quecksilber gefüllten gußeisernen Behälter wirkte, der unten an den Seiten zwei gußeiserne horizontal laufende Röhren hatte, von denen die eine in die lange offene Glasröhre E F und die andere in die trockene Luft enthaltende kurze Röhre A B luftdicht eingefügt war. — Damit die Temperatur der eingeschlossenen Luft sich nicht änderte, umschloß man die Röhre mit einem Glascylinder, durch welchen beständig Wasser von einerlei Temperatur floß. Die Röhre A B war sorgfältig graduirt, so daß man in jedem Augenblick das Volumen der comprimirten Luft genau anzugeben vermochte. Zugleich war an der Seite der langen Glasröhre eine Skale angebracht, an welcher der Niveauunterschied des Queckfilbers in den beiden Röhren gemessen werden konnte. — Auf diese Weise haben Arago und Dulong bei der atmosphärischen Luft bis zu einem Drucke von 27 Atmosphären die Richtigkeit des Mariotte'schen Gesetzes bestätigt gefunden, dem sie hiernach wohl bis zu einem Drucke von 40 bis 50 Atmosphären Gültigkeit beimessen zu können glaubten.

Die Resultate, welche Dulong und Arago in einer Reihe von Versuchen mit derselben Luftmasse erhalten haben, finden sich in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Die erste Columne enthält die gemessenen auf gleiche Temperatur reducirten Druckkräfte in Centimeter, die zweite die zugehörigen beobachteten Volumina; die dritte die nach dem Mariotte'schen Gesetze berechneten Volumina; endlich die vierte die Differenzen zwischen den beobachteten und berechneten Volumina.

Druckkräfte in Centimetern.	Beobachtete Volumentheile.	Berechnete Volumentheile.	Differenzen.
76	501,300	. . . .	. . .
361,248	105,247	105,470	0,230
375,718	101,216	101,412	0,206
462,518	82,286	82,380	0,094
500,078	76,095	76,198	0,103
573,738	66,216	66,417	0,201
859,623	44,308	44,325	0,317
999,436	37,851	38,132	0,281
1262,000	30,119	30,192	0,073
1324,506	28,664	28,770	0,116

Druckkräfte in Centimetern.	Beobachtete Volumentheile.	Berechnete Volumentheile.	Differenzen.
1466,736	25,885	25,978	0,093
1653,490	22,968	23,044	0,076
1658,440	22,879	22,972	0,093
1843,850	20,547	20,665	0,118
2023,666	18,833	18,872	0,039
2049,868	18,525	18,588	0,063

Der Unterschied zwischen Rechnung und Beobachtung ist demnach in allen Fällen als ein sehr geringer anzusehen. Bemerkenswerth ist es jedoch, daß sämmtliche beobachteten Volumina kleiner als die berechneten sind, folglich die wirkliche Zusammendrückbarkeit der Luft größer als die nach dem Mariotte'schen Gesetze herrührende zu sein scheint. Dies gab Regnault Veranlassung, verschiedene Gase hinsichtlich ihrer Zusammendrückbarkeit nochmals einer sorgfältigen Untersuchung zu unterwerfen. Er ließ deßhalb einen Apparat anfertigen, der viel Aehnlichkeit mit demjenigen hatte, dessen Dulong und Arago sich bedienten. Einige Ergebnisse aus seinen mit großer Sorgfalt angestellten Versuchen haben wir in nachstehender Tabelle mitgetheilt. — Die erste Columne gibt den ursprünglichen Druck P in Centimeter an, welchem das Gas ausgesetzt gewesen, wenn es das ganze Volumen des kurzen Schenkels der Röhre einnahm. Hierauf wurde das Volumen des eingeschlossenen Gases auf die Hälfte vermindert und der dazu erforderliche Druck P' gemessen. Wäre nun das Mariotte'sche Gesetz in allen Fällen vollkommen richtig; so müßte das Verhältniß $\frac{2P}{P'}$ gleich der Einheit sein; dem ist aber nicht so; wie die zweite Columne zeigt, in welcher jenes nach der Beobachtung gefundene Verhältniß für Luft, Stickstoff, Kohlensäure und Wasserstoff besonders aufgezeichnet ist.

Luft		Stickstoffgas		Kohlensäure		Wasserstoffgas	
P	$\frac{2P}{P'}$	P	$\frac{2P}{P'}$	P	$\frac{2P}{P'}$	P	$\frac{2P}{P'}$
73,872	1,001414	75,346	1,000988	76,403	1,007597	...	....
420,948	1,002765	495,392	1,002952	318,613	1,028698	221,118	0,998584
817,748	1,006366	862,854	1,004768	935,172	1,045625	284,518	0,996121
933,641	1,006366	1098,142	1,006456	961,997	1,155865	917,65	0,992833

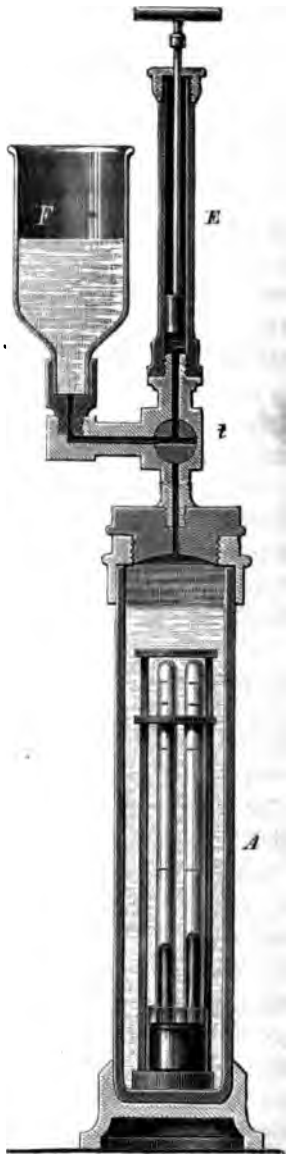
Wir sehen aus dieser Zusammenstellung, daß das Stickstoffgas und die atmosphärische Luft etwas mehr zusammengedrückt werden als es das Mariotte'sche Gesetz verlangt; ein Resultat, wie es sich schon aus den Versuchen von Arago und Dulong für die atmosphörische Luft ergeben hat. — Zugleich sehen wir, daß die Luft und das Stickstoffgas um so mehr von dem Mariotte'schen Gesetze abweichen, je stärker die

Compression ist. — Dasselbe gilt von der Kohlensäure in noch höherem Grade, welche man tropfbar machen kann, während dies bei den zwei vorhin genannten Gasen noch nicht gelungen ist. — Das Wasserstoffgas hingegen wird weniger zusammengedrückt, als es das Mariotte'sche Gesetz fordert; und zwar nimmt seine Zusammendrückbarkeit ab, je stärker es comprimirt wird.

Das Mariotte'sche Gesetz stellt demnach den wirklichen Zustand der Gase nicht vollständig genau dar; es ist gewissermaßen nur als eine ideale Grenze ihres Verhaltens zu betrachten, von welcher diese Substanzen mehr oder weniger sich entfernen, wie ihre materielle Beschaffenheit, die anfänglichen Druckkräfte, denen sie ausgesetzt sind, die Verschiedenheit der Temperatur, welche sie annehmen können, und anderweitige Umstände, unter denen sie sich befinden, es gerade mit sich bringen. Unmerklich sind die Abweichungen von dem Mariotte'schen Gesetze bei den sogenannten permanenten Gasen, wie atmosphärische Luft, Stickstoff, Sauerstoff, Wasserstoff, von denen die drei ersteren durch eine größere, das letztere hingegen durch eine geringere Zusammendrückbarkeit sich charakterisiren, als es das Mariotte'sche Gesetz erheischt. Merklicher schon sind die in Rede stehenden Abweichungen bei den Gasen, die durch Druck tropfbar flüssig werden, wie Kohlensäure, schwefelige Säure, Cyangas und Ammoniakgas; namentlich zeigt sich eine solche Abweichung im höheren Grade, wenn die Dichtigkeit des comprimirten Gases nahe derjenigen ist, bei welcher der Uebergang in den tropfbaren Zustand stattfindet. Deßhalb gilt das Mariotte'sche Gesetz weder für gesättigten Wasserdampf, noch für Gase, denen ein derartiger Dampf beigemengt ist, wie wir später bei der Lehre von den Dämpfen sehen werden. Dessen ungeachtet besteht, wie schon gesagt, zwischen Gasen und Dämpfen kein wesentlicher charakteristischer Unterschied, denn beide sind ausdehnsame Flüssigkeiten, die in physikalischer Beziehung dadurch von einander sich unterscheiden, daß die Dämpfe unter niedrigerem Drucke und höherer Temperatur den tropfbaren Zustand annehmen können als die Gase. Ueberhaupt kann keiner der drei Aggregationszustände als ein bleibendes charakteristisches Merkmal irgend welcher Substanz gelten: denn alle Körper können gasförmig, tropfbar und fest werden; der Unterschied zwischen ihnen besteht nur darin, daß die Temperaturen verschieden sind, bei denen sie von einer Aggregationsform zu einer andern übergehen.

Der Apparat, dessen wir uns bedienten, um die Zusammendrückbarkeit des Wassers nachzuweisen, ist ebenfalls sehr geeignet um zu zeigen, daß das Mariotte'sche Gesetz aufhört gültig zu sein, wenn der Druck den Grad erreicht hat, bei welchem das Gas aus dem luftför-

Fig. 134.



nigen in den tropfbaren Zustand übergeführt wird. Man tauche nämlich vier graduirte Glasröhren, von denen eine trockene atmosphärische Luft, die zweite schwefelige Säure, die dritte Cyangas, die vierte Ammoniakgas enthält, mit ihren unteren offenen Enden in ein mit Quecksilber gefülltes eisernes Gefäß (Fig. 134), setze hierauf Gefäß sammt Röhren in den starken weiteren Glascylinder A und fülle denselben mit Wasser. Alsdann schraube man auf den Glascylinder A die Druckpumpe E auf, welche durch den Hahn t abwechselnd mit dem Cylinder oder mit dem mit Wasser gefüllten Gefäß F in Verbinduug gesetzt werden kann. — Wird nun mit Hülfe der Druckpumpe das Wasser in dem Cylinder A und die Gase in den Röhren comprimirt, so sieht man im Anfange in allen Röhren das Quecksilber gleichmäßig steigen, zum Beweise, daß sich die vier Gase auf gleiche Weise verhalten. Bei einem Drucke von ohngefähr 4 Atmosphären, wo die Luft also in der graduirten Röhre etwa den vierten Theil ihres ursprünglichen Volumens einnimmt, steigt aber das Quecksilber in der Röhre, welche die schwefelige Säure enthält, rasch bis oben hin, wobei zugleich über dem Quecksilber eine wasserhelle Flüssigkeit sich zeigt. Beim weiteren Pumpen beobachtet man dieselbe Erscheinung auch bei dem Cyangas, und bei stärkerem Drucke ebenfalls beim Ammoniakgas. -- Läßt man das Wasser aus dem Glascylinder A allmählig zurücktreten, mithin die Gase sich wieder ausdehnen, so sinkt anfänglich das Quecksilber nur in der Röhre, welche die Luft enthält. Bei weiterem Nachlassen des Druckes sinkt das Quecksilber rasch in der Ammoniakröhre und stellt sich gleich hoch mit dem Quecksilber in der Luftröhre, weil die sich bildenden Ammoniakdämpfe das

Queckſilbers plötzlich niederdrücken. Bei fortgeſetzter Vermindern Druckes zeigt ſich dieſelbe Erſcheinung zunächſt bei der Röhre, mit Cyangas gefüllt iſt, und zuletzt bei der Röhre, welche die ſelige Säure enthält.

Das Mariotte'ſche Geſetz behält ſeine Gültigkeit, wenn de geringer iſt als der der umgebenden Atmoſphäre. Es läßt ſi auf folgende einfache Weiſe zeigen. Man fülle eine graduirte a Ende verſchloſſene Glasröhre zum Theil mit Queckſilber; hiera ſchließe man das offene Ende mit dem Finger und kehre die R und tauche ſie in ein hohes mit Queckſilber gefülltes Gefäß, bi das Queckſilber ſo hoch ſteht wie in der Röhre. Die abgeſper iſt dann dem Drucke der äußeren atmoſphäriſchen Luft ausgeſe folglich mit derſelben einerlei Dichte und Expanſivkraft. Zie jetzt die Röhre mehr und mehr in die Höhe, ſo vergrößert ſ Volumen der eingeſchloſſenen Luft, wodurch ihre Dichte und E kraft ſich vermindert; daher ſteigt das Queckſilber in der Röhre bis die Expanſivkraft der abgeſperrten Luft, vermehrt um den h tiſchen Druck der gehobenen Queckſilberſäule, dem äußeren L das Gleichgewicht hält. Die emporgehobene Queckſilberſäule wi höher, je mehr man die Röhre herauszieht, je mehr mithin d lumen der eingeſchloſſenen Luft wächſt und deren Dichte abnim Bezeichnet v das anfängliche Volumen dieſer Luft, v' das V welches ſie einnimmt, wenn die in der Röhre befindliche Qu ſäule die Höhe h hat, ferner b den gleichzeitigen Barometerſt liefern die Verſuche die Relation: $b\,v = (b - h)\,v'$ oder $b\,\delta' = (b$ da die Dichten δ, δ' den Volumina verkehrt proportional ſind Mariotte'ſche Geſetz wurde bis auf eine 100fache Verdünnung und richtig befunden. Nach dieſer Seite hin wird das Geſetz ſcheinlich bis zu der Grenze gelten, bei welcher die Ausdehnſan Gaſes mit der Schwere ins Gleichgewicht getreten iſt, indem v Grenze an bei einer weiteren Verminderung des Druckes kei dehnung des Gaſes mehr ſtattfinden kann.

3. Volumenometer. — Differentialbarometer. — Luftmanom Sonſtige Manometer.

Das Mariotte'ſche Geſetz kann in allen Fällen als genau a werden, in denen die Gaſe hinlänglich von der Grenze entfer bei welcher ſie tropfbar flüſſig werden. Mehrere auf der Vorau der Richtigkeit dieſes Geſetzes beruhende Apparate ſollen j Sprache kommen. — Leslie's Volumenometer, welches ſtimmung des Volumens pulverförmiger Körper dient, beſteht a

an beiden Enden offenen graduirten Glasröhre AB (Fig. 135), an die oben ein weiteres Gefäß C angesetzt ist, welches durch eine kleine Oeffnung o mit der Röhre AB communicirt und mittelst einer Glasplatte luftdicht verschlossen werden kann. — Taucht man die Röhre bis an die feine Oeffnung o in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäß D, schließt hierauf das Gefäß C mittelst der Glasplatte luftdicht ab; so ist ein bestimmtes Luftvolumen V abgesperrt, welches die nämliche Dichte und Expansivkraft wie die äußere Luft hat. Zieht man nun die Röhre AB in die Höhe, so tritt ein Theil der Luft aus dem Gefäße C in die Röhre, während das Quecksilber in derselben emporsteigt. Ist v das Volumen des mit Luft gefüllten Röhrenstückes, h die Höhe der erhobenen Quecksilbersäule, b der entsprechende Barometerstand, so hat man $\frac{V+v}{V} = \frac{b}{b-h}$. Soll jetzt die Expansivkraft (b — h) der verdünnten Luft den $\frac{m}{n}$ten Theil von der Expansivkraft b der äußern Atmosphäre betragen, wo m und n bekannte Zahlen sind, von denen m kleiner als n ist, so geht die vorhergehende Relation in folgende über: $\frac{V+v}{V} = \frac{n}{m}$, woraus entspringt: $V(n-m) = vm$. Taucht man wieder die Röhre AB bis zur Oeffnung o in Quecksilber ein, bringt den pulverförmigen Körper, dessen Volumen x bestimmt werden soll, in das Gefäß C und zieht, nachdem dasselbe luftdicht geschlossen worden ist, die Röhre in die Höhe, bis die aufsteigende Quecksilbersäule ebenfalls so hoch ist wie beim ersten Versuche, so hat man $\frac{V-x+v'}{V-x} = \frac{b}{b-h}$, wo v' das Volumen des mit Luft gefüllten Theils der Röhre darstellt, welches offenbar kleiner ist als das beim ersten Versuche erhaltene Volumen v.

Fig. 135.

Aus der letzteren Relation ergibt sich wieder, da $\frac{b}{b-h} = \frac{n}{m}$ ist:

$(V - x)(n - m) = v'$. Durch Subtraction dieser Gleichung von $V(n - m) = mv$ bekommt man $x = \frac{m}{n - m}(v - v')$, wonach der Werth von x als bekannt zu betrachten ist. — Hätte man z. B. die Röhre bei den beiden Versuchen so weit in die Höhe gezogen, bis die in der Röhre emporsteigende Queckſilbersäule halb so hoch ist als die Barometerhöhe, so würde das Volumen des mit Luft gefüllten Röhrenstückes jedesmal genau so viel betragen als das Volumen der in dem Gefäße C befindlichen Luftmenge. In diesem besonderen Falle wäre $x = v - v'$. — Dividirt man das absolute Gewicht P des pulverförmigen Körpers durch das gefundene Volumen x, so liefert der Quotient das specifische Gewicht jenes Körpers.

Man kann den zweiten Versuch, bei welchem der pulverförmige Körper in den Behälter gebracht worden ist, auch in der Art vornehmen, daß das Volumen V — x der abgesperrten Luft ebenfalls um v zunimmt, um wie viel das Volumen V beim ersten Versuche zugenommen hat. Die Höhe h' der zweiten aufsteigenden Queckſilbersäule übersteigt alsdann die Höhe h der ersten gehobenen Queckſilbersäule, weil die Dichtigkeit der im zweiten Falle abgesperrten Luft geringer ist als jene der im ersten Falle abgeschlossenen. Wir haben hiernach die beiden Relationen

$$\frac{V + v}{V} = \frac{b}{b - h} \text{ und } \frac{V - x + v}{V - x} = \frac{b}{b - h'},$$

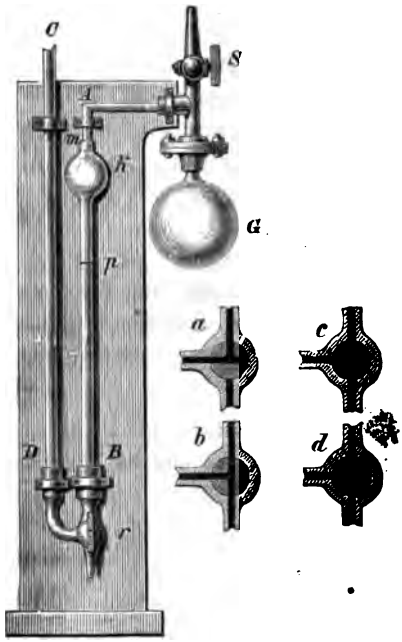
aus welchen nach der Elimination von V für x folgender Ausdruck entspringt: $x = v\frac{b(h' - h)}{hh'}$.

Regnault's Volumenometer in Figur 136 abgebildet, besteht aus zwei Glasröhren AB, CD, welche unten in eine eiserne Fassung eingekittet sind und beim Gebrauch mit Queckſilber gefüllt werden. In dieser Fassung ist ein mit drei Bohrungen versehener Hahn r angebracht, dessen verschiedene Stellungen verschiedene Verrichtungen auszuführen gestatten. In der Stellung a stehen die beiden Röhren AB, CD mit einander in Verbindung; in der Stellung b fließt das Queckſilber aus diesen beiden Röhren; in der Stellung c fließt dasselbe bloß aus der Röhre CD; in der Stellung d endlich bloß aus der Röhre AB. — Die Röhre CD ist oben offen; die Röhre AB ist nahe an ihrem oberen Ende zu einer Kugel K erweitert und mit zwei Merkstrichen M und P versehen, von denen der erstere oberhalb und der zweite unterhalb der Kugel liegt. — Das Volumen v der Röhre AB zwischen M und P wird dadurch ermittelt, daß man durch die Röhre CD Queckſilber gießt, bis es bei M steht, alsdann durch den Hahn r abfließen läßt bis es auf P gefallen

ist und zuletzt das Gewicht der ausgeflossenen Queckſilbermenge bestimmt. An das Röhrenstück PM schließt sich eine an dünnere Röhre, die in horizontaler Richtung fortgeht und in eine dickere Röhre eingelassen ist, an welche die an dem Halse des Ballons G befindliche Metallplatte mit Hülfe von vier Schrauben durch Dazwischenlegen eines gefetteten Leders luftdicht befestigt werden kann. — Das Volumen V des Ballons G und der Röhrenverbindung zwischen G und M wird ermittelt, indem man die Röhren mit Queckſilber bis zum Merkſtriche P unter dem Drucke der Atmoſphäre füllt; hierauf den Hahn s schließt und Queckſilber nachgießt bis es zum Merkſtriche M gestiegen ist. Die in dem Raume V + v enthaltene Luft wird hierdurch auf das Volumen V reducirt: beträgt nun h' die Niveaudifferenz des Queckſilbers in den beiden Röhren, so erhält man $(V + v)\,b = V\,(b + h')$, woraus $V = \frac{v\,b}{h'}$. Dies vorausgeschickt, will man jetzt das Volumen x eines pulverförmigen Körpers bestimmen, so bringt man denselben in den Ballon G und schraubt dann den letzteren an den Apparat. Bei geöffnetem Hahn s füllt man die Röhren mit Queckſilber bis zu dem Merkſtriche P, schließt hierauf den Hahn s und gießt weiter Queckſilber hinzu bis es zum Merkſtriche M gestiegen ist. Bezeichnet hier h die Höhendifferenz des Queckſilbers in den beiden Röhren, so besteht die Relation

$$(V - x + v)\,b = (V - x)\,(b + h);\ \text{woraus}\ x = \frac{V\,h - v\,b}{h}.$$

Fig. 136.



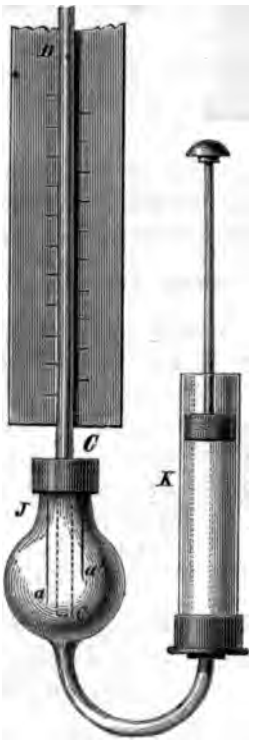
Die specifischen Gewichte, wie sie für einige Körper in Pulverform auf diese Weise gefunden wurden, enthält nachstehende Tabelle, in welcher zugleich die specifischen Gewichte aufgezeichnet sind, wie solche sich für jene Körper in größeren Stücken ergeben haben.

Körper.	Specifisches Gewicht in Pulverform.	Specifisches Ge in größeren Stü
Eichenholz	1,27	0,5
Lindenholz	1,13	0,44
Nußbaumholz	1,17	0,67
Tannenholz	1,16	0,47
Bimstein	2,15	1,16
Kohle	3,5	1,50
Zucker	1,86	1,60
Kochsalz	2,15	2,25

Man sieht hieraus, daß für manche Körper der Unterschied z dem specifischen Gewichte in Pulverform und dem in massiven K bedeutend, für andere Körper dagegen ein derartiger Unterschied trächtlich ist.

Mittelst des Differentialbarometers kann man den sphärischen Druck aus der Veränderung des Volumens und der

Fig. 137.



sivkraft einer abgesperrten Luftm mitteln. Das Instrument besteht a offenen mit einer Theilung ve Röhre CD (Fig. 137), welche luf den Glasbehälter J eingelassen ist. Behälter steht mit dem Cylinder K bindung. — Treibt man nun mit Kolbens Queckſilber aus dem Cyl den Behälter J, so steigt dasselbe weit, daß das untere Ende der Rö verschlossen wird. Dadurch ist ei quantum in J abgesperrt, welches die Dichtigkeit der umgebenden Atm hat. Wird der Kolben noch weiter gedrückt, bis das Queckſilber e Spitze a berührt; so wird die abg Luft in einem Verhältnisse com welches von den Dimensionen des mentes und der Stellung der Spi hängt. Dabei steigt das Queckſ der Röhre CD um die Größe h welche den Ueberschuß der verdichte über den atmosphärischen Druck Angenommen, daß sich das Volu eingeschlossenen Luft von 1 auf

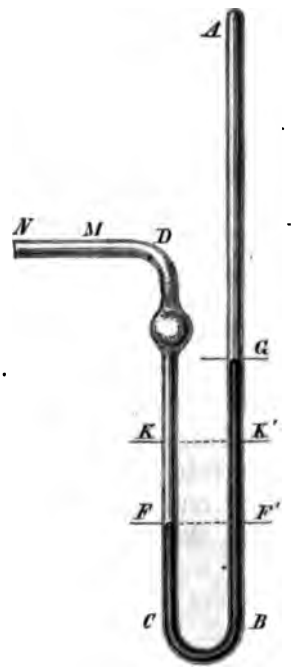
verändert hat, so liefert das Mariotte'sche Gesetz die Relation:

$$b = (b + h)\left(1 - \frac{1}{n}\right), \text{ oder } b = (n - 1)\,h.$$

Wenn eine zweite Drahtspitze, deren unteres Ende a' höher ist als a, in das Gefäß J hineinragt; so wird, wenn das Quecksilber bei a' steht, die abgesperrte Luft noch stärker comprimirt als vorher: es besteht daher zwischen der in CD jetzt getragenen Quecksilbersäule h' und der Barometerhöhe ein anderes Verhältniß $n' - 1$, so daß $b = (n' - 1)\,h$. Wenn die Coefficienten $n - 1$ und $n' - 1$ richtig bestimmt sind, so müssen sich aus den Beobachtungen für die eine und für die andere Drahtspitze natürlich gleiche Werthe für den Barometerstand b ergeben. Der Name des Instrumentes rührt daher, daß es unmittelbar die Differenz zwischen der Expansivkraft der verdichteten inneren und der freien atmosphärischen Luft angibt.

Manometer werden diejenigen Apparate genannt, welche zur Messung der Spannkraft der Gase und Dämpfe dienen. Das Manometer mit verdichteter Luft besteht aus einer heberförmig gebogenen Glasröhre ABCD (Fig. 138), deren offener Schenkel CD durch das Verbindungsrohr MN mit dem Raume communicirt, welcher das Gas enthält, dessen Druck gemessen werden soll; während der geschlossene Schenkel AB mit trockener Luft gefüllt ist. Unter dem anfänglichen Atmosphärendruck b liegt der Quecksilberspiegel KK' in der nämlichen Höhe in den beiden Schenkeln; wird aber der Druck des Gases im Verbindungsrohr vermehrt, so sinkt das Quecksilberniveau K um die Größe $KF = x$, indem das Quecksilberniveau K' um die gleiche Größe K'G steigt. Bezeichnet r den Radius der Röhren, h die ursprüngliche Höhe der eingeschlossenen Luftsäule K'A, ferner p die gesuchte Expansivkraft des Gases im Communicationsrohr MN; so liefert das Mariotte'sche Gesetz die Gleichung:

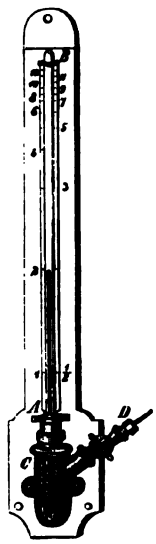
Fig. 138.



$$\frac{\pi r^2 h}{\pi r^2 (h - x)} = \frac{p - 2x}{b},$$

woraus $p = b \cdot \frac{h}{h - x} + 2x.$

Eine andere Form eines Manometers mit verdichteter Luft ist
Eine oben geschlossene mit trockener Luft gefüllte Glasröhre A B (f
Fig. 139.



ist mit ihrem unteren Ende in ein gu
Queckſilber enthaltendes Gefäß C luftdic
laſſen. Durch ein Rohr D ſteht der Qu
behälter mit dem Raume in Verbindung
das Gas enthält, deſſen Spannkraft P
werden ſoll. Unter dem Atmoſphärendru
das Volumen der abgeſchloſſenen Luft gleic
wenn r der Radius und h die ganze L
Röhre A B darſtellen. Bei dem größeren
Drucke p ſteigt das Queckſilber um die G
der Röhre in die Höhe, wodurch das
der eingeſchloſſenen Luft ſich auf $\pi r^2 (h -$
ducirt. Zugleich ſinkt das Queckſilber in
hälter C um die Größe x', dergeſtalt da
r' den Radius dieſes cylinderförmigen
bezeichnet, die Relation $\pi r^2 x = \pi r'^2 x'$
woraus $x' = \frac{r^2 x}{r'^2}$. Anderſeits liefert d
riotte'ſche Geſetz die Gleichung:

$$\frac{\pi r^2 h}{\pi r^2 (h - x)} = \frac{p - x - x'}{b}, \text{ oder } \frac{h}{h - x} = \frac{p - \frac{r^2 + r'^2}{r'^2}}{b}$$

Daraus ergibt ſich für die geſuchte Spannkraft p der Ausdru

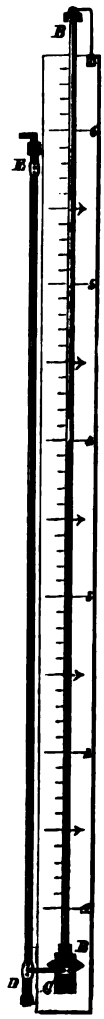
$$p = \frac{b \cdot h}{h - x} + \frac{r^2 + r'^2}{r'^2} x,$$

welcher mit dem oben gefundenen zuſammenfällt, wenn $r = r'$

Das offene Manometer, welches für mittlern Dru
beſteht aus einem unten und oben offenen etwa vier Meter la
einem Brette befeſtigten Glasrohr A B (Fig. 140), das mit ſe
teren Ende in einen Behälter C von Eiſen taucht. Mit die
hälter ſteht das eiſerne Rohr D E in Verbindung, welches
Raume communicirt, in dem man die Verdichtung hervorbrin
in dem Manometerrohre A B in die Höhe getriebene Queckſil
welcher der Atmoſphärendruck beizuzählen iſt, gibt den geſuchte
des Gaſes oder Dampfes an. — Für einen geringen Druck,
cher z. B. unter der Luftpumpe vorkommt, braucht man das ve

Barometer oder die Barometerprobe. Das Instrument ist eine Heberröhre, deren zwei einander gleiche Schenkel bloß etwa 24 Centimeter lang sind, so daß das Quecksilber in dem oben verschlossenen Schenkel bis zur Spitze reicht. Das Quecksilber beginnt erst zu fallen in diesem Schenkel und in dem offenen Schenkel zu steigen, wenn der Druck geringer geworden ist als der einer Quecksilbersäule, welche vom Niveau im offenen Schenkel bis zur Spitze des verschlossenen sich erstreckt. Der Unterschied der beiden Quecksilbersäulen gibt den vorhandenen Druck an. Bei dem Metallmanometer wird der Druck der Luft durch die Elasticität der Metalle bestimmt. Das Instrument ist eine aus biegsamem Metall gefertigte abgeplattete gebogene Röhre, deren offenes Ende mit dem Raume communicirt, welcher das Gas oder den Dampf enthält, dessen Druck gemessen werden soll. Das andere Ende der Röhre dagegen ist verschlossen und bewegt sich nach einer oder der andern Seite hin, wenn sich die Röhre durch Vermehrung des inneren Druckes mehr ausstreckt oder durch Verstärkung des äußeren mehr zusammenbiegt. Ein an dem verschlossenen Ende befestigter Zeiger gibt auf einer Skale die Größe der Spannkraft des Gases oder des Dampfes an. Die Eintheilung der Skale wird dadurch erhalten, daß man das Metallmanometer gleichzeitig mit einem Luftmanometer dem Drucke von verdichteter oder verdünnter Luft aussetzt.

Fig. 140.



4. Das Gay-Lussac'sche Gesetz.

Durch Erhöhung der Temperatur wird die Expansivkraft einer abgeschlossenen Luftmasse vermehrt, wie folgende zwei einfache Versuche zeigen. Man fülle eine hohle Glaskugel, an welche eine enge Glasröhre angeschmolzen ist, mit Luft oder irgend einem andern Gase und bringe in die Röhre eine kleine Quecksilbersäule, welche die innere Luft von der äußern absperrt. Erwärmt man nun die Kugel, so rückt die Quecksilbersäule in der Röhre merklich vorwärts und zieht sich gänzlich wieder zurück, wenn die Glaskugel auf die frühere Temperatur zurückgekommen ist. — Wird der mit Luft und Wasser gefüllte Heronsball erwärmt, so treibt die gesteigerte Expansivkraft der Luft das im Heronsballe vorhandene Wasser heraus. Die Wirkung der Wärme auf die Gase wird in der Lehre von der

Wärme ausführlicher beſprochen werden; hier ſoll nur ſo viel darüber mitgetheilt werden, als zum Verſtändniß des Gay-Luſſac-ſchen Geſetzes oder des zweiten Hauptgeſetzes der Gaſe nöthig iſt.

Wird eine abgeſchloſſene Luftmaſſe dergeſtalt erwärmt, daß ſie ſtets ein und daſſelbe Volumen beibehält oder der auf ſie einwirkende Druck bei allen Temperaturveränderungen unverändert bleibt; ſo haben die Verſuche gelehrt, daß die Zunahme der Expanſivkraft der Luft der Zunahme der Temperatur proportional iſt. Bezeichnet man mit p_0 die Expanſivkraft der Luft bei 0^0, p jene bei t Graden des Thermometers; ſo hat man nach dieſem Geſetze:

$$p = (1 + \alpha t)\, p_0, \text{ wo } \alpha = \frac{1}{273} = 0{,}00367 \text{ iſt,}$$

wenn von der Centeſimalſkale Gebrauch gemacht wird. — Ebenſo iſt bei einer anderen Temperatur t' die Expanſivkraft $p' = (1 + \alpha t')\, p_0$; folglich beſteht für das Verhältniß der Expanſivkräfte einer und derſelben Luftmaſſe bei verſchiedenen Temperaturen die Gleichung:

$$\frac{p'}{p} = \frac{1 + \alpha t'}{1 + \alpha t}.$$

Dieſes Geſetz gilt mit großer Annäherung auch für andere Gasarten; ja der Coefficient iſt für verſchiedene Gaſe ſo geringen Aenderungen unterworfen, daß man ihn für alle Gaſe gleich groß angenommen hat.

Kann die abgeſperrte Luftmaſſe bei der Erwärmung ſich ausdehnen, ſo nimmt das Volumen der Luft ſo lange zu, bis die vermehrte Expanſivkraft wieder auf die anfängliche herabgeſunken iſt. Bei unveränderlichem äußeren Drucke wächſt mithin das Volumen der abgeſperrten Luft während der Erhöhung ſeiner Temperatur in dem nämlichen Verhältniſſe wie die Expanſivkraft. — Bezeichnet daher v_0 das Volumen der Luftmaſſe bei 0^0 C, ſo hat man für das Volumen v der Luftmaſſe bei der Temperatur t die Gleichung: $v = (1 + \alpha t)\, v_0$. Deßgleichen für das Volumen v' dieſer Luftmaſſe bei der Temperatur t' die Gleichung $v' = (1 + \alpha t')\, v^0$. Daraus ergibt ſich: $\frac{v'}{v} = \frac{1 + \alpha t'}{1 + \alpha t}$.

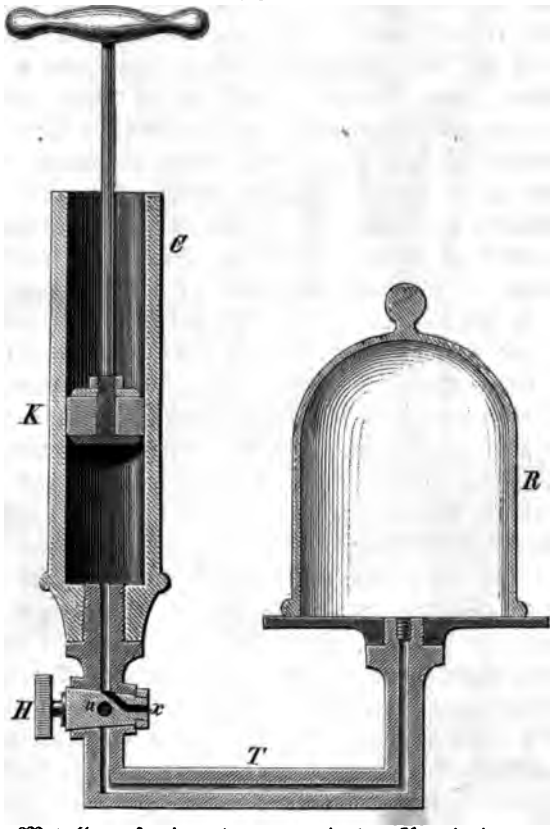
Bedeutet v das Volumen einer abgeſchloſſenen Luftmaſſe bei der Temperatur t^0 und dem Barometerſtand b, ſo wird das Volumen v_0 jener Luftmaſſe für die Temperatur 0_0 und dem Normalbarometerſtand von 760 Millimeter durch die Gleichung: $v_0 = \frac{b\, v}{760\,(1 + \alpha t)}$ ausgedrückt. Ein Volumen v Luft bei der Temperatur t^0 und der Expanſivkraft b hat das Gewicht Q. Welches iſt das ſpecifiſche Gewicht δ der Luft im Normalzuſtand? Es iſt $\delta = \frac{Q}{v_0} = \frac{Q}{v} \cdot \frac{760}{b} \cdot (1 + st)$.

III. Aerostatische Maschinen. — Auftrieb der Luft.

1. Luftpumpe oder Luftverdünnungspumpe.

Die Luftpumpe oder Luftverdünnungspumpe hat Otto von Guerike erfunden und dient dazu, die Luft in einem gegebenen Raume zu verdünnen. Sie besteht in ihrer einfachsten Form aus dem Stiefel, dem Kolben, dem Recipienten und einer Vorrichtung, um die Communication zwischen dem Stiefel und dem Recipienten oder der äußeren Luft herzustellen oder abzuschließen. Der Stiefel ist ein hohler, inwendig sehr glatt geschliffener Cylinder C (Fig. 141), von

Fig. 141.



Glas oder Metall verfertigt, dem man in der Regel eine verticale Lage gibt. — Der Kolben K ist ein luftdicht an die Wände des Stiefels sich anschließender, aus stark an einander gepreßten Lederscheiben zusammengesetzter solider Cylinder, welcher in dem Stiefel auf und ab bewegt werden kann. Von dem Boden des Stiefels geht eine Verbin-

dungsröhre T zu einer eben geschliffenen Glas- oder Metallplatte, de Teller, auf welchen der Recipient R, meistens eine starke Gla glocke zu stehen kommt. Das in der Mitte des Tellers befindlic Ende der Verbindungsröhre ist mit einem Schraubengewinde versehe um kugelförmige gläserne oder metallene Gefäße daran schrauben z können. — Die Vorrichtungen zur Absperrung und Herstellung de Communication zwischen den vorhin genannten Theilen der Luftpump sind entweder ein Hahn H oder Ventile, wonach man zwei Luftpum pen unterscheidet, nämlich Hahnluftpumpen und Ventilluft pumpen.

Bei der Hahnluftpumpe befindet sich der Hahn H am Bode des Stiefels; er geht durch den Luftkanal, welcher zum Recipienten führt, und ist mit zwei Bohrungen versehen, deren eine u quer dur den Hahnkörper geht, dagegen die andere x 90 Grade weit von de Mündungen der ersteren anfangend sich schief bis zur Mitte des Hahn körpers erstreckt und dann der Richtung seiner Längenachse folgt. St der Hahn die in der Figur angegebene Stellung, so ist der Stiefel m der Atmosphäre in Communication und der Recipient R ist abgeschlossen wird er um 90 Grad gedreht, so steht der Stiefel mit dem Recipient in Verbindung. — Will man nun die Luft verdünnen, so stellt m den Hahn, so daß die Luft aus dem Recipienten in den Stiefel übe gehen kann und zieht den Kolben in die Höhe. Dadurch bildet sich i Stiefel ein leerer Raum, in welchen die Luft des Recipienten sich ve breitet und dabei dünner wird. Schließt man hierauf durch Drehen d Hahnes die Luft im Recipienten ab und stellt die Communication zw schen der äußeren Luft und dem Stiefelraum her, drückt dann d Kolben hinab, so wird die Luft aus dem Stiefel in die äußere Atm sphäre hinausgetrieben. Indem man dieses ganze Verfahren wiederho wird die Luft in dem Recipienten noch weiter verdünnt, so daß, wen keine sonstigen Hindernisse entgegenständen, von denen bald ausführl cher die Rede sein soll, die Luft in dem Recipienten auf jeden beliebi gen Grad der Verdünnung gebracht werden könnte. Der Hahn wi bei jedem Kolbengange entweder mit der Hand oder durch die Maschi selbst mittelst eines einfachen Mechanismus in die gehörige Stellu gebracht. — Die zweistiefelige Hahnluftpumpe in Figur 142 da gestellt, ist eine Verbindung zweier einstiefeligen, deren Kolbenstang gezahnte Stäbe sind, welche vermittelst eines Getriebes abwechselnd an gezogen und niedergetrieben werden, indem man die Kurbel MN wec selweise nach der einen und nach der andern Richtung dreht. Von de Recipienten R geht ein Luftkanal T zu dem in der Bodenplatte zwisch den beiden Stiefeln C und C′ befindlichen Hahn H, der je nachdem

Fig. 142.

Fig. 142 a.

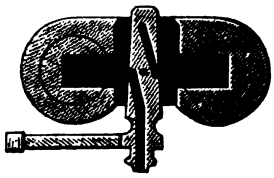
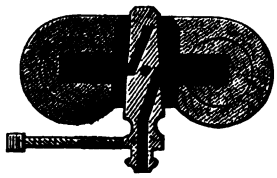


Fig. 142 b.

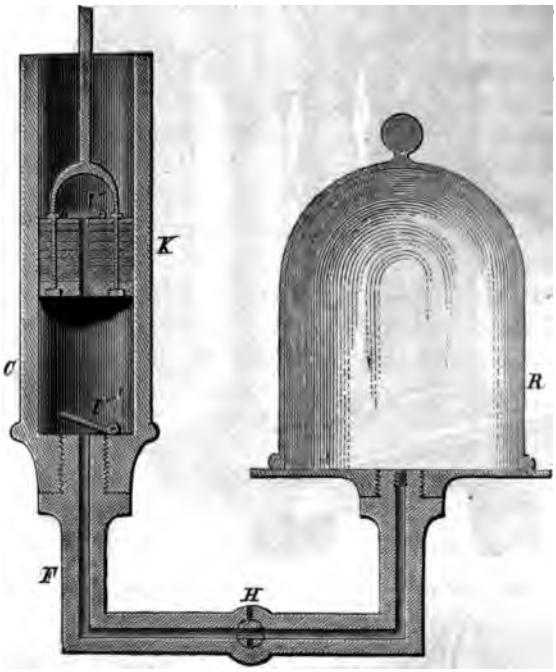


gestellt ist die Communication zwischen dem einen oder dem andern Stiefel mit dem Recipienten vermittelt. Wenn der Kolben des Stiefels C in die Höhe steigt, jener des Stiefels C' aber niedergeht, hat

der Hahn H die in Figur 142a angegebene Stellung. In dieser
lung ſteht der Stiefel C mit dem Recipienten in Verbindung, w
der Stiefel C, durch einen Kanal mit der äußern Luft commu
Iſt der Kolben des Stiefels C oben und jener des Stiefels C'
angelangt, ſo bekommt der Hahn H durch eine halbe Umdrehu
in Figur 142b gezeichnete Stellung, in welcher der Stiefel C
dem Recipienten und der Stiefel C mit der äußeren Luft in V
dung tritt. — Eine zweiſtiefelige Luftpumpe bewirkt eine raſchere
dünnung als eine einſtiefelige, da letztere nur eine Verdünnung
vorbringt, wenn der Kolben ſteigt, nicht aber wenn er niedergeh

Die Ventilluftpumpe, in Figur 143 dargeſtelt, iſt mit
Ventilen oder Klappen verſehen, wovon das eine V entweder am

Fig. 143.



den des Stiefels oder am Kolben K angebracht iſt und ſich nach
leicht öffnet, das andere V' in der Gegend des Luftkanals T lie
der Luft den Austritt aus dem Recipienten R in den Stiefel
ſtattet. Mittelſt des Hahnes H, welcher quer durch den Kanal z
dem Recipienten und dem Stiefel geht und eine doppelte Bo

wie bei einer Hahnluftpumpe hat, kann man wieder äußere Luft in den Recipienten einſtrömen laſſen. — Das den Luftkanal T öffnende und ſchließende Ventil wird häufig, wie es in Figur 144 erläutert iſt, durch eine in der Bodenplatte des Stiefels angebrachte kegelförmige Einmündung M erſetzt, in welche ein Stöpſel s genau paßt. Dieſer Stöpſel iſt am Ende einer durch den Kolben luftdicht gehenden Stange sA befeſtigt. Bei dem Heben des Kolbens öffnet ſich der Verſchluß des Luftkanals, wodurch die Luft aus dem Recipienten R in den Stiefel treten kann. Dabei ſchiebt ſich der Kolben K längs der Stange aufwärts, während die letztere durch einen an ihrem oberen Ende angebrachten Anſatz A, welcher bald an den Cylinderdeckel ſtößt, nur ein geringes Emporheben der Stange zuläßt. Beim Niedergehen des Kolbens ſchließt der Stöpſel ſchnell wieder die Verbindung zwiſchen dem Stiefel und Recipienten ab, weßhalb die in dem Stiefel zuſammengepreßte Luft das Kolbenventil öffnet und in die äußere Luft entweicht. — Eine zweiſtiefelige Ventilluft-

Fig. 144.

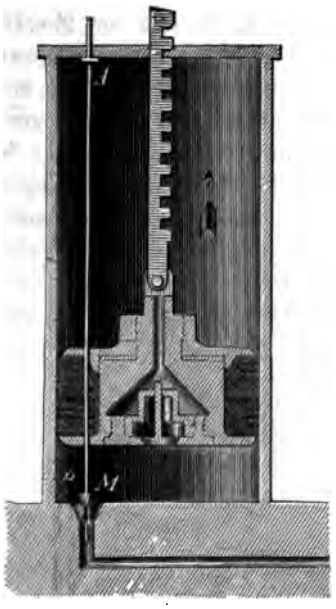
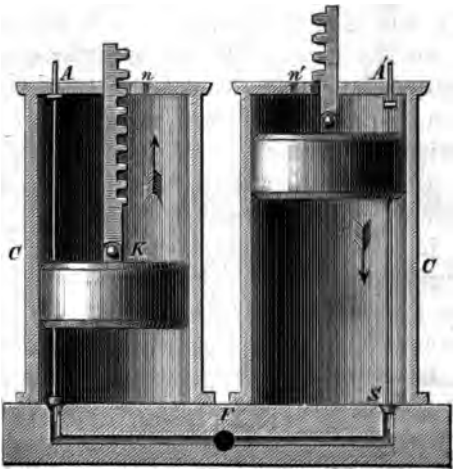
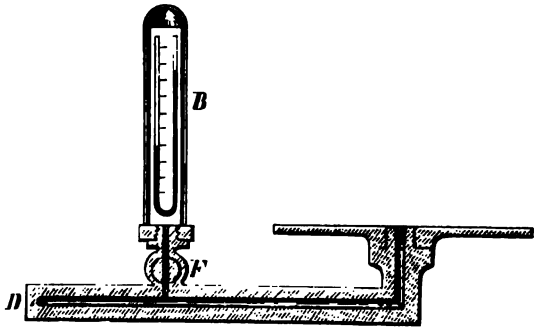


Fig. 145.



pumpe ist in Figur 145 abgebildet. Die beiden Stiefel C, C gleichen Dimensionen communiciren vermittelst desselben Kanals dem Recipienten R; die Kolbenstangen sind gezahnte Stangen, auf eine ähnliche Weise wie bei der zweistiefeligen Hahnluftpur Bewegung versetzt werden. In den Kolben K, K' sind die L angebracht, welche durch einen Druck von unten gehoben, durch Druck von oben aber verschlossen werden. Im oberen Theile stel Pumpenstiefel C, C' durch zwei kleine Oeffnungen n, n' in Con cation mit der Atmosphäre. Die Bodenventile bilden die Stang s'A', deren kleine Kegel s, s' genau in die conischen Oeffi passen. Von diesen Ventilen ist das in dem Stiefel geöffnet, i chem der Kolben gerade aufsteigt, dagegen das andere in dem geschlossen, in welchem der Kolben gleichzeitig niedergeht. Vo Recipienten geht der in Figur 145 a dargestellte Luftkanal bis I

Fig. 145 a.

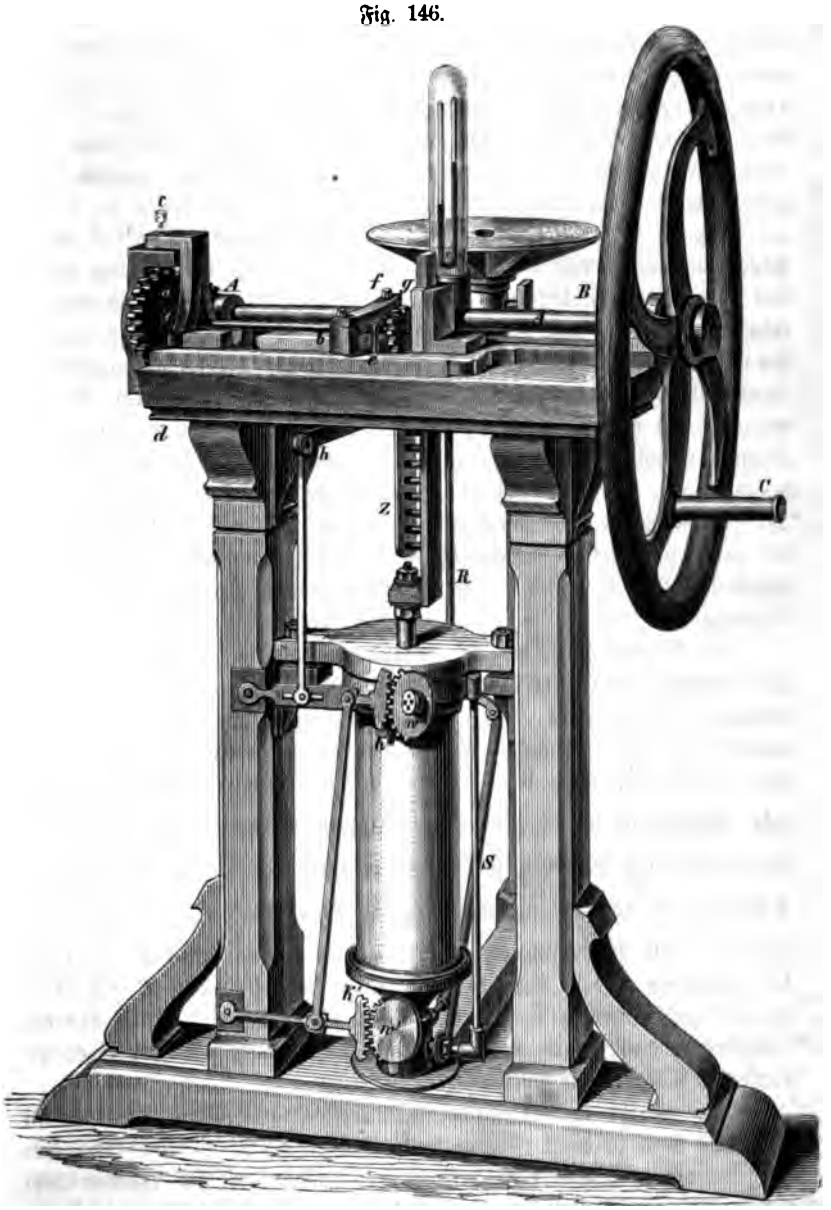


rauf er sich in zwei Arme theilt, wovon der eine nach dem Sti der andere nach dem Stiefel C' führt. — Die Barometerprobe findet sich als eine gewöhnliche Beigabe zur Luftpumpe in einer Glasglocke eingeschlossen, welche durch einen besonderen Hahn dem Recipienten in Verbindung gesetzt werden kann. Aus der der Quecksilbersäule, welche durch die verdünnte Luft noch g wird, erkennt man deren Spannkraft. Vergleicht man diese S kraft mit der durch den Barometerstand b gegebenen Spannkra äußeren Luft, so kann man auf den im Recipienten erreichten der Verdünnung schließen.

Man kann auch eine einstiefelige Luftpumpe zu einer peltwirkenden Luftpumpe einrichten, d. h. zu einer solchen pumpe, welche sowohl bei der aufsteigenden als bei der niedersteig Bewegung des Kolbens eine Verdünnung der Luft in dem Recip bewirkt. Der Mechanicus Staudinger zu Gießen hat uns eine de

vorzügliche Luftpumpe angefertigt, welche in Figur 146 dargeſtellt iſt. Die auf- und abgehende Bewegung des Kolbens geſchieht durch eine

Fig. 146.



Kurbel C, deren mit einem Schwungrad versehene horizontale Achse AB stets in gleicher Richtung gedreht wird. Von der Schwungradwelle aus wird mittelst Rad und Getriebe eine zweite kleinere horizontale Achse ba in Bewegung gesetzt, welche bei ihrer Drehung um ihre geometrische Achse noch eine zweite um die verticale Achse cd annehmen kann, dergestalt daß das äußerste Ende derselben, in der Mitte des Tisches eine Verschiebung in horizontaler Ebene zuläßt. Das Lager der Welle ist in eine gekrümmte Führung f eingeschlossen, wodurch jene Verschiebung gehörig gesichert wird. Vor dem Lager trägt die Welle ein Getriebe g, welches in die mit der Kolbenstange verbundene Zahnstange eingreift. Auf solche Weise wird dann die Kolbenstange gehoben, bis ein Zahn des Getriebes mit dem letzten Zahn der Stange in Eingriff kommt. Der Seitendruck bewirkt, daß das Getriebe sammt der Welle sich auf die andere Seite der Stange begibt, worauf dieselbe abwärts geht, bis der gleiche Vorgang am oberen Ende der Stange eintritt. Da die Verschiebung der Welle jedesmal am Ende des Hubes erfolgt, so wird sie benutzt, um die Stellung der Wechselhähne w, w' zu reguliren, indem die Enden einer Gabel zur Seite geschoben werden, wodurch das Ende h eines Hebels sich hebt und senkt sowie auch die damit gekuppelten Zahnbogen K, K', welche mit jenen der Wechselhähne in Eingriff stehen. — R ist das nach dem Recipienten führende Leitungsrohr.

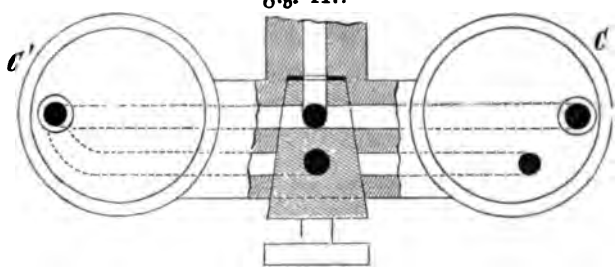
Es ist unmöglich, den Recipienten vollständig luftleer zu machen, wie folgende einfache theoretische Betrachtung zeigt. Es sei C der Kubikinhalt des Stiefels, R der des Recipienten sammt dem des Luftkanals. Bei jeder Hebung des Kolbens dehnt sich das Volumen R der Luft zu dem Volumen R + C aus, mithin reducirt sich ihre anfängliche Spannkraft b nach dem Mariotte'schen Gesetze auf $b_1 = b\frac{R}{R+C}$. Nach demselben Verhältnisse vermindert sich b_1 auf b_2 bei dem zweiten Kolbenzug, so daß nach n Kolbenzügen die Spannkraft $b_n = b\left(\frac{R}{R+C}\right)^n$ wird. — Die Verdünnung geht also desto rascher vor sich, je größer das Volumen C des Stiefels, je kleiner das Volumen R des Recipienten und je größer die Anzahl n der gemachten Kolbenzüge ist; eine vollständige Evacuirung im Recipienten kann jedoch erst nach einer unendlichen Anzahl von Kolbenzügen eintreten.

Die Praxis hat ebenfalls ihre Schwierigkeiten, welche bewirken, daß man bald zu einer Grenze kommt, über welche hinaus keine weitere Verdünnung der Luft mittelst der Luftpumpe sich erzielen läßt. Es bleibt nämlich zwischen dem Boden des Stiefels und dem Ventil *oder Hahn* noch ein kleiner Raum übrig, wenn der Kolben seine tiefste

Lage hat. Dieſer Raum heißt der ſchädliche Raum, weil er den durch die Luftpumpe erreichbaren Grad der Verdünnung feſtſtellt. Denn iſt die Luft ſo weit verdünnt worden, daß bei der tiefſten Lage des Kolbens die den ganzen Stiefelraum ausfüllende Luft in den ſchädlichen Raum zuſammengepreßt eine Dichte annimmt, welche jener der äußeren Luft gleichkommt; ſo kann keine Luft aus dem Stiefel mehr getrieben werden. Bezeichnet mithin s das Volumen des ſchädlichen Raums, C das Volumen des Stiefels ſammt ſchädlichem Raum; ſo gibt der Quotient $\frac{s}{C}$ die Grenze der mittelſt einer Luftpumpe erreichbaren Verdünnung der Luft im Recipienten an. Man muß daher bei der Conſtruction einer Luftpumpe Sorge tragen, daß der ſchädliche Raum möglichſt klein ausfalle. Leichter läßt ſich dies bei der Ventilluftpumpe im Vergleich zu der Hahnluftpumpe ausführen, dafür ſtellt ſich aber wieder der Nachtheil ein, daß die Spannung der Luft im Stiefel bald ſo gering wird, daß ſie das Kolbenventil nicht mehr zu heben vermag, wodurch der weiteren Verdünnung ebenfalls wieder eine Grenze geſetzt iſt.

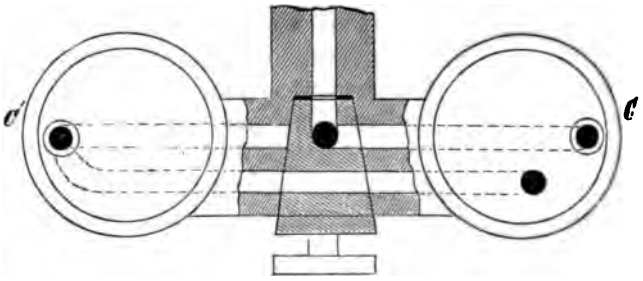
Man hat bei den zweiſtiefelichen Luftpumpen eine Verbeſſerung angebracht, durch welche man einen vollkommeneren leeren Raum erreichen kann, als er ſich auf gewöhnlichem Wege erzielen läßt. Bei der Ventilluftpumpe beſteht jene Verbeſſerung in dem ſogenannten Babinet'ſchen Hahn. Dieſer Hahn befindet ſich in dem Luftkanal, welcher die beiden Stiefel mit dem Recipienten verbindet, an derjenigen Stelle an welcher ſich der Kanal in zwei Theile ſondert. Die Figur 147

Fig. 147.



ſtellt den Hahn in der Lage dar, in welcher die beiden Stiefel C, C' durch die längs der Achſe gehende Bohrung mit dem Recipienten in Verbindung treten. Die Luftpumpe wirkt dann auf die gewöhnliche Weiſe. Hört nun bei dieſer Handhabung die Maſchine zu wirken auf, ſo wird der Hahn in die Lage (Fig. 147 a) verſetzt. Der Stiefel C tritt alsdann allein durch eine Querbohrung mit dem Recipienten in Verbindung und kann durch eine zweite Querbohrung mit dem Stiefel C' in Communication treten, die jedoch unterbrochen iſt, wenn der Kol-

Fig. 147a.



ben des letzteren Stiefels den höchsten Stand erreicht hat und ni
geht. In diesem Falle tritt dann ein Theil der in dem Recipie
noch befindlichen Luft in den Stiefel C, aber nicht in den Stiefe
Wenn dagegen der Kolben des letzteren Stiefels C' in die Höhe fi
mithin der Kolben des Stiefels C niederwärts geht, so treibt e
darin befindliche Luft durch die Verbindungsröhre in den Stiefe
wodurch die Luftmasse im letzteren Stiefel einen Zuwachs erhält. T
Zuwachs vermehrt, wenn jene Luftmasse beim Niedergehen des Kol
auf den schädlichen Raum reducirt wird, ihre Spannkraft, welch
befähigt das Kolbenventil zu heben und in die Atmosphäre zu ent
chen, so daß die im schädlichen Raume des Stiefels C' zurückblei
Luft wieder die Dichte der äußern Luft hat. — Da ein Theil der
aus dem schädlichen Raume des Stiefels C in den Stiefel C' üb
treten ist, so wird der Rest beim Aufwärtssteigen des Kolbens
Stiefel C eine geringere Dichte erlangen als die Luft im Recipie
welche daher theilweise in den Stiefel C übergeht und damit eine w
Verdünnung in dem Recipienten bewirkt. Diese Verdünnung wird
Grenze erreichen, wenn die Luft des Stiefelraumes C sammt dem
gehörigen schädlichen Raume reducirt auf den schädlichen Raum s
Dichte erhält, welche im Stiefel C' beim höchsten Stande seines
bens stattfindet: d. h. die Grenze der Verdünnung ist gleich $\frac{ss'}{CC''}$, w
s' den schädlichen Raum des Stiefels C' und C' das Volumen
Stiefels C' sammt schädlichem Raum bezeichnet. Von dem Pri
daß die Verdünnung der Luft bedeutender wird, wenn die Dichte
Luft in dem schädlichen Raume an und für sich geringer ist, n
man ebenfalls Anwendung bei den zweistiefeligen Hahnluftpum
mittelst eines Graßmann'schen Hahnes. Der Hahn einer solchen Pu
ist nämlich mit einer weiteren Durchbohrung versehen, welche sem
zu den beiden nach dem Recipienten führenden Kanälen steht und
stattet vor dem Aufziehen des Kolbens in dem einen Stiefel seinen mi
mosphärischer Luft gefüllten schädlichen Raum mit dem andern Stief

verbinden, wenn dessen Kolben in die Höhe gezogen ist, mithin dieser Stiefel verdünnte Luft enthält. Ist die mögliche Grenze der Verdünnung erreicht worden, so bringt man, wenn der Stiefel C aus dem Recipienten Luft aufgenommen hat, den Hahn H aus der Stellung (Fig. 148) in die Stellung (Fig. 148 a), in welcher beide Stiefel mit einander in Ver-

Fig. 148.

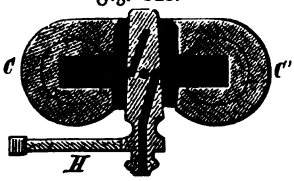
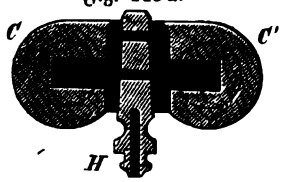


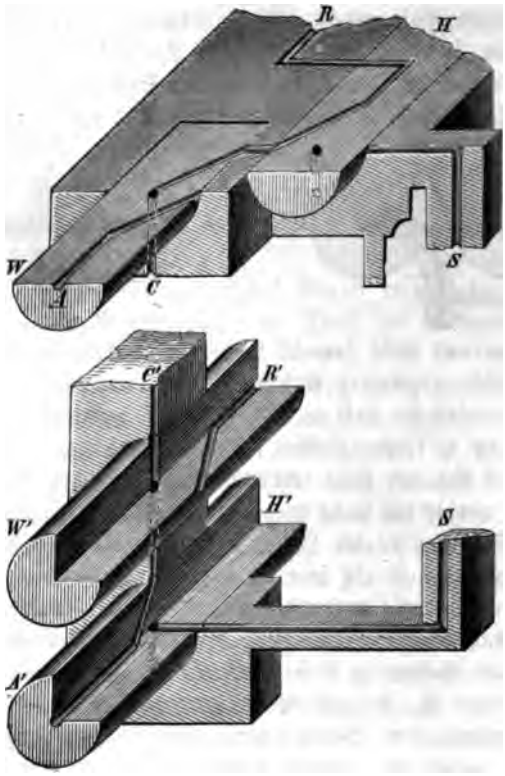
Fig. 148 a.



bindung stehen und beide sowohl von dem Recipienten als auch von der äußeren Luft abgesperrt sind. — Beim Niedergehen des Kolbens im Stiefel C wird die Luft in den Stiefel C' getrieben, so daß, wenn der Kolben in C seinen tiefsten Stand erreicht hat, im schädlichen Raume von C sich nur stark verdünnte Luft verbindet. Zieht man jetzt, nachdem man vorher den Hahn wieder in die Stellung (a) gebracht hat, den Kolben im Stiefel C in die Höhe; so gelangt die Luft darin zu einer Dichte, die geringer ist als jene der Luft im Recipienten, weßhalb wieder ein Theil der darin vorhandenen Luft in den Stiefel C übertreten kann, was eine weitere Verdünnung der Luft im Recipienten nach sich zieht. Um seine Luftpumpe einseitig wirken zu lassen, wendet Staudinger zwei Hülfshähne H, H' und den Seitencanal S an. — Figur 148 b zeigt die Stellung der Hähne, wenn die Maschine doppelt wirkend, Figur 148 c, wenn sie einseitig wirkend arbeitet. Die Kanäle CC' führen nach dem inneren Raum des Stiefels, die Kanäle R, R' nach dem Recipienten. In Figur 148 b ist die Stellung der Hülfshähne der Art, daß die Verbindung mit dem Seitencanal abgesperrt ist. Wenn der Kolben abwärts geht, findet oben das Saugen auf dem Wege CR statt, während unten das Ausblasen bei A' durch den Hülfshahn H' erfolgt. Beim Aufsteigen des Kolbens werden die Wechselhähne um 90° gedreht, wobei das Ausblasen durch den oberen W selbst erfolgt, während durch den unteren W' die Luft aus dem Recipienten gesaugt wird. — Kommen die Hülfshähne in die Stellung 148 c, so ist der obere Raum des Stiefels von dem Recipienten getrennt, während der Kanal des Hülfshahnes H mit dem Seitenkanal communicirt. Der untere Hülfshahn steht gleichfalls mit S in Verbindung; daher kann beim Aufsteigen des Kolbens Luft aus dem Recipienten in den Stiefel und beim Niedersteigen des Kolbens Luft in das Seitenrohr treten.

Wie wir sehen läßt sich also kein vollständig luftleerer Raum mit der Luftpumpe hervorbringen. Man betrachtet eine solche Maschine

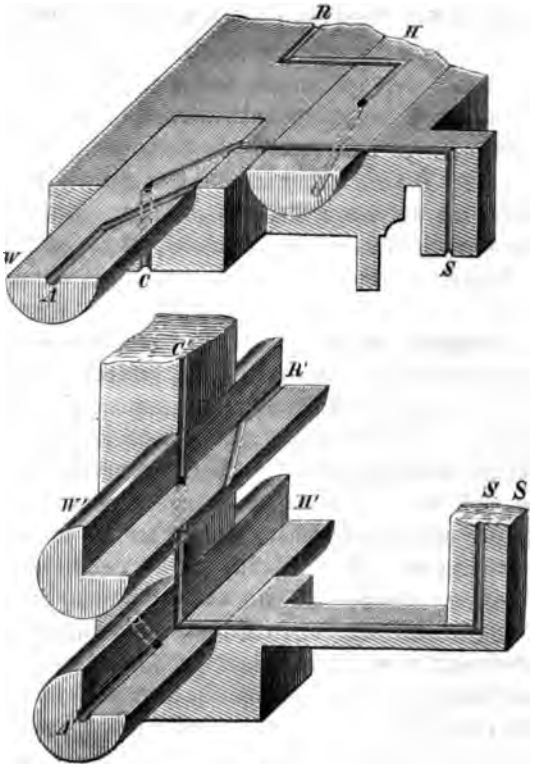
Fig. 148 b.



bereits als eine gute, wenn bei der gewöhnlichen Anordnung, wo der schädliche Raum mit der Atmosphäre in Verbindung steht, die Verdünnung wenigstens bis auf $\frac{1}{300}$ten Theil der Dichte der anfänglichen Luft gebracht werden kann. Bei einer zweistiefeligen Luftpumpe läßt sich dagegen eine 1200 bis 10000malige Verdünnung mit Zuhülfenehmen des Graßmann'schen oder Babinets'schen Hahnes bewirken. Der unvollkommene Verschluß der Fugen namentlich an den beweglichen Theilen, wie Ventile und Hähne, Glocke und Stempel, ist ebenfalls ein Hinderniß, welches den durch die Luftpumpe erreichbaren Grad der Verdünnung der Luft mehr oder weniger beschränkt. Um an dergleichen Stellen den größtmöglichen luftdichten Verschluß zu Stande zu bringen, bleibt nichts anders übrig, als an denselben fettige Substanzen aufzutragen.

Mit Hülfe der Luftpumpe lassen sich die bereits nachgewiesenen *Eigenschaften* der atmosphärischen Luft in ein helleres Licht setzen. Zu

Fig. 148 c.



den Versuchen, welche den atmosphärischen Druck beweisen, gehören folgende: Der Recipient haftet in Folge des äußeren Luftdruckes fest auf dem Teller, wenn man darin die Luft verdünnt hat. Mit Leichtigkeit wird er aufgehoben, wenn man äußere Luft einströmen läßt, welche durch ihr Bestreben sich auszudehnen den Druck der äußeren Luft aufhebt. — Zwei metallene Halbkugeln, welche mit ihren Rändern genau auf einander passen, hängen durch den Druck der äußern Luft stark zusammen, so daß sie nur mit großer Gewalt von einander getrennt werden können, wenn der innere Raum zwischen beiden Halbkugeln luftleer gemacht worden ist. Dergleichen Halbkugeln heißen Magdeburger Halbkugeln, weil Otto von Guerike, Bürgermeister zu Magdeburg, im Jahr 1654 diesen Versuch zuerst angestellt hat. — Wird ein unten und oben offener Recipient von Metall auf einer Seite mit einer gespannten Thierblase luftdicht verschlossen, mit der andern Seite aber auf den Teller der Luftpumpe gesetzt; so wird bei hinreichender Verdünnung die Blase durch den Druck der Atmosphäre zersprengt. Das

Zersprengen ist in der Regel von einem starken Knalle begleitet, welcher von dem plötzlichen Eindringen der äußern Luft in den verdünnten Raum herrührt. — Setzt man einen oben und unten offenen Glascylinder auf den Teller der Luftpumpe, verschließt die obere Oeffnung luftdicht mit einem dazu eingerichteten hölzernen Gefäß und schüttet in dasselbe Quecksilber; so wird, wenn die Luft darunter verdünnt ist, durch den Druck der äußern Luft das Quecksilber durch die Poren des Holzes getrieben und als feiner Regen herabfallen. Um das Einfallen des Quecksilbers in die Pumpe zu verhindern, ist es gut an geeigneter Stelle einen Schirm aufzustellen.

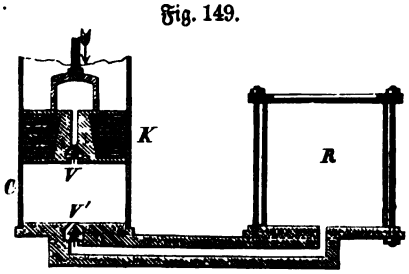
Zu den Versuchen, welche sich mit der Luftpumpe anstellen lassen um die Ausdehnsamkeit der Luft zu zeigen, gehören folgende: Das Bestreben der Luft sich in einem größeren Raum auszubreiten, insoweit der äußere Druck es nicht hindert, zeigt sich an dem Entweichen der Luft aus Wasser, wenn man dasselbe unter den Recipienten der Luftpumpe bringt und die Luft darin verdünnt. — Stellt man den zum Theil mit Wasser gefüllten Heronsball unter den Recipienten der Luftpumpe und verdünnt die Luft, so drückt die im Heronsball vorhandene Luft stärker auf das Wasser als die im Recipienten verdünnte Luft weßhalb das Wasser aus der oberen Oeffnung des Heronsballs heraus springt. — Befestiget man mittelst eines gut schließenden Korks in ein zum Theil mit Wasser gefülltes Gefäß eine gekrümmte beiderseits offene in das Wasser reichende Glasröhre, deren anderes Ende in ein leeres Gefäß geht, und bringt dann den Apparat unter den Recipienten der Luftpumpe und evacuirt, so wird das Wasser in das leere Gefäß übertreten. Läßt man in den Recipienten äußere Luft einströmen, so wird sich das Wasser in das erste Gefäß wieder zurückziehen. — Man macht in die harte Schale an der Spitze eines frischen Eies eine kleine Oeffnung, bringe darauf das Ei, die Oeffnung nach unten gekehrt, unter den Recipienten der Luftpumpe und verdünne darin die Luft. Die in der Gegend der oberen Wölbung des Eies in einem Bläschen eingeschlossene Luft dehnt sich aus, wodurch zuerst das Weiße dann das Gelbe des Eies zur Oeffnung heraustritt. Beim Zulassen der äußern Luft geht meistens alle Flüssigkeit in das Ei wieder zurück.

2. Verdichtungspumpe.

Die Verdichtungs- oder Compressionspumpe dient, wie schon der Name anzeigt dazu, die Luft in einem Raume zusammenzudrücken oder zu verdichten. Es ist klar, daß eine Hahnluftpumpe auch zum Verdichten der Luft gebraucht werden kann. Zu diesem Behufe hat man

den Hahn nur so zu stellen, daß der Stiefel mit der äußeren Luft in Verbindung steht, wenn der Kolben aufwärts geht, dagegen mit dem Recipienten in Communication tritt, wenn der Kolben niedersteigt. Auf diese Weise wird bei jedem Herabdrücken des Kolbens eine neue Menge Luft in den Recipienten getrieben, der natürlich durch eine passende Vorrichtung festgehalten werden muß, damit er durch die Elasticität der eingeschlossenen Luft nicht in die Höhe gehoben werden kann. Es ist jedoch nicht räthlich eine Verdünnungspumpe zugleich als Verdichtungspumpe zu gebrauchen, weil der Teller bei dem Verdichten der Luft leicht verdorben wird und seine Brauchbarkeit für das Verdünnen der Luft verliert. Man thut daher gut daran, eine Pumpe blos zur Verdichtung einzurichten. — Eine sehr einfache Compressionspumpe besteht aus einem als Pumpenstiefel dienenden Rohr, in welchem ein gut schließender Kolben auf und ab bewegt werden kann. Das Rohr wird entweder an den Recipienten angeschraubt oder durch eine Röhre mit ihm in Verbindung gesetzt. An dem unteren Ende des Rohrs befindet sich ein Hahn oder Ventil, welches die Luft in den Recipienten eintreten aber nicht heraustreten läßt. Gegen das obere Ende hin hat das Rohr eine Seitenöffnung, durch welche beim Vorbeigehen des in die Höhe gezogenen Kolbens die äußere Luft in den leeren Raum einströmt, welche beim Einschieben des Kolbens in den Recipienten getrieben wird. Um Wasser mit Gasen zu sättigen, steht das Pumpenrohr durch eine mit einem Ventil versehene Seitenröhre mit dem Behälter in Verbindung, aus welchem das Gas in das Pumpenrohr gelangt, von wo es dann in das mit Wasser gefüllte Gefäß gepreßt wird. — In Figur 49 ist eine Compressionspumpe abgebildet, um an derselben das Spiel der Ventile zu zeigen. Beide Ventile V und V′ sind sogenannte Kegelventile, welche durch schraubenförmig gewundene Drahtfedern in die Oeffnungen hineingedrückt werden, damit sie recht fest schließen. Das eine Ventil V befindet sich am Boden des Kolbens K, das andere V′

Fig. 149.



am Boden des Stiefels C. Geht der Kolben in die Höhe, so wird die Luft unter ihm verdünnt; deßwegen schließt sich das Ventil V′, da-

gegen öffnet sich das Ventil V durch den Druck der äußeren Luft und gestattet derselben den Eintritt in den Stiefel. Steigt der Kolben nieder, so wird die Luft unter ihm verdichtet und das Ventil V um so fester verschlossen, während das Ventil V' geöffnet wird und die verdichtete Luft in den Recipienten strömt. Bei jedem Hinabsteigen des Kolbens geht also die Luftmenge, welche in den Stiefel beim Aufwärtssteigen eingedrungen war, in den Recipienten und bewirkt so einen höhern Grad der Verdichtung.

Ist C der Cubikinhalt des Stiefels, R jener des Recipienten sammt Verbindungsröhre; ferner b der anfängliche Druck der Luft im Recipienten und wird Luft von gleichem Druck b in denselben eingepumpt, so wird darin nach n Bewegungen des Kolbens eine Luftmenge $R + nC$ vom anfänglichen Drucke b comprimirt worden sein. Die Spannkraft b, der verdichteten Luft wird folglich gleich sein $b\left(\frac{R + nC}{R}\right)$. Die Verdichtung wird folglich um so größer sein, je kleiner das Volumen des Recipienten im Vergleich zu dem des Stiefels ist und je mehr Bewegungen des Kolbens stattgefunden haben.

Der schädliche Raum einer Compressionspumpe beschränkt ebenfalls den durch dieselbe erreichbaren Grad der Verdichtung. Denn hat die Luft bei der tiefsten Lage des Kolbens im schädlichen Raume die nämliche Dichte wie die Luft im Recipienten, so ist kein Grund vorhanden, aus welchem ein neues Luftquantum in den Recipienten gehen sollte; die Verdichtung hat mithin ihr Ende erreicht. Beim aufgezogenen Kolben ist nun der Stiefel mit atmosphärischer Luft gefüllt, welche bei ganz herabgedrücktem Kolben in den schädlichen Raume getrieben wird. Daraus folgt, wenn C das Volumen des Stiefels sammt schädlichem Raume, s das Volumen des schädlichen Raumes selbst anzeigt, daß $\frac{C}{s}$ die Grenze der Verdichtung ausdrückt, welche sich erreichen läßt.

Mit der Compressionspumpe lassen sich folgende Versuche anstellen. Eine im heißen Wasser erweichte Kautschuckflasche kann dadurch, daß man ihren Hals an einem Hahn des Recipienten befestiget und verdichtete Luft von Zeit zu Zeit in sie einströmen läßt, zu einem beträchtlichen Umfange ausgedehnt werden. — Eine stark aufgeblasene Blase wird in verdichteter Luft kleiner. — Das Queckfilber in einer unter dem Recipienten der Compressionspumpe befindlichen Manometerröhre steigt, wenn die Luft verdichtet wird. — Man stelle den bei der Verdünnungspumpe schon zur Sprache gebrachten Apparat, der aus zwei

Gefäßen beſteht, deren eines zum Theil mit Waſſer gefüllt und das andere leer iſt, und in welche beide ein Heber reicht, den man auf dem erſteren Gefäß mit luftdichtem Verſchluſſe befeſtigt hat, unter den Recipienten der Compreſſionspumpe und verdichte darin die Luft. Man ſieht bei dem Verdichten fortwährend Luftblaſen aus dem Waſſer in den oberen Theil des Gefäßes treten, ſo daß der Luftdruck in demſelben wie in dem leeren Gefäße einerlei iſt. Läßt man hierauf die verdichtete Luft aus dem Recipienten ſtrömen, ſo wird die Spannkraft der Luft in dem leeren Gefäße ſich vermindern, während jene der im anderen Gefäße eingeſchloſſenen Luft unverändert bleibt, was den Uebertritt des Waſſers aus dem letzteren Gefäße in das leere zur Folge hat.

Der Kraft der comprimirten Luft liegt die Einrichtung der Windbüchſe zu Grunde. Der aus ſtarkem Eiſenblech beſtehende hohle Kolben bildet den Recipienten, welcher durch eine Sperrklappe verſchloſſen iſt, d. h. durch einen kegelförmigen Pfropf, der durch eine Spiralfeder gegen die Oeffnung im Kolben gedrückt wird. Man verdichtet die Luft im Kolben, indem man an ihn ein Pumpenrohr anſchraubt, das oben mit einer Seitenöffnung verſehen iſt. Nachdem mit Hülfe dieſer Pumpe der Kolben geladen iſt, ſchraubt man an die Stelle der letzteren den die Kugel enthaltenden Lauf. Das Abſchießen der Windbüchſe geſchieht mit Hülfe des Drückers, welcher die Sperrklappe auf einen Augenblick öffnet und den Ausgang für die Luft geſtattet. Der Drücker iſt ähnlich eingerichtet wie das Schloß am gemeinen Schießgewehr. — Man kann ohne von Neuem zu laden mehrere Schüſſe nach einander thun. — Die Wirkung des Feuergewehres übertrifft die der Windbüchſe, bei welcher die Kraft nicht gut einen 20fachen Atmoſphärendruck überſteigen kann. Die bedeutende Kraft im Feuergewehr iſt ebenfalls comprimirte Luft, nämlich diejenige, welche aus der Verbrennung des Pulvers ſich entwickelt. Dieſe auf den kleinen Raum des Pulvers anfänglich zuſammengedrängte Luft iſt bei der Verbrennung beſtrebt einen wohl 300mal größeren Raum einzunehmen, der wegen der dabei ſtattfindenden beträchtlichen Hitze ohnerachtet verſchiedener Kraftverluſte vielleicht zum Dreifachen davon anwachſen mag. Dergleichen Kraftverluſte rühren her von dem Entweichen von Gas durch die Zündöffnung, ferner von der nicht augenblicklich ſondern ſucceſſiv vor ſich gehenden Verbrennung, wodurch die ſpäter ſich entwickelnden Gastheile einen größeren Raum zur Ausbreitung finden. Es läßt ſich hiernach die Kraft des Feuergewehrs auf etwa 900 Atmoſphärendruck anſchlagen, eine Kraft, welcher jene der Windbüchſe nicht gleich kommt.

3. Gewichtsverluſt der Körper in der Luft. — Specifiſches G der Gaſe.

Das für tropfbare Flüſſigkeiten nachgewieſene Archimediſche P gilt auch für die Gaſe; es wird mithin ein in Luft eingetauchter per ſo viel an ſeinem Gewichte verlieren, als das Gewicht der vo verdrängten Luftmaſſe beträgt. Ein derartiger Gewichtsverluſt lä mit Hülfe des ſogenannten Wagemanometers unter dem Recip der Luftpumpe nachweiſen. Daſſelbe beſteht aus einem Wagebalk deſſen einem Arme ein kleiner dichter Metallkörper und am a eine große hohle Glaskugel ſich das Gleichgewicht halten, wen Apparat ſich in der atmoſphäriſchen Luft befindet. Bringt dieſen Apparat unter den Recipienten der Luftpumpe und ver darin die Luft, ſo wird man den Wagebalken ſich neigen und die Kugel herabſinken ſehen. Die Kugel iſt folglich in Wirklichkeit rer als der Metallkörper, welcher ihr in der atmoſphäriſchen Lu Gleichgewicht hält. Es wird alſo ein Körper, deſſen Gewicht iſt als das Gewicht der vorhin verdrängten atmoſphäriſchen L derſelben herabfallen, weil ſein Gewicht den Auftrieb der Luft trifft. Dagegen wird ein Körper, welcher mit der Luft einerlei beſitzt, in der Luft ſchwimmen, weil Schwere und Auftrieb ei das Gleichgewicht halten. Endlich wird ein Körper, deſſen Dich ringer als jene der Luft iſt, in derſelben in die Höhe ſteigen, w Auftrieb die Schwere überwiegt. Aus dieſem Grunde erheben ſi Rauch und der Waſſerdampf, wie auch die Luft ſelbſt, die erwärmt den, alſo minder dicht iſt. — Eine in der Luft vorgenommene W gibt nicht immer richtig das wahre Gewicht des gewogenen K an. Es ſei Q das Gewicht des Körpers im leeren Raume, Volumen; Q′ das Gewicht des Gegengewichtes im leeren Raum das Volumen des Gegengewichtes. Bezeichnet δ das ſpecifiſche G welches die Luft bei der Abwägung beſitzt: ſo hat man eigentl Gleichung: $Q - V\delta = Q' - V'\delta$, oder $Q = Q' + (V - V')\delta$. der gewogene Körper von der nämlichen Dichtigkeit wie das Ge wicht, ſo wird $V = V'$; mithin $Q = Q'$: d. h. in dieſem Falle f das Gewicht des Körpers mit dem des Gegengewichtes überein. den übrigen Fällen begeht man aber, wenn man $Q = Q'$ ſetzt, Fehler, der deſto beträchtlicher iſt, je verſchiedener die Körper hi lich ihrer Dichtigkeit ſind und je dichter die atmoſphäriſche Luft i Hat der zu wägende Körper eine größere Dichtigkeit als das Ge wicht, ſo iſt V kleiner als V′; mithin iſt $Q < Q'$. — Iſt dageg *Dichtigkeit* des Körpers kleiner als jene des Gegengewichtes, ſo

r als V; folglich dann $Q > Q'$. — Die Gleichung $Q = Q' - \delta + V\delta$, ſagt aus, daß, um vergleichbare Reſultate zu erzielen das Gewicht eines Körpers im leeren Raume zu erhalten, man m in der Luft gefundenen Gewichte das Gewicht der von dem :r verdrängten Luftmaſſe zu addiren hat.

Gewöhnlich vergleicht man das ſpecifiſche Gewicht der Gaſe mit der atmoſphäriſchen Luft, weßhalb es nöthig iſt vorerſt das letz- n Bezug auf Waſſer kennen zu lernen. Man nimmt zu dieſem ſ einen geräumigen mit einem Hahn verſchließbaren Ballon von Glas, ihn ſorgfältig ab ſowohl während er mit trockener Luft von der lichen Dichte gefüllt iſt als auch nachdem die Luft darin mit Hülfe guten Luftpumpe möglichſt verdünnt worden. Um in dem Ballon mmen trockene Luft zu erhalten, muß man denſelben mehreremal mpen und ſtets wieder warme trockene Luft einſtrömen laſſen, indem die Luft beim Einſtrömen in den Ballon durch mit Chlorcalcium üllte Glasröhren ſtreichen läßt: ein Verfahren, welches bei der Be- ung des ſpecifiſchen Gewichtes anderer Luftarten gleichfalls in An- ng kommt. Dies vorausgeſchickt, ſei Y das Gewicht des völlig luft- Ballons; ferner X das Gewicht der Luft, welche der Ballon bei 0° C 60 Millimeter Barometerſtand faßt; endlich P das Gewicht des luft- ten Raumes bei der Temperatur t°C und dem Barometerſtand b; man ann die Gleichung: $P = Y + \frac{Xb}{(1+\alpha t).760}$. — Iſt P' das Ge- des luftverdünnten Raumes bei dem Stande δ der Barometer- , ſo erhält man weiter: $P' = Y + \frac{X\delta}{(1+\alpha t).760}$. Durch Sub- on dieſer Gleichung von der vorhergehenden entſpringt:

$$P - P' = \frac{X(b-\delta)}{(1+\alpha t).760},$$

as ſich X beſtimmen läßt. — Um das ſpecifiſche Gewicht der Luft halten, braucht man nur noch das gefundene Gewicht X durch das nen des Ballons zu dividiren. Man findet dieſes Volumen, wenn den Ballon mit reinem Waſſer füllt und ihn dann genau abwägt; nn von dem ſo gefundenen Gewichte W das Gewicht P, des leeren ns abzieht. Die Differenz W — P' in Cubikcentimeter für Gramm- te gibt das geſuchte Volumen des Ballons. — Man kann dabei en nach dem Verdünnen in dem Ballon bleibenden Rückſtand der dadurch Rückſicht nehmen, daß man das Waſſer in den leeren durch den atmoſphäriſchen Druck hineintreiben läßt, bis die ge- Menge der darin befindlichen Luft auf die Dichte der äußeren ht iſt und nur das Gewicht dieſes Waſſers in Rechnung bringt.

Auf ſolche Weiſe hat man gefunden, daß ein Liter oder ei
bikdecimeter atmoſphäriſcher Luft im Normalzuſtande 1,2931 Gr
wiegt. — Die atmoſphäriſche Luft im Normalzuſtande iſt d
773,53 mal leichter als Waſſer bei ſeiner größten Dichte und 105
leichter als Queckſilber von 13,59 ſpecifiſchem Gewichte.

War bei der Füllung des Ballons mit einem Gaſe t' die
peratur und b' der Barometerſtand, Q das Gewicht des mit G
füllten Ballons, Q' das Gewicht des mit Gas entleerten Ballo
hat man für das Gewicht X' des mit Gas bei der Temperatur
dem Barometerſtand 760 Millimeter gefüllten Ballons die Glei

$$X' = (Q - Q')(1 + \alpha t')\frac{760}{b' - \delta'},$$

wo δ wieder die Spannkraft des beim Auspumpen noch blei
Gasrückſtandes bezeichnet. — Man erhält hiernach für das ſpe
Gewicht des Gaſes, das der atmoſphäriſchen Luft als Einheit
nommen, die Relation:

$$s = \frac{Q - Q'}{P - P'} \cdot \frac{1 + \alpha t'}{1 + \alpha t} \cdot \frac{b - \delta}{b' - \delta'}.$$

Der Ausdruck reducirt ſich auf $s = \frac{Q - Q'}{P - P'}$, wenn die Tempe
t und t' ſowie die Druckkräfte $b - \delta$ und $b' - \delta$ als unverä
angeſehen werden können.

In nachſtehender Tabelle ſind die ſpecifiſchen Gewichte de
tigeren Gasarten, die der atmoſphäriſchen Luft als 1 angen
aufgezeichnet.

Gaſe.	Specifiſche Gewichte.	Gaſe.	Specifiſche Ge
Chlor	2,4216	Sauerſtoff	1,102
Cyangas	1,8197	Stickgas	0,975
Stickſtoffoxydgas	1,5269	Ammoniakgas	0,596
Kohlenſäure	1,5245	Waſſerſtoff	0,068

Das ſpecifiſche Gewicht eines zuſammengeſetzten Gaſes kann a
den ſpecifiſchen Gewichten ſeiner Beſtandtheile berechnet werden
man das Verhältniß kennt, in welchem dieſelben in dem ge
Gaſe vorkommen. Beſteht nämlich dieſes Gas aus v Raun
eines Gaſes, deſſen ſpecifiſches Gewicht s, und aus v' Raun
eines Gaſes, deſſen ſpecifiſches Gewicht s'; ſo iſt das ſpecifiſ
wicht des Gaſes $s'' = \frac{vs + v's'}{v + v'}$, falls bei der Verbindung der
Gaſe keine Zuſammenziehung oder Ausdehnung ſtattgefunden ha
dagegen das Volumen $v + v'$ bei der Verbindung der Beſtandt
V übergegangen, ſo hat das ſpecifiſche Gewicht des zuſammen

Gases zum Ausdruck: $s'' = \frac{vs + v's'}{V}$. — Als Anwendungen dieser Formeln mögen folgende zwei Beispiele dienen. — Zwei Volumen Stickstoffoxydulgas bestehen aus zwei Volumen Stickgas und 1 Volumen Sauerstoffgas. Für diesen Fall hat man für die Dichte des Stickstoffoxydulgases $s'' = \frac{2 \,.\, 0{,}9757 + 1 \,.\, 1{,}1026}{3} = 1{,}5265$. — Zwei Volumen Stickstoffoxydgas enthalten 1 Volumen Stickgas und 1 Volumen Sauerstoffgas. Hier ist also die Dichte des Stickstoffoxydgases

$$s'' = \frac{0{,}9757 + 1{,}1026}{2} = 1{,}0391.$$

4. Pumpen. — Heber. — Mariotte'sche Flasche. — Aerostate.

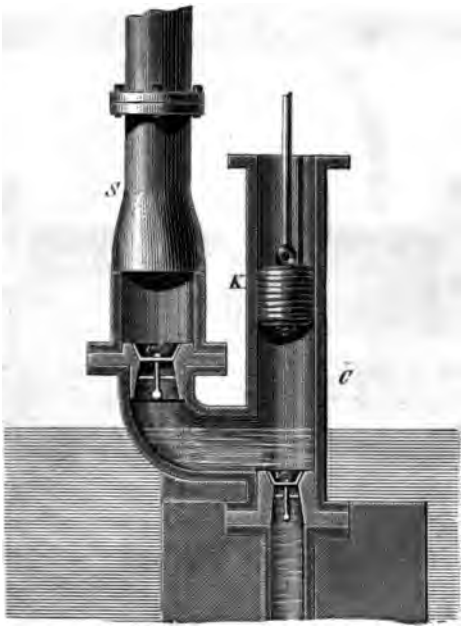
Pumpen sind Apparate, mit deren Hülfe man Wasser aus der Tiefe hebt und in die Höhe schafft. Es geschieht dies entweder durch ein Aufsaugen oder durch Druck, weßhalb man Saugpumpen und Druckpumpen unterscheidet. — Die Saugpumpe in Figur 150 dargestellt, besteht aus einem Cylinder C, in welchem der Kolben K auf und ab bewegt wird; aus dem Saugrohr S, welches mit seiner unteren Oeffnung in das zu hebende Wasser reicht, und aus zwei Ventilen. Das Saugventil V befindet sich oben am Saugrohr und öffnet sich von unten nach oben; mit einem ähnlichen gleichfalls nach oben zu sich öffnenden Ventil V' ist der Kolben versehen. — Zieht man den Kolben in die Höhe, so wird die in dem Cylinder vorhandene wenige Luft darin sich ausbreiten, die im Saugrohr S befindliche dichtere Luft das Saugventil V heben und in den Cylinder C treten. In Folge der dadurch entstandenen Luftverdünnung in dem Saugrohr erhebt sich durch den Druck der Atmosphäre das Wasser in dem Saugrohr, bis der Druck der gehobenen Wassersäule und jener der verdünnten Luft dem Atmosphärendrucke gleich kommt. — Wird der Kolben hinabgedrückt, so schließt sich das Ventil V durch sein eigenes Gewicht und verhindert das Zurückgehen der Luft aus dem Cylinder in das Saugrohr; dagegen öffnet die comprimirte Luft das Ventil V' und entweicht zum Theil durch das Rohr R das sogenannte Steigrohr, in die Atmosphäre. Bei jedem Auf- und Niedergange des Kolbens wiederholen sich diese Erscheinungen, bis nach einigen Kolbenzügen das Wasser zuletzt in den Cylinder C tritt. Beim Herabdrücken des Kolbens hebt nunmehr der auf das Wasser ausgeübte Druck das Kolbenventil, worauf das Wasser in den über dem Kolben befindlichen Raum gelangt, in welchem es sich bei jedem Kolbenzuge mehr ansammelt und endlich durch das Ansatzrohr ausfließt. Bezeichnet b die Höhe der Wassersäule, welche dem Atmosphären-

Fig. 150.

drucke das Gleichgewicht hält, h die Hö
ſerſäule unter dem Kolben, h' die Hö
ſerſäule über dem Kolben; ſo erleide
auf ſeine Fläche beim Heraufziehe
her einen Druck $a(b + h')\gamma$, vor
einen Druck $a(b - h)\gamma$. Es
ein Druck zu überwinden übrig; u
$(h' + h)a\gamma$ iſt; d. h. ein Druck
einer Waſſerſäule, welche zur Baſi
zontalen Querſchnitt des Kolbens u
die Entfernung vom Niveau des Wa
Behälter bis zur Ausflußöffnung h
Atmoſphärendruck nur eine Waſſerſä
Meter zu tragen vermag, ſo darf
dieſe Höhe über dem unteren Waſſe
überſteigen. Er kann ſelbſt dieſe
erreichen, weil einmal der Kolben
tiefſten Stande ſich nicht genau an
des Cylinders anlegt, mithin hier
Luftpumpe ein ſchädlicher Raum ſei
äußert; dann der Verſchluß zwiſchen
und der inneren Wand des Cylinde
vollkommen luftdicht machen läßt.
ſtehende Höhe wird daher im Allge
8 bis 9 Meter betragen.

Die Druckpumpe (Fig. 151)
einem Cylinder C, in welchem
luftdicht ſchließende Kolben K ſich auf und ab bewegt.
des Cylinders befindet ſich ein Ventil V, welches ſich
nach oben öffnet, und an der Seite des Cylinders ein
gekrümmte Röhre S, die ſogenannte Steigröhre mit ein
V', das ſich von innen nach außen öffnet. Beim Hebe
bens ſteigt das Waſſer in den Cylinder C und wird b
drücken des Kolbens in die Steigröhre getrieben, in welche
jedem Kolbenſtoße höher erhebt und endlich zur oberen Aus
gelangt. Abgeſehen von den Bewegungshinderniſſen komm
beim Aufziehen des Kolbens dem Gewicht einer Waſſer
welche die Kolbenfläche zur Baſis und den Abſtand der
Waſſerſpiegel im Behälter zur Höhe hat. Beim Herabdrück
bens iſt eine Kraft erforderlich, welche die Waſſerſäule in
röhre zu tragen vermag. In der vereinigten Saug- und D

Fig. 151.



steigt, wenn der undurchbrochene Kolben in dem Cylinder gehoben wird, das Wasser in dem Saugrohr hinauf durch das Ventil, welches sich aufwärts öffnet. Wird der Kolben niedergedrückt, so geht das Wasser durch ein Ventil, das sich ebenfalls aufwärts öffnet, in die Steigröhre. Eine Anwendung von der Saug- und Druckpumpe sehen wir bei der Feuerspritze (Fig. 152). Sie besteht um den Ausfluß des Wassers gleichförmiger zu machen aus zwei Druckpumpen A und B, welche das in einem Behälter W befindliche Wasser in einen und denselben Windkessel C treiben in der Art, daß während der Kolben der einen Pumpe aufwärts geht, der andere niedersteigt. Die Luft wird in dem Windkessel mehr und mehr zusammengedrückt, so daß sie das eingetretene Wasser auf eine bedeutende Höhe zu treiben vermag. Um den hervorspritzenden Wasserstrahl leichter lenken zu können, schraubt man nahe an den Boden des Windkessels ein bewegliches Rohr oder einen wasserdichten Schlauch.

Der Heber ist eine gebogene Röhre mit ungleich langen Schenkeln und dient zur Entleerung der Flüssigkeit aus einem Gefäße. Zu diesem Behufe wird der kürzere Schenkel K (Fig. 153) in die zu entleerende Flüssigkeit W getaucht und durch Saugen am Ende des längeren Schenkels l die Röhre mit Flüssigkeit angefüllt. Diese fließt durch den länge-

Fig. 152.

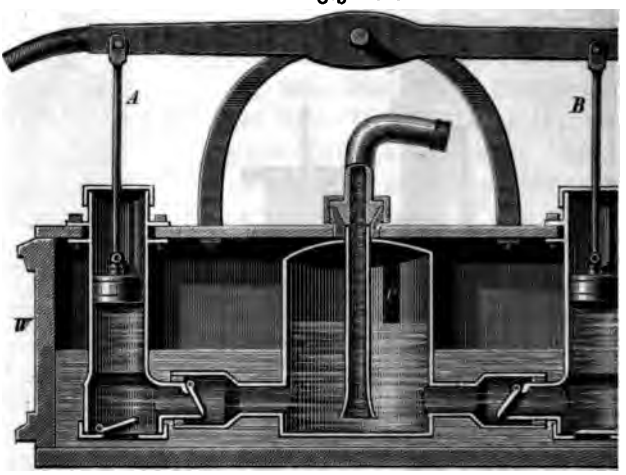
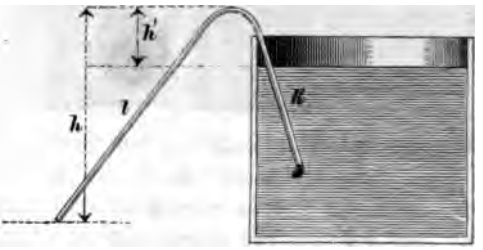


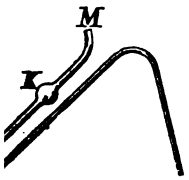
Fig. 153.



ren Schenkel heraus, so lange das Ende desselben tiefer li
Stand der Flüssigkeit in dem Behälter. Denn an beiden S
wirkt der Atmosphärendruck von unten nach oben fast mit glei
dagegen die in den Schenkeln befindlichen Wassersäulen von
unten. Nun wird aber der Luftdruck durch den hydrostatis
in dem längeren Schenkel mehr vermindert als jener in de
Schenkel, weßhalb eine Bewegung der Flüssigkeit in der Ri
überwiegenden Druckes eintreten muß. Der Ueberschuß an
spricht dem Unterschiede der Flüssigkeitssäulen in den beiden
Bezeichnet h die Höhe der Flüssigkeitssäule in dem längeren
h' diese Größe in dem kürzeren; so wird abgesehen von den R
hindernissen die Abflußgeschwindigkeit u durch $u = \sqrt{2g(h$
die Abflußmenge Q in der Secunde durch $Q = a u$ ausgedrück
Querschnitt des Hebers darstellt. Es ist einleuchtend, daß d
des obersten Punktes des Hebers von dem Spiegel der Flüs
größer sein darf als die zum Luftdrucke gehörende Flüssigkei

Saugen bequemer vornehmen zu können und zu verhindern, ssigkeit in den Mund komme, gibt man dem Heber noch ein r s wie man in der Figur 154 sieht. Man saugt bei der

Fig. 154.



Mündung M vorsichtig, indem man die Oeffnung B mit dem Finger verschließt. Die Kugel K in dem Ansatzrohr s dient zum Aufnehmen der Flüssigkeit, wenn solche etwa durch zu starkes Ansaugen zu hoch gestiegen sein sollte. — Bei dem Gebrauche weiter Heber bringt man an der Biegung derselben eine Oeffnung an, die sich verschließen läßt, deßgleichen an der Abflußöffnung eine verschließbare Vorrich-

Der kurze Schenkel wird dann in das mit der abzulassenden it angefüllte Gefäß getaucht, während die Abflußöffnung ge- ist. Hierauf gießt man durch die Oeffnung an der Biegung Flüssigkeit zu, bis der Heber gefüllt ist; alsdann wird die letz- ffnung geschlossen und die Abflußöffnung frei gemacht.

r Vexirbecher ist ein Gefäß mit einem Heber, dessen längerer durch den Boden des Gefäßes hindurch geht, während die g des kürzeren Schenkels sich nahe am Boden befindet. Gießt n eine Flüssigkeit in das Gefäß, bis sie den höchsten Theil des erreicht hat, so geht sie auch in den längeren Schenkel über innt aus demselbeu auszufließen. — Man trifft an einigen periodische Quellen, d. h. Quellen, welche zu gewissen Zeiten zu anderen Zeiten aber versiegen. Dergleichen Quellen stehen in Verbindung mit heberförmigen Kanälen, deren Wirkungen nnen, wenn sie mit Wasser angefüllt sind. — So erklärt man Erscheinungen des Zirknitzer Sees, der zu gewisser Zeit von entleert ist und an dessen Boden Oeffnungen vorkommen, welche ndungen der kürzeren Schenkel von heberförmigen Kanälen zu inen, durch die das Wasser abfließt. — Das gefährliche An- des Wassers in Kanälen bei starken Regengüssen kann man durch gemauerte Heber, wie dies bei dem Kanal von Lan- zur Ausführung gekommen ist. Der höchste Punkt eines ver- gemauerten Hebers liegt in der Horizontalfläche des größten andes im Kanale, an dessen Boden die Mündung des kürzeren s des Hebers geht, während der längere Schenkel das Wasser Seitenkanal abführt, bis der Wasserspiegel zu der an dem ngebrachten Seitenöffnung gesunken ist.

Vermittelst des Hebers kann man eine gleichförmige Aus
schwindigkeit erzeugen, wenn man dafür Sorge trägt, daß währ
Ausflußzeit der Unterschied in den Höhen beider Flüssigkeitssäul
stant bleibt. Es läßt sich dies dadurch bewerkstelligen, daß m
Heber mit einem auf der Oberfläche der Flüssigkeit schwimmende
per verbindet und denselben durch ein Gegengewicht im Gleich
erhält, daß er in dem Maße sinkt, in welchem das Niveau i
Gefäße fällt.

Eine constante Abflußgeschwindigkeit liefert auch die Mari
sche Flasche (Fig. 155). Sie besteht aus einer großen Flasc

Fig. 155.

luftdicht eingekitteter offener Glasröhre GB. Die Flasche ist bis
Hals A mit Wasser gefüllt und hat in ihrer Seitenwand eine Oe
O, die beliebig verschlossen oder geöffnet werden kann. Fließ
Wasser durch die Oeffnung O ab, so treibt der Atmosphärendru
Wasser in der Röhre bis an das Ende B herab und die Luft in
in den oberen Theil der Flasche. So lange dies dauert bleibt d
fluß sich gleich, wie auch das Niveau in der Flasche sich ändern
Denn die in der Mündung B der Glasröhre liegende Niveau
erleidet den nämlichen Luftdruck wie die Abflußöffnung, so da
Wasser allein durch den hydrostatischen Druck der Säule BC zum
fließen kommt.

Aerostate oder Luftballons sind aus leichten luft
Stoffen gefertigte Kugeln, die mit erwärmter Luft oder mit

anderen Luftart gefüllt sind, die leichter als die atmosphärische Luft ist. Ein mit erwärmter Luft gefüllter Luftballon heißt nach dem Erfinder eine Montgolfiere; ein mit einem Gas von geringem specifischen Gewichte zum Steigen gebrachter Ballon nach dem Erfinder eine Charliere. — Die Montgolfiere wird aus mit Papier überzogener Leinwand verfertigt; eine kleine Montgolfiere kann auch blos von Papier sein. In dem untersten Theile ist die Montgolfiere offen, um sie durch erhitzte Luft aufzublasen, indem darunter ein passendes Feuer unterhalten wird. — Die Hülle einer Charliere besteht aus Taffet, der mit einer Auflösung von Kautschuck gefirnißt ist; im Kleinen kann man auch Goldschlägerhaut anwenden. Man füllt den Ballon mit reinem Wasserstoffgas, das ohngefähr 14mal leichter als die atmosphärische Luft ist. Anstatt des Wasserstoffgases gebraucht man auch Kohlenwasserstoffgas das weniger kostspielig ist, aber ohngefähr nur die halbe Dichtigkeit der atmosphärischen Luft besitzt. Der Ballon darf nicht vollständig gefüllt werden, damit derselbe nicht zerspringt, wenn er in die dünnere Luft gelangt. Durch Abgeben von Gas, was sich durch Oeffnen eines im oberen Theile des Ballons befindlichen Ventils bewerkstelligen läßt, muß der Ballon natürlich sinken. Derselbe steigt durch Auswerfen von Ballast, den man zu diesem Zwecke mitgenommen hat. Die Versuche, um den Ballon nach Willkühr zu lenken sind bis jetzt unbefriedigend ausgefallen.

Um die Steigkraft des Ballons zu bestimmen, sei V das Volumen des Ballons in Cubikmetern, s das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft, s' das des Gases, womit der Ballon gefüllt ist, Q endlich das Gewicht der Hülle und aller mit dem Ballon aufsteigenden festen Theile. Man erhält dann für die Steigkraft P des Ballons den Ausdruck: $P = V(s - s') - Q$. Hätte z. B. der mit Wasserstoffgas gefüllte Ballon einen Durchmesser von 10 Meter und wäre er nur bis zur Hälfte gefüllt, so würde die Größe der Steigkraft beim Beginne des Aufsteigens des Ballons ohngefähr 10 Kilogramme betragen, wenn das Gesammtgewicht der dem Ballon angehängten Körper zu 317 Kilogrammes angeschlagen wird. — Das Aufsteigen des Ballons wird aufhören, wenn die Steigkraft P auf Null herabgesunken ist; d. h. wenn man hat $Q = V(s, - s,')$, wo s, und s', die Werthe bezeichnen, welche s und s' angenommen haben, wenn der Ballon zu der größten erreichbaren Höhe angekommen ist. Ist b' der in dieser Höhe herrschende Barometerstand und b der Barometerstand an dem Orte, wo der Ballon aufgestiegen, so erhält man, weil $s' = \frac{s\,b'}{b}$ und $s,' = \frac{s'\,b'}{b}$, für den Barometerstand der gesuchten Steighöhe den Ausdruck:

$$b' = \frac{Qb}{V(s - s')}.$$

Die Steighöhe h in Metern läßt sich dann mittelst der Formel $h = 18393 (\log b - \log b')$ leicht berechnen.

IV. Cohäsionserscheinungen bei den Gasen.

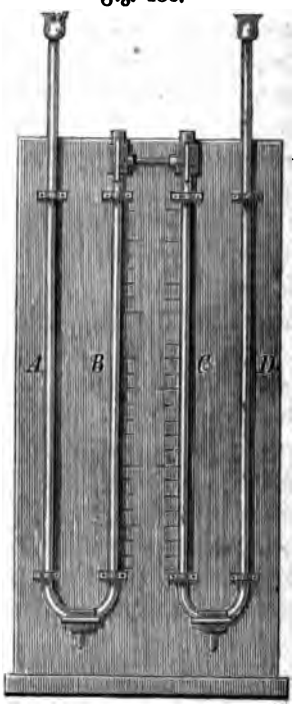
1. Diffusion der Gase.

Werden mehrere verschiedene tropfbare Flüssigkeiten, welche sich weder mischen noch chemisch auf einander einwirken, zusammen in ein Gefäß geschüttet; so sondern sie sich von einander ab und lagern sich nach ihren Dichtigkeiten über einander. Anders verhält es sich bei den Gasen von verschiedener Dichtigkeit, zwischen denen keine chemische Verbindung eintritt. Bringt man nämlich dergleichen Gase in einem Gefäße zusammen, so sieht man sie zwar im ersten Augenblicke sich nach ihren Dichtigkeiten über einander lagern; bald bilden sie aber ein gleichförmiges Gemenge, dergestalt daß in jedem Volumen des Gemenges dasselbe Verhältniß der gemischten Gase angetroffen wird. Man nennt diesen Vorgang die Diffusion, Durchdringung der Gase, weil sich die Erscheinungen so verhalten als ob das eine Gas das andere durchdringe. Um dieses Verhalten durch den Versuch nachzuweisen, schraubte Berthollet zwei Glasballons an einander, welche an ihrem Halse eine mit einem Hahne versehene Messingfassung trugen. Der obere Ballon war mit der specifisch schwereren Kohlensäure, der untere mit dem leichteren Wasserstoffgase gefüllt. Nachdem die Ballons mit einander in Communication gesetzt waren, stieg die Kohlensäure zum Theil aus dem unteren Ballon in den oberen, dafür das Wasserstoffgas theilweise in den unteren. Nach kurzer Zeit war von jedem Gase so viel in den Raum des andern übergetreten als nöthig war, um ein gleichförmiges Gemenge darzustellen. — Zwei Gase, die auf einander keine chemische Einwirkung äußern, verhalten sich wie wenn sie vollkommen gleichartig wären, wenn sie mit einander in Berührung kommen. Es scheint, daß die Theilchen des einen Gases in die leeren Zwischenräume des andern eindringen und der stabile Gleichgewichtszustand erst dann eintritt, wenn in allen Theilen eine gleichartige Mischung stattgefunden hat.

Bei der Mengung einander nicht chemisch afficirender Gase behauptet jedes Gas die Spannkraft, welche es zeigen würde, wenn es in dem gemeinsamen Raume allein vorhanden wäre. Der Uebertritt eines Gases in einen mit einem andern Gase erfüllten Raume geht nur langsamer vor sich, als wenn dieser ursprünglich vollkommen leer gewesen

wäre, in der Art, daß dieses Gas für das andere gewissermaßen ein Hinderniß abgibt, welche dessen Verbreitung verzögert. — Der unter dieser Form aufgefaßte Vorgang bei der Mengung heterogener Gase, welche nicht chemisch auf einander wirken, heißt das Dalton'sche Gesetz, das gewissermaßen auf das Mariotte'sche Gesetz zurückgeführt werden kann. Gestattet man nämlich einem solchen Gase vom Volumen v und der Spannkraft ε, und einem andern Gase vom Volumen v' und der Spannkraft ε', zusammen in dem Volumen u sich auszubreiten; so wird die Expansivkraft x der vereinigten Gasmassen nach dem Mariotte'schen Gesetze durch den Ausdruck: $x = \frac{\varepsilon v}{u} + \frac{\varepsilon' v'}{u}$ dargestellt, woraus entspringt $xu = \varepsilon v + \varepsilon' v'$. Dieser Relation geschieht aber jederzeit Genüge, unter welchem Verhältnisse zwei nicht chemisch auf einander wirkende Gase auch gemengt sein mögen. — Zur Prüfung des eben ausgesprochenen Gesetzes bediene ich mich des in Figur 156 dargestellten Apparates. Derselbe besteht aus zwei heberförmigen auf einem Brette befestigten in gleiche Volumentheile getheilten Glasröhren AB, CD, an deren unteren Theilen zwei stählerne Hähne angebracht sind, um das in die Röhren geschüttete Quecksilber nach Belieben ablassen zu können. Die Schenkel B und C sind oben mit Schraubengewinden versehen, um daran Leitungsrohre anschrauben zu können, wenn es sich darum handelt in diese Schenkel ein oder das andere Gas einzuführen. Außerdem ist an jedem der beiden letzten Schenkel ein mit zwei unter rechtem Winkel sich kreuzenden Bohrungen versehener Hahn angebracht, welcher gestattet die Communication zwischen den in jenen Schenkeln befindlichen Gasen abzuschließen oder zu eröffnen. Die Höhe der in beiden offenen Schenkeln A und D enthaltenen Quecksilbersäule geben mit Hinzuziehung des jeweiligen Barometerstandes die Spannkräfte der in den Schenkeln B und C vorhandenen Gase an. — Ständen z. B die beiden Gase vor der Mengung unter dem äußeren Luftdrucke b und wären ihre Volumentheile beziehungsweise v und v', so würden sie nach der Mengung, wenn

Fig. 156.



man dafür sorgt, daß das Quecksilber in den vier Schenkeln gleich hoch steht, mithin die Expansivkraft der gemengten Gase gleich dem äußeren Luftdrucke b ist, ein Volumen $u = v + v'$ einnehmen, welches Resultat die Erfahrung bestätigt.

Das Gesetz, nach welchem die Diffusion der Gase vor sich geht, ist Ursache, daß die Atmosphäre keine chemische Verbindung sondern eine gleichförmige Mengung der ursprünglichen Sauer- und Stickstofftheile ist. Diesem eigenthümlichen Verhalten der Gase haben wir zu verdanken, daß der an einem Orte verbrauchte Sauerstoff durch Zuströmen von Sauerstoff aus der Nachbarschaft bald ersetzt wird, wodurch die Fortdauer des Athmungs- und Verbrennungsprocesses an jenem Orte möglich ist. Das äußere Luftmeer ist für alle Gasentwickelungen als ein unbegrenzter Diffusionsraum anzusehen; daher kommt es, daß das bei Gährungsprocessen sich entwickelnde kohlensaure Gas, das bei der Fäulniß thierischer Körper sich bildende Ammoniakgas, die den Gewässern entsteigenden Wasserdünste sich rasch in die Atmosphäre verbreiten und dadurch den Fortbestand der Thiere und der Pflanzen an den verschiedenen Orten der Erdoberfläche möglich machen. Nur da, wo Hindernisse die Verbreitung der Gase hemmen, ist eine größere Anhäufung derselben möglich, wie z. B. in Höhlen und Kellern, in denen öfters kohlensaures Gas in einer für Thiere und Menschen schädlichen Menge sich vorfindet.

Das Dalton'sche Gesetz, daß Gase in ihrer definitiven Ausbreitung nicht stören, weißt darauf hin, daß ihre Theilchen keine merkliche Anziehung ausüben. Die Theilchen müssen sich deßhalb in solchen Abständen von einander befinden, bei denen die Anziehungskräfte, welche sie besitzen, nicht mehr wirksam sein können. Die Aeußerung der Expansivkraft eines Gases oder Gasgemenges dürfte demnach füglich als eine Folge der den Partikelchen anhaftenden Aetheratmosphären zu betrachten sein, von welcher materiellen Beschaffenheit die Theilchen des Gases auch sein mögen. In diesem Verhalten tritt jedoch eine Aenderung ein, wenn jene Theilchen so nahe an einander gerückt sind, daß ihre Molecularanziehung merklich zu werden beginnt, oder das Mariotte'sche Gesetz keine Gültigkeit mehr hat, oder gar eine chemische Einwirkung der Gase auf einander stattfindet.

2. Diffusion der Gase durch poröse Scheidewände.

Sind zwei Gase, welche nicht chemisch auf einander wirken, durch eine poröse Scheidewand getrennt, so findet auch hier eine Diffusion der Gase statt, indem das eine Gas in den Raum des andern tritt. *Die erste* Untersuchung dieser Erscheinung verdanken wir dem englischen

emiker Graham, der darüber zahlreiche Versuche angestellt hat. Er
lte graduirte Röhren, die oben mit einem trockenen Gypsstöpsel ver-
lossen waren, über absperrendem Queckſilber mit Gas, ſo daß das
ueckſilber innerhalb und außerhalb der Röhren gleich hoch ſtand. Bald
ann das Queckſilber in den Röhren zu ſteigen oder zu fallen, zum
weiſe daß Gas durch den Gypsſtöpſel entwichen oder atmoſphäriſche
ft durch denſelben hereingetreten war. Indem er nach einiger Zeit
i gasförmigen Inhalt der Röhren genauer unterſuchte, zeigte ſich,
ß in beiden Fällen atmoſphäriſche Luft den Gypspfropf durchdrungen
tte. Um den Druck auf beiden Seiten des Pfropfes gleich zu erhal-
, hob oder ſenkte Graham die Röhren, damit das Niveau des Queck-
bers innerhalb und außerhalb derſelben gleich blieb. Er fand auf
ſe Weiſe, daß die Volumen der Gaſe, die unter gleichem Drucke
rch die poröſe Wand dringen, ſich umgekehrt wie die Quadratwurzeln
s den Dichten jener Gaſe verhalten.

Bezeichnet man mit 1 das Volumen der atmoſphäriſchen Luft,
lche an die Stelle des vollſtändig entwichenen Gaſes getreten war,
die Dichtigkeit deſſelben; ſo iſt das ausgeſtrömte Gasvolumen
$= \sqrt{\frac{1}{\delta}}$, wie folgende Zuſammenſtellung zeigt.

Gaſe.	Specifiſches Gewicht δ.	$\sqrt{\frac{1}{\delta}}$.	Entweichendes Volumen v.
Waſſerſtoff	0,0688	3,814	3,83
Kohlenwaſſerſtoff	0,555	1,341	1,344
Stickgas	0,972	1,014	1,0143
Sauerſtoff	1,111	0,945	0,9487
Schwefelwaſſerſtoff	1,1805	0,920	0,95
Stickſtoffoxydul	1,527	0,809	0,82
Kohlenſäure	1,527	0,809	0,812
Schwefelige Säure	2,222	0,671	0,68

Andere poröſe Subſtanzen, wie Kork, thieriſche Blaſen, Kaut-
uckplatten, dünne Blätter von Holz zeigen dieſelben Erſcheinungen,
och langſamer als der Gyps. — Je leichter die Diffuſion iſt, deſto
wieriger wird es Gaſe abzuſperren; deßhalb gelingt die Abſperrung
f die Dauer beim Waſſerſtoffgas am wenigſten. Beim Chlorgaſe
urde Grahams Diffuſionsgeſetz unſicher wegen der ſtarken Abſorption
rch das Waſſer, beim Ammoniakgas wegen der Abſorption des Gyp-
s. Bei dem Sauerſtoff, Waſſerſtoff, Stickſtoff, Kohlenoxyd konnte
s Abſorptionsvermögen des Gypſes vernachläſſigt werden; hingegen
ht mehr bei der ſchwefeligen Säure, dem Schwefelwaſſerſtoffgas, der

Kohlensäure und dem Ammoniak, wie eben gesagt worden. — man eine befeuchtete, festzugebundene, schlaffe Blase, die nur weni enthält, unter einen mit kohlensaurem Gase gefüllten Recipienten so tritt letzteres in die Blase, daß sie nach und nach ganz dam füllt erscheint. Wird hierauf die Blase in der atmosphärischen aufgehängt, so entweicht wieder das kohlensaure Gas in die Atmos Auf dieselbe Art wirken der Magen, der Darm und alle thier Gewebe; wenn sie durchnäßt sind lassen sie sämmtlich Gase Trinkt man noch gährenden Most, so wird die Gährung desselb Magen wegen der erhöhten Temperatur noch gesteigert. Dadurch viel kohlensaures Gas erzeugt, welches auf der einen Seite des gens absorbirt wird und auf der andern wieder entweicht. Inden Gas alle Häute durchdringend in die Lungenzellen gelangt, verd es theilweise daraus die atmosphärische Luft, so daß der Mens stickt, wenn er eine große Menge Most genossen hat.

Graham untersuchte auch die Diffusion der Gase, wenn unter ungleichem Drucke erfolgt. Er pumpte zu diesem Zwecke oben durch einen Gypspfropf und einen Hahn verschlossene Glod auf 25,4 Millimeter innerem Druck leer, schraubte ein mit Ga fülltes Gefäß darauf und beobachtete die Zeit, welche nöthig war durch das eindringende Gas den Druck auf 76,2 Millimeter zu l Feuchte Luft, Kohlensäure, Stickgas und Sauerstoff erforderte Minuten, Kohlenoxyd 9', ölbildendes Gas 8', Steinkohlenga Wasserstoff 4'. — Dabei beobachtete er, daß die Geschwindigkei Einströmens in den anfänglich leeren Raum desto mehr abnimm weniger sich die Dichtigkeit des bereits eingedrungenen Gases von d noch eindringenden unterscheidet; doch stand die Dichtigkeit nic Verhältniß des Druckunterschiedes. — Bunsen glaubt jedoch aus Versuchen schließen zu dürfen, daß innerhalb kleinerer Druckdiffe von 16—52 Millimeter die Geschwindigkeit der Diffusion dem D unterschiede proportional ist. Zugleich fand er bei Vergleichung de lumen der Gase, daß die Diffusion unter ungleichem Drucke nich kehrt proportional mit der Quadratwurzel aus dem specifischen Ge stattfindet.

3. Absorption der Gase durch feste Körper.

Wenn feste Körper mit einem Gase in Berührung stehen, so von denselben ein gewisser Gasantheil absorbirt; besonders beträ ist letzterer, wenn die Körper porös sind. Recht auffallend zeig das Phänomen bei einer Holzkohle, welche man geglüht hat. — man sie in einen Glascylinder, dessen oberer Theil mit Kohle

gefüllt ist, welche man durch Quecksilber von der äußeren Luft abgesperrt hat, in die Höhe steigen; so wird sie in wenigen Augenblicken die Kohlensäure dermaßen absorbirt haben, daß das Quecksilber im Cylinder bis obenhin steigt. Das Volumen der absorbirten Kohlensäure beträgt mehr als das Dreißigfache des Volumens der Kohle. — Doch werden nicht alle Gase in dem nämlichen Verhältnisse absorbirt. Denn bei einer Temperatur von 12° C und einem Drucke von 723 Millimeter wurden von 1 Volumen Buchsbaumkohle absorbirt: Ammoniakgas 90 Vol.; Kohlensäure 35 Vol.; Sauerstoff 9,25 Vol.; Stickstoff 7,5 Vol. Verschiedene Kohlenarten und sonstige poröse Substanzen geben andere Absorptionen, was theils von der Natur der Substanz theils von der Beschaffenheit der Poren herrühren mag. Denn Sauerstoffgas wurde von nachstehenden Körpern in den folgenden Mengen absorbirt: Meerschaum 1,49 Vol.; Kork 0,68; Gyps 0,58; Haselholz 0,47; Tannenholz 0,5; Seide 0,44; Leinfaden 0,35; Wolle 0,43.

Das feinzertheilte Platin, der sogenannte Platinschwamm besitzt ebenfalls ein starkes Absorptionsvermögen. Bringt man ihn in ein Gemenge von Sauerstoff und Wasserstoff, so bewirkt er eine starke Verdichtung in den Gasen und bestimmt sie zur chemischen Verbindung, daß das Platin eine bis zum Glühen steigende Hitze erhält. Die Döbereinesche Platinzündmaschine, bei welcher ein Strom von Wasserstoffgas auf Platinschwamm geleitet wird, gründet sich auf diese Eigenschaft. — Der fein zertheilte poröse Zustand eines Körpers befördert ein Absorptionsvermögen; doch ist dieser Zustand nicht durchaus erforderlich um die Verdichtung der Gase zu erzeugen. Eine solche findet auch statt, wenn der feste Körper eine glatte Oberfläche hat; nur ist sie alsdann geringer. Bringt man ein Stück Platin mit metallischer Oberfläche in ein Gemisch von Sauerstoff und Wasserstoff, so verdichten sich die beiden Gase, daß sie sich allmählig zu Wasser verbinden.

Kohle, Kreide, Wolle, Seide u. drgl. absorbiren beträchtliche Mengen gasförmiger Körper, erfordern deßhalb als zur Verbreitung miasmatischer Stoffe geeignet, bei ansteckenden Krankheiten besondere Vorsicht. — Kohle ist ein vorzügliches Mittel die in Kellern und Brunnen vorhandene Kohlensäure wegzuschaffen, oder einen Raum von übelriechenden Gasen zu reinigen. — Der Humus in der Ackererde, d. i. der erdige Rückstand verwester Thier- und Pflanzenkörper, absorbirt stark Ammoniak, ist daher geeignet das Gedeihen der Pflanzen zu fördern. Bei der Respiration kommt die atmosphärische Luft in die Luftzellen der Lunge, deren von feinen Blutgefäßen durchzogene Wandungen der Luft eine ausgedehnte Contactfläche darbieten; die Luft tritt nun mit-

telst des die feinen Wandungen durchdringenden Wassers in un
bare Berührung mit dem Blute, worauf aus dem Venenblute di
lensäure ausgeschieden und ein Theil des Sauerstoffs der eingeat
atmosphärischen Luft vom Blute absorbirt wird.

Gemengte Gase werden gleichzeitig absorbirt, wie es schein
nicht in dem Verhältnisse, wie jedes für sich allein absorbirt
Die Anwesenheit von Sauerstoff befördert die Absorption des K
stoffes, die der Kohlensäure die Absorption des Sauerstoffs. In
chen Fällen wirken die Gase dahin, daß die Absorbenten mehr vo
einen oder dem andern Gase festhalten, als ohne sie geschehen
in anderen Fällen tritt das Gegentheil ein. — Athmet der Me
einer Atmosphäre, welche eine große Menge Kohlensäure enth
kommt letztere auch in die Lungenzellen und hindert das Austret
selben aus dem Blute und damit zugleich die nothwendige Sau
absorption. Das Einathmen einer größeren Menge von Kohle
kann so Erstickung herbeiführen; hieraus die Schädlichkeit von K
zimmern begreiflich, in denen zur Nachtzeit sich viel kohlensaure
entwickelt.

Die absorbirende Kraft des Körpers vermindert gewissermas
specifische Expansivkraft des absorbirten Gases: es muß sich de
den Zwischenräumen des Körpers so lange verdichten, bis es m
freien Gase im Gleichgewichte steht. Wird mithin die Dichte des
Gases vermehrt, so muß auch jene des absorbirten zunehmen
durch Absorption eines neuen Antheils geschieht. Auf gleiche
wird ein Theil des absorbirten Gases frei, wenn die Spannkra
freien sich vermindert. Deßhalb läßt ein Stück Kohle längere Z
Wirkung der Luftpumpe ausgesetzt die absorbirten Gase wiede
Solche Erscheinungen beweisen, daß die Absorption keine chemisch
bindung ist.

Aendert sich die Temperatur des absorbirten wie des freien
auf gleiche Weise, so tritt in der Anordnung des Gases keine
rung ein, weil die Expansivkräfte des freien und des absorbirte
ses auf gleiche Weise ab- und zunehmen. Wird aber die Tem
des absorbirten Gases allein erhöht, so wird ein Theil desselb
gelassen. Dagegen muß bei einer statthabenden Temperaturerniet
des absorbirten Gases ein neues Quantum absorbirt werden.
ist das kräftigste Mittel, Körper von den absorbirten Gasen zu b
Stark glühende Kohle kann als gasleer angesehen werden; wie
auf 300° C erkaltet, beginnt wieder die Absorption, die wächs
abnimmt und bei vollkommener Sättigung verschwindet.

Erfolgt die Absorption rasch, so wird sie von einer bedeutenden Temperaturerhöhung begleitet. Schwarze durch starke Verkohlung erhaltene Kohlen, zu Pulver zerrieben und zu großen Massen aufgeschüttet, absorbiren den Sauerstoff so heftig, daß sie sich bis zur Selbstentzündung erhitzen können. Es ist dies ohne Zweifel der Grund mancher Unglücksfälle bei der Fabrikation des Schießpulvers gewesen. Zusatz von Schwefel und Salpeter hebt die Selbstentzündung des Kohlenpulvers auf, namentlich wenn das Gemenge nicht in zu großen Massen aufgehäuft wird.

Schon die Oberfläche der festen Körper wirkt anziehend und verdichtend auf die Gase. Ein Trinkglas mit Wasser gefüllt und hingestellt erscheint nach einiger Zeit an seiner inneren Fläche mit einer Menge feiner Luftbläschen bedeckt. Die an dem Glase adhärirende Luftschichte hat sich zu einzelnen Bläschen verdichtet, indem sie von dem Wasser verdrängt worden. — In einer trockenen Glasröhre sieht man Luftblasen aufsteigen, wenn völlig luftfreies Quecksilber darin gekocht wird. Gläserne Stöpsel sind von einer verdichteten Luftschichte eingehüllt und verhindern dadurch das hermetische Schließen der Flaschen. Metallplatten befreit man von einer derartigen verdichteten Gasschichte, indem man dieselben glüht und darauf mit Trippel putzt.

4. Absorption der Gase durch Flüssigkeiten.

Die tropfbar flüssigen Körper besitzen wie die festen Körper das Vermögen die Gase zu absorbiren. Doch tritt bei den hier vorkommenden Absorptionserscheinungen häufig eine chemische Verbindung mit ins Spiel. Um die Absorption der Gase durch eine Flüssigkeit in einem Beispiele recht anschaulich zu machen, lasse man in einem mit Ammoniakgas gefüllten Glascylinder Wasser aufsteigen. Das Ammoniakgas wird von dem Wasser sehr schnell absorbirt, so daß alles Gas alsbald verschwindet und sich der ganze Cylinder mit Wasser anfüllt. — Die Absorption der Gase hängt von der Natur der Flüssigkeit und von der des Gases ab. So z. B. absorbirt 1 Volumen Wasser von nachstehenden Gasen bei 18° C und 760 Millimeter Druck in folgenden Quantitäten: 1,06 Vol. Kohlensäure; 0,065 Vol. Sauerstoff; 0,046 Vol. Wasserstoff; 0,042 Vol. Stickstoff. Dagegen absorbirt 1 Volumen Alkohol von 0,84 specifischem Gewichte unter den nämlichen Umständen von jenen Gasen folgende Quantitäten: 1,86 Vol. Kohlensäure; 0,163 Vol. Sauerstoff; 0,051 Vol. Wasserstoff; 0,042 Vol. Stickstoff. — Kohlensäure wurde von nachstehenden Flüssigkeiten in unten genannten Quantitäten aufgenommen: Aether 2,17 Vol.; Terpentinöl 1,66 Vol. Zuckerlösung 0,72 Vol.; Schwefelsäure 0,45 Vol. — Von allen Flüssig-

keiten zeigt Queckſilber das kleinſte Abſorptionsvermögen. Doch g
ſich daſſelbe früher oder ſpäter ebenfalls zu erkennen; weßhalb es not
wendig iſt ein Barometer von Zeit zu Zeit von Neuem auszukoch
weil vom Queckſilber beſtändig Luft abſorbirt wird, die ſich nach u
nach im oberen Raume anſammelt.

Genauere Verſuche haben gelehrt, daß für ein beſtimmtes G
und eine beſtimmte Flüſſigkeit bei der nämlichen Temperatur die a
ſorbirte Gasmenge dem Drucke proportional iſt. Bringt man Bi
unter die Glocke einer Luftpumpe und evacuirt, ſo wird von der a
ſorbirten Kohlenſäure eine deſto größere Menge entweichen, je luftv
dünnter man den Raum unter der Glocke gemacht hat. — Durch
Nachgährung des in Flaſchen luftdicht gehaltenen Champagnerwein
wird kohlenſaures Gas entwickelt, das ſich in der Flüſſigkeit und u
terhalb des Stöpſels ſtark verdichtet und dadurch fähig iſt den etw
gelüfteten Stöpſel mit einem Knalle herauszuwerfen. — Soll Waſ
eine bedeutende Menge Kohlenſäure aufnehmen, wie dies beſonders
der Bereitung künſtlicher Mineralwaſſer der Fall iſt; ſo muß man d
Gas über der Flüſſigkeit möglichſt ſtark comprimiren. — In den
hohen Bergen gelegenen Seen trifft man keine Fiſche an, weil die
dem Waſſer vorfindliche Sauerſtoffmenge für ſie zu gering iſt, um
rin leben zu können. Doch hängt die Menge des vom Blute beim A
men aufgenommenen Sauerſtoffes nicht allein von dem äußeren Dru
ab, da die Aenderung deſſelben bei den Bewohnern der Hochebe
in Amerika, wo die vorfindliche Sauerſtoffmenge nur $\frac{2}{3}$ von der
Meeresufer vorhandenen beträgt, keinen merklichen Einfluß auf die
bensfunctionen äußert.

Die abſorbirte Gasmenge iſt unter ſonſt gleichen Umſtänden de
beträchtlicher, je niedriger die Temperatur iſt. Daher ſehen wir a
Waſſer und anderen Flüſſigkeiten, wenn ſie erwärmt werden, unzäh
viele Luftbläschen aufſteigen. — Durch längeres Sieden läßt ſich ei
Flüſſigkeit vollſtändig von den in ihr enthaltenen Gaſen befreien.
Durch Erkaltung der Flüſſigkeit wird dieſelbe fähig eine neue Gasmen
zu abſorbiren. Doch erſtreckt ſich dieſe Steigerung des Abſorptionsv
mögens durch Erkaltung der Flüſſigkeit im Allgemeinen nur bis zu der
Gefrierpunkte. Denn bei dem Uebergange des Waſſers zu Eis ſieht m
die Luft in zahlreichen Bläschen heraustreten. Ebenſo entweicht ei
Menge Sauerſtoffgas beim Erſtarren des geſchmolzenen Silbers.
Durch Berührung der Flüſſigkeit mit anderen Körpern kann ihr A
ſorptionsvermögen geſchwächt werden. Daher kommt es, daß die Au
ſcheidung abſorbirter Gaſe zuerſt ſichtlich an den Gefäßwänden hervo
tritt. Einen ſtarken Einfluß äußern die Kiemen der Fiſche auf Au

cheidung der Gase und damit verbundener Auffaugung des Sauerstoffes. Durch chemische oder physikalische Beimischungen ändert sich gleichfalls die Absorptionsfähigkeit einer Flüssigkeit. So z. B. läßt Wasser die absorbirte Luft größtentheils entweichen, wenn man Kochsalz oder Schwefelsäure damit mischt. Dagegen nimmt Wasser z. B., dem man 1 Procent phosphorsaures Natron zusetzt, doppelt so viel kohlensaures Gas auf, als das reine Wasser unter gleichen Umständen aufgenommen haben würde.

Das Dalton'sche Gesetz, in Folge dessen Gase sich hinsichtlich ihrer definitiven Ausbreitung nicht stören, scheint annäherungsweise auch für die von einer Flüssigkeit absorbirten Gase Gültigkeit zu behalten, insofern das Gas, welches die Flüssigkeit absorbirt, die Absorptionskraft für das andere ungeändert läßt. Wasser absorbirt eine verhältnißmäßig größere Menge von Sauerstoffgas als von Stickgas, was zur Folge hat, daß der Gehalt des Wassers an Sauerstoff bedeutender ist als der in der atmosphärischen Luft, eine für das Leben der Wasserthiere wichtige Thatsache. Ist das in den Poren des Wassers enthaltene Sauerstoffgas durch den Athmungsproceß der Thiere verbraucht, so wird alsbald von dem Wasser aus der atmosphärischen Luft eine neue Menge Sauerstoff aufgenommen, welche das Leben jener Thiere zu unterhalten vermag. — Um den in Fischteichen befindlichen Fischen den zum Leben nöthigen Sauerstoff zu verschaffen, pflegt man zur Winterzeit die die Teiche überziehende Eisdecke an mehreren Stellen wegzunehmen.

Vierter Abschnitt.

Bewegung des Luftförmigen (Aerodynamik).

1. Ausfluß der Gase aus Gefäßen und durch Leitungen.

Die Geschwindigkeit v, mit welcher ein Gas aus einem Gefäße ausströmt, wird wie bei den tropfbaren Flüssigkeiten von der Druckhöhe h abhängen, d. h. der Quadratwurzel aus dieser Druckhöhe proportional sein. Nur wird im vorliegenden Falle besagte Druckhöhe h nach dem Verhältnisse der Dichtigkeit der manometrischen Flüssigkeit zu

jener des ausströmenden Gases zu vergrößern sein. Bezeichnet
δ die Dichtigkeit der manometrischen Flüssigkeit und s die des
so entspringt für die Ausflußgeschwindigkeit v des Gases der Aus

$$v = \sqrt{2gh\frac{\delta}{s}},$$

in welchem $g = 9{,}806$ Meter die Erdacceleration

stellt. — Bei dem Queckſilbermanometer, wenn die Luft unter
Drucke $b + h$ ausſtrömt, wo b den Druck der äußeren Atmo
angibt, und die Temperatur t^0 hat, iſt

$$\frac{\delta}{s} = 7954\left(\frac{1 + 0{,}00366\,t}{b + h}\right).$$

Hiernach erhalten wir für die Ausflußgeſchwindigkeit der Luft die Fo

$$v = \sqrt{7954 \cdot \frac{(1 + 0{,}00366)\,t}{b + h} \cdot 2gh},$$

oder

$$v = 395\sqrt{(1 + 0{,}00366\,t) \cdot \frac{h}{b + h}},$$

für Metermaß berechnet. Bezeichnet a den Querſchnitt der Ausfl
nung in Quadratmetern, ſo wird die in einer Secunde ausfli
theoretiſche Luftmenge gleich ſein: $395\,a\sqrt{(1 + 0{,}00366\,t) \cdot \frac{}{b}}$

Nennt man μ den Erfahrungscoefficienten um die theoretiſche An
menge mit der wirklichen Ausflußmenge Q in Uebereinſtimmu
bringen, ſo erhält man für letztere den Ausdruck:

$$Q = 395 \cdot \mu a\sqrt{(1 + 0{,}00366\,t) \cdot \frac{h}{b + h}}$$

in Cubikmetern.

Für ein anderes Gas, deſſen ſpecifiſches Gewicht s' iſt, ergi
unter ſonſt gleichen Umſtänden die wirkliche Ausflußmenge

$$Q' = \mu a\sqrt{2gh \cdot \frac{\delta}{s'}};$$

folglich

$$Q : Q' = \sqrt{\frac{1}{s}} : \sqrt{\frac{1}{s'}}:$$

d. h. die Volumen zweier verſchiedener Gaſe, welche durch gleiche
nungen und unter einerlei Drucke ausfließen, verhalten ſich um
wie die Quadratwurzeln aus ihren Dichtigkeiten. — Das oben
führte Geſetz der Diffuſion der Gaſe, welche durch eine poröſe
geſchieden ſind, iſt demnach nur als eine Folge des Geſetzes zu b
ten, nach dem die Gaſe in den leeren Raum einzuſtrömen ſtrebe
1 die Ausſtrömungsgeſchwindigkeit der Luft, ſo iſt 0,95 die des
ſtoffes und 3,61 jene des Waſſerſtoffes.

Die Versuche über den Ausfluß der Luft aus Gefäßen habe ich auf zweierlei Art zur Ausführung gebracht. Bei der einen Art bediene ich mich zweier cylindrischer Gefäße von Blech, von denen das untere ganz luftdicht verschlossen, das obere oben offen ist, jedes von 30 Centimeter Höhe und 24 Centimeter innerer Weite. Am oberen Boden des unteren Gefäßes befindet sich eine mit einem Hahn verschließbare Mündung, in welche verschiedene Mundstücke eingesetzt werden können, und am unteren Boden eine Oeffnung, durch die man das im Gefäße vorhandene Wasser nach Belieben ablassen kann. Eine 2 Centimeter weite Röhre geht vom Boden des oberen Gefäßes, das mit Hülfe von drei Säulen in einer Höhe von 49 Centimeter über dem unteren Gefäße befestigt ist, bis zum Boden des letzteren. Diese Röhre kann durch einen mit Leder umwundenen Stöpsel luftdicht verschlossen werden. Das obere Gefäß communicirt mit einer gläsernen Röhre, an deren nebenstehenden Skale der Wasserstand in dem Gefäße sich beobachten läßt. — Nachdem die drei Oeffnungen des unteren Gefäßes luftdicht verschlossen sind, fülle ich das obere Gefäß mit Wasser und bemerke den Stand desselben; hierauf wird der Stöpsel weggenommen, wodurch das Wasser in das untere Gefäß stürzt. Wenn Alles zur Ruhe gekommen ist, messe ich die Senkung des Wasserspiegels und ziehe ab die doppelte Größe der Senkung von der anfänglichen Höhe des Wasserspiegels über dem Boden des unteren Gefäßes; der Rest gibt die Druckhöhe beim Anfange des Versuches an. Hierauf öffne ich den Hahn des unteren Gefäßes, um die Luft ausströmen zu lassen und schließe denselben wieder nach Ablauf einer bestimmten Zeit; beobachte dann abermals die Senkung des Wasserspiegels, wodurch ich in Stand gesetzt bin die Druckhöhe am Ende des Versuches zu bestimmen. Um hieraus die theoretische Ausflußmenge Q' der Luft zu berechnen, nehme ich die mittlere Geschwindigkeit an, welche das arithmetische Mittel zwischen der anfänglichen Druckhöhe h und der am Schlusse h' entsprechenden Geschwindigkeiten abgibt. Es besteht hiernach, wenn z die Ausflußzeit und a den Querschnitt der Ausflußmündung bezeichnet, die Formel:

$$Q' = \frac{395 \cdot a \cdot z}{2} \sqrt{1 + 0{,}00366\,t} \left[\sqrt{\frac{h}{b+h}} - \sqrt{\frac{h'}{b+h'}} \right].$$

Die an dem Wasserbehälter beobachtete Ausflußmenge des Wassers gestattet uns zugleich die aus dem Luftbehälter ausgeströmte Luftmenge Q zu berechnen.

Bei dem Ausströmen der Luft durch eine kreisförmige Oeffnung von 2,5 Millimeter im Durchmesser habe ich die in unten stehender Tabelle angeführten Resultate erhalten: der Barometerstand war 0,754 Meter und die Temperatur 15° nach der hunderttheiligen Thermometerskale.

Anfängliche Queckſilbermanometerhöhe in Metern.	Letzte Manometerhöhe in Metern.	Größe der Senkung in Metern.	Zeit zum Sinken in Secunden.	Theoretiſche Ausflußmenge in Cubikmetern.	Wirkliche Ausflußmenge in Cubikmetern.
0,075	0,0703	0,0312	4	0,00228	0,00134
5,0643	0,0602	0,0282	4	0,00214	0,00121
0,0737	0,0681	0,0656	10	0,00568	0,00282
0,07	0,0617	0,069	10	0,00549	0,00296

Aus dieſen Verſuchen ergibt ſich 0,59 bis 0,65 als Werth für den Reductionscoefficienten bei kreisförmigen Oeffnungen. Die Verminderung des Ausfluſſes der Luft iſt auch hier Wirkung einer thatſächlichen Zuſammenziehung des Luftſtromes, die man ſichtbar machen kann, wenn man die Luft mit Rauch vermiſcht. — Wird auf die Veränderlichkeit der Geſchwindigkeit v Rückſicht genommen, dabei durch A den Querſchnitt des Waſſerbehälters und durch s das Verhältniß des ſpecifiſchen Gewichtes des Queckſilbers zu dem des Waſſers dargeſtellt; ſo iſt die in dem unendlich kleinen Zeitabſchnitt dz ausſtrömende Luftmenge

$$A\,s\,dh = 395\,.\,a\sqrt{1 + 0{,}00366\,t}\,.\sqrt{\frac{h}{b+h}}\,.\,dz.$$

Dieſe Differentialgleichung gibt den Integralausdruck:

$$395\,.\,a\sqrt{1 + 0{,}00366\,t}\,.\,z = A\,s\left[\sqrt{h\,(b+h)} - \sqrt{h'\,(b+h')} - \right.$$
$$\left. - b\,.\,\text{log nat}\,.\,\frac{\sqrt{b+h} - \sqrt{h}}{\sqrt{b+h'} - \sqrt{h'}}\right].$$

Setzt man in dieſer Gleichung ſtatt der Buchſtaben b, h, h', t, z, a, A und s ihre Zahlenwerthe, ſo genügen dieſelben der Gleichung, inſofern man deren erſtes Glied mit einem Factor multiplicirt, welcher kleiner als die Einheit iſt.

Bei einer anderen Reihe von Verſuchen gebrauchte ich ein cylindriſches Gefäß aus ſtarkem Zinkblech von 60 Centimeter Höhe und 30 Centimeter innerer Weite. Daſſelbe erhielt aus einem Waſſerabflußapparate durch eine Oeffnung Waſſer, welches durch eine mittelſt eines Hahnes zu verſchließende nahe über dem Boden befindliche Röhre wieder abgelaſſen werden konnte. In der Decke des Blechbehälters war ein Manometer angeſetzt, durch welches der Druck der Luft ſich meſſen ließ, die durch das einfließende Waſſer verdichtet wurde. Zugleich befand ſich in jener Decke die Ausflußmündung, auf welche man die bei den Verſuchen erforderlichen Mundſtücke aufſchraubte. — Um die Verſuche anzuſtellen läßt man vorerſt aus dem Waſſerabflußapparat Waſſer in das cylindriſche Gefäß fließen, wobei deren Abflußmündung ver-

schlossen bleibt. Hat dergestalt das Manometer diejenige Druckhöhe angenommen, unter welcher der Abfluß vor sich gehen soll; so verschließt man die Communication zwischen dem Cylinder und dem Wasserabflußapparat und füllt letzteren wieder ganz mit Wasser. Alsdann öffnet man die Ausflußmündung des Cylinders und sucht durch gleichzeitiges Stellen des auf dem Verbindungsrohre zwischen Cylinder und Wasserabflußapparat aufsitzenden Hahnes es so einzurichten, daß während des Ausströmens der Luft der Manometerstand stets derselbe bleibt. Das Volumen der innerhalb einer bestimmten Zeit ausgeströmten verdichteten Luft ist dem Volumen des nachgeflossenen Wassers gleich. — Die Resultate wie wir solche bei einigen unserer mit Sorgfalt angestellten Versuchen gefunden haben, sind in folgender Tabelle angegeben. Bei sämmtlichen Versuchen betrug der Barometerstand 0,7465 Meter und die Temperatur 16° Celsius. — Von den Mundstücken, welche bei den angeführten Ausströmungsversuchen gebraucht wurden, hatte die Oeffnung in der dünnen Wand 0,67 Millimeter Durchmesser; die cylindrische Ansatzröhre bei 2 Mill. Länge 0,72 Mill. Durchmesser und die kurze conische bei 2 Millimeter Länge eine Weite von 0,77 Mill.

Versuche mit der Mündung in der dünnen Wand.

Manometerstand in Metern.	Theoretische Ausflußmenge in Cubikmetern in der Secunde.	Wirkliche Ausflußmenge in Cubikmetern in der Secunde.
0,04	0,000032342	0,000021346
0,08	0,000044618	0,000029047
0,14	0,000056992	0,000036475

Der Reductionscoefficient für Oeffnung in dünnen Wänden beträgt demnach im Mittel 0,65 und nimmt mit dem Drucke ab, unter welchem die Luft ausströmt.

Versuche mit der kurzen cylindrischen Ansatzröhre.

Manometerstand in Metern.	Theoretische Ausflußmenge in der Secunde.	Wirkliche Ausflußmenge in der Secunde.
0,04	0,000037352	0,000030666
0,08	0,000051530	0,000043697
0,14	0,000065820	0,000057987

Der Reductionscoefficient für cylindrische Ansatzstücke ist hiernach im Mittel 0,85 und wächst mit dem Drucke.

Versuche mit der kurzen conisch convergenten Ansatzröhre.

Manometerstand in Metern.	Theoretische Ausflußmenge in der Secunde.	Wirkliche Ausflußmenge in der Secunde.
0,04	0,000042756	0,000037198
0,08	0,000058985	0,000052792
0,14	0,000086505	0,000078288

Der Reductionscoefficient bei conisch convergenten Ansatzstücken ist im Mittel 0,9 und wächst ebenfalls mit dem Drucke.

Bei der Bewegung der Gase in Röhrenleitungen geht ein Theil des manometrischen Ueberdruckes an den Hindernissen verloren, wodurch der die Geschwindigkeit erzeugende Druck geringer ausfällt. Man kann den dadurch entstandenen Verlust an Druck $h'\delta = \frac{\beta c l s}{a} v^2$ setzen, wo l die Länge der Leitung bedeutet, c ihr innerer Umfang, a ihr Querschnitt, v die Geschwindigkeit des Gases, δ das specifische Gewicht der manometrischen Flüssigkeit, s das specifische Gewicht des Gases. Daraus entspringt die Relation:

$$h\delta - h'\delta = \frac{v^2}{2g} . s$$

oder

$$h\delta - \frac{\beta c l s}{a} v^2 = \frac{v^2}{2g} s;$$

woraus folgt:

$$v = \sqrt{2g \frac{\delta}{s} . \frac{h}{1 + 2g\beta \frac{cl}{a}}}.$$

Für atmosphärische Luft wäre hiernach die Ausflußgeschwindigkeit

$$v = 395 \sqrt{(1 + 0{,}00366\,t) . \frac{h}{b + h} . \frac{1}{1 + \frac{2g\beta cl}{a}}}$$

in Metermaß; die in einer Secunde abfließende Luftmenge

$$Q = 395 . \mu a \sqrt{(1 + 0{,}00366\,t) \frac{h}{b + h} . \frac{1}{1 + \frac{2gbcl}{a}}}.$$

Die Ausflußmenge von einer anderen Gasart erhält man, wenn man den Werth von Q durch $\sqrt{\varphi}$ dividirt, wo φ das specifische Gewicht der Gasart darstellt, das der atmosphärischen Luft als Einheit angenommen. Aus verschiedenen Beobachtungen ergibt sich für $2g\beta$ der mittlere Werth gleich 0,005997. Biegungen, wenn sie plötzlich erfolgen, vermehren auch hier den Widerstand der Bewegung bedeutend; daher man dieselben in der Praxis möglichst zu vermeiden sucht.

Um zu prüfen in wie weit die Resultate der letzteren Formel mit den Ergebnissen der Erfahrung übereinstimmen, nehmen wir folgenden der Praxis entlehnten Fall. An einem mit Kohlenwasserstoffgas erfüllten Gasometer war eine Röhrenleitung von 0,01579 Meter Durchmesser und 126,58 Meter Länge angebracht. Man soll die Ausflußmenge in der Secunde bei einem Barometerstande von 0,754 Meter und einem Thermometerstande von 19° bestimmen, wenn die Wasser*manometer*röhre 0,03333 Meter beträgt. Es ist hier b = 0,754;

$h = \frac{0{,}03333}{13{,}6} = 0{,}002488$ Meter; $t = 19^0$; $a = 0{,}000196$; $c = 0{,}0496$; $l = 126{,}59$; $\varphi = 0{,}559$. Für $\mu = 0{,}95$ liefert hiernach die Formel $Q = 0{,}00041985$ Cubikmeter, während die Beobachtung 0,00042 Cubikmeter gibt.

Das Aufsteigen der Luft in den Kaminröhren rührt von der Ungleichheit der specifischen Gewichte der äußeren und der inneren Luft her, die ihrerseits wieder ihren Grund in der Verschiedenheit der Temperatur und der Beschaffenheit der Luft hat. Bezeichnet h die Höhe der vertical angenommenen Kaminröhre, s das specifische Gewicht der äußeren, s' das der inneren Luft; so erhält man, wenn l die Längenerstreckung der Röhre darstellt, c ihr Umfang, a ihr Querschnitt, für die Geschwindigkeit v der Bewegung der Luft in der Kaminröhre, die Relation:

$$h(s - s') - \frac{\beta c l s' v^2}{a} = \frac{v^2}{2g} s',$$

woraus entspringt:

$$v = \sqrt{2gh\left(\frac{s - s'}{s'}\right) \cdot \frac{1}{1 + \frac{2g\beta cl}{a}}}.$$

Die Formel verwandelt sich, wenn t die äußere und t' die innere Temperatur ist, in folgende:

$$v = \sqrt{2gh\left(\frac{s_0}{s'_0} \cdot \frac{1 + 0{,}00366\,t'}{1 + 0{,}00366\,t} - 1\right) \cdot \frac{1}{1 + \frac{2g\beta cl}{a}}}.$$

Hat die innere Luft die nämliche Beschaffenheit wie die äußere, dann ist $s_0 = s'_0$; folglich in solchem Falle

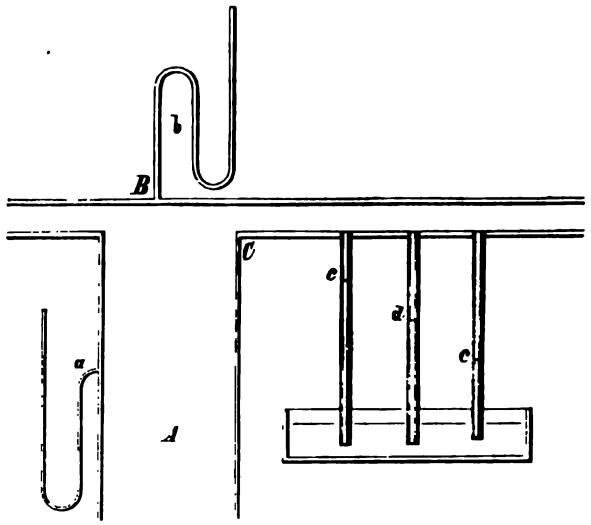
$$v = \sqrt{2gh \cdot \frac{0{,}00366\,(t' - t)}{1 + 0{,}00366\,t} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2g\beta cl}{a}}}.$$

Der Zug der Luft und des Rauches im Schornsteine nimmt also zu mit der Kaminhöhe h und mit dem Temperaturunterschied zwischen der inneren und äußeren Luft; dagegen nimmt der Zug ab mit der äußeren Temperatur t und mit der Längenerstreckung l der Röhre. Aus zahlreichen Versuchen, bei denen die Zeit bestimmt wurde, welche der am unteren Ende der Kaminröhre eingeführte Rauch brauchte, um ans obere Ende zu gelangen, hat sich für $2g\beta$ der Mittelwerth 0,49 ergeben.

Bei dem Ausströmen der Gase kann wie bei tropfbaren Flüssigkeiten ein sogenannter negativer Druck entstehen, der kleiner als der atmosphärische Druck ist. Durch eine kleine an einer derartigen Stelle befindliche Oeffnung wird demnach nicht nur kein Gas ausströmen,

sondern im Gegentheil äußere Luft aufgesaugt werden. — Fig. stellt einen Apparat dar, um den negativen Druck nachzuweisen.

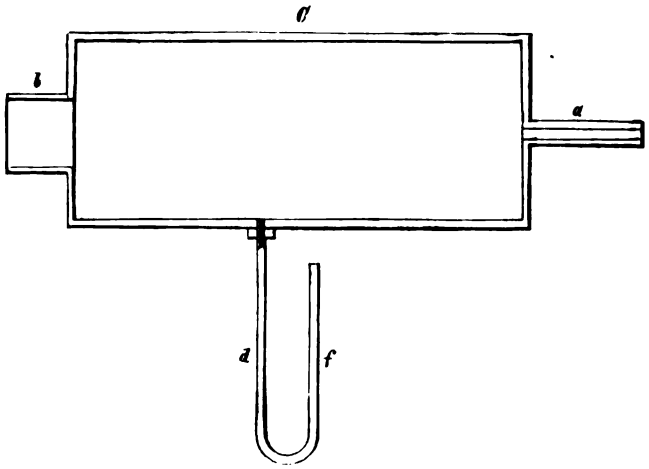
Fig. 157.



der Abflußröhre A befindet sich seitwärts ein kleines Quecksilbern meter a, desgleichen ein solches an der Deckelplatte B; außerdem noch an der Wand C, längs welcher die Luft hinstreicht, drei f färbtes Wasser reichende Röhren angebracht. Beim Ausströmen Luft steigt das Quecksilber im äußeren Heberschenkel der Röhren a b, was zeigt, daß innerhalb der Röhren der Luftdruck größer ist auswärts. Dagegen steigt das Wasser in den Röhren c, d, e zwar am meisten in der erstern und am wenigsten in der letzteren, Beweise, daß der Luftdruck zwischen den Platten kleiner ist al äußere. — Eine ähnliche Erscheinung zeigt sich an dem in Fig. abgebildeten Apparat. Derselbe besteht aus einem Cylinder C, an einem Ende eine enge a, am andern Ende eine weitere Röhre b setzt ist, während sich seitwärts ein kleines Wassermanometer d f bef Bläst man durch die weitere Ansatzröhre in das Gefäß, so steigt Wasser im äußeren Heberschenkel; dagegen sinkt es in demselben, man durch die engere Röhre hineinbläst.

Wenn verdichtete Luft aus einer engen Oeffnung gegen eine b bewegliche Platte strömt, so gibt sie Veranlassung zu einer Erscheinung welche unter dem Namen des aerodynamischen Paradoxons bek ist. Die Platte wird nämlich nicht, wie man erwarten sollte, vom *Luftstrom* fortgetrieben, sondern vor der Oeffnung schweben bleiben

Fig. 158.



lange die Luft ausströmt. Indem sich der austretende Luftstrahl nach allen Seiten ausbreitet und sich mehr und mehr verdünnt, treibt der stärkere Druck der Atmosphäre gegen die Oeffnung hin. — Auf einfache Weise stellt man nach Faraday diesen Versuch wie folgt an. Man schließe die Finger der offenen horizontal gehaltenen Hand fest aneinander und blase dann möglichst stark durch den so zwischen dem Zeige- und Mittelfinger gebildeten spaltartigen Zwischenraum. Bringt man während des Blasens ein leichtes Stück Papier an die Oeffnung, durch welche der Luftstrom hindurchstreicht, so wird es weder fortgeblasen, noch durch sein Gewicht herabfallen.

Ausströmende Gase üben eine Rückwirkung aus wie tropfbare Flüssigkeiten und bringen dadurch Bewegungen hervor. Einen derartigen Fall haben wir an der Aeolipile. Dieselbe besteht aus einem um eine verticale Achse beweglichen Gefäß, in welchem durch Hitze eine Menge Dampf erzeugt wird. Indem der Dampf durch seitwärts gerichtete Röhren ausströmt, entsteht eine Reaction, welche das Gefäß in Umdrehung zu setzen vermag. — In höherem Grade äußert sich die Reaction der Pulvergase, die sich im Rückstoß der Gewehre und im Zurückgehen der Kanonen beim Abfeuern deutlich zu erkennen gibt. — Die Reaction der Gase wirkt als Triebkraft bei den Raketen, deren Bewegung um so mehr einer geradlinigen sich nähert, je schwerer die Patrone ist und je gleichmäßiger die Verbrennung vor sich geht.

2. Stoß und Widerstand der Luft.

Alle Bewegungen, die in der Luft vor sich gehen, erleiden von derselben mehr oder weniger einen Widerstand. Durch einen Versuch

mit der Luftpumpe läßt sich nachweisen, daß die Schwere allen Körpern einerlei Fallgeschwindigkeit mittheilt und daß die in der Wirklichkeit vorkommende Verschiedenheit lediglich von dem Widerstande der Luft herrührt. Der dazu erforderliche Apparat ist ein 50 bis 75 Decimeter langer Glascylinder von 7 bis 9 Centimeter Weite, welcher an beiden Enden gut abgeschliffen und mit einer Vorrichtung versehen ist, um kleine Körper von auffallend verschiedenem specifischen Gewichte, wie Gold und eine Pflaumfeder, in der verdünnten Luft gleichzeitig herabfallen zu lassen. Wenn die Luft möglichst vollständig aus dem Recipienten weggeschafft worden, kommen diese Körper in demselben Zeitmomente auf dem Teller der Luftpumpe an.

Der Widerstand, den die Luft bewegten Körpern entgegenstellt, läßt sich recht deutlich an kleinen metallenen Windflügeln zeigen, die man einmal in der freien Luft und das anderemal im luftverdünnten Raum in Bewegung setzt. An jeder, von zwei horizontalen auf feinen Spitzen laufenden Achsen sind vier gleiche Windflügel von Metall befestigt, welche man dergestalt stellen kann, daß ihre Fläche entweder in der Richtung der Bewegung oder senkrecht darauf fällt. Durch Loslassung einer gespannten Feder können diese Flügel in dem nämlichen Augenblicke gleich schnell in Bewegung gesetzt werden. In der freien Luft in Bewegung gesetzt kommen die Flügel, welche mit der breiten Fläche gegen die Luft sich bewegen, eher in Stillstand als die Flügel, deren Fläche senkrecht gegen die Richtung der Bewegung liegt. In dem luftverdünnten Raume wird ein derartiger Unterschied in der Dauer der Bewegung desto geringer, je mehr die Luft verdünnt worden.

Der Widerstand, den ein bewegter Körper von Seiten der Luft erleidet, hängt ab *einmal* von der Geschwindigkeit v, mit welcher sich der Körper bewegt; *dann* von dem Querschnitte a, welchen der Körper der Bewegungsrichtung entgegenstellt; *ferner* von dem specifischen Gewichte s der Luft, welche verdrängt wird; *endlich* von einem Coefficienten k, auf dessen Werth die Gestalt des Körpers ihren Einfluß äußert. — Für den in Rede stehenden Widerstand P bestände hiernach der Ausdruck: $P = kas.v^2$, welcher dem bei den tropfbaren Flüssigkeiten geltenden nachgebildet ist. — Auf den fraglichen Widerstand kann auch Einfluß haben *erstens* die Reibung der Luft an der Oberfläche des Körpers; *zweitens* der Druckunterschied an der Vorder- und Rückseite; *drittens* die Mitbewegung eines Theils der Luftmasse, welche der Körper mitnimmt; *viertens* der Gewichtsverlust, den der Körper in der Luft erleidet, Umstände, auf die wir hier nicht weiter eingehen können.

Es kommt nun darauf an, die Formel $P = k a s v^2$ durch Versuche zu prüfen. Wir haben solche Versuche auf zweierlei Weise zur Ausführung gebracht. In der einen Versuchsreihe wurde auf jeder Seite des horizontal liegenden Stabes des in der Figur 70 abgebildeten Apparates in der nämlichen Entfernung von der Drehachse eine geeignete Vorrichtung angebracht, um daran Körper von verschiedener Gestalt und Größe anschrauben zu können. An das Ende des über die Rolle der Fallmaschine gelegten Fadens, dessen anderes Ende an der Welle des rotirenden Apparates befestigt war, wurden dann die nöthigen Gewichte angehängt, um sie eine auf der Fallmaschine bezeichnete Wegstrecke in angegebener Zeit zurücklegen zu lassen. Die in Rede stehenden Gewichte wurden für jeden einzelnen Fall besonders ermittelt, je nachdem der angewendete Körper diese oder jene Fläche der Einwirkung der Luft darbot. — Um zugleich die fraglichen Versuche nach verschiedenen Seiten in ausgedehnterem Umfange anstellen zu können, haben wir uns einen zweiten größeren Apparat von der nämlichen Beschaffenheit anfertigen lassen. Bei demselben hatte der horizontal liegende Stab, auf welchen die bei den Versuchen erforderlichen Körper angeschraubt wurden, eine Länge von $1^1/_2$ Meter. — Man wird uns besser verstehen, wie bei den einzelnen vorkommenden Fällen zu Werke gegangen wurde, wenn wir zunächst etwas ausführlicher hier uns aussprechen über das was wir erhalten haben, als es uns darum galt, hinsichtlich des Verhältnisses zwischen dem Widerstand der Luft und der Geschwindigkeit des bewegten Körpers ins Reine zu kommen.

Auf beiden Seiten des horizontalen Stabes des kleinen Apparates in einer Entfernung von 15 Centimeter von der Drehachse schraubten wir fest eine dünne Scheibe oder einen Windflügel aus glattem Pappdeckel von 15 Centimeter Breite und 17 Centimeter Länge und ließen dann die betreffenden Fallgewichte jedesmal eine Wegstrecke von 98 Centimeter zurücklegen. — Bei einer Fallzeit von 12 Secunden, wenn die scharfe Kante der Flügel vorausging, war das Fallgewicht 67,264 Grammes; wenn der breite Flügel gegen die Luft stieß, betrug dagegen das Fallgewicht 67,264 + 15,375 Grammes: der Widerstand der Luft kann demnach im vorliegenden Falle auf 15,375 Grammes angeschlagen werden. — Bei einer Fallzeit von 6 Secunden, wo die Geschwindigkeit der Flügel im Durchschnitt mithin als das Doppelte von der im vorigen Falle stattfindenden gelten konnte, wenn die scharfe Kante der Flügel voranging, betrug das Fallgewicht 239,078 Grammes; wenn aber die Flügel die volle Fläche der Luft darboten, war das Fallgewicht 239,078 + 61,439 Grammes: der Widerstand der Luft läßt sich hiernach zu 61,439 Grammes annehmen. Dieser Widerstand ist nun genau

viermal größer als der im ersten Falle gefundene Widerstand, d. h. in dem Verhältnisse größer wie es das quadratische Gesetz der Geschwindigkeiten fordert.

Die Endgeschwindigkeiten der Flügel bei dem vorstehenden Versuche waren im ersten Falle 0,5 Meter und im zweiten Falle 1 Meter. Um nun auch das Gesetz für größere Geschwindigkeiten zu prüfen, schraubten wir jetzt die nämlichen Windflügel auf den größeren Apparat auf in einer Entfernung von 64 Centimeter von der Drehachse, so daß die Geschwindigkeiten der Flügel bei der Zurücklegung einer Wegstrecke von 98 Centimeter seitens des Fallgewichtes in den Zeiträumen von 14 und 7 Secunden 2 und 4 Meter anzunehmen waren. Es ergaben sich dabei folgende Resultate: Bei einer Fallzeit von 14 Secunden mit vorausgehender scharfer Kante der Flügel war das Fallgewicht 685 Grammes; mit voranschreitender voller Fläche war das Fallgewicht 675 + 474½ Grammes: also der Widerstand der Luft gleichgeltend mit 474½ Grammes. Bei einer Fallzeit von 7 Secunden mit vorangehender scharfer Kante betrug das Fallgewicht 2560 Grammes; mit vorausschreitender voller Fläche belief sich dasselbe auf 2560 + 1898 Grammes: folglich ist der Widerstand der Luft hier durch 1898 Grammes dargestellt. Der Widerstand der Luft im zweiten Falle ist also wieder genau viermal größer als der Widerstand der Luft im ersteren Falle, wo die Geschwindigkeit als die Hälfte von jener im anderen Falle stattfindenden zu betrachten war. Auf solche Weise fanden wir denn, daß der Widerstand der Luft sehr nahe dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional ist, wenn die Flügel sich mit einer Geschwindigkeit bewegten, die von 0,5 bis auf 8 Meter stieg.

Um den von der Oberfläche herrührenden Widerstand zu ermitteln, schraubten wir statt der vorhin gebrauchten Windflügel zwei andere Flügel an von der nämlichen Beschaffenheit, demselben Gewichte, der gleichen Breite, aber von der halben Länge. Die Ergebnisse aus einigen in dieser Beziehung mit dem kleineren Apparate angestellten Versuchen finden sich hier unten angegeben. Das Fallgewicht für eine Wegstrecke von 98 Centimeter in 12 Secunden bei den kleinen Flügeln, wenn die scharfe Kante vorausging, war 67,9 Grammes; wenn die volle Fläche gegen die Luft stieß, aber 67,9 + 6,2 Grammes; mithin hier der Widerstand der Luft gleich 6,2 Grammes. Das Fallgewicht in derselben Zeit bei den großen Flügeln, wenn die scharfe Kante vorausging, betrug ebenfalls 67,9 Grammes; wenn die volle Fläche gegen die Luft stieß, dagegen 67,9 + 13,6 Grammes: folglich der Widerstand der Luft gleich 13,6 Grammes. Das Fallgewicht in sechs Secunden bei

den kleinen Flügeln, wenn sie mit ihrer schmalen Seite gegen die Luft stießen, war 239,078 Grammes, wenn sie mit der vollen Fläche gegen die Luft gingen 239,078 + 26,322 Grammes; hiernach der Widerstand der Luft gleich 26,622 Grammes. Das Fallgewicht in derselben Zeit bei den großen Flügeln, wenn sie mit der scharfen Kante vorangingen, betrug wieder 239,078 Grammes, wenn die volle Fläche gegen die Luft stieß, aber 289,078 + 57,139 Grammes: also der Widerstand der Luft gleich 57,139 Grammes. Das Verhältniß der Oberflächen der bei den angeführten Versuchen angewendeten Flügel war 2, dagegen das Verhältniß der Widerstände in einem wie in dem andern Versuche 2,2 betrug. Der Widerstand der Luft wächst also in einem größeren Verhältnisse als die Oberfläche. Der Widerstand der Luft nimmt beinahe in der 1,1 ten Potenz der Oberfläche zu. Aehnliche Resultate ergaben sich bei den mit dem größeren Apparate angestellten Versuchen.

Auf Grundlage dieser Versuche ergibt sich hiernach für den Widerstand P der Luft folgender Ausdruck: $k \,.\, s \,.\, a^{1,1} \,.\, v^2$, in welchem a die gestoßene Fläche, s das Gewicht der Cubikeinheit Luft, v die Geschwindigkeit bedeutet, mit welcher der Körper sich in der ruhenden Luft bewegt, und k einen constanten Coefficienten bezeichnet. Zur Bestimmung des Coefficienten k dient folgender von uns angestellter Versuch. Wir fanden, daß zwei Flügel, deren jeder 0,0255 Quadratmeter Oberfläche hatte, bei einer Geschwindigkeit von 1,4 Meter einen Widerstand von 0,061439 Kilogramm erfuhren. Daraus entspringt, da der Barometerstand 0,75 Meter und die Temperatur 10° C war, ferner der Angriffspunkt des Widerstandes der Luft für einen Flügel 15 Centimeter von der Drehachse, dagegen jener der bewegenden Kraft in einem Abstande von 2,5 Centimeter von der Achse lag, endlich s = 1,2 Kilogramm ist, folgende Gleichung:

$$\frac{2{,}5 \,.\, 0{,}061439}{15} = k \,.\, 2 \,.\, 0{,}0255^{1,1} \,.\, 1{,}29 \,.\, \frac{75}{76} \cdot \frac{1{,}4^2}{1{,}0366}.$$

Daraus erhält man k = 0,11. Wir können mithin für den Widerstand P der Luft, welchen eine Fläche bei einem senkrechten Stoße erfährt, folgenden Ausdruck aufstellen: $P = 0{,}11\, s \,.\, a^{1,1} \,.\, v^2$.

Der letztere Ausdruck muß noch mit einem Coefficienten k' multiplicirt werden, wenn es sich um den Widerstand von solchen Körpern handelt, welche der Luft eine Ecke oder eine gebogene Oberfläche darbieten. Um den Werth des Coefficienten k' für die einzelnen Fälle zu bestimmen, haben wir Körper von verschiedener Form in einer Entfernung von 15 Centimeter von der Drehachse auf beiden Seiten des horizontalen Stabes des kleineren Apparates festgeschraubt und dann in

der angegebenen Weise ermittelt, welche Fallgewichte erforderlich waren, um den Widerstand der Luft zu überwinden, wenn die Fallgewichte die bestimmte Wegstrecke von 98 Centimeter zurückzulegen hatten, indem die Körper das einemal diese das anderemal jene Fläche der Luft darboten. — Bei einer Halbkugel von 12,5 Centimeter Durchmesser, wenn ihre ebene Fläche gegen die Luft stieß, war der Widerstand gleichgeltend mit 23,2 Grammes; dagegen war der Widerstand nur auf 13,8 Grammes anzuschlagen, wenn die gekrümmte Oberfläche vorausging. Der fragliche Coefficient betrug demnach in dem vorliegenden Falle 0,6. — Bei einem gleichseitigen Kegel von 12,5 Centimeter Durchmesser, war der Widerstand der Luft wieder gleich 23,2 Grammes, wenn die ebene Fläche der Luft ausgesetzt wurde; der Widerstand betrug aber blos 17,4 Grammes, wenn die Spitze des Kegels vorausging. Der Werth des in Rede stehenden Coefficienten war folglich hier auf 0,7 anzuschlagen. Auch ist die physische Beschaffenheit der Oberfläche von Einfluß auf die Größe des Widerstandes der Luft. So erhielten wir z. B. bei einer quadratischen, einer kreisförmigen und zwei verschieden rechteckigen Scheiben von 0,0255 Quadratmeterfläche unter den nämlichen Umständen den Widerstand gleich 62,4 Grammes, hingegen den Widerstand von 70 Grammes bei einer gefurchten Fläche von demselben Flächeninhalte.

Bei unserer zweiten Versuchsweise versetzten wir eine horizontale, auf zwei kleinen Zapfen bewegliche, mit einem kleinen Schwungrade versehene Welle in eine möglichst gleichförmige Rotation mit Hülfe von Gewichten, welche an dem herabhängenden Ende eines um die Welle gelegten Fadens befestigt waren. Auf diese Welle wurden Platten von verschiedener Gestalt und Größe gestellt, so daß sie das einemal mit ihrer schmalen Seite, das anderemal mit ihrer vollen Fläche gegen die Luft stießen. Der Unterschied der in den beiden Fällen nöthigen Gewichte für die in den Beharrungszustand übergehende Umdrehungsbewegung konnte als Maß des Widerstandes der Luft gelten, welchen sie bei dieser Bewegung der Oberfläche der auf die Welle gesteckten Flügel entgegensetzte. Die Bewegungsgeschwindigkeit selbst wurde aus der beobachteten Anzahl Umdrehungen des Apparates in einer bestimmten Zeit hergeleitet. Bei unseren auf solche Weise vorgenommenen Versuchen, in denen es sich darum handelte, das Verhältniß zwischen dem Widerstande und der Geschwindigkeit zu bestimmen, betrug in der mittleren Entfernung der Platten die Geschwindigkeit das 120fache der Geschwindigkeit des Fallgewichtes und der Flächeninhalt der Windflügel zusammen 0,002856 Quadratmeter. Wir fanden so bei vier Versuchen, denen die Geschwindigkeiten 2,05; 2,17; 2,28; 2,5 Meter entsprechen, beziehungsweise die Widerstände von 130; 145; 162; 193 Grammes, welche

Zahlen ziemlich genau in dem Verhältnisse der Quadrate der Geschwindigkeiten stehen.

Auch bei dieser zweiten Versuchsweise ergab sich, daß der Widerstand der Luft in einem etwas größeren als dem einfachen Verhältnisse der Oberfläche wächst, welche den Widerstand erfährt. Denn die Oberflächen der vier von uns angewendeten Platten standen im Verhältnisse der Zahlen 1; 1,5; 2; 2,5, während die Widerstände bei einerlei Geschwindigkeit sich wie 1; 1,56; 2,14; 2,73 verhielten, mithin beinahe in der 1,1 ten Potenz der Oberfläche zunahmen.

Zur Bestimmung von k benutzten wir folgenden Versuch. Wir fanden, daß eine Platte von 0,002856 Quadratmeter Oberfläche bei einer Geschwindigkeit von 2,17 Meter einen Widerstand von 0,145 Kilogrammes erfuhr. Es konnte mithin $\frac{0,145}{120}$ Kilogramm als Maß der Kraft gelten, welche bei gleichförmiger Bewegung dem Luftwiderstande der Flügel in der mittleren Entfernung derselben von der Drehachse das Gleichgewicht hielt. Da der Barometerstand 0,75 Meter und die Temperatur 10° war, so hatten wir die Gleichung:

$$\frac{0,145}{120} = k \,.\, 1,29 \,.\, \frac{0,75}{0,76} \,.\, \overline{2,17^2} \,.\, 0,002856^{1,1},$$

woraus sich ergibt $k = 0,12$. — Aus drei anderen Versuchen entnahmen wir für k folgende Werthe; 0,109; 0,112; 0,106, so daß wir für k den mittleren Werth 0,11 annehmen können.

Bei Geschwindigkeiten, welche nicht 10 Meter übersteigen, kann der Widerstand dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional angenommen werden. Eine solche Annahme ist aber nicht mehr zulässig, wenn die Geschwindigkeit groß wird. Nach Schmidts Untersuchungen, welche in einem besonderen Schriftchen, Theorie des Widerstandes der Luft bei der Bewegung der Körper, niedergelegt sind, wird der Widerstand P der Luft durch eine Formel ausgedrückt, in welcher das Quadrat der Geschwindigkeit als Exponent vorkommt. Diese Formel reducirt sich bei kleinen Geschwindigkeiten wirklich auf das Quadrat der Geschwindigkeiten und ändert sich außerdem mit der Gestalt des Körpers. Für eine ebene mit der Geschwindigkeit v bewegte Fläche von der Größe a, wenn die Richtung der Bewegung senkrecht auf der Fläche steht, ist die Formel folgende:

$$P = a\,b\,\delta\left(\varepsilon^{\frac{v^2}{2k}} - 1\right),$$

in welcher b die Höhe einer Queckſilberſäule in Metermaß darstellt, die dem atmosphärischen Drucke das Gleichgewicht hält; δ das Gewicht eines Cubikmeters Queckſilber; $\varepsilon = 2,71828$; endlich der Coefficient

$$k = \frac{g\delta \,.\, 0{,}76}{b \,.\, s}(1 + 0{,}00366\,t),$$

worin s das Gewicht eines Cubikmeters Luft unter dem Drucke von 0,76 Meter und bei 0^0 ist, wobei t hunderttheilige Temperaturgrade sind. — Es ist aber

$$\varepsilon^{\frac{v^2}{2k}} = 1 + \frac{v^2}{2k} + \frac{\left(\frac{v^2}{2k}\right)^2}{1 \,.\, 2} + \text{ꝛc.};$$

mithin für solche Geschwindigkeiten, bei denen die zweiten und höheren Potenzen von $\frac{v^2}{2k}$ vernachlässigt werden können, der Widerstand

$$P = \frac{b \,.\, a \,.\, s \,.\, v^2}{2g \,.\, 0{,}76 \,.\, (1 + 0{,}00366\,t)}$$

ein mit dem früher dafür angegebenen völlig übereinstimmender Ausdruck.

Für eine Kugel vom Radius r findet Schmidt für den Widerstand P der Luft den Ausdruck:

$$P = \pi\, r^2\, b\, \delta \left(\varepsilon^{\frac{v^2}{2k}} \,.\, \frac{2k}{v^2} - \frac{2k}{v^2} - 1\right),$$

der

$$P = \pi\, r^2\, b\, \delta \left(\frac{v^2}{2k} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\left(\frac{v^2}{2k}\right)^2}{2 \,.\, 3} + \text{ꝛc.}\right).$$

Wenn die Geschwindigkeit so klein ist, daß man die höheren Potenzen von $\frac{v^2}{2k}$ wieder vernachlässigen kann, wird der Widerstand:

$$P = \frac{\pi\, r^2}{2} \cdot \frac{s \,.\, b \,.\, v^2}{0{,}76\,(1 + 0{,}00366\,t)},$$

d. h. nur halb so groß als der Widerstand auf eine ebene dünne Fläche, deren Inhalt dem größten Kreise der Kugel gleich ist, vorausgesetzt, daß beide Körper einerlei Geschwindigkeit haben; ein Resultat, welches mit unseren Versuchen ziemlich übereinstimmt.

Für die Beziehung zwischen Geschwindigkeit und zurückgelegtem Wege einer horizontal abgeschossenen Kugel mit Berücksichtigung des Luftwiderstandes:

$$P = \pi\, r^2\, b\, \delta \left(\varepsilon^{\frac{v^2}{2k}} \,.\, \frac{2k}{v^2} - \frac{2k}{v^2} - 1\right)$$

ergibt sich nach Schmidt's Entwickelung folgende Gleichung:

$$\text{log nat.} \frac{\left|1 - \left(1 + \frac{v_1^2}{2k}\right) \varepsilon^{\frac{2k}{v_1^2}}\right|}{\left|1 - \left(1 + \frac{v^2}{2k}\right) \varepsilon^{\frac{2k}{v^2}}\right|} = \frac{3}{4} \cdot \frac{g}{r} \cdot \frac{b}{0{,}76} \cdot \frac{(x - x_1)}{\delta' \,.\, \frac{\delta}{s}},$$

in welcher x und x, die Entfernungen zweier Punkte der Bahn bedeuten, v und v, die an diesen Punkten stattfindenden Geschwindigkeiten der Kugel, deren Cubikeinheit δ' wiegt, und die übrigen Buchstaben die frühere Bedeutung haben.

Der nach der letzteren Formel berechnete zurückgelegte Weg aus zwei beobachteten Geschwindigkeiten stimmt mit dem wirklich zurückgelegten so genau überein, als man nur wünschen kann. — Hutton fand nämlich mittelst des ballistischen Pendels, daß eine eiserne Kugel von 24,89 Millimeter im Halbmesser bei einer Ladung von ½ Kilogramm horizontal abgeschossen, nachdem sie sich 9,144 Meter von der Mündung der Kanone entfernt hatte, eine Geschwindigkeit von 636,411 Meter besaß, und in einer Entfernung von 109,725 von der Mündung der Kanone die Geschwindigkeit auf 482,185 Meter abgenommen hatte. Die Wegdifferenz, welche den Geschwindigkeiten 636,411 und 482,185 Meter entspricht, ist hiernach 100,581 Meter, während die Berechnung nach der angegebenen Formel 102,7 Meter beträgt.

Die Wirkungen des normalen Luftstoßes gegen feste Körper sind gleichgeltend mit denen der Widerstände, welche jene Körper erfahren, die sich in der Luft bewegen. Der etwa vorhandene Unterschied zwischen beiden Wirkungen scheint sehr gering zu sein und sich nur auf den constanten Coefficienten k zu beziehen. Der Ausdruck für den normalen Luftstoß P gegen eine ebene Fläche von der Größe a wäre hiernach $P = k \,.\, s \,.\, a^{1,1}\, v^2$, wobei v entweder die Geschwindigkeit bedeutet, mit welcher sich die Luft gegen den ruhenden Körper bewegt, oder die relative Geschwindigkeit $v \mp u$, wenn die Luft und der Körper beide sich bewegen. — Was den Werth des Coefficienten k betrifft, so ändert sich derselbe mit der Gestalt der betreffenden Körper, wie es bei dem Widerstande sich ereignet und bedarf in jedem besonderen Falle einer besonderen Bestimmung. Er scheint im Durchschnitt bei dem Stoße größer zu sein als bei dem Widerstande. Für den normalen Stoß auf eine ebene Fläche wäre dafür 0,14 in Rechnung zu bringen, während bei dem Widerstande nur 0,11 anzunehmen ist. — Es wäre hiernach der Widerstand, welchen eine ebene Fläche von einem Quadratmeter Inhalt erfährt, die sich mit 8 Meter Geschwindigkeit in der ruhenden Luft bei 0,755 Meter Barometerstande und einer Temperatur von 12° bewegt, auf 8,66 Kilogrammes anzuschlagen. Dagegen betrüge der perpendiculäre Stoß, welchen ein Luftstrom gegen jene Fläche bei einer Geschwindigkeit von 8 Meter ausübt, 10,93 Kilogrammes. — Für den Widerstand P, welchen ein mit der Geschwindigkeit v fahrender Eisenbahnzug durch die Luft erfährt, setzt Redtenbacher für Meter und Kilogrammes:

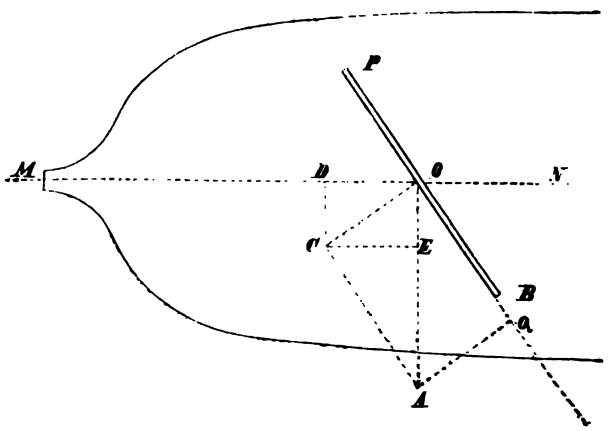
$$P = 0{,}0704\,(A + \tfrac{1}{4}\,n\,a)\,v^2,$$

wo A die Stirnfläche der Locomotive in Quadratmeter (meistens 7,5 □ Meter), a die Stirnfläche jedes Bahnwagens (meistens 4 □ Meter), n die Anzahl der von der Locomotive fortzuschaffenden Wagen bezeichnet.

Geringer ist der Widerstand, welchen der Körper bei dem schiefen Luftstoße erleidet. Nach den von Hutton angestellten Versuchen hätte der Stoß P, den eine ebene Fläche von der Luft erfährt, wenn sie mit der Geschwindigkeit v unter dem Neigungswinkel α gegen die Fläche sich bewegt, zum Ausdruck:
$P = k \,.\, s \,.\, a^{1,1}\, v^2\, (\sin \alpha)^{1,84 \cos \alpha}$, wo a, v, k die frühere Bedeutung haben. — Der Stoß, den ein Wind bei 8 Meter Geschwindigkeit gegen eine ebene Fläche von einem Quadratmeter Inhalt in einer Neigung von 70^0 gegen dieselbe ausübt, ist demnach unter den vorhin gemachten Voraussetzungen gleich $10{,}93 \,.\, (\sin 70)^{1,84 \cos 70}$ Kilogrammes gleich $10{,}93 \,.\, 0{,}9397^{1,84 \,.\, 0{,}342}$ Kilogrammes $= 10{,}93 \,.\, 0{,}9397^{0,6292}$ Kilogrammes $= 10{,}93 \,.\, 0{,}9616$ Kilogrammes $= 10{,}5$ Kilogrammes.

Die Wirkung des Luftstoßes auf eine Fläche läßt sich beträchtlich vermehren, wenn man dieselbe mit einem Rande umgibt. Diese Vermehrung der Wirkung kann man schon dadurch erreichen, wenn man die gestoßene Fläche in der Mitte etwas aushöhlt. Leicht angeschwellte Segel geben deßhalb den Schiffen größere Geschwindigkeit, wobei jedoch die Sehne des Bogens nicht mehr als den vierten Theil der Segelbreite betragen darf. Auf den Schiffen werden die am Mastbaume hängenden meistens so gestellt, daß die Segelfläche vom Winde in senkrechter Richtung getroffen wird. Doch läßt sich auch der Seitenwind zur Bewegung des Schiffes benutzen, wie dies aus der Figur 159 er-

Fig. 159.



sichtlich ist. Es sei PQ ein gegen die Richtung des Seitenwindes AO schief gestelltes Segel und MN die Achse des Schiffes. Man zerlege die Kraft des Windes AO in zwei Seitenkräfte OB, OC, von denen die erstere parallel zu dem Segel liegt und verloren geht, während die zweite senkrecht darauf wirksam bleibt. Die letztere Kraft denke man sich wieder in zwei Seitenkräfte OD und OE zerlegt, von denen erstere das Schiff in der Richtung des Stromes vorwärts, die andere aber es seitwärts treibt. Nun setzt das Wasser in der Richtung OM den geringsten und in der Richtung OE den stärksten Widerstand entgegen; weßhalb das Segel so zu stellen ist, daß OD möglichst groß, OE dagegen möglichst klein ausfallen. Ein solches vortheilhaftes Schiefhalten gegen den Wind nennt der Seemann das Laviren.

Bei dem Stoße der Luft gegen feste Körper zeigen sich zuweilen Erscheinungen, welche man beim ersten Anblicke nicht vermuthet hätte. Bläst man z. B. durch eine Röhre einen Luftstrom gegen eine Wand, so wird der Luftstrom von derselben nicht zurückgeworfen, sondern er gleitet vielmehr längs der Wand dahin. Denn hält man eine Lichtflamme gegen die Wand, so findet man, daß die Lichtflamme nicht von der Wand, sondern gegen dieselbe hin abweicht.

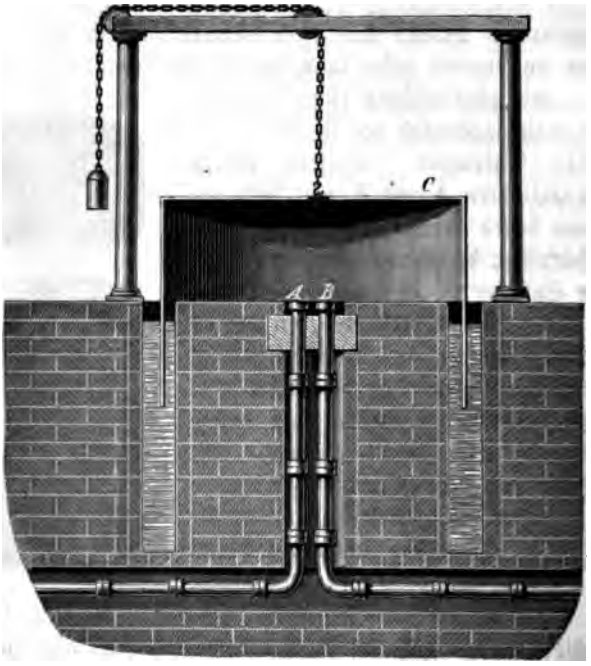
3. Pneumatische Maschinen.

Behälter, in welchen man Gase ansammeln und aus denen man sie nachher ausströmen lassen kann, werden Gasometer genannt. Zu chemischen und physikalischen Untersuchungen gebraucht man gewöhnlich den in Figur 160 abgebildeten Gasometer. Derselbe besteht aus zwei Cylindern A und B von lackirtem Blech, von denen der untere A unten und oben verschlossen, der obere B aber oben offen ist. Der Cylinder A ist mit dem Cylinder B durch eine Röhre b verbunden, an welcher sich ein Hahn befindet, vermittelst dessen man die Communication zwischen den beiden Cylindern nach Belieben herstellen oder unterbrechen kann. Eine zweite gleichfalls mit einem Hahn versehene Verbindungsröhre a geht vom Boden des oberen Cylinders luftdicht durch die Decke des unteren bis fast auf den Boden. An dem unteren Cylinder befinden sich noch zwei verschließbare Oeffnungen, die eine d nahe am Boden, die andere c nahe an der Decke. Die erstere wird zur Füllung

Fig. 160.

des Cylinders mit Gas, die zweite zum Ausſtrömen des Gaſes be
Wenn man in dem unteren Cylinder ein Gas anſammeln will, ſo
man ihn vorerſt mit Waſſer, indem man die Oeffnung bei d verſc
die drei Hähne öffnet und dann in den oberen Cylinder Waſſer
Wenn der untere Cylinder ſo weit gefüllt iſt, daß das Waſſer
auszufließen anfängt, wird der Hahn daſelbſt geſchloſſen. Die im
linder noch vorhandene Luft entweicht nun durch die Röhre b. I
untere Cylinder auf dieſe Weiſe mit Waſſer gefüllt, ſo werden
Hähne der Verbindungsröhren geſchloſſen, die Oeffnung bei d abe
öffnet und daſelbſt ein Gasleitungsrohr eingeſteckt. Das eintre
Gas ſteigt in den oberen Theil des Cylinders und drängt das W
neben dem Rohre zur unteren Oeffnung heraus. Dieſe wird hi
geſchloſſen. Wie weit der Cylinder mit Gas gefüllt iſt, ſieht ma
dem Glasrohr f, das mit dem Cylinder oben und unten in Verbin
ſteht. — Soll das Gas ausſtrömen, ſo füllt man das obere C
mit Waſſer und öffnet den Hahn der Verbindungsröhre a. Die W
ſäule in dieſem Rohre comprimirt das Gas im unteren Cyli
öffnet man daher den Hahn bei c, ſo ſtrömt es mit einer dem D
der Waſſerſäule in dem Rohre a entſprechenden Geſchwindigkeit a

Fig. 161.



Eine andere Form von Gasometern wird angewendet, wenn man größere Massen von Gasen zu behandeln hat, wie in den Leuchtgasfabriken. Ein oben verschlossener und unten offener Cylinder C (Fig. 161) taucht in ein großes mit Wasser gefülltes Reservoir und gibt den eigentlichen Gasbehälter ab. Durch den Boden des Reservoirs treten zwei Röhren A und B herein und ragen nahezu bis zur Decke des Cylinders. Die eine der Röhren dient zur Füllung des Gasometers, die andere zum Ausströmen des Gases. Beide Röhren sind außerhalb des Reservoirs mit Hähnen versehen. Läßt man das Gas durch die eine Röhre aus dem Orte, in welchem es bereitet wird, in den Cylinder treten; so wird derselbe sich aus dem Wasser emporheben, wobei er durch danebenstehende Säulen gegen Umschlagen gesichert ist. — Soll das Gas ausströmen, so wird das Zuleitungsrohr abgesperrt und der Hahn der Ausströmungsröhre geöffnet. Das Gas strömt dann mit einer Geschwindigkeit aus, welche dem Drucke im Gasometer entspricht. Das Gasometer sinkt dann wieder in das Wasser herab, wobei der Druck auf das Gas durch geeignete Gegengewichte möglichst regelmäßig gemacht wird.

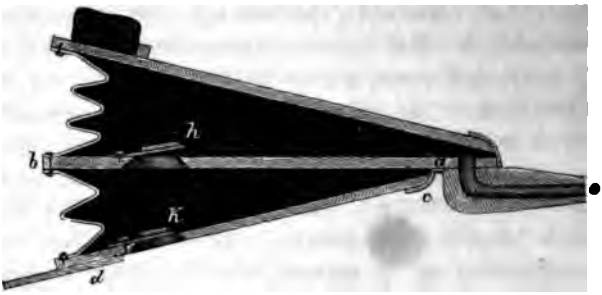
Gebläse heißt man diejenigen Apparate, welche man gebraucht, um an bestimmte Orte Luft in größerer Menge hinzuführen. Ein solcher Apparat ist der gewöhnliche Küchenblasbalg in Figur 162 dar-

Fig. 162.

gestellt. Derselbe besteht aus zwei an ihren Rändern durch Leder miteinander beweglich verbundenen hölzernen Platten. Werden die Platten von einander entfernt, so wird durch die im inneren Raume entstehende Verdünnung der Luft die Bodenklappe k durch den Druck der äußeren Luft gehoben, welche so in den Blasebalg tritt. Beim Zusammendrücken der Platten schließt sich die Klappe k, dagegen öffnet sich das an der Ausströmungsöffnung oder an der Düse befindliche Ventil, wodurch die Luft hinausgetrieben wird.

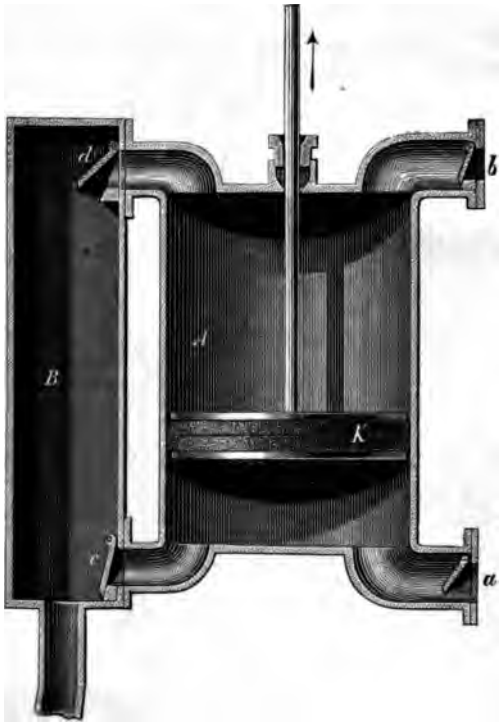
Um einen constanten Luftstrom zu erhalten, theilt man den Blasbalg durch eine Zwischenplatte a b (Fig. 163) in zwei Abtheilungen, von denen nur die eine unmittelbar mit der Düse communicirt. Die Zwischenplatte hat gleichfalls eine Klappe l, die sich in derselben Richtung öffnet wie die Klappe k der Bodenplatte c d. Beim Zusammen-

Fig. 163.



drücken der Bodenplatte und der Mittelplatte ſchließt ſich die K dagegen öffnet ſich die Klappe h, wodurch die Luft in die ob theilung getrieben wird. Das auf der Deckelplatte liegende treibt die Luft durch die Düſe o, wenn auch die Bodenplatte Mittelplatte von einander entfernt werden. Bei dieſem gegen Entfernen der beiden Platten ſchließt ſich die Klappe h und ö die Klappe k, wobei ſich die untere Abtheilung abermals mit L

Fig. 164.

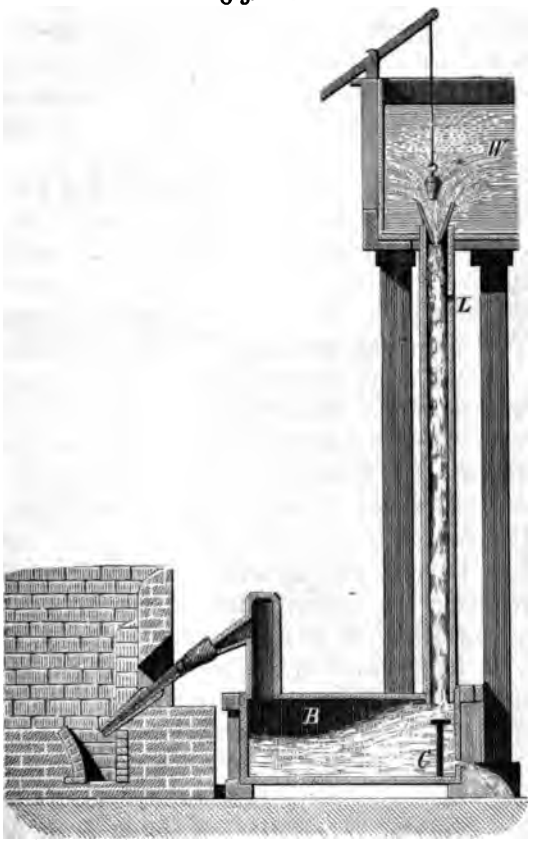


welche beim A jener beiden Pla der in die ober lung getrieben daß dieſe einen gen Luftſtrom Düſe ausſendet

Bei Hochö det man ein ſog Cylindergeb welches in Fi abgebildet iſt. C aus einem gu Cylinder A, in ein Kolben K auf und niede werden kann. Oeffnung bei a mit einer nach öffnenden Kla ſehen iſt, con der untere Thei linders mit de

ſphäre; ein Gleiches geſchieht in dem oberen Theil des Cylinders durch die Oeffnung bei b, an welcher ebenfalls eine nach innen ſich öffnende Klappe angebracht iſt. Durch die Oeffnungen c und d, auf denen, ſich nach außen öffnende Klappen liegen, ſteht der Cylinder mit einem viereckigen Kaſten B in Verbindung, an deſſen äußerer Wand die Ausſtrömungsöffnung ſich befindet. Beim Niedergehen des Kolbens iſt die Klappe bei a geſchloſſen, die bei c aber offen, ſo daß die Luft aus dem unteren Theile des Cylinders A in den Kaſten B getrieben wird. Unterdeſſen iſt die Klappe bei d geſchloſſen, dagegen die bei b offen, wodurch Luft von außen her in den oberen Theil des Cylinders dringt. Beim Aufwärtsſteigen des Kolbens iſt die Klappe bei b geſchloſſen und die über dem Kolben befindliche Luft wird durch die Oeffnung bei d in den Kaſten getrieben, während die Klappe bei c geſchloſſen iſt und ſich der untere Theil des Cylinders durch die bei a geöffnete Klappe

Fig. 165.

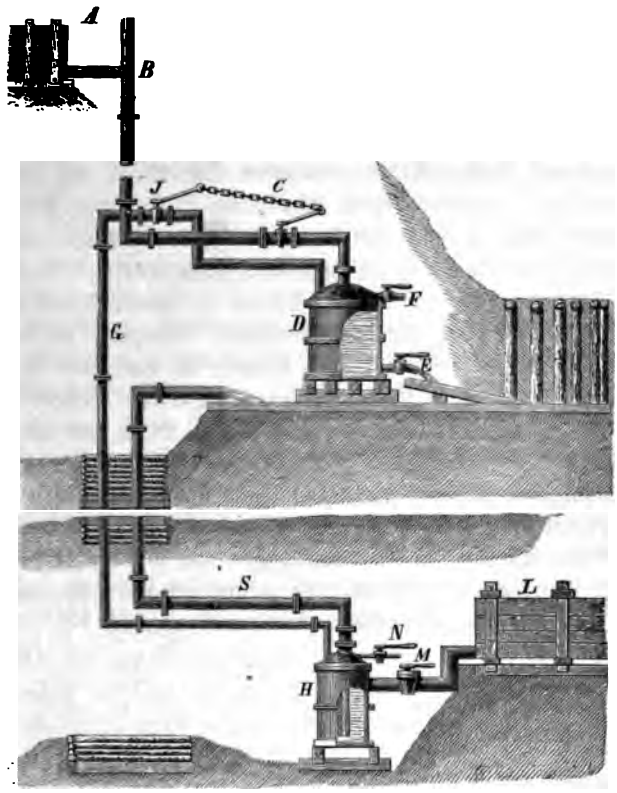


mit Luft füllt. Auf solche Weise geschieht es denn, daß der immer Luft enthält, welche durch die Düse o ausströmt.

In gebirgigen Gegenden, wo bedeutende Wassergefälle vork wendet man häufig das Wassertrommelgebläse an, wel Figur 165 abgebildet ist. Das Wasser stürzt aus dem Wasser W durch vertical stehende Röhren, die an ihrem oberen Ende ei verengt sind in einen gemeinschaftlichen Behälter B, den soge Windkasten. Der Wasserstrom reißt die unterhalb der Verengu seitlich angebrachte Blasöffnungen L eintretende Luft mit sich f sich in dem Windkasten ansammelt, aus welchem sie durch di ausströmt, während das Wasser bei C ausfließt. — Das C fugalgebläse besteht aus vier bis sechs etwas gekrümmten aus Eisenblech, die auf einer gemeinschaftlichen Welle auffitzen i einer gußeisernen Trommel umgeben sind. Durch eine schne drehung wird die in der Trommel befindliche Luft in eine r Bewegung versetzt, so daß sie durch die dadurch entstehende Cent kraft durch eine Oeffnung im Umfange des Gehäuses in einen nuirlichen Strome hinausgetrieben wird, während gleichzeitig d Oeffnungen zunächst der Achse beständig neue Luft eindringt.

Die Hauptbestandtheile der Luftmaschine von Höll si Wasserbehälter A und L (Fig. 166), zwei Wasserkessel D und drei Leitungsröhren B, G und S. Aus dem Wasserbehälter . das Wasser durch die Einfallsröhre B in den Kessel D herab; di ist bei C mit einem Hahne versehen, um sie absperren und erö können. Der Kessel D hat unten eine Röhre E mit einem Hal das Wasser ausfließen und oben eine Röhre mit einem Hahne Luft einströmen zu lassen. Aus der Decke des Kessels D geht d röhre G heraus durch den Schacht hinab bis in den unteren mit gefüllten Kessel H. Die Luftröhre G ist bei J mit einem Hah sehen, der mit dem Hahne C durch eine Kette verbunden ist, gleichzeitig schließen zu können. Der Kessel H ist in der N Wasserbehälters L aufgestellt, in welchen die von der Masc hebenden Grubenwasser hineingeleitet werden, von wo aus sie d Röhre M in den Kessel H gelangen. Aus diesem Kessel g dessen Boden die Steigröhre S heraus, welche durch den Schach Höhe bis zu dem Orte geführt wird, an welchem die Grub abfließen sollen. — Zur Bedienung der Maschine sind zwei Kun angestellt, nämlich einer bei dem oberen und der andere bei dem Kessel. Bemerkt der obere Kunstwärter, daß das Wasser mit L mischt aus der Steigröhre S ausfließt, so schließt er die beiden

Fig. 166.



nd J, um damit durch den ersteren den Zufluß des Wassers abzu-
ren und durch Verschließung des zweiten die comprimirte Luft zur
örderung des weiteren Abflusses des Wassers zu benutzen. Alsdann
et er die beiden Hähne E und F, damit das Wasser aus dem Kessel
usfließen und zugleich Luft einströmen könne. Hierauf öffnet er
Luftrohre G den Hahn J allein, damit die verdichtete Luft sich aus-
:eiten und die Spannkraft der Atmosphäre wieder zu gewinnen ver-
e. Zu gleicher Zeit gibt er dem unteren Kunstwärter das verab-
te Zeichen, damit er die beiden Hähne N und M öffnet, wodurch
untere Kessel mit Grubenwasser gefüllt wird. Wenn das Wasser
oberen Hahne N auszufließen anfängt, schließt der Kunstwärter die
en Hähne und gibt dem oberen Kunstwärter, welcher unterdessen die
ne E und F verschlossen hat, das Zeichen, damit er den Hahn C
Einfallsröhre öffne, wodurch das Aufschlagwasser in den oberen
el fließt. Hierdurch wird die in diesem Kessel vorhandene Luft

durch die Luftröhre G getrieben und auf das in dem unteren Kessel befindliche Wasser mit solcher Gewalt aufgedrückt, daß das Wasser durch die Steigröhre in die Höhe steigt.

Durch den Stoß der Luft läßt sich dem einen oder dem anderen Apparat eine fortschreitende Bewegung mittheilen. Ein solcher Apparat ist ein auf vier kleinen Rädchen ruhendes Wägelchen, auf dessen horizontal liegender stählernen Achse vier kleine Flügel aus Blech in der Form einer Schraubenfläche befestigt sind. Hält man nun das Wägelchen mit der einen Hand an, während man es durch rasches Abziehen einer um die stählerne Achse gewundenen Schnur in schnelle Rotation versetzt, so wird die Umdrehung eine fortschreitende Bewegung in der Achsenrichtung bewirken. — Ein ähnlicher Apparat ist das unter dem Namen des Fliegers bekannte Kinderspielzeug. Derselbe besteht aus vier Flügel, welche an einem kleinen Cylinder von Blech ebenfalls in einer Schraubenfläche befestigt sind. Bringt man diese Vorrichtung auf den Rotationsapparat und setzt dann den letzteren durch Abziehen eines um seine verticale Achse gelegten Fadens in Umdrehung, so wird der Flieger in Folge der Rotation in die Höhe steigen und wieder zur Erde fallen, wenn die Rotationsgeschwindigkeit so gering geworden ist, daß sie ihn nicht mehr in der Luft schwebend zu erhalten vermag.

Der Stoß der Luft dient als Treibkraft bei den Windflügeln der Windmühlen. In einer starken, gewöhnlich 10—15° gegen den Horizont geneigten Welle werden kreuzweise lange Arme durchgesteckt, welche Flügel tragen und die vier Ruthen bilden. In einiger Entfernung ist senkrecht auf die Länge an jeder Windruthe die erste Sprosse angebracht, welche einen Winkel von etwa 30° mit der Drehungsebene der Ruthen macht; weiter von der Achse werden die Sprossen in immer kleinerer Neigung gegen die Drehungsebene aufgestellt, so daß die äußerste Sprosse nur einen Winkel von 12° bis 6° mit derselben macht, je nachdem die Welle mehr oder weniger gegen den Horizont geneigt ist. Ueber die Sprossen wird das Segeltuch ausgebreitet, welches zur Aufnahme der Windeskraft dient. Die Flügelflächen müssen jederzeit gegen den Windstoß gerichtet sein; bei den deutschen Windmühlen geschieht dies, indem man das ganze Haus um eine verticale Säule dreht; bei den holländischen, indem man blos das Dach mit der Flügelwelle in Drehung bringt.

Anemometer oder Windmesser sind Apparate, um die Geschwindigkeit des Windes zu bestimmen. Ein derartiger Apparat ist ein kleines mit Flügeln versehenes Rad. Aus der Anzahl der Umdrehungen, welche das Rad in einer gegebenen Zeit macht, wird die Geschwindigkeit

des Windes ermittelt. — Ein anderer Windmesser besteht aus einem Heber, dessen Enden horizontal nach zwei entgegengesetzten Richtungen gehen. Füllt man den Heber zum Theil mit Wasser und stellt ihn mit einem seiner Enden dem Luftstrom entgegen, so wird derselbe das Wasser in dem einen Schenkel herabdrücken. Der Unterschied beider Wassersäulen dient zum Maß der Kraft des Windes. Empfindlicher wird ein solches Instrument, wenn man statt des Wassers eine Flüssigkeit anwendet, die leichter als Wasser ist.

4. Von den Luftströmungen.

Die nach einer gewissen Richtung fortschreitenden Bewegungen der atmosphärischen Luft heißen Winde. Die Winde unterscheiden sich von einander durch ihre Richtung und Geschwindigkeit. In der Regel benennt man den Wind nach der Himmelsgegend, aus welcher er weht. Man unterscheidet zunächst nach den vier Hauptrichtungen des Horizonts vier Hauptwinde, den Nord-, Ost-, Süd- und Westwind; die zwischen je zwei Hauptweltgegenden liegenden Nebenweltgegenden bestimmen vier andere Windesrichtungen, die man nach den Namen der zwei Hauptweltgegenden, zwischen denen die Richtung fällt, benennt, wobei immer Süd oder Nord zuerst gesetzt wird. So führt ein Wind, der von einer Gegend weht, welche mitten zwischen Nord und West liegt, den Namen Nordwestwind; jener, dessen Richtung zwischen Süd und Ost sich befindet, Südostwind. Theilt man den Zwischenraum zwischen je zwei jener acht Hauptrichtungen noch in vier Theile, so erhält man im Ganzen 32 verschiedene Windrichtungen. Diese 32 Windrichtungen in einem Kreise aufgetragen bilden die sogenannte Windrose. — Die Richtung der Winde erkennt man aus der Richtung der Windfahnen, aus der Bewegung leichter Körperchen, wie Blätter, Federn ꝛc.; ein benetzter in die Luft emporgehobener Finger ist an der Windseite am kältesten. — Bei einer Geschwindigkeit von 2 Meter weht der Wind gelind, bei 6 Meter lebhaft; er wird bei 15 Meter zum Sturm, bei 20 Meter zum Orkane. — Meistens ist Aenderung der Temperatur die Ursache des Windes. Sobald nämlich an einer Stelle eine Erwärmung eintritt, wird die Luft daselbst leichter und steigt in die Höhe; es entsteht somit ein Strom von der erwärmten Stelle zur kälteren hin. Die aufgestiegene wärmere Luft wird ersetzt durch Luft von der kälteren Umgebung; es bildet sich auf diese Weise eine Luftströmung von der kälteren Stelle zu der wärmeren. Es ist also immer jeder Luftstrom von einem andern in entgegengesetzter Richtung wehenden Luftstrome begleitet.

Recht auffallend zeigt sich der Einfluß der ungleichen Erwärmung der Luft auf deren Bewegung in den wechselnden Windesrichtungen an den Meeresküsten wie überhaupt an den Ufern umfangreicher Gewässer. In der Regel weht den Tag über der Wind von dem Wasser nach dem Lande hin, der deßwegen Seewind heißt; die Nacht über weht er dagegen von dem Lande nach dem Wasser zu, er wird darum Landwind genannt. Am Tage wird nämlich durch die Einwirkung der Sonne das feste Land stärker erwärmt als das Wasser, folglich auch die über dem Festlande befindliche Luft mehr als die Luft über dem Wasser. Die Luft über dem Lande steigt daher bei Tage in die Höhe, während die kältere Luft über dem Wasser seitwärts zuströmt: diese Luftströmung ist der Seewind. Des Nachts kühlt sich das feste Land rascher ab als das Wasser, die Luft über dem Lande ist darum kälter als die Luft über dem Wasser. Die Luft über dem Wasser steigt daher jetzt in die Höhe, dagegen die kältere Luft über dem Land nach der wärmeren Gegend strömt: eine solche Luftströmung macht den Landwind aus. — Dergleichen Land- und Seewinde erstrecken sich nicht auf große Entfernungen von den Küsten. Der Seewind ist anfänglich sehr schwach, nimmt aber mit steigender Erwärmung des festen Landes zu und erlangt seine größte Stärke nach der Zeit der größten Tageshitze. Der Landwind erreicht kurz vor Sonnenaufgang, zur Zeit in welcher die Temperatur auf dem Lande am geringsten ist, sein Maximum, worauf er immer schwächer wird und endlich verschwindet, um gegen 9 Uhr Morgens in einen Seewind sich umzusetzen. — Am regelmäßigsten treten die Land- und Seewinde in den tropischen Gegenden auf; weniger regelmäßig erscheinen sie in höheren Breiten, doch hat man selbst in Grönland noch deutliche Spuren dieser Winde wahrgenommen. — Solche Land- und Seewinde erleiden in Gegenden, in denen stärkere Winde vorherrschend sind, Aenderungen sowohl in der Richtung als in der Stärke. So z. B. im großen Ocean in der Nähe des Aequators ist der Ostwind vorwaltend, weßhalb durch ihn an der Ostküste einer Insel der Seewind verstärkt, der Landwind geschwächt wird, während an der Westküste das Gegentheil eintritt.

Aus der Ungleichheit der Temperatur in den Aequatorialgegenden und den Regionen der gemäßigten und kalten Zone entspringen die regelmäßig in derselben Richtung gehenden Luftströmungen oder die sogenannten Passatwinde. Das Aufsteigen der wärmeren Luft in den Aequatorialgegenden veranlaßt ein Zuströmen der kälteren Luft von den Polen gegen den Aequator hin; wir haben daher in der nördlichen Halbkugel einen vom Nordpol kommenden Nordwind, und in der südlichen Halbkugel einen vom Südpol kommenden Südwind; man nennt

diese Winde Polarströme. In den höheren Regionen sind jene Luftströmungen gleichzeitig von gerade in entgegengesetzter Richtung, d. h. vom Aequator gegen die Pole hin gehenden Luftströmungen begleitet; es weht mithin ein Südwind in der nördlichen und ein Nordwind in der südlichen Halbkugel: sie heißen Aequatorialströme. — Die von Nord und Süd kommenden Polarströme würden gerade die Richtung von Nord und Süd haben, wenn die Erde keine tägliche Umdrehung um ihre Achse hätte. In Folge dieser Achsendrehung besitzen jene Ströme aber eine kleinere Rotationsgeschwindigkeit als diejenige ist, welche den Aequatorialgegenden entspricht, nach denen sie hinzielen; sie bleiben darum in der Richtung von West nach Ost zurück, so daß sich der Nordpolarstrom auf der nördlichen Erdhälfte in einen Nordoststrom und der Südpolarstrom in der südlichen Halbkugel in einen Südoststrom umsetzt. — Diese beiden Luftströme werden gewöhnlich die unteren Passatwinde genannt. Jene Winde hören nie auf, weil die Ursache ihres Entstehens, nämlich der Unterschied der Temperaturen und der Umdrehungsgeschwindigkeiten in den verschiedenen Breiten andauernd ist. Allein sie werden erst in den Aequatorialgegenden, wo die erwähnten Unterschiede sich beträchtlicher herausstellen, mit der gehörigen Stärke hervortreten; zugleich werden sie an einem und demselben Orte Aenderungen erleiden, weil die Temperatur im Laufe eines Jahres bedeutenden Veränderungen unterworfen ist. Die Passate bemerkt man am deutlichsten im großen Oceane, im atlantischen und indischen Meere. Der Nordostpassat erstreckt sich von 2° bis 25° nördlicher, der Südostpassat von 2° bis 20° südlicher Breite. In den Gegenden, wo diese beiden Passatwinde zusammentreffen, stellt sich ein beständiger Ostwind ein, der keine namhafte Stärke hat, weil die von den Polen zuströmende Luft durch längeres Verweilen in Regionen von größerer Umdrehungsgeschwindigkeit schon die entsprechende Zunahme an Geschwindigkeit erhalten hat. Der Erdgürtel, in welchem dieser schwache Ostwind weht, heißt die Region der Windstillen oder der Calmen. Die Region der Calmen hat ohngefähr eine Breite von 6 Graden, ihre Mitte liegt nicht am Aequator, sondern nördlich von ihm. Die Windstillen wechseln daselbst mit Windstößen und Stürmen, die nirgends heftiger als in jenen tropischen Gegenden sind. Die Grenzen der Passate und der Calmen bleiben nicht unverändert, sondern erleiden im Laufe eines Jahres Aenderungen wegen der Abweichung der Sonne; sie rücken bei nördlicher Declination der Sonne um einige Grade nördlich, dagegen bei südlicher Declination der Sonne um einige Grade südlich.

Die Aequatorialströme kommen in der oberen Luftregion in Gegenden mit kleinerer Umdrehungsgeschwindigkeit vor; sie werden deßhalb

rascher gen Ost fortschreiten als die unter ihnen befindlichen Geg der Erdoberfläche. Auf diese Weise kommt es denn, daß die nac Polen gehenden Luftströmungen eine desto mehr westliche Richtun nehmen, je weiter sie sich vom Aequator entfernen. Wir haben nach in der nördlichen Halbkugel einen Südwestwind, in der süd einen Nordwestwind. Diese beiden Luftströmungen heißen die ob Passatwinde. — Die gemäßigten und kalten Zonen erhalten diese oberen Passatwinde eine Erhöhung ihrer Temperatur. I tropische Gegend festes Land, das unter der Einwirkung der Son stärker als das Wasser erwärmt; so wird der dort entstehende Passat wärmer sein, mithin in die gemäßigte Zone eine größere W menge bringen: aus diesem Grunde ist Europa günstiger als amerika gelegen. — Daß in den oberen Luftregionen wirklich ein weht, welcher dem in den unteren Regionen entgegengesetzt ist, ha häufig wahrgenommen. Auf dem Gipfel des Pic von Teneriffa schen fast immer Westwinde, während am Meeresspiegel der N passat weht. Bei einem Ausbruche des Vulkans von Cosiquina i Staate Guatimala wurde die Asche bis in die Höhe des oberen tes geschleudert, der sie in südwestlicher Richtung fortführte, o in den unteren Luftschichten der Nordpassat herrschte.

Im indischen Meere hat der Passat nicht überall den Ch der Beständigkeit und Regelmäßigkeit wie im großen Oceane i dem atlantischen Meere. Es wechseln vielmehr daselbst die Win der Jahreszeit; dergleichen von den Jahreszeiten abhängige Wind ßen Mousson. So herrscht im nördlichen Theile des Meeres während des Winters ein beständiger Nordostwind, der rend des Sommers einem beständigen Südwestwind Platz mac Die Entstehung dieser Wechselwinde rührt von dem besonderen Ei der umgebenden Ländermassen her. Indem nämlich der asiatisch tinent im Sommer sich stärker erwärmt als der angrenzende Th indischen Oceans, muß ein von dem Meere nach dem Lande hin der Luftstrom entstehen, welcher durch die Achsendrehung der Erd einem Südwinde in einen Südwestwind sich umsetzt. Dieser Wi reicht seine größte Stärke in den Monaten Juli und August, in der Temperaturunterschied zwischen dem Continente und dem Mee größten ist. Anders gestalten sich die Strömungen in den Wintermo in denen der Continent eine niedrigere Temperatur als das Meer l es tritt dann ein Nordwind ein, welcher wegen der Umdrehung de als Nordostwind erscheint. — In dem südlichen Theile des in Meeres zeigen sich ebenfalls mit der Jahreszeit wechselnde Mo

welche gleich den in dem nördlichen Theile vorkommenden ihren Grund in der eigenthümlichen Beschaffenheit der umgebenden Ländermassen haben. Solche Wechselwinde, welche in der einen Jahreshälfte in einer Richtung wehen, in der anderen Jahreshälfte aber eine entgegengesetzte Richtung annehmen oder veränderlich sind, finden wir auch im rothen und persischen Meerbusen, an den Küsten von Afrika und Amerika; jedoch treten sie hier nicht so regelmäßig auf wie im indischen Oceane.

Beim Aufgange und Untergange der Sonne wehen öfters gelinde Winde, welche ihrer Schwäche wegen jedoch nur in Abwesenheit anderer Winde wahrgenommen werden. Die von der Sonne erleuchteten Gegenden haben eine höhere Temperatur als die auf der Nachtseite der Erdkugel befindlichen. In Folge dieser Ungleichheit der Erwärmung werden in den unteren Schichten der Atmosphäre Luftströmungen von West und Ost gegen den Ort hin fließen, wo die stärkere Wärme sich vorfindet. An dem Orte, für welchen die Sonne gerade aufgeht, wird deßhalb ein schwacher Westwind, hingegen an dem Orte, für welchen die Sonne untergeht, ein schwacher Ostwind fühlbar.

Eine Wolke läßt die Sonnenstrahlen nicht auf den Theil der Erdoberfläche fallen, welcher von dem Schatten der Wolke bedeckt wird. Es sinkt daher die Temperatur an der beschatteten Stelle, von welcher die kälter gewordene Luft nach den im Sonnenscheine liegenden Gegenden hinströmt. Wir verspüren den auf diese Weise entstehenden kühlen Wind recht deutlich, namentlich in dem Augenblicke, in welchem wir in den von der Wolke geworfenen Schatten treten. Die in Rede stehende Erscheinung zeigt sich noch auffallender, wenn aus der Wolke Regentropfen fallen, weil dieselben die Luft bedeutend abkühlen. Hierher gehören auch die Winde, welche beim Hinziehen einer Regenwolke über eine Gegend ihr vorangehen, bei ihrer Ankunft aufhören und abermals sich erheben, wenn die Wolke den Ort verlassen hat.

Der Unterschied der Temperatur auf hohen Bergen und in tiefliegenden Thälern ist die hauptsächliche Ursache der heftigen Winde, welche in der Nähe solcher Gegenden vorzukommen pflegen. Eine andere Ursache mag auch darin liegen, daß die Luftmassen aus engen Thälern und Gebirgsschluchten mit Heftigkeit in die Ebenen sich ergießen, wie man an den Ufern großer Seen, z. B. am Gardasee, am Bodensee häufig beobachtet hat. Die gebirgige Küste von Norwegen ist durch die dort herrschenden furchtbaren Stürme bekannt; in Finnmarken halten sie oft Tage lang mit der heftigsten Stärke an. — Die von den Gletschern im Sommer sich herabsenkenden Luftmassen bewegen sich nach Süden und erzeugen die auf dem adriatischen Meere

unter dem Namen Bora bekannten Stürme, welche besonders im nördlichen Theile jenes Meeres heftig auftreten.

Die beiden Hauptluftströme, der Polar- und Aequatorialstrom, sind auch die Hauptursache der in der gemäßigten Zone vorkommenden Winde. Hier bewegen sich diese Ströme neben einander hin und erzeugen durch ihr Zusammentreffen Winde, welche aus den verschiedensten Himmelsrichtungen wehen. Wenn bei einem derartigen Zusammenstoße des Aequatorialstromes und des Polarstromes an einer Gegend der eine über den anderen öfters das Uebergewicht erhält, wird man daselbst von einem prädominirenden Winde reden. So sprechen die Schifffahrer von einem in der nördlichen Halbkugel vorherrschenden Südwestwind und von einem in der südlichen Halbkugel vorwaltenden Nordostwind und benutzen diese Winde auf ihren Reisen. Der im atlantischen Ocean zwischen Europa und Nordamerika vorherrschende Wind ist Ursache, weßhalb die Ueberfahrt von England nach Amerika länger dauert als die Rückfahrt. Je näher man den Polen kommt, desto veränderlicher werden die Winde: diese Veränderlichkeit tritt auf dem festen Lande noch stärker hervor als auf dem Meere und wird durch örtliche Verhältnisse mannigfaltig bedingt. Die Aenderungen gestalten sich verschieden in verschiedenen Jahreszeiten, daher die herrschende Windesrichtung auch von der Jahreszeit abhängt.

Im Winter, sagt Dove, wo die Schneedecke den Unterschied des Wärmeleitungs- und Wärmeausstrahlungsvermögens verwischt, gibt sich der Charakter der zwei Hauptluftströmungen am deutlichsten zu erkennen. Entweder bringt uns dann der herrschende Südwestwind andauernd einen trüben Himmel, oder der vorwaltende Nordostwind ein anhaltend heiteres Wetter. — Im Frühjahre, wo in den südlichen Gegenden der Schnee verschwunden ist und in den nördlichen noch der Winter herrscht, wird der Polarstrom stärker hervortreten. Es ist dies die Ursache, warum in vielen Gegenden von Europa im Frühjahr der trockene Nordostwind vorherrscht. Im Sommer wehen in Europa die Winde vorzugsweise aus West, weil die Temperatur seines Festlandes schneller zunimmt als die des atlantischen Oceans, mithin in den unteren Regionen eine Luftströmung von dem atlantischen Meere gegen Europa hin stattfindet, also ein Westwind entsteht. Im Herbste ist die Temperatur des festen Landes in Europa geringer als die der über dem Meere befindlichen Luft; dieser Temperaturunterschied erzeugt einen Ostwind, welcher der nordöstlichen Strömung die Oberhand über die westliche verschafft, so daß alsdann öfters Nordostwinde vorherrschend sind.

Die durch das Zusammenwirken des Polarstromes und des Aequatorialstromes unter dem Einflusse der Rotation der Erde stehende Dre

ung des Windes richtet sich wie Dove durch vergleichende meteorologische Untersuchungen gefunden hat, nach einem bestimmten Gesetze. Der Wind dreht sich nämlich stets in derselben Richtung, in welcher sich die Sonne bewegt: es erfolgt also auf der nördlichen Halbkugel der Wechsel des Windes in der Regel von Süd durch West und Nord nach Ost, dagegen auf der südlichen Halbkugel in der entgegengesetzten Richtung von Süd durch Ost und Nord nach West. Diesem Gesetze gemäß können wir nach Westwinden, die uns Regen bringen, mit Wahrscheinlichkeit eine Drehung durch Nord in einen Nordostwind erwarten, der gewöhnlich ein trockenes Wetter herbeiführt — Es geschieht zwar zuweilen, daß sich der Wind in dem entgegengesetzten Sinne verändert; allein er hält dann nicht an und kehrt bald in seine frühere Richtung zurück.

Aus nachstehender Tabelle ersieht man, an wie viel Tagen unter 1000 in dem dabei angegebenen Lande einer der 8 Hauptwinde herrscht.

Land	N.	NO.	O.	SO.	S.	SW.	W.	NW.
England	82	111	99	81	111	225	171	120
Deutschland	84	98	119	87	97	185	198	131
Frankreich	126	140	84	76	117	192	155	110
Rußland	99	191	81	131	98	143	166	192
Schweden	102	104	80	110	128	210	159	106
Nordamerika	96	116	49	108	123	197	101	210

Wir sehen aus dieser Tabelle, daß in England die Südwestwinde, dagegen in Rußland die Nordost- und Nordwestwinde vorherrschen. Dem im westlichen Europa vorwaltenden Südwestwinde, welcher über das atlantische Meer gestrichen ist, verdankt dieses Land sein Küstenklima.

Winde, die über stark erhitzte Sandflächen gehen, sind wegen ihrer Trockenheit und wegen der Menge von feinem Staub und Sand, die sie mit sich führen, sehr beschwerlich. Sie herrschen zeitweilig in südlichen Ländern und führen an verschiedenen Orten verschiedene Namen, wie Sirocco, Chamsie, Samum und Harmattan. — Sirocco heißt in Sicilien und dem übrigen Italien der ermattende, besonders nervenschwächende Südwind. Der Chamsie in Aegypten weht in der Regel 50 Tage; von Ende April bis Mitte Juni. Der Harmattan entwickelt sich gewöhnlich im April, bestreicht die Westküste Afrikas und erstreckt sich bis zu den griechischen Inseln. Der Samum herrscht zeitweise in Arabien, Persien, Syrien, Nubien; er weht zu verschiedenen Jahreszeiten, hält selten länger als einige Minuten an und tritt nur bei Tage ein. Die Reisenden pflegen beim Herannahen solcher heißen Winde ihr Gesicht mit Tüchern zu bedecken, um Augen und

Mund vor dem feinen Staub, den jene Winde mit sich füh
schützen. Die Eingebornen bestreichen ihre Körper mit Talg u
um die Haut einigermaßen vor der durch diese Winde beschl
Ausdünstung zu bewahren. Bei dem Entstehen derartiger heißer
wird der Horizont stark verdunkelt, die Sonne verliert ihren
und verbreitet ein fahles, röthlich gelbes Licht; die Thiere werf
ruhig und suchen sich zu verbergen. Ein dumpfes Rasseln und
unterbricht die Todtenstille, im Nu ist Alles mit Sand und
bedeckt; häufig schließt ein heftiges Gewitter das Naturphä

Winde, welche durch den plötzlichen Niederschlag einer
Menge Wasserdampfes entstehen, sind gewöhnlich sehr heftig. Der
Stürme kommen besonders in den tropischen Gegenden vor, wo
bedeutende Quantitäten von Wasserdampf in der heißen Luft e
sind. Die stärksten Stürme werden mit dem Namen Orkan be
der von dem hindostanischen Worte Orankan (Sturm) abstamm
tropischen Stürme führen verschiedene Namen, wie Travados,
dos. — Furchtbar sind die Verheerungen, welche dergleichen
anrichten. Der große Sturm, welcher im Jahre 1703 im N
Frankreich und England heimsuchte, stürzte 800 Häuser um, zerf
oder entwurzelte über 200000 mächtige Baumstämme, warf den
thurm von Eddystone um und richtete 300 Schiffe an der K
Grunde. Besonders merkwürdig ist der Orkan, welcher im Jah
am 2. August einen Theil der westindischen Inseln verwüstete. N
Sturme sperrten die Trümmer von 36 Schiffen den Hafen v
Thomas, die Kanonen waren von den Wällen geschleudert.
Bartholome wurden durch diesen Sturm 250 massive Gebäude
von den 33 in Portorico vor Anker liegenden Schiffen wurde
ziges gerettet.

Zwei einander entgegengesetzte in den oberen Regionen her
Winde erzeugen öfters nach unten sich verbreitende Luftwirbel, b
die rotirende Bewegung der Luft unmittelbar durch die mit fortg
leichten Gegenstände, wie Staub und Blätter, wahrgenommen
kann. Im höheren Grade sieht man diese Luftwirbel beim
nahen eines Gewitters; sie können zuweilen eine furchtbare Gew
reichen. Man nennt sie dann Wettersäulen oder Trombe
zwar Land- oder Wassertromben, auch Land- oder W
hosen, je nachdem sie sich über Land oder Wasser zeigen. Ein
Wettersäule hat die Gestalt eines geraden oder schiefen Kopp
der durch eine seiner Grundflächen mit einer Wolke, durch die
mit der Erdoberfläche zusammenhängt. Der obere Kegel besti
Wolkenmasse, der untere nach Umständen aus Wasser oder Se

anderen festen Körpern; der größte Durchmesser der Kegel wechselt von 1 bis 50 Meter, die Höhe zwischen 8 und 400 Meter. Die Wettersäule dreht sich um ihre Achse und ist dabei in fortschreitender Bewegung begriffen, welche bald langsam bald rasch vor sich geht. Solche Tromben sind im Stande Bäume zu entwurzeln, Häuser abzudecken, schwere Balken 50 Meter weit fortzutragen, leichte Körper aber selbst Meilen weit fortzuführen. Die dabei vorkommenden elektrischen Erscheinungen, wie Blitz und Donner, scheinen blos Wirkungen der Wirbel zu sein, nicht aber einen elektrischen Ursprung des Phänomens selbst zu begründen. Auf dem ganzen Weg, den diese Meteore durchlaufen, lassen sie ein Geräusch hören, welches mit dem von einem auf einem steinigen Wege dahinrollenden Wagen verursachten viel Aehnlichkeit hat.

Die wahre Ursache der Winde, dieser mächtigen und einflußreichen Bestimmungsstücke des Wetters, liegt in der Grundeigenschaft des Luftförmigen, in Folge derer die leichtere dünnere Luft in der schwereren dichteren aufsteigt. Durch die Schwere an den festen Erdkörper gefesselt, begleitet die Atmosphäre die Erde in dem täglichen Umschwung um ihre Achse wie auf ihrem jährlichen Laufe um die Sonne. Die Luft wird dabei unaufhörlich in anderweitige Bewegung versetzt durch den Wechsel der Temperatur, welche die wärmere Luft in die Höhe treibt und von den kälteren Seiten her immer neu hinzufließende Luft in die Strömung hineinzieht. In den Gegenden, in welchen die zwei Hauptluftströme, der Polar- und Aequatorialstrom, über einander fließen, haben wir die regelmäßigen und die periodischen Winde, zu denen die Passate, die Calmen und die Moussons zu rechnen sind. Sie offenbaren sich ganz den Forderungen gemäß, wie solche eine strenge zu größerer Allgemeinheit ausgebildete Theorie erheischt. In den Regionen, in welchen der Polar- und Aequatorialstrom sich neben einander hinbewegen, kommen die unregelmäßigen Winde hervor. Doch sind auch diese Winde bei all ihrem mannigfaltigen Wechsel an bestimmte Gesetze gebundene, wie aus Dove's und Anderer mühsam gesammelten und geistreich verknüpften Beobachtungen sich herausgestellt hat. Wenn hier noch manche Fragen unbeantwortet, manches Räthsel ungelöst geblieben ist; so ist doch der sichere Pfad aufgefunden, auf welchem jeder weitere Fortgang einen schätzbaren Beitrag zu einem allgemeineren und durchgreifenderen Verständnisse der Winde im Großen und Ganzen zu liefern vermag.

Massen und Dichtigkeiten der Planeten unseres Sonnensystems.

Massen der Planeten.

Namen	Mittlerer Abstand von der Sonne in Erdweiten.	Siderische Umlaufszeit oder Sonnenjahr.	Massen in Erdmassen.
Merkur	0,3871	87 T. 23 St. 15 M. 46 S.	0,16
Venus	0,7233	224 „ 16 „ 49 „ 7 „	0,[illegible]
Erde	1	365 „ 6 „ 9 „ 10,75 „	1
Mars	1,5237	686 „ 23 „ 30 „ 25 „	0,13
Jupiter	5,2028	4332 „ 14 „ 2 „ 7 „	338
Saturn	9,5388	10759 „ 5 „ 16 „ 23 „	100
Uranus	18,1824	30686 „ 19 „ 14 „ 36 „	15
Neptun	30,2026	60624 „ 19 „ — „ — „	21

Dichtigkeiten der Planeten.

Namen.	Halbmesser. Halbmesser der Erde = 1.	Dichtigkeiten. Dichtigkeit der Erde = 1.	Dichtigkeiten Dichtigkeit de Wassers = 1
Merkur	0,39	1,234	6,72
Venus	0,98	0,923	5,02
Erde	1	1	5,4
Mars	0,52	0,948	5,15
Jupiter	11,225	0,238	1,29
Saturn	9,022	0,138	0,75
Uranus	4,344	0,18	0,98
Neptun	4,719	0,25	1,21

Schwere an der Oberfläche der Planeten.

Namen.	Schwere, die der Erde = 1 gesetzt.	Fallraum in der ersten Secund in Metern.
Merkur	0,5	2,45
Venus	0,9	4,41
Erde	1	4,9
Mars	0,5	2,45
Jupiter	2,45	12
Saturn	1,09	5,34
Uranus	1,05	5,14
Neptun	1,1	5,39

Lehrbuch

der

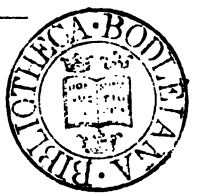
Experimental-Physik

von

Dr. Edmund Külp,

Professor der Physik und Mathematik an der höheren Gewerbschule zu Darmstadt.

In vier Bänden.



Zweiter Band.

Die Lehre vom Schall und vom Licht.

Mit 275 Abbildungen im Text und 4 Tafeln.

Darmstadt, 1858.

Verlag von Johann Philipp Diehl.

Buchdruckerei von H. Brill in Darmstadt.

Vorwort.

Im vorliegenden Buche ſollen die Geſetze, nach denen die Er-
tnungen des Schalles und des Lichtes vor ſich gehen, auf dem Wege
experimentirenden Wahrnehmung zur Betrachtung kommen und dabei
leich ſoweit es thunlich iſt auf die Urſache zurückgegangen werden, welche
e Geſetze zur Ausführung bringt. Die Erſcheinung des von einer
ite ausgehenden Schalles wie die Erſcheinung des von einer leuchten-
Flamme herkommenden Lichtes iſt nun nichts anders als das Re-
tat eines Proceſſes, welcher die ſchwingenden Bewegungen der Saite
r der Flamme zu unſerem Ohre oder zu unſerem Auge vermittelſt der
erationen eines Mediums trägt, das zwiſchen den Gegenſtänden, welche
Erſcheinungen hervorbringen, und zwiſchen unſeren Sinnen liegt,
chon die bloße Empfindung des Hörens und des Sehens uns nicht
mittelbar darauf hinweiſt, jene Erſcheinungen auf eine rein mechaniſche
ſache zurückzuführen. Es war alſo an ſeinem Orte zunächſt die pri-
ire oscillirende Bewegung nebſt deren ſecundären Uebertragung an die
ngebung als Ausgangspunkt zu wählen, für den einen wie für den
dern Vorgang einen mathematiſchen Ausdruck zu gewinnen und die
raus gezogenen Folgerungen mit den Thatſachen der Erfahrungen zu
gleichen. Daß die aus dem Zuſammentreffen zweier dergleichen Be-
gungungen reſultirende Bewegung oder das Princip der Interferenz
Wellen mit ſeinen einfachen Formeln, wonach die zuſammengeſetzte
hwingung aus den componirenden Schwingungen ſich conſtruiren läßt,
ich von vornherein zur Sprache kommen würde, war zu erwarten. —
Nach dieſen einleitenden Betrachtungen ſchritt man zur näheren Un-
ſuchung des eigentlichen Gegenſtandes, wobei der Anfang mit der
re vom Schall gemacht wurde, weil eine klare Einſicht in die Theorie
Akuſtik immer die beſte Propädeutik für die Optik bleiben wird.
eichſam von ſelbſt boten ſich hier zunächſt die Oscillationen der Saiten
Unterſuchung dar, indem wir nunmehr mit dem Ohre ähnlichen Er-
einungen nachgehen konnten, welche in minder ſchneller Aufeinanderfolge
r früher mit dem Auge zu verfolgen vermochten und dann mit Hülfe
r Schwingungen der Saiten das gegenſeitige Verhältniß der Töne zu
nander auf die unmittelbarſte Weiſe zu beſtimmen im Stande waren.
n dieſer Stelle zugleich Etwas über das, was man unter Qualität des
Schalles verſteht, und über die Wirkungen der Töne zu ſagen, ſchien
anz und gar angemeſſen zu ſein. Die Anſicht, daß das Qualitative
ines Tones mehr oder minder in der Form der Bahn des ſchwingen-
den Theilchens ſeinen Grund habe, dürfte gewiſſermaßen darin eine Un-
terſtützung finden, wenn man die fraglichen Vorgänge mit den Phänomenen

des linear, circular und elliptisch polarisirten Lichtes vergleichend zusam
menhält, bei welchen Phänomenen das Auge ebenfalls charakteristische
Unterschiede wahrnimmt. Was das Wohlgefallen anlangt, welches die
Töne in uns hervorbringen, so sehen wir dasselbe als eine Wirkung des
in der Natur liegenden Gesetzmäßigen an, von welchem die Seele, wenn
auch unbewußt angeregt wird. Ein solcher Gedanke mußte wohl bald
in uns entstehen, wenn wir nur mit einiger Aufmerksamkeit die Physik
der Töne studirten: die verschiedenen Tonverhältnisse der diatonischen
Tonleiter aufsuchten, die unvollkommenen Consonanzen gegen die voll-
kommenen hielten, die consonirenden Accorde mit den dissonirenden ver-
glichen und unter den verschiedenartigen dreistimmigen Combinationen con-
sonirender Intervalle zuletzt blos zwei verschiedene dreistimmige consonirende
Accorde herausfanden, deren einer zum Ausdruck der Freude stimmt
während der andere dem Ausdrucke der Wehmuth zusagt. Mit der be-
scheidenen Kundgebung einer solchen Ansicht sind wir doch weit davon
entfernt behaupten zu wollen, daß es dereinst gelingen werde mit Hülf
unserer Mathematik die Theorie der Tonkunst völlig zu erschöpfen. Nein
diese Aufgabe liegt außerhalb der Grenzen der Mathematik des Menschen
die Lösung des Problems fordert eine höhere und tiefere Mathematik al
die ist, welche uns zu Gebote steht. Unwillkührlich werden wir hier a
den großen Meister in der mathematischen Analysis erinnert, an Lagrang
welcher in musikalischen Gesellschaften sich gänzlich isolirt fühlte. I
solchen Momenten war dieser außergewöhnliche Geist mit Betrachtunge
anderer Art beschäftigt, welche dem Gemüth den Genuß entzogen, we
chen es sicherlich wohl auch gehabt haben würde, wenn es nur den Ein
drücken der Töne freier und unbehinderter anheimgegeben worden wär

Bei den Transversal- und Longitudinal-Schwingungen der elastischen
Stäbe beobachtete man dasselbe Verfahren, welches man bei den Vibra
tionen der Saiten eingehalten hatte. Man entlehnte nämlich wieder de
mathematischen Physik die dafür gegebenen Ausdrücke und prüfte na
verschiedenen Seiten hin deren Resultate mit der Erfahrung, wob
zwischen beiden eine genaue Uebereinstimmung gefunden wurde. Wenige
befriedigend war die Uebereinstimmung der Beobachtungen mit den Re
sultaten der Rechnung bei dem Problem der schwingenden Platten, weg
halb der dafür aufgestellte mathematische Ausdruck von Seiten der Ex
perimentalphysik vor der Hand keine weitere Berücksichtigung erhielt
Mit vieler Sorgfalt wurden dagegen die mannigfaltigen symmetrische
Figuren untersucht, die auf regelmäßig gestalteten Platten entstehen
wenn sie in eine solche Bewegung versetzt werden, daß sie einen reine
Ton geben, und welche nach ihrem Entdecker die Chladnischen Figure
genannt werden. Auch die Schwingungen der Glocken wurden auf
führlicher besprochen als es sonst zu geschehen pflegt; weil in der Tha
es von Interesse sein mußte die Mittel festgestellt zu sehen, durch welch
eine Tonerhöhung oder Tonerniedrigung der Glocke bewirkt werden konnte
Die Schwingungen der festen Körper, welche nicht nach allen Richtungen
gleiche Elasticität besitzen, durften nicht unerwähnt bleiben, indem sie uns g
wissermaßen auffordern zur Erklärung der Vorgänge bei der Doppe

brechung in den Lichtſchwingungen anzunehmen, was in den tönenden Schwingungen bereits mit der klarſten Evidenz erwieſen iſt. —

Bei den Vibrationen der Luft in Röhren waren wir bemüht die verſchiedenen Einflüſſe kennen zu lernen, welche Länge und Weite des Rohrs, Mundanſatz und Stärke des Anblaſens auf den Ton ausüben. Ueber die Geſetze, nach denen die Zungenpfeifen tönen und welche wir unſerm genialen Weber verdanken, haben wir vielfache Verſuche angeſtellt und die Geſetze mit der Erfahrung in Einklang gefunden. Eine derartige Uebereinſtimmung erhielten wir aber nicht bei unſeren mit Sorgfalt unternommenen Verſuchen über die Combinationstöne: wir fanden nämlich, daß die gewöhnliche Regel, zufolge der die Schwingungszahl des Combinationstones gleich dem Unterſchiede der Schwingungszahlen der erzeugenden Töne gleich ſein ſoll, ſich nicht in allen Fällen bewährt, dagegen eine andere aufgeſtellte Regel ſtets ihre Gültigkeit behält. Den intereſſanten Erſcheinungen, welche Savart und der leider nur zu früh dahin geſchiedene Seebeck bei der Reflexion des Schalls wahrgenommen haben, ſind wir mit größtmöglicher Genauigkeit nachgegangen und ebenfalls zu der von Seebeck gefundenen bemerkenswerthen Thatſache gelangt, wonach die zurückgeworfene Schallwelle in der Art modificirt worden, als wenn ſie gleichſam einen um eine halbe Wellenlänge größeren Weg zurückgelegt hätte. Ich kann mir nicht verſagen an dieſer Stelle insbeſondere den ſchuldigen Dank meinen verehrten wackeren Collegen Dr. Dreſer und Waibler für den Fleiß und den Eifer öffentlich auszuſprechen, mit welchen ſie bei den letzterwähnten Verſuchen überall mir unterſtützend zur Seite getreten ſind. Wie denn zu gleicher Zeit es mir zur hohen Freude gereicht, in dankbarer Erinnerung hier der ſeltenen Bereitwilligkeit erwähnen zu können, mit welcher die Officiere des Großherzoglichen Artilleriecorps uns geſtatteten von ihren in größerem Maßſtabe unternommenen Schießübungen nach der Scheibe den erwünſchten rechtzeitigen Gebrauch zu machen, um die von Moll und Andern beſtimmte Fortpflanzungsgeſchwindigkeit des Schalls in der Luft durch eigene Verſuche zu beſtätigen. — Manchen unter unſern Leſern wird es gewiß willkommen ſein, in einer wiſſenſchaftlichen Akuſtik auch Einiges über die Einrichtung der verſchiedenen muſikaliſchen Inſtrumente zu erfahren, in ſo weit dies mit der Theorie in verwandtſchaftlicher Beziehung ſteht; desgleichen eine überſichtliche Zuſammenſtellung der Töne gelegentlich vor ſich zu haben, wie dieſelben bei jenen Inſtrumenten gewöhnlich gebraucht werden. Dem einen wie dem andern Wunſche iſt an geeignetem Orte entſprochen worden. Um auf dieſem Gebiete ſich beſſer zu orientiren und die überſichtliche Zuſammenſtellung leichter zur Verwendung bringen zu können, haben wir die abſoluten Tonwerthe für die unter der Benennung C verſtandenen Töne angegeben und letztere zugleich durch die Art ihres Vorkommens näher zu bezeichnen geſucht. Bei dieſer Gelegenheit erlaube ich mir die Bitte einen in dem Buche enthaltenen kleinen Fehler gefälligſt verbeſſern zu wollen, nämlich für das drei geſtrichene C nicht das höchſte C auf der Violine zu nehmen, ſondern darunter das gebräuchliche zweite höchſte C auf derſelben zu verſtehen. —

In der Optik ist zuvörderst die Rede von der geradlinigen pflanzung und der Reflexion des Lichtes, wobei die sphärischen besonders hervorgehoben sind, weil sie eine häufige Anwendung Das von Snellius entdeckte und von Descartes zuerst bekannt g wichtige Gesetz der Refraction des Lichtes, in welchem gewisse die ganze Optik enthalten ist, wurde zunächst durch ganz einfach suche nachgewiesen und dann vermittelst des Prismas durch so ausgeführte Untersuchungen mit großer Genauigkeit festgestellt. thun wie Biot und Arago das Brechungsverhältniß der Luft in auf den leeren Raum gefunden haben, war hier ganz an seinem O Bei der Dispersion des Lichtes wurde die Erscheinung des Regen ausführlich besprochen, wie denn überhaupt die Erscheinungen, im Großen auf unserer Erde und in der Atmosphäre wahrgen werden, jederzeit da zur Sprache kommen, wo sie gleichsam vo sich darbieten. Und in der That sind dergleichen Erscheinungen im ja nichts anders als physikalische Versuche, welche die Natur ohn Zuthun ausführt: es ist daher ganz und gar angemessen derartig suche mit den unserigen, welche in kleinerem Maßstabe ausgeführ in vergleichende Zusammenstellung zu bringen; nachzusehen in w die Ergebnisse der beiden Versuchsweisen mit einander übereins und in wie weit von einander abweichen; und hierauf zu ermitte her wohl der etwa wahrgenommene Unterschied zwischen beiden taten herrühren mag. Zu Anstellung solcher Untersuchungen sche ferm Dafürhalten nach der Moment vorzugsweise geeignet zu welchem man mit dem speciell vorliegenden Gegenstand insbesond schäftigt ist; es dürfte demnach die Methode, welche die sogenan gewandte Naturlehre enger mit der eigentlichen Physik zu verwebe in mancher Beziehung den Vorzug vor der gewöhnlichen Metho dienen, welche den eben erwähnten Zweig des Wissens als einen ders für sich bestehenden Gegenstand behandelt.

Den Grad der Schwächung, welchen das Licht bei dem Dur in durchsichtigen Mitteln erfährt, haben wir für weißes Glas und Wasser aus zahlreichen sorgsam angestellten Versuchen bestimmt u raus das relative Durchsichtigkeitsverhältniß jener beiden Sub hergeleitet. Die Größe der Lichtabsorption in der Atmosphäre nach der von Bouguer angegebenen Methode ermittelt, dagegen wöhnlich dabei eingehaltene Verfahren gänzlich bei Seite liegen In Folge der durch die Atmosphäre bewirkten Lichtabsorption nämlich der Gesichtswinkel stärker ab als er bei blos fortgesetzt fernung abnehmen müßte. Auf Grundlage dieser Thatsache hin man nun mit Hülfe der einen oder der andern Voraussetzung die der Lichtabsorption in der Atmosphäre bestimmen zu können. Voraussetzungen lassen sich jedoch theoretisch gar nicht rechtfertig sei denn daß anderweitige bis jetzt außer Acht gebliebenen Umstä bei noch gehörig in Betracht gezogen werden. Zudem hat sich au längeren Reihe von Versuchen, welche durch meine verehrten, Wissenschaft begeisterten Collegen, Dr. Fischer und Dr. Zehfuß

Mitwirkung mehrerer fleißiger Schüler wiederholt mit der größten Sorgfalt vorgenommen wurden, unzweifelhaft herausgestellt, daß man bei Anwendung gedachten Verfahrens durchaus auf keine zuverlässige Resultate rechnen darf. Die bei den Versuchen erhaltenen Resultate standen öfters in dem grellsten Widerspruche zu einander, so daß wir einige Zeit uns versucht fühlten, dergleichen sich widersprechende Ergebnisse besonders aufzuführen, wenn hier der Ort zu einer solchen Aufzählung gewesen wäre.

Nach der Betrachtung der prismatischen oder Brechungsfarben ging man zu der Betrachtung der Absorptionsfarben über. Von denselben war zuvörderst nachzuweisen, daß sowohl die dioptrischen als die katoptrischen Farben hinsichtlich ihrer Grundeigenschaften mit den Brechungsfarben vollkommen übereinstimmen. Obschon keine genaue Theorie der Absorption des Lichtes gegeben werden konnte, so durfte doch nicht verabsäumt werden darauf aufmerksam zu machen, daß auf dem Gebiete der Akustik ganz analoge Erscheinungen auftreten, was vermuthen läßt, daß die Absorptionsphänomene mit den Gesetzen vibrirender Bewegung später vielleicht in völligen Einklang gebracht werden können. Es ist sogar sehr wahrscheinlich, daß mit Hülfe der Absorption es uns dereinst gelingen werde, einen tieferen Blick in das Spiel der Molecularkräfte zu werfen, wie solches mittelst des polarisirten Lichtes in einzelnen Fällen theilweise schon geglückt ist. Eine Bestätigung dieser Ansicht finden wir in den bemerkenswerthen Umänderungen des Lichtes, welche die sogenannten fluorescirenden Körper hervorbringen. Diese Erscheinungen, welche wir dem Untersuchungsgeiste der englischen Physiker Brewster und Stockes zu verdanken haben und denen wir mit der gebührenden Aufmerksamkeit nachgegangen sind, legen uns den Gedanken nahe, daß die Lichtwelle beim Eindringen in jene Körper unter deren kleinsten Theilchen schwingende Bewegungen hervorrufen kann, die ihrerseits wiederum die Lichtschwingung zu modificiren vermögen. Eine gewisse Aehnlichkeit zwischen den Erscheinungen der Fluorescenz und den chemischen Wirkungen des Lichtes läßt sich nicht verkennen; es war daher von selbst geboten nach der Fluorescenz mit den chemischen Wirkungen des Lichtes sich zu beschäftigen. Daß hier die interessanten von unserm geistreichen Moser auf's Sorgsamste angestellten Versuche über die Lichtwirkung auf empfindliche Substanzen eine ausführlichere Erörterung erhalten würden, ließ sich erwarten, da Daguerre's merkwürdige Entdeckung eigentlich nur als ein specieller Fall einer derartigen Lichtwirkung zu betrachten ist. Die anderweitigen von Moser unternommenen Versuche, aus denen hervorgeht, daß die Körper das Vermögen besitzen bei gänzlichem Ausgeschlossensein alles fremden Lichtes sich aufeinander abzubilden, durften nicht unerwähnt bleiben. Um die letzteren Erscheinungen zu erklären, brauchen wir doch nicht gerade jeden Körper für einen selbstleuchtenden zu erklären, indem sich dieselben sämmtlich auf die Gesetze der Absorption der Gase zurückführen lassen.

Bei der Theorie der Linsengläser glaubten wir uns der Hülfe der Mathematik etwas mehr bedienen zu müssen, als es in den meisten Lehrbüchern der Experimentalphysik zu geschehen pflegt. Wir konnten

damit den Gang eines Lichtſtrahles beſſer verfolgen, die Gr
ſphäriſchen und chromatiſchen Abweichung genauer ermitteln, 1
dingungen ſchärfer und präciſer ausſprechen, unter denen eine
einer Linſe von der beſten Form wird und Linſenverbindungen
natiſchen werden. Auch konnten wir die hier ſich darbietende
heit nicht vorübergehen laſſen, um zu zeigen, wann und wie die
das Feld der Mathematik zur weiteren Bearbeitung zu übergel
Die Mathematik ſoll Naturgeſetze kurz und beſtimmt ausſprechen,
auf Grundlage ſicherer Thatſachen herleiten; ſie ſoll ungeſehene
nungen aufdecken und das dem Auge und den Meßinſtrumenten
reichbare enthüllen; dabei ſoll ſie das in dem Naturgeſetz auf
enthaltene Viele, das eben wegen der Fülle des Inhaltes der be
menſchliche Verſtand nicht zu überſehen vermag, nach und nach
ben deutlicher vor Augen legen, damit ihm die Natur immer d
tiger und klarer werde. So vereint gewähren Phyſik und Ma
erſt die wahre Befriedigung, welche man in jeder einzelnen v
ſucht. — Bei dergleichen Anwendungen der Mathematik muß d
die eigenthümliche Natur des gerade vorliegenden Gegenſtandes
in Erwägung gezogen werden, da jeder Gegenſtand gewiſſerma
beſondere Behandlung verlangt. Bei den ſphäriſch gekrümmten Lin
es nun mehr darauf an, den Gang eines Strahlenkegels als de
eines einzelnen Strahles zu verfolgen; es galt hier alſo zunächſt
die Veränderungen zu unterſuchen, welche ein ſolcher Strahlen
der brechenden Fläche erfährt. Hiernach mußte der analytiſche
für die Vereinigungsweite des den Strahlen der mittleren Bre
angehörigen Kegels nach ſeiner zweimaligen Brechung in der
der Achſe derſelben die Form einer convergirenden Reihe nach au
den Potenzen der Elongation haben, d. h. des Winkels, wel
Seiten des Kegels mit deſſen Achſe einſchließen. Der auf der S
aufgeſtellte Werth von z genügt dieſer Anforderung. Leider
in dem Zähler des dritten Gliedes jenes Ausdruckes zwei Dr
vor: ſtatt der Größe $ar + a(n-1)(r+r') - rr'$ muß
die Größe $ar + a(n^2-1)(r+r') - (n+1)rr'$ geſetzt
Auf derſelben Seite befinden ſich noch einige andere Druckfehler,
ſich übrigens ſämmtlich leicht verbeſſern laſſen, wenn man einer
ben kennt, da ſie von einerlei Art ſind: ſtatt $\frac{nar}{(n-1)(a-r)}$
nämlich $\frac{nar}{(n-1)a-r}$ zu ſetzen. —

Bei der Theorie der optiſchen Inſtrumente waren wir bem
möglichſt kurz zu faſſen, weil dieſe Lehre eher der mathematiſchen
als der Experimentalphyſik angehört, womit jedoch nicht geſagt
daß nicht zeitweiſe eine ſorgfältige Vergleichung der mathematiſ
ſultate mit der Erfahrung vorzunehmen wäre. Wir waren um
verbunden einer derartigen Kürze uns zu befleißigen, als mit
eine vollſtändige Theorie der optiſchen Inſtrumente von Seiten d

gezeichneten Mathematikers Petzval zu Wien zu erwarten steht, welche den Freunden der Wissenschaft wie den optischen Künstlern ein gleich ergiebiges Erntefeld verspricht. Namentlich dürfte Petzval's Methode der gleichen Maxima und Minima für die Wissenschaft von großem Belang sein. Denn in der That kann nicht in Abrede gestellt werden, daß die Dioptrik der Methode der kleinsten Quadratsumme ein fremdartiges Gebiet ist. Der letzteren Methode liegt zwar die richtige Voraussetzung zu Grunde, daß unsere Beobachtungen mehr oder weniger mit Fehlern behaftet sind, demnach verschiedene Grade der Wahrscheinlichkeit besitzen. Doch Dinge von ganz anderer Art und Natur sind die sphärischen und achromatischen Abweichungen, welche mit den Beobachtungsfehlern nicht verglichen werden können. Jene Abweichungen sind nämlich vollkommen bestimmte Größen, die keine Spuren des Zufälligen oder Fehlerhaften an sich tragen. Die Methode der gleichen Maxima und Minima, insofern sie die sphärischen und chromatischen Abweichungen in einer ihrem Charakter mehr entsprechenden Form behandelt und bei Durchführung der Rechnung immer Ungleichartiges gesondert auseinanderhält, verdient deßhalb auf dem Feld der Dioptrik den Vorzug vor der Methode der kleinsten Quadratsumme, welche jene wesentliche Punkte gänzlich außer Acht läßt. Auch soll der praktische Erfolg entschieden zu Gunsten der ersteren Methode ausgefallen sein, so daß aus Petzval's Untersuchungen für die dioptrische Praxis nicht minder bedeutende Verbesserungen zu erwarten stehen, wie sie früher aus der Erfindung der achromatischen Linsen hervorgegangen sind. Zugleich scheint aber durch Liebigs Methode eine polirte Glasfläche mit einem dünnen Silberüberzug zu bekleiden und durch Steinheils Bemühungen die Silberspiegel für optische Instrumente in angemessener Weise zu verwerthen, für die katoptrische Praxis ebenfalls Aussicht auf vielfache Verbesserungen und wesentliche Umgestaltungen sich zu eröffnen, so daß die Frage, ob den dioptrischen oder den katoptrischen Instrumenten der Vorzug gebühre, vorläufig wieder zu einer unentschiedenen geworden ist.

Den umfangreichsten Theil unserer Optik bildet der dritte Abschnitt, welcher sich mit den Erscheinungen der Interferenz und der Beugung des Lichtes, mit der doppelten Brechung und der Polarisation beschäftigt. Das wichtige Princip der Interferenz der Lichtstrahlen, diese unmittelbare und nothwendige Folgerung aus der Wellentheorie, war zunächst von verschiedenen Seiten her auf experimentellem Wege in Angriff zu nehmen, wie solcher von den beiden Begründern der neueren Optik, von August Fresnel und Thomas Young, ausgeführt wurde. Das zweite Unternehmen mußte dann darin bestehen, den einfachen und innigen Zusammenhang nachzuweisen, welchen das Princip der Interferenz mit den Reflectionsgesetzen und Refractionsgesetzen, mit den Diffractionserscheinungen und den Farben dünner Blättchen hat. Wie es möglich ward der Längen der Lichtwellen sich zu bemächtigen und einer genauen bestimmten Messung diese Größen zu unterwerfen, welche ihrer Kleinheit wegen selbst dem Gedanken zu entschlüpfen scheinen, durfte nicht verabsäumt werden klar vor Auge *zu stellen*, damit man die vollständige

Ueberzeugung gewann, daß jene ungewöhnlich kleinen Dinge in de
reich der Natur wirklich existiren und keineswegs als Producte ein
haltsleeren Speculation angesehen werden dürfen. Um die Uebere
mung der Theorie mit den Thatsachen nicht nur in allgemeinen
der Phänomene, sondern selbst in ihren kleinsten Einzelnheiten zu
konnten wir es uns nicht versagen der mathematischen Physik einig
die Intensität des gebeugten Lichtes aufgestellte Ausdrücke zu ent
wie solche Schwerd in seinem classischen Werke über die Beugu
scheinungen mitgetheilt hat. An passendem Orte die Beschreibu
Wellenmaschine einzuschalten, wie sie der Mechaniker Fessel in Cöl
Angabe des deutschen Physikers Plücker ausführt, schien nicht übe
zu sein. Mit Vergnügen sieht man den gefärbten Knöpfchen zu,
die Aethertheilchen darstellen, wie sie in geraden Linien, in Kreis
Ellipsen und Lemniscaten schwingen; mit einiger Ueberraschung
verfolgt man die verschieden gefärbten Knöpfchen, wenn sie vor
Blicken den Hergang bei der doppelten Brechung entfalten un
seinen Bewegungsphasen so getreu vor Augen legen.

Eng schließt sich an die doppelte Brechung das Phänomen d
larisation. Es ist daher ganz natürlich mit der doppelten Brechu
optisch einachsigen Krystalle das dazu gehörige Phänomen der P
sation zu verbinden. Das Brechungsgesetz ist innig mit dem Ges
die Geschwindigkeiten verknüpft, die von der Elasticität des Aethe
hängen. Es erscheint deßhalb wieder ganz angemessen bei der
suchung der einachsigen Krystalle deren Elasticitätsfläche sofort in A
zu ziehen, d. h. derjenigen Fläche, welche die Größe der Elasticität
verschiedenen Richtungen angibt. Diesen Gang einzuschlagen schei
so nothwendiger zu sein, als bei der Untersuchung der verwickelter
scheinungen in den optisch zweiachsigen Krystallen sich ohne Hü
Elasticitätsfläche nicht leicht eine genaue Vorstellung der Wellenobe
wie sie bei den letzteren Körpern vorkommt, gewinnen läßt. U
möglichst klare Anschauung von dieser bemerkenswerthen Fläche ol
sogenannten Fresnel'schen Fläche zu erhalten, haben wir die Durch
verschiedener Ebenen mit der Fläche näher untersucht und deren
meine Gleichung mitgetheilt, aus welcher sich ergibt, daß die A
oberfläche in den optisch zweiachsigen Krystallen die Wellenoberfl
den optisch einachsigen Krystallen nebst den Wellenoberflächen in d
krystallisirten Substanzen und in den Krystallen des regulären S
als besondere Fälle in sich begreift. Wir glaubten um so weni
die Mittheilung jener Gleichung Verzicht leisten zu dürfen, al
durch eine genauere Untersuchung der Natur der Wellenoberfl
möglich war die merkwürdige Erscheinung der kegelförmigen Br
aufzufinden. Ebenso durfte die von dem scharfsinnigen Fresnel g
Erklärung der durch Reflexion entstandenen Polarisation nicht üb
gen werden, weil mir scheint als enthalte sie die richtige Auslegu
Vorgänge in der Natur und seien die darin niedergelegten Ansicht
besondere dazu geeignet, um zu befriedigenden Aufschlüssen üb
reflectirten und gebrochenen Schwingungen zu gelangen. Man

ſich deßhalb nicht mit der bloſen Angabe des Malus'ſchen Geſetzes begnügen, welches die Intenſität des reflectirten oder gebrochenen Antheils ausdrückt, wenn der vollkommene polariſirte Strahl unter dem Polariſationswinkel zurückgeworfen wird. Die Fresnel'ſchen Formeln, welche die Mengen des reflectirten oder durchgelaſſenen Lichtes in allen Fällen angeben, mußten näher beſprochen und von ihnen nachgewieſen werden, daß ſie ſich in der Erfahrung bewähren. Aus unſern auf's Sorgſamſte angeſtellten Verſuchen, welche in ähnlicher Weiſe ausgeführt wurden wie diejenigen, mit deren Hülfe das über die Abſorption des Lichtes ausgeſprochene Geſetz der Prüfung unterzogen wurde, hat ſich ergeben, daß die Fresnel'ſchen Formeln mit den Beobachtungen bis auf Tauſentel übereinſtimmen; eine Uebereinſtimmung, wie man ſie bei dergleichen Unterſuchungen nur erwarten kann. — Die Polariſationsfarben gehen aus der Interferenz hervor, wie die Beugungsfarben und Farben dünner Blättchen aus der Interferenz hervorgegangen ſind. Der einzige Unterſchied beſteht darin, daß im zweiten Falle der Gangunterſchied der zuſammentreffenden Strahlen durch Ungleichheit in den Geſchwindigkeiten hervorgebracht wird, mit welchen die Strahlen in der doppeltbrechenden Subſtanz den nämlichen Weg durchlaufen. Dieſe Entſtehungsart der Farben dünner Blättchen einerſeits und der Polariſationsfarben anderſeits ließ die eine oder die andere Analogie zwiſchen beiden Gattungen von Farbenphänomenen vermuthen; wir mußten deßhalb bemüht ſein, jenen Analogien nach verſchiedenen Seiten hin nachzugehen. Um den Weg anzudeuten, welchen man bei genaueren Unterſuchungen derlei Art einzuſchlagen hat, war es nothwendig, die Fresnel'ſche Theorie über die einfachſte der hierher gehörigen Erſcheinungen vollſtändig mitzutheilen. Woher die mancherlei Verſchiedenheiten in den iſochromatiſchen Curven kommen, welche die einachſigen und zweiachſigen Kryſtalle im polariſirten Lichte darbieten, haben wir angegeben ſoweit es hier geſchehen konnte. Zugleich iſt auf überzeugende Weiſe dargethan worden, warum unpolariſirtes durch doppeltbrechende Subſtanzen geleitetes Licht nach der Analyſe keine Farbenerſcheinungen zeigen kann.

Bei der Circularpolariſation konnten wir es uns nicht verſagen von den theoretiſchen Betrachtungen auszugehen, mit deren Hülfe der große Fresnel zur Entdeckung derſelben, gewiß zu einem der ſchönſten Triumphe der Theorie geführt wurde. Das bei der totalen Reflexion im Glaſe hervorgehende Licht iſt aus zwei gleichen Bündeln zuſammengeſetzt, von denen der eine in der Einfallsebene und der andere in der zu ihr ſenkrechten Ebene polariſirt iſt dergeſtalt, daß das erſtere um eine Achtelundulation gegen das zweite Bündel zurückſteht. So lautet die von Fresnel gegebene Auslegung der imaginären Ausdrücke, in welche ſeine über die Oscillationsgeſchwindigkeit des in der Einfallsebene und ſenkrecht gegen die Einfallsebene polariſirten reflectirten Lichtes aufgeſtellten Formeln übergehen, wenn der Fall der totalen Reflection eintritt. Die Richtigkeit dieſer Interpretation ward durch die Verſuche auf das Vollſtändigſte beſtätigt, ſo daß Fresnels Auffaſſung der circulären Polariſation allgemeinen Eingang gefunden hat. Aus dem rein analytiſchen

Geſichtspunkte betrachtet dürfte die Fresnel'ſche Erläuterung
wagt erſcheinen, da ihr die mathematiſche Strenge und das Ge
mathematiſchen Einfachheit abgeht, wie wir ſolches ſofort v
haben, wenn der Brechungswinkel unter der imaginären Form
ſtellt. Doch mußte gerade dieſer Umſtand uns auffordern die F
Auslegung nicht unberührt zu laſſen, indem in der Phyſik
imaginäre Ausdrücke zuweilen vorkommen und ihre Bedeutu
wenn auch die Ueberſetzung derſelben wegen des darin verbor
halts in die Sprache der Phyſik öfters große Schwierigke
bieten mag. Die bemerkenswerthen Erſcheinungen, welche d
flexion des Lichtes von metalliſchen Oberflächen zu Tage treten
der erforderlichen Ausdehnung beſprochen worden, wobei die
ausgezeichneten engliſchen Phyſiker Brewſter mit großer Gewand
Genauigkeit angeſtellten Unterſuchungen als die ſicherſten Anh
gelten mußten. Es war darum ſehr von mir gefehlt, daß ic
lich von bloſen theoretiſchen Betrachtungen geleitet die in Re
den Phänomene unmittelbar aus den Formeln ableiten wollt
Fresnel für das von durchſichtigen Körpern reflectirte Licht ar
hat. Viele vergebens ausgeführte Rechnungen wären in der
terblieben, wenn ich mich ſtrenger an die beobachteten Erſchein
von Metallflächen reflectirten Lichtes gehalten hätte. Ich nahm
daß das hier reflectirte Licht ebenfalls aus zwei Bündeln zuſ
ſetzt iſt, von welchen das eine in der Zurückwerfungsebene un
dere ſenkrecht darauf polariſirt iſt, und zwiſchen beiden ein von
des Einfallswinkels abhängiger Phaſenunterſchied beſteht. D
Thatſache war nicht allein hinreichend, um das fragliche Proble
friedigenden Löſung zu bringen. Es mußte auch noch eine zw
vorkommende Thatſache gehörig in Betracht gezogen werden, n
Verhältniß der Schwächung jener beiden Bündel, welches nicht
dem Einfallswinkel, ſondern auch mit der Beſchaffenheit des M
ändert. Ein ſolches Verhältniß ließ ſich aber bis jetzt von
nicht gut beſtimmen; es lag darum in der Natur der Sach
theoretiſchen Unterſuchungen die beobachteten Thatſachen mehr
zu halten. Dies hat unſer hochgefeierter Mathematiker Neuma
und ſo die Erſcheinungen bei der Reflexion von Metallen auf
kaliſchen Gründe zurückgeführt. Das durch Metallreflexion e
Licht iſt identiſch mit dem elliptiſch-polariſirten Lichte der Wel
So hätte denn jenes bisher dunkle Problem der Reflexion
ebenfalls der Theorie ſeinen Tribut gebracht, wie ſolchen verſch
dere Theile des Lichtes entrichtet haben.

Für jeden denkenden Menſchen iſt es gewiß von hohem
die Phyſiologie des Gehörſinnes wie die des Geſichtſinnes en
kennen zu lernen. Dem einen wie dem andern pſychiſchen Erei
möglichſt unbefangener Genauigkeit nachzugehen, waren wir d
richtig bemüht. Ohne Gehörſinn kein Ton, ohne Geſichtſinn ke
Die Saite tönt nicht, ſie ſchwingt nur. Der Ton entſteht erſ

er ist eine Empfindung, ein Act, welchen die Seele auf Anlaß eines auf das Gehörorgan geschehenen Eindruckes aus eigener Machtvollkommenheit vollzieht. Bis zu einem gewissen Punkte mehr oder weniger sind wir zwar im Stande die hier vor uns liegende lange Reihenfolge in einander greifender Bewegungen zu analysiren, von ihrem Anfangsgliede der Schwingung der Saite durch die Menge der Vermittlungsglieder hindurch bis zu ihrem Endgliede dem Nervenstrom. Anders steht's aber mit der Gehörsempfindung, einem Ereignisse von eigenthümlicher Natur, das mit den Schwingungen der Saite nichts gemein hat und das wir nicht weiter zu charakterisiren vermögen. Denn wollen wir eine specifische Tonempfindung näher bezeichnen, diejenige z. B., welche ein hoher oder tiefer Ton erweckt; so setzen wir an die Stelle der Merkmale der Empfindung die besonderen Eigenthümlichkeiten der sie hervorrufenden äußern Ursache, wenn wir sagen, daß die Zahl der Schwingungen bei dem hohen Tone größer als bei dem tiefen ist. Nein, die Tonempfindung selbst läßt sich nicht messen, obschon sie klar und lebhaft vor unser Bewußtsein tritt. Wir begreifen zum Theil wohl wie das Trommelfell unter den Einfluß der Luftwellen zum synchronistischen Schwingen mit der Saite kommt, wie der kunstvoll eingerichtete Gehörknöchelapparat in rasche Aufeinanderfolge hin- und hergehender Bewegungen versetzt wird; wir begreifen wohl theilweise auch wie das im Labyrinth eingeschlossene Wasser in Wellenbewegung geräth, wie die im Labyrinthwasser hängenden Nervenenden in leise Erzitterung kommen. Wir begreifen aber durchaus nicht, wie dergleichen Bewegungen aufhören und zu der bewußten Tonempfindung sich umsetzen sollen, wenn hier nicht ein anders geartetes Wesen hinzutritt, durch dessen Mitwirkung solche Veränderungen und Umgestaltungen sich bewerkstelligen lassen.

Die Farben, welche von den Gegenständen ausgehen, gehören ihnen nicht wesentlich an, sind keine charakterisirenden Eigenschaften derselben; sie scheinen nur deswegen von ihnen herzukommen, weil unsere Augen als Werkzeuge einer fühlenden wissenden Seele dabei sind. Die Blätter der Buche oder Eiche sind nicht grün, die Empfindung nur ist es, welche die von den Blättern ausgehende Lichtwelle hervorruft, wenn sie mit ihren Nachwirkungen die Enden der Sehnerven im Hintergrunde des Auges erreicht. Wäre die von den Blättern herkommende Lichtwelle länger oder kürzer, so würde eine andere Farbenempfindung die mittelbare Folge davon sein. Wir befinden uns also bei der Gesichtsempfindung wie bei der Tonempfindung in der nämlichen Verlegenheit, insofern wir keinen genügenden Aufschluß geben können, was es eigentlich mit der einen wie mit der andern Empfindung für eine Bewandniß habe; und wir sind im Irrthum, wenn wir die Eigenthümlichkeit unserer Empfindung für eine Eigenschaft des äußeren Dinges halten, welches die Empfindung ins Leben gerufen hat. Wir vergessen oft gänzlich, daß die Empfindungen rein subjectiver Art sind und der Form und dem Wesen nach keine Vergleichung mit den Dingen der Außenwelt zulassen, obschon sie die Ursache der Empfindung abgeben. Eine derartige völlige Unvergleichbarkeit der *Erscheinungen und* der Veränderungen in den

Außendingen mit den Ergebnissen in unserm Innern verlang
wendigerweise für die Vorgänge auf dem letzteren Gebiete ein
thümliche Grundlage, ein besonderes Princip zur Geltung
zu lassen, von welchem solche Ereignisse in Wahrheit abhänge
dem wir so für den Grund unserer inneren Zustände ein and
artetes Wesen annehmen, das wir mit dem Worte Seele be
thun wir übrigens ganz dasselbe, was bei den physischen Erschei
überall zu thun gestattet wird. Denn lassen sich zwei Klassen
denartiger physischer Erscheinungen nicht auf die nämliche Urs
rückführen, so tragen wir kein Bedenken diesen beiden geschiedene
pen physischen Geschehens zwei von einander getrennte Ursachen
terstellen, deren eine dieser die andere jener Gruppe ausschließlich a

Das eigentliche Wesen der Seele ist uns unbekannt; die Geb
inneren Empfindung aus dem äußeren Eindruck bleibt uns ein
wir wissen nicht, durch welche psychische Operation die Vorstell
so augenblicklich an die Empfindung anschließt; wir wissen nicht
welche psychische Mittel die mannigfachen Eindrücke mit ihren versch
ursprünglichen Färbungen in der Erinnerung gesondert auseinan
halten werden. Wir sehen aber ein, daß zwischen dem Aufhö
Bewegung der materiellen Elemente und dem Aufgehen der Emp
der stetige Uebergang fehlt; wir fühlen aber, daß in der Mitte
den wandelbaren Ereignissen etwas Festes, Selbstständiges beste
sie alle in sich aufbewahrt und vergleichend zwischen ihnen mit
sein auftritt. Wenn wir klagen, daß wir die Natur der See
zu enträthseln vermögen, wir nicht einsehen wie dieses innere Lel
kann, keine Bahn des Verständnisses in die tieferen Geheimn
Lebens zu brechen im Stande sind, nicht entdecken können, wie d
der Seele geworden: so ist dies eine allgemeine Klage, welche s
sämmtliche Zweige unseres Wissens erstreckt. Nichts weiter a
Vermuthungen können wir aussagen über den Zusammenhang de
cularkräfte mit dem Wesen der Materie, von welchen Kräften
letzt die Schwingungsart abhängt, die den bestimmten Ton ve
Auf die Frage, was der Lichtäther an und für sich ist, müssen
der bekennen, daß es uns unmöglich ist, eine darauf befriedigen
wort zu ertheilen. Wir wissen, daß die Wärme alle Körper oh
nahme ausdehnt und die Ursache der Verschiedenheit der Aggre
formen bei denselben ist; wir wissen aber wieder nicht worin u
durch die Wärme besteht. Wir sehen, daß der Magnet das Ei
zieht, sind aber wieder außer Stande die Ursache dieser Erschein
Bestimmtheit anzugeben; denn Magnetismus und magnetisches
können doch nur als Bezeichnungen der Erscheinung gelten.

In einem gewissen Sinne ist also das Dasein aller Dinge
Menschen unergründlich. In seiner eigenen Natur ist auf eine
nißvolle, ihm auf unenträthselbare Weise Seele und Leib, Geistig
Körperliches verschmolzen. Die Erkenntniß des wahren Grund
Erscheinungen ist ihm versagt; um der inneren Sehnsucht nach
zu genügen, läßt er an dessen Stelle die Vermuthung treten. A

ser hat er ſich vorläufig zu beſcheiden, ſobald ſie ihm geſtattet, eine Mannigfaltigkeit verwandter Erſcheinungen auf eine naturgemäße einfache Weiſe unter einem einzigen Princip zuſammen zu faſſen und ſo lange abzuwarten, bis ihm ein tieferdringender Blick weitere Enthüllungen gewährt. — Der Menſch darf nicht vergeſſen, daß ſeine Erkenntniß die Beſtimmung hat die Dinge zu erforſchen, wie ſie in ihrem Erſcheinen ſich entfalten und die phyſiſchen Vorgänge ſoweit es möglich iſt, auf allgemeine Geſetze zurückzuführen; daß ſeine Erkenntniß aber nicht die Aufgabe hat, die Welt zu ſchaffen und zu enträthſeln wie die Dinge überhaupt ſein und erſcheinen können. Auch ſoll der Menſch nicht vergeſſen, daß die Natur ihrem Umfang und Inhalt nach ein Unendliches iſt, daher von einem ſeinen intellectuellen Anlagen nach beſchränkten Weſen niemals ganz erfaßt und völlig begriffen werden kann. Indem wir auf der einen Seite dieſe uns geſteckten Grenzen treulich anerkennen, empfinden wir aber auch auf der andern Seite eine in uns tief liegende Sehnſucht nach einer weiter gehenden Einſicht, deren Möglichkeit uns entgegen ſchimmert. Wir wollen darum nicht ſtille ſtehen und nicht müde werden, rüſtig und mit lauterem Sinne in der Wiſſenſchaft fleißig fortzuarbeiten, wenn ſie uns auch nicht an das Ende der Dinge zu führen und des einen oder des anderen Räthſels Deutung zu finden vermag. Nicht ſoll aber das, was unbekannt noch iſt, uns beirren in dem, was beſtimmt wir einmal wiſſen. Der unerſättliche Durſt nach höherer Einſicht, welchen die Wiſſenſchaft niemals ganz ſtillen kann, liefert gleichſam den Beweis, daß dem Menſchengeſchlechte ein in weiter Ferne liegendes hohes Ziel von der Hand des Schöpfers geſteckt iſt, welchem es in raſtloſem Kampfe mit der Sinnenwelt mehr und mehr näher zu kommen ſich zu beſtreben hat.

Inhalt.

ste Abtheilung: **Die Lehre vom Schall. (Akustik.)**

Erster Abschnitt: **Schwingungen der festen Körper.**

I. Stehende Schwingungen.

Seite

lerreger und Schallmittel 1
ingungsweite und Schwingungsintensität 3
ion zwischen Elongation und Phasenzeit 6
sversalschwingungen einer Saite 10

II. Fortschreitende Schwingungen.

nlänge und Fortpflanzungsgeschwindigkeit 15
ferenz der Wellen 24
retische Ermittelung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit 34
ingungszahl einer transversal und longitudinal schwingenden Saite als Ergebniß der Wellenbewegung 38

III. Tönende Schwingungen.

und Tiefe des Schalles 40
iter und Tonarten 42
ere Versuche über tönende Schwingungen der Saiten und Einiges über die Saiteninstrumente 48
e und Qualität des Schalles und Wirkungen der Töne 51

IV. Schwingungsweisen verschiedener Körper.

ingungen der Stäbe 56
ingungen der Platten 68
ingungen der Glocken 78
ingungen solcher Körper, die nicht nach allen Richtungen dieselbe Elasticität haben 81

Zweiter Abschnitt: **Schwingungen der Luft.**

I. Tönende Schwingungen der Luft.

ite und offene Orgelpfeifen 88
ß der Weite und der dünnen Wände bei den Orgelpfeifen und die chemische Harmonika 96
enpfeifen und Compensationspfeifen 100
e Worte über die gewöhnlichen Blasinstrumente 108

II. Messung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles.

windigkeit des Schalles in der Luft 112
eichung der wirklichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit mit der theoretischen 115
geschwindigkeit in verschiedenen Gasarten 116
tudinale Schallgeschwindigkeit in festen Körpern 118

III. Numerische Bestimmung der absoluten Tonhöhen und Zusammenzahl mehrerer Schwingungen.

Seite

1. Mittel zur Bestimmung der absoluten Tonhöhe und Resultate 12
2. Schwebungen und Combinationstöne 12
3. Klirrtöne und Töne erhitzter Metallmassen 13
4. Interferenz des Schalls 13

IV. Verbreitung des Schalls.

1. Abnahme der Stärke des Schalls mit Zunahme der Entfernung 13
2. Reflexion des Schalls und Wiederhall 14
3. Beobachtungen über Reflexion und Beugungen des Schalls 14
4. Mittönen der Körper und Resonanz 15

Dritter Abschnitt: Werkzeuge des Gehörs und der Stimme.

1. Gehörorgan des Menschen 15
2. Gehörwerkzeuge der Thiere 16
3. Stimmorgan des Menschen 16
4. Stimmwerkzeuge der Thiere 16

Vierter Abschnitt: Schwingungen tropfbarer Körper.

1. Wellenbewegung tropfbarer Flüssigkeiten 17
2. Durchkreuzung und Reflection der Wellen 17
3. Stehende Schwingung tropfbarer Flüssigkeiten 18
4. Erregung und Verbreitung des Schalls in Flüssigkeiten 18

Zweite Abtheilung: Die Lehre vom Licht. (Optik.)

Erster Abschnitt: Von den Eigenschaften des Lichtes, wie sie bis zur Entdeckung der Interferenz und Polarisation bekannt waren.

I. Erscheinungen, welche von der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes abhängen. (Orthoptik.)

1. Geradlinige Fortpflanzung des Lichtes 1
2. Vom Schatten und der Perspective 1
3. Intensität der Beleuchtung 2
4. Geschwindigkeit des Lichtes 2

II. Von der Zurückwerfung oder Reflection des Lichtes. (Katoptrik.)

1. Reflectionsgesetz und Erscheinungen an ebenen Spiegeln 2
2. Anwendungen der Planspiegel 2
3. Erscheinungen an sphärischen Spiegeln 2
4. Erscheinungen an einigen andern gekrümmten Spiegeln 2

III. Von der einfachen Brechung oder Refraction des Lichtes. (Dioptrik.)

1. Gesetze der einfachen Brechung 2
2. Erscheinungen der Brechung 3
3. Von der Brechung durch das Prisma 3
4. Brechungsverhältniß und Brechungsvermögen der Körper 3

IV. Von der Zerstreuung oder Dispersion des Lichtes. (Dioptrische Chromatik.)

1. Zerlegung und Wiederherstellung des weißen Lichtes. Homogene und complementäre Farben 3
2. Frauenhofer'sche Linien. Das Licht von andern leuchtenden Körpern . . 3
3. Zerstreuungsverhältniß und Zerstreuungsvermögen 3
4. Vom Regenbogen 31

V. Von der Absorption oder Auslöschung des Lichtes. (Absorptive Chromatik.)

Seite.

1. Dioptrische Farben 320
2. Katoptrische Farben 336
3. Fluorescenz und Phosphorescenz durch Insolation 344
4. Chemische Wirkungen des Lichtes 355

VI. Von den Linsengläsern.

1. Entstehung optischer Bilder durch Linsen 366
2. Erscheinungen, erzeugt durch Linsengläser. — Combination von Linsen . . 376
3. Sphärische und chromatische Abweichung 386
4. Achromatische Prismen und Linsen 398

Zweiter Abschnitt: Vom Sehen.

1. Das Auge und der Hergang des Sehens 407
2. Ueber einige Mängel des Gesichtssinnes. — Einiges vom Gesichtsorgan der Thiere 431
3. Subjective Farben 438
4. Ansichten über die Natur des Lichtes und den Ursprung der Farben . . . 454

Dritter Abschnitt: Von den Modificationen des Lichtes, wie sie bei der Interferenz und Polarisation auftreten.

I. Interferenz des Lichtes. — Reflection und Refraction des Lichtes im Sinne der Wellentheorie.

1. Interferenz des Lichtes 465
2. Die Fessel'sche Wellenmaschine 484
3. Reflection des Lichtes im Sinne der Wellentheorie 491
4. Refraction des Lichtes im Sinne der Wellentheorie 495

II. Von der Beugung des Lichtes und den Farben dünner Körper.

1. Beugung des Lichtes durch kleine Oeffnungen 501
2. Beugung des Lichtes am Rande eines Schirmes oder an den Rändern eines schmalen Körpers und bei der Reflection 520
3. Von den Farben dünner Blättchen 526
4. Farbenerscheinungen dicker Platten 534

III. Von der doppelten Brechung des Lichtes.

1. Einachsige Krystalle. Positive und negative Krystalle 538
2. Polarisation durch Doppelbrechung. — Geradlinig, kreisförmig, elliptisch polarisirtes Licht 554
3. Elasticitätsfläche der einachsigen Krystalle. — Doppelte Brechung in zusammengedrücktem oder erwärmtem Glase 567
4. Optisch zweiachsige Krystalle. — Die Fresnel'sche Fläche. — Optische Constanten. — Die conische Brechung 571

IV. Fortletzung der Polarisation.

1. Polarisation durch Reflection und durch einfache Brechung 591
2. Intensität des reflectirten und gebrochenen Lichtes 601
3. Aenderung der Polarisationsebene durch Reflection 608
4. Aenderung der Polarisationsebene durch Brechung 611

V. Polarisationschromatik.

1. Färbung dünner Krystallblättchen. — Die Talbot'schen Linien 614
2. Farbenringe in einachsigen und zweiachsigen Krystallen. — Objective Darstellung der Ringsysteme. — Hyperbolische und parallele Fransen. — Polariskope 626
3. Zubereitung der Krystalle. — Farbenerscheinungen in geglühten oder gepreßten Gläsern 638
4. Absorption des Lichtes in farbigen doppeltbrechenden Krystallen. — Dichroismus. — Trichroismus 642

VI. Kreisförmige und elliptische Polarisation.

1. Theoretische Betrachtungen. — Kreisförmige Polarisation durch Zurückwerfung. — Farbenerscheinungen im circular polarisirten Lichte. — Kreisförmige Polarisation durch Brechung . . . . . .
2. Circularpolarisation durch gepreßte und geglühte Gläser. — Circularpolarisation in Flüssigkeiten. — Soleils Saccharimeter. — Polarisationsphotometer . . . . . .
3. Elliptische Polarisation durch Zurückwerfung und durch Brechung . . .
4. Elliptische Polarisation durch Zurückwerfung an Metallen. — Theoretische Betrachtungen und Erläuterungen der Erscheinungen. — Wirkung der Metalle auf unpolarisirtes Licht. — Reflection des Lichtes an der Oberfläche einiger anderer Körper . . . .

Vierter Abschnitt: **Einiges über die optischen Instrumente und über die Photographie.**

1. Einfaches und zusammengesetztes Mikroskop. — Spiegelmikroskop. — Polarisationsmikroskop . . . . . .
2. Dioptrische und katoptrische Fernröhre . . . . . .
3. Dunkle und helle Kammer. — Sonnen- und Lampenmikroskop. — Gas- und photoelektrisches Mikroskop. — Zauberlaterne und Megaskop .
4. Von der Photographie . . . . . .

Erste Abtheilung.

Die Lehre vom Schall. (Akustik.)

Erster Abschnitt.

Von den Schwingungen und Schallerregungen der festen Körper.

I. Stehende Schwingungen.

1. Schallerreger und Schallmittel.

Jeder ponderabele Körper ist aus materiellen Theilchen zusammengesetzt, welche durch die in ihnen obwaltenden Anziehungs- und Abstoßungskräfte in bestimmten gegenseitigen Abständen von einander gehalten werden, so daß zwischen jenen Theilchen ein gewisser Gleichgewichtszustand hergestellt ist. Wird dieser Gleichgewichtszustand durch irgend eine äußere Einwirkung gestört, so treten verschiedene dynamische Erscheinungen zu Tage, ehe der Körper im Innern wieder zur Ruhe gelangt. Indem nämlich die Theilchen ihren früheren räumlichen Zustand nach Abgang der äußern Kraft, durch welche sie jenen Zustand zu ändern gezwungen wurden, wiederherzustellen streben, überschreiten sie während der Bewegung die ursprüngliche Gleichgewichtslage und machen so um dieselbe kleine Schwingungen, die mehr und mehr abnehmen und endlich ganz aufhören. Dergleichen Schwingungen der materiellen Theilchen lassen sich in der Regel nicht unmittelbar wahrnehmen und es hat so den Anschein, daß wir darauf Verzicht leisten müßten, die darüber angestellten theoretischen Betrachtungen auf den Probirstein der Erfahrung zu bringen.

Glücklicher Weise trifft es sich aber, daß in Folge einer besondern Einwirkung solcher Bewegungen auf unser Gehörorgan der Eindruck des Schalls erzeugt wird und die verschiedenen Töne zu jenen Schwingungen in einem bemerkenswerthen Verhältniß stehen. Wir sind dadurch in Stand gesetzt, vermöge eines Sinnes das in der Natur klarer und bestimmter aufzunehmen, was mittelst des andern Sinnes

wir nur dunkel und unbestimmt zu fassen vermochten, und uns z über die Vorgänge einer höhern sinnlichen Affection den gewü Aufschluß zu verschaffen. In der That betrachten wir mit Aufmerksamkeit die Umstände, welche bei einer Schallwahrne mitwirken; so überzeugen wir uns bald, daß diese Wahrnehmun gewissen Einwirkungen abhängt, welche das Gehörorgan von der selbe zunächst umgebenden und darauf Einfluß auszuüben fähigen S erfährt, wie von der Luft und andern elastischen Stoffen. Jen wirkungen rühren jederzeit von elastischen Körpern her, den sogen schallenden Körpern oder Schallerregern, und werden von durch die vorhandenen elastischen Zwischenstoffe, die man Schall oder Schallleiter nennt, bis zu dem Gehörorgan fortgepflanz den besten Schallerregern gehören eine gespannte Saite, ein el Stab, eine elastische Platte, eine Glocke, welche Körper samm sonders bekanntlich nur dann einen Schall geben, wenn sie au messene Weise in eine schwingende Bewegung versetzt worde Dieser Schwingungszustand läßt sich zur deutlichen Wahrn bringen, wenn man den Schallerreger, z. B. eine Glocke währ Schalles leise mit dem Finger berührt: man wird dann unver eine Menge von Pulsationen oder kleinen Schlägen fühlen, wel großer Schnelligkeit auf einander folgen. An einer gespannten wenn sie klingt, gehen die Schwingungen so rasch vor sich, d sie einzeln nicht mehr unterscheiden kann: dem Auge erscheint a Saite gleichsam wie angeschwollen, weil wegen des einige Zeit an den Lichteindrucks es die Eindrücke, welche die Saite in ihr schiedenen Stellungen während einer Schwingung in ihm mac wissermaßen zusammen faßt und so alle Stellungen der Sa einmal übersieht.

Das gewöhnliche Schallmittel ist die atmosphärische Luft; aber jeder Körper, wenn er hinreichende Elasticität besitzt, dazu g wie man aus vielen Erscheinungen abnehmen kann. Man hört den Gang einer am Ende eines langen Balkens liegenden Uhr, man das Ohr am andern Ende des Balkens anlegt; durch d wird der Donner der Kanone auf bedeutende Entfernungen fortge Schall unter Wasser erregt, wird sowohl in demselben als au desselben vernommen: so hört man den Schall einer Glocke, d dem Wasser geläutet wird, recht vernehmlich über dem Wass ein Taucher hört in der Tiefe von einigen Fuß die Stimm Menschen, der über dem Wasser spricht. — Die Anwesenh Schallmittels ist übrigens unumgänglich nothwendig, wenn der

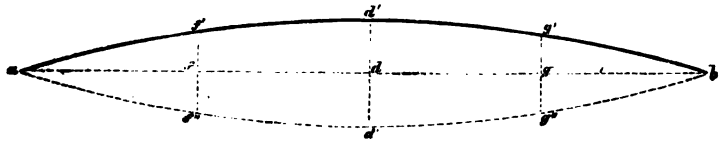
wahrgenommen werden soll, wie die Versuche mit der Luftpumpe zeigen. Setzt man nämlich ein unter den Recipienten der Luftpumpe gebrachtes Schlagwerk in Gang, so wird der Schall desto schwächer, je mehr die Luft unter dem Recipienten verdünnt ist und wird zuletzt bei starker Luftverdünnung nicht mehr vernehmlich. Die Genauigkeit des Versuchs erheischt, daß das Schlagwerk auf eine weiche Unterlage gestellt oder mittelst hanfener Schnüre aufgehängt werde, damit die Schwingungen gar nicht oder doch nur sehr gedämpft zur Wand des Recipienten fortgepflanzt werden können.

Da der Schall seinen Ursprung den schnell auf einander folgenden Schwingungen elastischer Körper verdankt, so steht die Lehre vom Schall oder die Akustik mit der Betrachtung dergleichen Schwingungen und deren Fortpflanzung in untrennbarer Verbindung. Um darum eine möglichst vollständige physikalische Theorie der verschiedenen auf diesem Gebiete vorkommenden Erscheinungen zu erhalten, müssen wir jede einzelne für sich betrachten und einer genaueren Prüfung unterwerfen. Wir hätten also zunächst uns mit der schwingenden Bewegung an und für sich zu beschäftigen und die Gesetze aufzusuchen, nach welchen diese Bewegung vor sich geht. Hierauf wäre zu ermitteln, wie dergleichen Schwingungen nach und nach in tönende übergehen können. Alsdann entstände die weitere Frage, auf welche Weise sich die Schwingungen des schallenden Körpers der Umgebung mittheilen, sich in der Luft fortpflanzen und das Ohr erreichen. Endlich hätten wir die verschiedenen Theile des Gehörorgans etwas näher ins Auge zu fassen, durch deren Zusammenwirken es uns vergönnt ist, die mannigfaltigen Unterschiede in Bezug auf Beschaffenheit, Stärke, Höhe und Richtung des Schalles zu erkennen.

2. Schwingungsweite und Schwingungsintensität.

Einen der einfachsten Fälle unter den Schwingungen fester Körper bietet ein nicht gar stark gespanntes Seil dar, welches in der Mitte von unten nach oben oder umgekehrt aus seiner Gleichgewichtslage gebracht wird, wie es in Fig. 1 dargestellt ist. Sobald die das Seil

Fig. 1.



aus dieser Lage bringende Ursache aufhört, sucht es vermöge der in ihm geweckten Elasticität in die frühere Stellung zurückzukommen. In Folge der stetigen Wirksamkeit der Elasticität werden die Theilchen des Seiles ihrer Gleichgewichtslage mit wachsender Geschwindigkeit sich nähern, vermöge der Trägheit diese Lage aber überschreiten und die Bewegung dann mit abnehmender Geschwindigkeit fortsetzen, da die Elasticität die Theilchen wieder in ihre primitive Stellung zurückzuführen und somit eine Bewegung in entgegengesetzter Richtung zu erzielen strebt. Wie in der Lehre von den festen Körpern gezeigt wird, ist bei denselben innerhalb der Grenze ihrer vollkommenen Elasticität erwähnte Kraft der Entfernung der Theilchen von ihrer Gleichgewichtslage direct proportionirt; ihre Intensität ist daher bei Annäherung der Theilchen an jene Lage beständig im Abnehmen und bei Entfernung von derselben beständig im Zunehmen begriffen; die Bewegung wird mithin im ersten Falle eine ungleichförmig beschleunigte und im zweiten eine ungleichförmig verzögerte sein. Die Geschwindigkeit nimmt während der verzögerten Bewegung in demselben Maße ab, in welchem sie während der beschleunigten zugenommen, was zur nothwendigen Folge hat, daß die Abnahme und die Zunahme von gleicher Dauer sind, ferner die Entfernung der Theilchen von der Gleichgewichtslage auf beiden Seiten gleich groß ist. Von der äußersten Lage, welche die Theilchen während ihrer verzögerten Bewegung erreichen und bei welcher ihre Geschwindigkeit Null geworden ist, gehen sie wieder mit ungleichförmig zunehmender Geschwindigkeit zu ihrer ursprünglichen Gleichgewichtslage zurück und von da mit ungleichförmig abnehmender Geschwindigkeit auf der andern Seite bis zu derjenigen Lage, wo sie ihre Bewegung angefangen haben: auf solche Weise schwingen die Theilchen hin und her und würden diese Bewegung ohne Ende fortsetzen, wenn derselben keine Hindernisse im Wege ständen.

Die hier betrachtete Schwingungsart hat viel Aehnlichkeit mit der Bewegung eines Pendels. Wird nämlich das Pendel aus seiner Gleichgewichtslage gebracht und dann frei gelassen, so kehrt es zunächst in Folge der Schwere in seine ursprüngliche Lage zurück, überschreitet aber diese Lage vermöge der während der Bewegung in ihm angesammelten Geschwindigkeit und macht so eine Reihe von Schwingungen um seine ursprüngliche Gleichgewichtslage, die sämmtlich von einerlei Dauer sind, wenn die Elongation des Pendels fortwährend sehr klein bleibt. Was bei der Bewegung des Pendels die Schwere bewirkt, das ist bei den erwähnten Schwingungen offenbar eine Wirkung der im *Innern* der Körpertheile thätigen Kräfte. Da bei dergleichen Schwin-

gungen die Molecularkräfte ins Spiel treten, von denen wohl ohne Widerrede angenommen werden darf, daß sie bei Körpern, die hinsichtlich der Anordnung ihrer kleinsten Theilchen von einander abweichen, meist auf verschiedene Art wirksam sind; so werden solche Bewegungen in verschiedenen Körpern in verschiedener Weise sich kundgeben.

Wenn man die Mitte des Seiles in verticaler Richtung hebt oder senkt, so wirkt neben der Elasticität des Seiles auch noch die Schwere, um die Theilchen in ihre ursprüngliche Gleichgewichtslage zurückzuführen; die auf solche Art hervorgerufenen Schwingungen werden deßhalb mehr oder minder von denen abweichen, welche die Theilchen von den Molecularkräften allein angeregt machen würden. Die Einwirkung der Schwere wird weniger fühlbar, wenn man die Mitte des Seiles nach der Rechten oder Linken aus der Gleichgewichtslage bringt, wiewohl bei einer nicht sehr starken Spannung des Seiles die Mitte immer etwas herabhängt und so der Einfluß der Schwere nur theilweise beseitigt ist. Wollte man das Seil stärker anspannen, um ihm eine mit der horizontalen Richtung möglichst nahe kommende Lage zu verschaffen; so würden die Schwingungen zugleich so schnell vor sich gehen, daß sie das Auge nicht mehr einzeln zu verfolgen im Stande wäre. Besser lassen sich die in Rede stehenden Schwingungen an dem Seile wahrnehmen, wenn man das eine Ende desselben fest macht und das andere in die Hand nimmt und mit demselben mit gleichförmiger Geschwindigkeit kleine Kreise beschreibt. Bei einer richtigen Führung der Hand, welche während des Versuchs ganz leicht ausfindig zu machen ist, wird das Seil in eine solche Bewegung gerathen, daß alle Punkte desselben um ihre Gleichgewichtslage Kreise beschreiben, welche um so größer sind, je näher die Punkte gegen die Mitte des Seiles zu liegen. Man kann bei einer passenden Beschleunigung in der Bewegung der Hand es leicht dahin bringen, daß in der Mitte des Seiles ein Ruhepunkt oder ein Schwingungsknoten entsteht: so nennt man nämlich jene Stellen eines schwingenden Körpers, die während dessen Schwingung in Ruhe verharren. Jede Hälfte des Seiles schwingt dann gerade auf dieselbe Weise wie vorhin das ganze Seil; die Mitte einer jeden Hälfte beschreibt größere Kreise als die übrigen Punkte; es bildet sich dort ein Schwingungsbauch: so pflegt man nämlich die Stellen zu nennen, die sich während der Schwingung am heftigsten bewegen. Beide Hälften gehen zu derselben Zeit nach entgegengesetzten Richtungen, so daß die eine Hälfte ihre höchste Stellung erreicht, wenn die andere Hälfte gleichzeitig zu ihrer tiefsten gelangt ist, und umgekehrt. Bei noch größerer Beschleunigung der Bewegung der Hand ist es möglich,

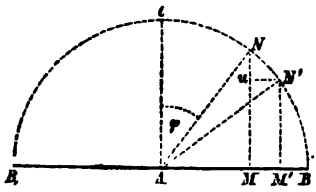
das Seil in drei und in noch mehr Theile abzutheilen, die stets durch einen Schwingungsknoten getrennt sind und deren je zwei benachbarte während der ganzen Dauer der Bewegung ihre Schwingungen in entgegengesetzten Sinne machen.

Die seither ins Auge gefaßte Schwingungsweise, wobei alle Theilchen eines Körpers oder auch nur eines Stückes desselben gleichzeitig in Bewegung gerathen, gleichzeitig in ihre Gleichgewichtslagen eintreten, gleichzeitig den äußersten Abstand von der Ruhelage erreichen und gleichzeitig ihre Rückkehr beginnen, heißt eine stehende Schwingung. Sie kann transversal oder longitudinal sein, je nachdem die Theilchen senkrecht auf die Längenrichtung oder parallel mit ihr schwingen. Erstere heißen auch Längeschwingungen, die andern Querschwingungen, wie wir sie hier an dem Seile gesehen haben. Ein vollständiger Hin- und Hergang bei dieser schwingenden Bewegung heißt eine Schwingung, Oscillation, Vibration; die größte Entfernung des Theilchens von der Ruhelage wird die Schwingungsweite, Amplitude, und die größte Geschwindigkeit, die es während der Schwingung besitzt und beim Eintritt in die Gleichgewichtslage erlangt, die Schwingungsintensität genannt. Die zu einer Schwingung erforderliche Zeit heißt die Schwingungsdauer. Der Bewegungszustand, in welchem sich das Theilchen an irgend einer Stelle seiner Bahn befindet, heißt die dieser Stelle entsprechende Phase der Schwingung; jede einzelne Phase wird durch den Abstand des Theilchens von der Ruhelage, Elongation, und durch die Größe und Richtung seiner Geschwindigkeit, Vibrationsgeschwindigkeit, angegeben; die Zeit, welche von einem bestimmten Augenblicke an bis zum Eintreten einer gewissen Phase verfließt, nennt man Phasenzeit.

3. Relation zwischen Elongation und Phasenzeit.

Um den Zusammenhang zwischen Elongation, Geschwindigkeit und Phasenzeit aufzufinden, stellen wir folgende Betrachtungen an, wie sie Baumgärtner und Ettingshausen in ihren Lehrbüchern der Physik schon angestellt haben. — Es sei das Massetheilchen m in A mit einer Geschwindigkeit in Bewegung gesetzt worden, bei welcher es den Weg AB zurücklegen kann; t sei die Zeit, in welcher es den Weg AM = s macht, und v die Geschwindigkeit, welche es in M besitzt. Während eines unendlich kleinen Zeittheilchens dt lege das Theilchen den Weg MM' = ds zurück und seine Geschwin-

Fig. 2.



digkeit in M' sei $= v - dv$, mithin dv der Verlust an Geschwindigkeit, welchen das Theilchen in Folge der continuirlichen Wirksamkeit der zurücktreibenden Kraft während der unendlich kleinen Zeit dt erlitten hat. Der Buchstabe d gilt hier nur als ein Zeichen und keineswegs als eine Größe; durch Vorsetzung desselben vor einen andern Buchstaben x, welcher eine Größe darstellt, soll immer angedeutet werden, daß gedachte Größe dx eine Größe bezeichnet, welche auf jeden beliebigen Grad der Kleinheit gebracht werden kann. Dies vorausgeschickt darf unbeschadet der Genauigkeit der Rechnung gesetzt werden: $ds = v\,dt$. Für die bewegende Kraft haben wir einerseits den Ausdruck $m\frac{dv}{dt}$ und anderseits, wenn wir annehmen, daß dieselbe dem Abstand $AM = s$ direct proportional sei, den Ausdruck kms, wo k einen unveränderlichen, von der besonderen Beschaffenheit der Kraft abhängigen Coefficienten vorstellt. Man hat demnach die Gleichung:

$$m\frac{dv}{dt} = mks \text{ oder } \frac{dv}{dt} = ks.$$

Multiplicirt man auf beiden Seiten mit ds und erwägt, daß $\frac{ds}{dt} = v$ ist; so hat man $v\frac{dv}{k} = s\,ds$ oder $ds : \frac{dv}{\sqrt{k}} = \frac{v}{\sqrt{k}} : s$. Man errichte nun in M und M' die Geraden MN, M'N' senkrecht auf AB, und nehme $MN = \frac{v}{\sqrt{k}}$ und $M'N' = \frac{v - dv}{\sqrt{k}}$; ziehe ferner N'U parallel zu AB und verbinde N mit A und N'. Weil $N'U = ds$ und $NU = \frac{dv}{\sqrt{k}}$, so ist obiger Proportion zu folge:

$$N'U : NU = MN : AM;$$

d. h. die Dreiecke NN'U und AMN sind ähnlich, mithin die Winkel UN'N und ANM einander gleich. Aber $UNN' + UN'N =$ einem rechten Winkel, folglich auch $UNN' + ANM$ oder $ANN' =$ einem rechten Winkel. Errichtet man also in jedem Punkte der Bahn AB eine Senkrechte, deren Länge dem Quotienten gleich ist, welchen man bekommt, wenn man die in diesem Punkte vorhandene Geschwindigkeit durch $\sqrt{k}$ dividirt, verbindet dann alle Endpunkte gedachter Senkrechten miteinander; so entsteht eine krumme Linie, welche die Eigenschaft hat, daß jedes unendlich kleine Stück NN' desselben auf der von A zum Anfangspunkt dieses Elements gezogenen Geraden AN senkrecht steht; woraus sofort hervorgeht, daß jene krumme Linie ein Kreis ist, welcher A zum Mittelpunkte und die Amplitude $AB = a$ zum Halbmesser hat. Die Aehnlichkeit der Dreiecke NUN' und AMN gibt ferner

$$NN' : UN' = AN : MN,$$

$$\text{oder } NN' = \frac{AN \cdot UN'}{MN} = \frac{ads \cdot \sqrt{k}}{v} = a\sqrt{k}\,dt.$$

Errichtet man in A die Senkrechte $AC = a = \frac{c}{\sqrt{k}}$, wo c die größte vorkommende Oscillationsgeſchwindigkeit des Theilchens m bedeutet, und theilt die Zeit t in unendlich viele Theilchen und den Bogen CN in ebenſo viele Theile; ſo iſt der oben angegebenen Relation zufolge jedes Bogenſtückchen dem Produkte des zugehörigen Zeittheilchens mit dem Factor $a\sqrt{k}$ gleich. Die Summe ſämmtlicher Theile des Bogens CN muß mithin dem Produkte der Summe ſämmtlicher Zeittheilchen mit $a\sqrt{k}$ gleichkommen, d. h. es muß $CN = at\sqrt{k}$ ſein. Setzt man den Winkel $CAN = \varphi$, ſo iſt

$$CN = a\varphi;\quad AM = a\sin\varphi;\quad MN = a\cos\varphi = t\sqrt{k};$$

woraus $$s = a\sin(t\sqrt{k})$$

und $$v = a\sqrt{k}\cos(t\sqrt{k}) = c\cos(t\sqrt{k}),$$

welche Formeln das Geſetz der hier betrachteten ſchwingenden Bewegung enthalten.

Heißt T die Schwingungsdauer, ſo iſt $\frac{T}{4}$ die Zeit, in welcher das Theilchen einen der Schwingungsweite $AB = a$ gleichen Weg zurücklegt; mithin iſt $\frac{\pi}{2} = \frac{T}{4}\sqrt{k}$ oder $T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}$, wobei π das bekannte Verhältniß des Kreisumfanges zum Durchmeſſer bedeutet. Setzt man den aus dieſer Relation entnommenen Werth von $\sqrt{k}$ in die vorhin erhaltenen Formeln, ſo bekommt man:

$$s = a\sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \text{ und } v = c\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right).$$

Zählt man die Phaſenzeit von dem Augenblicke an, wo ſich das Theilchen in B befand und ſeine Geſchwindigkeit Null war und führt in den Formeln den Winkel $MAN = \Psi$ ein, wo dann $\Psi = t\sqrt{k}$; ſo iſt

$$s = a\cos(t\sqrt{k}) = a\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right),$$

und $$v = a\sqrt{k}\sin(t\sqrt{k}) = a\sqrt{k}\sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right).$$

Für die Phaſenzeit $\frac{T}{2} + t$ hat man bei Anwendung der letzteren Formeln:

$$s = a\cos\left(\pi + \frac{2\pi t}{T}\right) = -a\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right),$$

und $$v = a\sqrt{k}\sin\left(\pi + \frac{2\pi t}{T}\right) = -a\sqrt{k}\sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right);$$

mithin erſcheint das Theilchen in Phaſen, welche um eine halbe Schwingung von einander abſtehen, in gleichen Abſtänden von der Ruhelage auf entgegengeſetzten Seiten derſelben und hat gleiche und entgegengeſetzte Geſchwindigkeiten.

Die Relation $T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}$ sagt aus, daß, wenn ein Körper durch irgend welche Kraft aus seiner ursprünglichen Lage in eine andere gebracht worden ist, jedes Theilchen beim Verschwinden der wegführenden Kraft gleich viel Zeit braucht, um in seine primitive Lage zurückzukehren, wie klein oder wie groß auch der Unterschied zwischen den beiden Lagen sein mag, insofern derselbe die Grenzen der vollkommenen Elasticität nicht überschreitet. Diese Eigenthümlichkeit der aus der Elasticität eines Körpers entspringenden Schwingungen drückt man in der Regel so aus: Die Schwingungen eines elastischen Körpers sind isochronisch. — Um diese Aussage durch einen Versuch zu bestätigen, wurde ein Seil von 10,54 Meter Länge, 1 Centimeter Dicke genommen, dasselbe an einem seiner beiden Enden befestigt und am andern mit dem Gewichte von 2½ Kilogramme gespannt. Bei einem in seiner Mitte angehängten Gewichte von 63 Grammes senkte sich dieselbe um 1½ Centimeter. Bei dem doppelten Gewichte ging sie um 3, bei dem dreifachen um 4½ und bei dem vierfachen um 6 Centimeter herab. Da nun bei festen Körpern innerhalb der Grenzen ihrer vollkommenen Elasticität die Größe der Formveränderung stets der darauf verwendeten Kraft proportional ist, wie in der Lehre vom Gleichgewicht der Körper gezeigt wird; so kann in dem vorliegenden Falle angenommen werden, daß bei einer Hebung oder Senkung der Mitte des Seiles von 1 bis 6 Centimeter die Grenzen seiner vollkommenen Elasticität nicht überschritten worden sind. Mit Hülfe einer gut eingerichteten Pendeluhr, an der sich mit großer Genauigkeit noch die Tertien wahrnehmen ließen, fanden wir nun, daß das Seil jederzeit 120 Schwingungen in der Minute machte, wenn die Mitte desselben um 1 bis 6 Centimeter weit aus ihrer ursprünglichen Lage abgeführt worden war.

Um die Richtigkeit des Princips der Proportionalität der Kraft und der aus ihr resultirenden Formveränderung auf den räumlichen Zustand der Körpertheile, mit dessen Zugrundlegung die oben aufgeführten Gesetze hergeleitet wurden, durch einen anderweitigen Versuch nachzuweisen, verfuhren wir folgendermaßen. Wir nahmen einen spiralförmig gewundenen Messingdraht von 1,038 Meter Länge und 3,7 Millimeter Durchmesser und versahen ihn an beiden Enden mit Ringen. An dem einen derselben wurde der Draht aufgehängt, an dem andern nach und nach mit verschiedenen Gewichten belastet, wodurch er sich verlängerte. Die dabei erhaltenen Verlängerungen finden sich hier unten kurz zusammengestellt:

Angehängte Gewichte in Grammes	Verlängerungen des Dr in Millimeter
20	5;
40	12;
60	15;
80	20;
100	28;
120	35;
140	45;
160	55;
180	65;
200	75.

Aus der vergleichenden Zusammenstellung dieser Resultate ergibt daß bei den Zulaggewichten von 120 bis 220 Grammes die Ausnung dem Gewichte proportional ist, nämlich für das Zulagegewicht 20 Grammes gerade 10 Millimeter beträgt. Wenn demnach das wicht von 160 Grammes angehängt war und dann dasselbe noch 10 Millimeter heruntergezogen wurde, so suchte es in die vorige anfänglich mit einer Kraft von 20 Grammes zurückzukehren, wel dem Maße abnahm als das Gewicht seiner ursprünglichen Lage kam. Wir dürfen daher von der Formel

$$P = mks,$$

Gebrauch machen, wo P die Kraft darstellt, mit welcher das hängte Gewicht in seine ursprüngliche Lage zurückzukehren strebt, es in vertikaler Richtung um die Größe s herabgezogen wird. obige Gleichung geht vermöge der Relation $Q = mg$ über in $P =$ wo Q das an den Draht gehängte Gewicht und g die Acceleratio Schwerkraft bezeichnet. Aus der letzteren Gleichung entspringt $k = \frac{Pg}{Qs}$, wodurch die Relation $T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}$ in $T = 2\pi\sqrt{\frac{Qs}{Pg}}$ üb Für unseren speciellen Fall war $Q = 160$ Grammes; $s = 0{,}01$ $P = 20$ Grammes: hieraus ergab sich, mit Berücksichtigung, $g = 9{,}81$ Meter ist, die Schwingungsdauer $T = 0{,}568$ Secunden, rend der Versuch $T = 0{,}571$ Secunden lieferte, welche Resultat als gleichlautend betrachtet werden können.

4. Transversalschwingungen der Saiten.

Die Schwingungen einer an zwei festen Punkten gespannten welche mit einem Violinbogen seitwärts gestrichen aus ihrer linigen Lage entfernt wird und sich dann selbst überlassen bleibt, *ganz in* der nämlichen Weise wie die Schwingungen eines Seil

sich. In Folge der continuirlichen Wirksamkeit ihrer Elasticität schwingt sie um ihre Ruhelage viele Male hin und her, bis sie endlich durch den Widerstand der Luft, welcher ihre Bewegung mehr und mehr schwächt, gänzlich zur Ruhe kommt. Sie bringt einen Ton hervor, der so lange anhält, als die Saite schwingt, und um so höher ist, je schneller die Schwingungen geschehen, um so tiefer, je langsamer dieselben vor sich gehen. Die Anzahl der in einer Secunde vollbrachten Schwingungen ist daher das natürliche Maß der Tonhöhe.

Wie in der mathematischen Physik zu ersehen ist, findet man für die Dauer T der Transversalschwingung einer homogenen Saite, Hin- und Hergang zusammen für eine Schwingung gerechnet, die Formel $T = 2\sqrt{\frac{Q\,l}{g\,P}}$, in welcher Q das Gewicht der Saite, l die Länge derselben, P die Kraft mit welcher sie gespannt wird, und g die Acceleration der Schwere bezeichnet. Wenn δ das specifische Gewicht der Saite, d. h. das auf die Volumeneinheit bezogene Gewicht und r der Radius derselben bedeutet, so ist $Q = \pi r^2 l \delta$; mithin auch $T = 2\,r\,l\sqrt{\frac{\pi\,\delta}{g\,P}}$. Bezeichnet n die Anzahl der in einer Secunde vollbrachten Schwingungen, welche Anzahl wir kurzweg die Schwingungszahl nennen wollen; so ist $n = \frac{1}{T}$ oder $n\,T = 1$; folglich

$$n = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g\,P}{Q\,l}} \text{ oder } n = \frac{1}{2\,r\,l}\cdot\sqrt{\frac{g\,P}{\pi\,\delta}}.$$

Hieraus ergeben sich für eine der ganzen Länge nach transversal schwingende Saite folgende Gesetze: Die Schwingungszahl einer Saite ist unter übrigens gleichen Umständen umgekehrt ihrer Länge und direct der Quadratwurzel aus dem spannenden Gewichte proportional. Die Schwingungszahlen verschiedener Saiten desselben Stoffes verhalten sich unter sonst gleichen Umständen umgekehrt wie ihre Dicken; und die Schwingungszahlen von Saiten verschiedener Stoffe umgekehrt wie die Quadratwurzeln ihrer specifischen Gewichte. Die Erfahrung hat diese Gesetze aufs Vollkommenste bestätigt, wie nachstehende zwei beispielsweise angeführten Versuche zeigen.

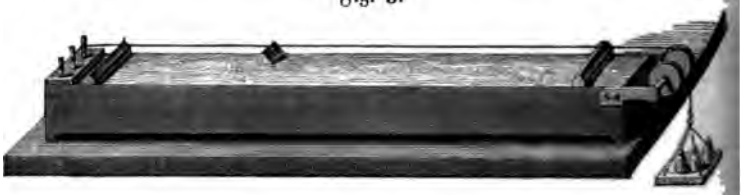
Ein Seil wurde an einem Ende befestigt und in einer Entfernung von 10,54 Meter über eine Rolle geführt und daselbst durch ein Gewicht von 15,5 Kilogramm angespannt; aus seiner Gleichgewichtslage gebracht, machte es in einer Minute 92 Schwingungen, während ein auf die nämliche Weise angespanntes Seil, dessen Dicke zu jener des ersten Seiles sich wie 5 : 8 verhielt, in einer Minute 147,2 Schwingungen zurücklegte. Es ist nun $\frac{147{,}2}{92}$ gleich $\frac{8}{5}$, d. h. die Schwingungs-

zahlen verschiedener Seile derselben Materie stehen im umgekehrten Verhältnisse ihrer Dicken.

Eine Metallsaite von 10,54 Meter Länge und 1,5 Millimeter Dicke, deren specifisches Gewicht 8,2 war, und eine Schnur von gleicher Länge und Dicke, deren specifisches Gewicht 0,9 betrug, wurden beide durch ein gleiches Gewicht von 3,5 Kilogrammes angespannt; aus ihrer Gleichgewichtslage abgeführt und dann freigelassen, vollbrachte die Metallsaite 138, die Schnur aber 416 Schwingungen in einer Minute. Das Verhältniß $\frac{416}{138}$ kommt ziemlich genau mit dem Verhältniß $\sqrt{\frac{8,2}{0,9}} = \frac{2,06}{0,95} = 3$ überein: d. h. es verhalten sich die Schwingungszahlen zweier Saiten, die ihrer ganzen Dicke und Länge nach homogen sind, umgekehrt wie die Quadratwurzeln ihrer specifischen Gewichte.

Um die Gesetze der Schwingungen der gespannten Saiten und ihrer Töne durch den Versuch zu zeigen, bedient man sich des sogenannten Monochords. Dieses Instrument ist ein hohler Kasten, dessen Wände aus trockenen, dünnen, elastischen, hölzernen Brettchen bestehen, wie solche bei den gewöhnlichen Saiteninstrumenten vorkommen. Ueber dem oberen Brett an einem Ende des Kastens wird eine Metallsaite oder eine Darmsaite eingezwängt, hierauf über einen untergesetzten Steg geführt, dann über eine am andern Ende des Kastens angebrachte

Fig. 3.

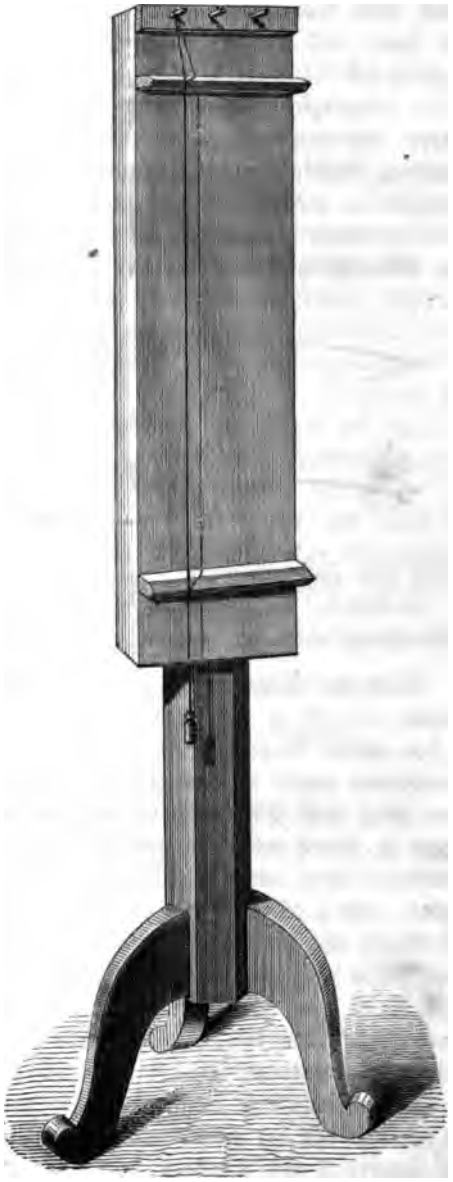


Rolle geleitet und endlich mit einem Gewichte belastet. Der bewegliche Steg, welcher sich an eine beliebige Stelle verschieben läßt, bewirkt, daß die Länge des in Schwingung zu versetzenden Theils der Saite sich nicht während der Bewegung verändert. Durch die Reibung, welche die Rolle an ihrer Achse erfährt, wird nämlich die Saite an einem Ende stark befestigt und dann vertical durch ein Gewicht gespannt. Wenn sie auf diese Weise eine genaue und bestimmte Spannung angenommen hat, bedient man sich, um eine gewisse Länge der Saite schon abzugrenzen, abermals einer Art von Steg aus hartem Holz, der den Kasten des Monochords umfaßt, an demselben auf- und niedergeschoben und an beliebiger Stelle festgestellt werden kann. An beiden Monochorden dient der hohle Kasten mit seinem Brettchen den Ton, den die

ibt, zu verſtärken,
: Töne einer ein=
von jedem andern
abgeſonderten
nur ſehr ſchwach
:n und bald ver=
würden.

uch eine geſpannte
läßt ſich wie ein
ı mehrere gleiche
ɔtheilungen thei=
:ren jede für ſich
ſo ſchwingt und
e zwei anliegende
nämlichen Zeit
entgegengeſetzter
ıg ſchwingen und
Schwingungskno=
einander getrennt
Man kann dieſe
ung dem Auge be=
) machen, indem
m verſchiedenen
der Saite kleine,
chte in der Mitte
ıe Papierſtreifchen
, am beſten zwei=
efärbte Papier=
n, die einen an
tellen, wo ſich
ıgungsbäuche bil=
ie andern an die
, wo Schwing=
oten entſtehen, und
die Saite mit
olinbogen ſtreicht.
em Eintreten der

Fig. 4.



ıgung ſieht man dann die an den Schwingungsbäuchen auf=
n Streifchen in Bewegung gerathen und ſämmtlich herabfallen,
ɔ die an den Schwingungsknoten befindlichen unbeweglich bleiben.

Berührt man z. B. die Saite in einem Punkte, dessen Abstand von einem Ende den vierten Theil der Länge der Saite beträgt, sanft mit dem Finger und streicht den kürzeren Theil derselben mit dem Bogen; so theilt sich die Saite in vier gleiche Theile, die auf die Viertheilungspunkte aufgesetzten Papierstreifen bleiben allein sitzen und die übrigen werden abgeworfen. Jedes zwischen zwei unmittelbar aufeinander folgenden Schwingungsknoten liegende Stück der Saite schwingt mithin gleichsam so, als ob bloß eine kürzere, in dergleichen Punkte befestigte Saite vorhanden wäre. Zur Versinnlichung solcher Schwingungen mit Schwingungsknoten dienen die Figuren 5 und 6, von denen die

Fig. 5.

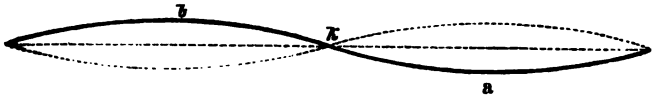
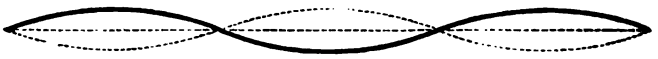


Fig. 6.



erstere dem Falle entspricht, in welchem nur ein Schwingungsknoten sich vorfindet, die zweite dem Falle angehört, in welchem zwei Schwingungsknoten vorkommen.

Wird eine Saite mit 1, 2, 3 ... Schwingungsknoten zum Tönen gebracht, so gibt sie eine Reihe von Tönen, welche zu dem Tone, den die der ganzen Länge nach schwingende Saite erzeugt und welcher der Grundton heißt, in dem einfachen Verhältnisse 2, 3, 4 ... stehen. Man pflegt diese Töne auch die harmonischen Töne zu nennen und nimmt sie öfters neben dem auf die eine oder die andere Weise erzeugten Grundtone wahr, wenn das Ohr denselben mit einiger Aufmerksamkeit anhört. So z. B. hört man, wenn eine hinreichend lange, am besten mit Metall übersponnene Darmsaite in Transversalschwingungen versetzt wird, neben dem Hauptton, welchen die der ganzen Länge nach schwingende Saite gibt, mehrere höhere Nebentöne, die in der Reihe der harmonischen Töne liegen. Da nun Spannung, Länge und Dicke der Saite unverändert geblieben sind, so muß sich in einem solchen Falle die Saite gleichsam in mehrere Stücke abgetheilt haben, welche einzeln für sich und mit der ganzen Saite gleichzeitig zu schwingen vermögen. Die Figuren 7 und 8 mögen dem Auge vorlegen, welche Gestalt die Saite in dergleichen Schwingungszuständen annehmen kann. Die Erstere entspricht dem Zustande, bei welchem die Saite zugleich mit ihren beiden Hälften schwingt, die Zweite gehört dem Zustande an, bei welchem die

Fig. 7.

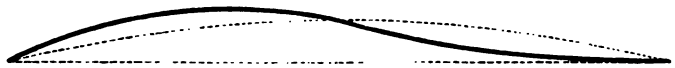
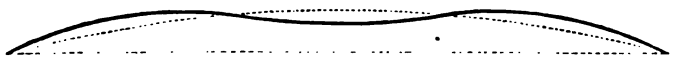


Fig. 8.



Saite sich selbständig in drei Theile getheilt hat, die einzeln mit der ganzen Saite zugleich schwingen. Dieses gleichzeitige Stattfinden verschiedener einzelner Bewegungen in einem und demselben elastischen Körper dient als eine Bestätigung des von Daniel Bernouilli aufgestellten Princips der Coexistenz der kleinen Bewegungen. Diesem Principe zufolge können in einem System von materiellen Punkten, das sehr wenig aus seiner ursprünglichen Gleichgewichtslage entfernt und dann sich selbst überlassen wird, unter Umständen verschiedene Bewegungen zu gleicher Zeit statthaben. Die Coexistenz dergleichen Bewegungen gibt sich bei den schwingenden Saiten kund und stellt sich als ein nothwendiges Resultat der für die schwingenden Bewegungen durch die Theorie gefundenen allgemeinen Gesetze heraus, welches in der mathematischen Physik nachgesehen werden kann.

II. Fortschreitende Schwingungen.

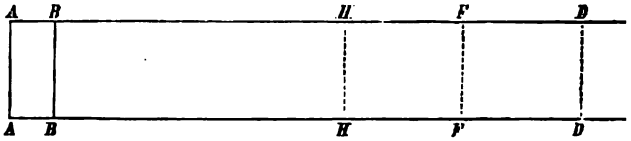
1. Wellenlänge und Fortpflanzungsgeschwindigkeit.

Wird die an einer Stelle eines Körpers angeregte Schwingung von Theilchen zu Theilchen fortgepflanzt, dergestalt daß sämmtliche Theilchen die nämliche Schwingung machen, nur desto später die Bewegung beginnen, je weiter sie von der Erregungsstelle entfernt sind; so hat man eine sogenannte fortschreitende Schwingung. Bei dieser Schwingungsweise befinden sich also in einem und demselben Augenblicke die Theilchen in verschiedenen Schwingungsphasen, sind mithin in verschiedenen Abständen von ihrer Ruhelage und haben verschiedene Oscillationsgeschwindigkeiten. Hieraus erwächst eine Veränderung entweder in der Gestalt oder in der Dichtigkeit der verschiedenen Schichten des schwingenden Körpers, je nachdem die Theilchen entweder transversal oder longitudinal schwingen; oder mit andern Worten, je nachdem die Theilchen entweder senkrecht auf der Richtung, in der sich die Bewegung weiter trägt, oder parallel zu jener Richtung oscilliren, erfolgt entweder eine Aenderung in der Form, oder eine Aenderung in der natürlichen Dichtigkeit des Körpers. Die auf solche Weise während

der Dauer einer Schwingung resultirende Aenderung in der
oder in der Dichtigkeit des schwingenden Körpers heißt eine
woher es dann kommt, daß die fortschreitende Schwingung auc
leubewegung genannt wird. Bei den fortschreitenden oscil
Bewegungen hätten wir demnach nicht blos die Schwingungen
zelnen Theilchen an und für sich, sondern auch die Art der Fortpf
sowie die besondere Beschaffenheit der Wellen ins Auge zu fas

Um uns eine klare Vorstellung von dieser Fortpflanzung zu
betrachten wir sie zuvörderst, wie sie an einem langen cylin
elastischen Körper von gleichförmiger Dichte vor sich geht, n
Theilchen longitudinal oder in der Fortpflanzungsrichtung o

Fig. 9.



Zu diesem Behufe denken wir an einem Ende A des erwähnten
durch eine schwingende ebene Fläche, welche mit dem Körper
Querschnitt hat, eine der Längenrichtung AR parallelen Imp
geübt, wobei die Fläche während einer bestimmten kurzen Zeit
Lage AA zu der nicht weit davon abstehenden Lage BB übergel
dem die Fläche zu schwingen anfängt, erschüttert sie die an
Körperschichte, wodurch dieselbe vorwärts geschoben und, weil
fernteren Schichten dem Andrang der ersteren nicht plötzlich au
können, auch noch verdichtet wird. Die dergestalt zusammen
erste Schichte stößt mit der Geschwindigkeit, welche sie von der sc
den Fläche durch den Anstoß erhalten hat, an die noch ruhend
zweite Schichte, gibt die empfangene Geschwindigkeit an dieselbe
kommt selbst zur Ruhe. Hierdurch entsteht in gedachter zweiten
ebenfalls eine Verschiebung und Verdichtung, die auf die näm
auf die nächstfolgende dritte Schichte übertragen wird. So pf
denn die Verschiebung und Verdichtung von Schichte zu Schi
und zwar meist mit einer viel größeren Geschwindigkeit, als die
mit welcher sich die schwingende Fläche bewegt. Wegen völlige
einstimmung aller Umstände geht diese Fortpflanzung der Bew
allen Schichten mit gleichförmiger Geschwindigkeit vor sich
Aehnlichkeit mit der Fortpflanzung des Stoßes in einer Reihe e
Kugeln von gleicher Masse, wobei jede Kugel ihre Geschwind
die nächstfolgende abgibt und zur Ruhe kommt. Auf solche We
jede Geschwindigkeit und Verdichtung, welche die Fläche beim Ue

von AA nach BB annimmt, weiter getragen, so daß ihre sämmtlichen Bewegungsphasen bei diesem Hingange ebenfalls in jeder Schichte zum Vorschein kommen, mit dem Unterschiede, daß jene Phasen in einer bestimmten Schichte desto später eintreten, je weiter sie von dem Ende A absteht.

Sind nun die Bewegungsphasen der Fläche bei dem Uebergange von der Lage AA in die von BB an ein gewisses Gesetz gebunden, so wird sich dasselbe in den gleichzeitig in Bewegung begriffenen Schichten ausgeprägt finden. Hat sich die Bewegungsphase, welche der schwingenden Fläche bei dem Beginne der Bewegung in AA eigen war, in einer bestimmten Zeit t bis DD und die Bewegungsphase, welche ihr in der Lage BB zukam, zu derselben Zeit bis FF fortgetragen; so ist FD die Strecke Weges, um welche sich der Bewegungszustand in der nämlichen Zeit fortpflanzt, in der die Fläche von AA nach BB gekommen ist, und es treten in den zwischen DD und FF liegenden Schichten von der ersten an bis zur andern hin genommen der Reihe nach die verschiedenen Bewegungsphasen auf, in denen sich die schwingende Fläche bei ihrem Uebergange aus der Lage AA in die Lage BB befand.

Lassen wir jetzt die ursprünglich bewegte Fläche von BB nach AA zurückkehren, so wird sich die rückgängige Bewegung längs der Richtung AD in gleicher Weise fortpflanzen, wie die nach dieser Richtung vorhin betrachtete Bewegung fortgeschritten ist. Angenommen, daß HH die Schichte darstellt bis zu welcher die letzte Bewegungsphase, die der Fläche bei dem Rückgange von BB nach AA zukommt, vorgedrungen ist; so werden in den zwischen FF und HH liegenden Schichten alle Bewegungsphasen sich vorfinden, welche die rückgängige Bewegung der Fläche charakterisiren. Die Gesammtheit DFH der in Folge eines Hin- und Herganges der schwingenden Fläche, nach Verlauf irgend einer Zeit t, im Bewegungszustande begriffenen Schichten macht hier die Welle aus. Das Stück DF, in welchem alle Bewegungsphasen der schwingenden Fläche beim Uebergange von AA nach BB vorkommen, heißt der Vordertheil, während das Stück FH, das die rückgängige Bewegung der Fläche von BB nach AA in allen Phasen nachahmt, der Hintertheil der Welle genannt wird. Die Strecke Weges DH, auf welche sich innerhalb eines Hin- und Hergangs der Fläche von AA nach BB und umgekehrt sämmtliche Bewegungsphasen derselben nach Verlauf irgend einer Zeit t übertragen haben, heißt die Wellenlänge oder Undulationslänge. DF ist die Länge des Vordertheils, FH jene des Hintertheils der Welle. Bezeichnet u die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, T die Zeit, in welcher die Fläche eine volle Schwingung vollbringt, λ die Wellenlänge und t eine Zeit, welche größer ist als die Schwingungs-

dauer T: so hat man $DH = \lambda = uT$;

ferner $DF = AD - AF = AD - BF - AB$,

oder $DF = ut - u\left(t - \frac{T}{2}\right) - AB = \frac{uT}{2} - AB$;

und $FH = AF - AH = AB + BF - AH$,

oder $FH = AB + u\left(t - \frac{T}{2}\right) - u(t - T) = \frac{uT}{2} + AB$;

Die Länge des Vordertheils ist also um den Betrag der Schwing
weite kleiner und die Länge des Hintertheils um eben so viel g
als die halbe Wellenlänge.

Geht die Schwingung der Fläche wie die eines Pendels vo
wird mithin sowohl beim Hingange als beim Rückgange die erste

Fig. 10.

AC des Weges AB, Fig. 10, in beschleunigter, die zweite Hälfte I
verzögerter Bewegung zurückgelegt; so hat die schwingende Fläche
Lage CC die größte Geschwindigkeit, bewirkt somit in dem elas
Körper die größte Verdichtung bei ihrem Hingange: es findet
in der Mitte EE des Vordertheils die größte Dichte oder stärkst
dichtung statt, welche gegen die Enden DD und FF zu immer
wird. Wenn die schwingende Fläche ihren Rückzug macht, wird
Verdünnung in der angrenzenden Schichte des Körpers herbeig
die sich wie die frühere Verdichtung von Schichte zu Schichte fort
und an die Reihe der Verdichtungen unmittelbar anschließt. Au
Weise besteht der Hintertheil HF aus verdünnten Schichten, deren
der Verdünnung in der Mitte GG am stärksten ist und gegen die
FF und HH zu abnimmt, so daß sowohl Vordertheil als Hint
der Welle von Schichten unveränderter Dichte begrenzt sind.

Da jeder Schwingungsphase der ursprünglich bewegten Fläch
Welle entspricht, so sieht man ein, daß die Bildung solcher
welche unabhängig von dem Erreger der Bewegung längs dem elas
Körper auf die nämliche Weise fortschreiten und von denen eine
auf die andere folgt, nur so lange andauern kann, als gedachte
im Schwingungszustande begriffen ist. Es werden darum nicht
und nicht weniger Wellen sich bilden können, als die Fläche Sc
ungen gemacht hat. Verharrt die Fläche einige Zeit in ihrem schw

den Zustande, so kommt in dem, die oscillirende Bewegung fortpflanzenden, elastischen Körper ein sogenanntes Wellensystem zu Stande, d. h. eine Reihe von unmittelbar aufeinander folgenden Wellen von gleicher Länge.

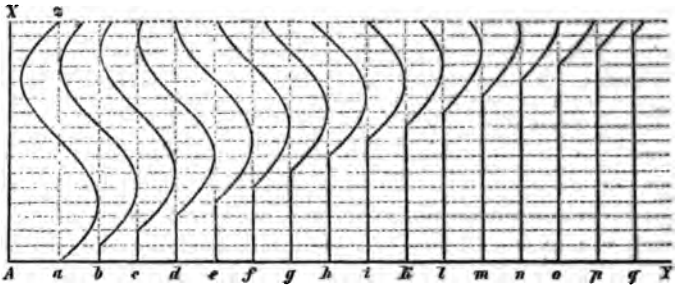
Die hier in Betracht gezogene Fortpflanzung longitudinaler Schwingungen wird in ähnlicher Weise vor sich gehen, wenn die schwingende Fläche nach entgegengesetzter Richtung ihre Bewegung beginnt, mithin am Ende des elastischen Körpers statt der Zusammendrückung eine Dehnung hervorgebracht wird. Dieser Fall kommt insbesondere vor, wenn man einen elastischen Stab an einem seiner Enden in die Länge zieht, oder eine gespannte Saite ihrer Länge nach reibt. In beiden Fällen erhält man Wellen, die aus einem verdünnten Vordertheile bestehen, während bei dem oben ausführlich betrachteten Fall dieser Wellentheil ein verdichteter war. Denkt man sich den elastischen Stab nicht an einem seiner Enden, sondern an einer beliebigen andern Stelle in longitudinale Schwingungen versetzt, so erhält man zwei Wellensysteme, die nach entgegengesetzten Richtungen gehen; das eine beginnt mit einem verdichteten, das andere mit einem verdünnten Wellentheile. Macht endlich die ursprünglich bewegte Fläche bloß eine Bewegung in der Richtung A B ohne zurückzukehren, so kommt nur eine verdichtete Welle zum Vorschein; in ähnlicher Weise bildet sich nur eine verdünnte Welle, wenn nur eine Bewegung in der Richtung B A angenommen wird.

Um sich diese hin und her gehenden Längenschwingungen anschaulich zu machen, hat Wheatstone einen Apparat construirt. Derselbe besteht aus einem hölzernen ohngefähr 1 Meter langen, schwarz angestrichenen Kasten, Fig. 11, und aus einer fast gleich langen Walze, die

Fig. 11.

einen Durchmesser von etwa einem Decimeter hat und mittelst einer Kurbel in Umdrehung versetzt werden kann. Auf der vordern Seite des Kastens befindet sich in gleicher Höhe mit der Achse der Welle eine derselben parallel laufende, einen Centimeter breite, Spaltöffnung, durch welche man auf die dicht dahinter liegende Walze sieht. Auf die Walze, die ebenfalls schwarz angestrichen ist, wird in hervorstechender weißer Farbe eine Zeichnung aufgetragen, wie sie aus folgenden Betrachtungen sich ergibt. Man wählt von einer beliebigen Seitenlinie

Fig. 12.

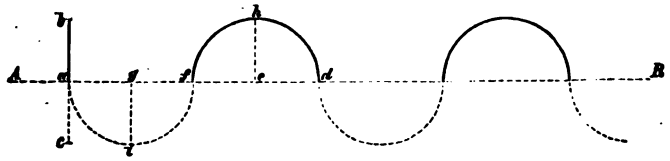


AY das größere Stück aq (Fig. 12) heraus, das eine Wellenlänge repräsentiren soll, und legt auf denselben die sechszehn Striche a, b, c ... q an, welche Körpertheilchen darstellen sollen, die vor dem Beginn der Bewegung in gleichem Abstande von einander stehen. Nimmt man nun die Umdrehungszeit der Walze gleich der Schwingungsdauer der Theilchen an und stellt sie durch die Linie AX vor, welche mit dem Umfang der Welle von der nämlichen Größe ist; denkt sich ferner jene Zeit oder diese Linie in 16 gleiche Theile getheilt und aus den Theilungspunkten parallel zu der Fortpflanzungsrichtung AY Linien gezogen und auf denselben von az aus Stücke aufgetragen, wie sie die zwischen der Zeit und der Elongation stattfindende Relation $s = a \sin 2\pi \frac{x}{16}$ erheischt, wo x eine zwischen o und 16 liegende ganze Zahl bezeichnet; endlich die dergestalt erhaltenen einzelnen Punkte auf der Walze mit einander verbunden: so bekommt man eine Curve arz, welche die Bewegung eines Theilchens darstellt. Für das Theilchen b beginnt die nämliche Curve erst in der Höhe der ersten Parallellinie zu AY, weil dieses Theilchen um $^1/_{16}$ der Schwingungsdauer später zu schwingen beginnt; aus demselben Grunde fängt die Curve für das Theilchen c erst auf der zweiten mit AY parallelen Linie an u. s. w. In der Spaltöffnung in Fig. 11 zeigt sich von diesen Curven nur ein sehr kleiner Theil als weißer Fleck, welcher nach den Pendelgesetzen hin und her oscillirt, sobald die Walze in Umdrehung versetzt wird. Zuerst fängt a seine Bewegung an, etwas später ist dies bei b der Fall u. s. w., und in dem Augenblick wo a wieder zur Ruhe gelangt, beginnt q in Schwingung zu gerathen.

Nachdem wir den Hergang der Wellenbewegung in der nöthigen Ausdehnung für den Fall betrachtet haben, in welchem die Verschiebung nach longitudinaler Richtung, d. h. im Sinne des Fortschreitens der Welle vor sich geht, wollen wir noch einige Worte über die Beschaffen-

heit der Welle hinzufügen, wenn die Schwingungen transversal, d. h. in einer auf der Fortpflanzungsrichtung der Welle senkrechten Richtung erfolgen. Angenommen daß die in einer geraden Linie AR (Fig. 13)

Fig. 13.



liegenden Theilchen nach einander in transversale Schwingungen versetzt werden, wobei ein ins Auge gefaßtes Theilchen a sich über die Linie AR um die Größe ab erhebt, hierauf der Gleichgewichtslage wieder nähert, dann auf der entgegengesetzten Seite von derselben um die gleiche Größe ac entfernt, von da wieder zur Ruhelage zurückkehrt und somit eine Schwingung vollbringt; vorausgesetzt weiter, daß diese Bewegungsform sich während einer Schwingungsdauer T vom Theilchen a bis zum Theilchen d fortgepflanzt habe, so wird das letztere in dem Moment seine Schwingung beginnen, in welchem das erstere eine ganze Schwingung gemacht hat. In demselben Augenblicke befindet sich das Theilchen e, das um $\frac{3T}{4}$ später als a in Bewegung kam, im größten Abstande von seiner Gleichgewichtslage oberhalb AR im Punkte h; zu derselben Zeit hat das Theilchen f, das um $\frac{T}{2}$ später als a die Schwingung antrat, die Gleichgewichtslage erreicht, um auf der andern Seite von AR die Bewegung fortzusetzen; zugleich hat das Theilchen g, das um $\frac{T}{4}$ später als a zur Bewegung angeregt wurde, drei Hauptphasen zurückgelegt und befindet sich in i in der größten Entfernung von der Ruhelage. Die krumme Linie, welche diese während einer Schwingung aus ihrer Gleichgewichtslage gebrachten Theilchen bilden, von welcher die eine Hälfte über der Gleichgewichtslage, die andere unter derselben sich befindet, gibt die Form und die gerade Linie ad die Länge der Welle an.

Jener Theil der Welle, welcher sich über der Ruhelage befindet, wird auch Wellenberg, der unter dieser Lage befindliche Wellenthal genannt. Die Entfernung des höchsten Punktes des Wellenberges von der Ruhelage heißt die Höhe des Wellenberges, die Entfernung des tiefsten Punktes des Wellenthales von der Ruhelage die Tiefe des Wellenthales. Die Summe aus der Höhe eines Wellenberges und der Tiefe des dazu gehörigen Wellenthales macht die Höhe der ganzen Welle aus, gleichwie die Länge des Wellenberges sammt der des Wellen-

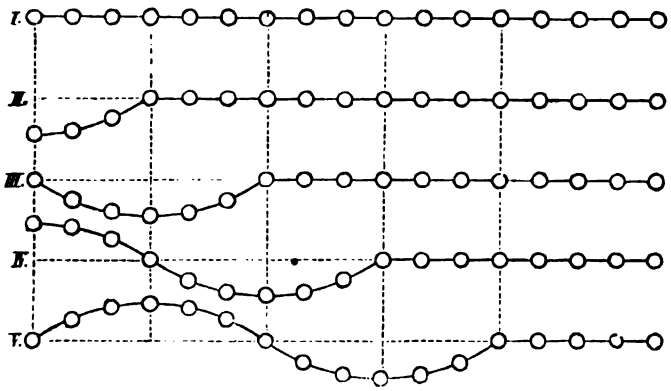
thales die Länge der ganzen Welle ausmachen. Wird a zu einer zweiten Schwingung angeregt, so bildet sich eine zweite Welle, welche sich unmittelbar an die erste Welle anschließt, die ihrerseits weiter schreitet, dergestalt daß, wenn sie um eine halbe Wellenlänge fortgerückt ist, hinter dem Wellenthal ein neuer Wellenberg entsteht. Die schwingende Bewegung der Theilchen macht die eigentliche wirkliche Bewegung beim Fortschreiten der Wellen aus, während die Welle selbst nur die Form ist, welche der schwingende Körper vermöge der Bewegung seiner kleinsten Theile annimmt.

Wir können von dieser Bewegungsform eine deutlichere Vorstellung erlangen, wenn wir sie mit der Bewegung vergleichen, welche der Wind auf einem Kornfelde hervorbringt: hier scheinen über das Feld in der Richtung des Windes Fruchtwellen hinzuwogen, welche keinem sich wirklich fortbewegenden Gegenstande angehören, sondern nur Umrisse und Formen sind, welche über das Feld hinziehen und die Kornähren in sich begreifen, die gleichzeitig sich im schwingenden Zustande befinden. Jede Aehre wird nämlich in der Richtung des Windes niedergebogen und steht in Folge der Elasticität der Halme nicht nur wieder auf, sondern beugt sich auch fast eben so weit in entgegengesetzter Richtung rückwärts und fährt dann fort auf und ab zu schwanken, so lange der Widerstand der Luft dies zuläßt. Eine solche Schwankung findet für jede einzelne Aehre statt, nur beginnt sie nicht für alle zu gleicher Zeit, sondern ergreift sie nach und nach, was in irgend einem bestimmten Augenblicke eine Mannigfaltigkeit von Stellungen in den Kornähren verursacht. Eine Anzahl darunter wird mehr oder weniger vorwärts sich neigen, andere werden mehr oder weniger rückwärts sich beugen, wieder andere werden ihre natürlichen aufrechten Stellungen haben, so daß eine scheinbare Welle auf dem Kornfeld entsteht, über das sie mit der Schnelligkeit des Windes dahinläuft. Der Unterschied zwischen den Wellen des Kornfeldes und jenen eines elastischen Körpers besteht nur darin, daß jede Kornähre durch eine äußere Ursache zur Bewegung veranlaßt wird und von der Bewegung der übrigen unabhängig ist, während bei dem elastischen Körper das Theilchen, wenn es zu oscilliren beginnt, seine Schwingungen dem angrenzenden Theilchen mittheilt, das seinerseits sie wieder an das nächstfolgende abgibt.

Um uns die Fortpflanzung der Transversal- oder Querschwingungen noch weiter zu veranschaulichen, nehmen wir unsern Versuch mit einem dicken, sehr langen Seil, welches an seinen beiden Enden befestigt und nicht gar stark gespannt ist, wieder auf. Wird nämlich gegen das Seil in der Nähe eines seiner Befestigungspunkte ein plötzlicher Schlag

geführt und dann dasselbe sich selbst überlassen, so sieht man in dem Augenblick des Schlages nur den Theil des Seiles, welcher der getroffenen Stelle nahe liegt, aus seiner Gleichgewichtslage gebracht. Nach Verlauf eines kleinen Zeitabschnitts sieht man die Ausbeugung weiter vorgeschritten, nach Verlauf eines zweiten gleichgroßen Zeitabschnitts abermals weiter gegen den zweiten Befestigungspunkt des Seiles fortgerückt und so fort. Daselbst angelangt wird die Welle zurückgeworfen und genöthigt auf dem nämlichen Wege rückwärts zu gehen, auf dem sie vorwärts gegangen war, mit dem Unterschiede, daß die Welle eine Ausbeugung nach oben hat, wenn sie vor der Abprallung eine Ausbeugung nach unten besaß. Die Linien I, II, III, IV der Figur 14

Fig. 14.



sollen eine Vorstellung von den Gestalten geben, wie sie durch Versuche mit dem Seile ohngefähr wahrgenommen worden sind. An einem 25 Meter langen Seile kann man eine und dieselbe Welle wohl zehn und noch mehreremal hin und herlaufen sehen, wobei sie jedesmal beim Zurücklaufen eine Ausbeugung annimmt, die derjenigen entgegengesetzt ist, welche sie beim Hinlaufen hat. Man denke sich an einem Ende A des so befestigten Seiles eine Welle erregt, deren Länge der halben Seillänge gleichkommt, die sich mithin nach Verlauf eines gewissen Zeitabschnitts auf die zweite Hälfte des Seiles nach dem andern Befestigungspunkte B hin überträgt; so wird nach Verlauf eines zweiten gleich großen Zeitabschnittes die Welle an jenem Punkte B abprallen, dabei eine umgekehrte Lage annehmen und nach A zurückgehen. Ist nun genau in dem nämlichen Momente daselbst eine neue nach B fortschreitende Welle erregt worden, so wird letztere mit der in A abgeprallten Welle in der Mitte des Seiles zusammenstoßen. Dieser Punkt wird unbeweglich bleiben oder ein sogenannter Schwingungsknoten sein, indem

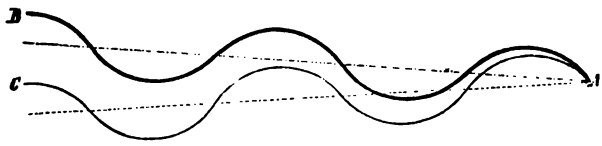
ihn die beiden Wellen mit gleicher Kraft nach entgegengesetzter R
zu bewegen streben. Auf die nämliche Art entstehen 2, 3 un
Schwingungsknoten, wenn die Länge der hervorgerufenen Well
dritten oder vierten oder irgend einem aliquoten Theile des Seiles an
gleich kommt und dergleichen Wellen in regelmäßigen aufeinander fo
Zeitabschnitten entstehen, deren Dauer den Zeitintervallen entspr
welchen eine Welle um das Doppelte ihrer Länge fortschreitet
auf solche Weise zu Stande gekommenen stehenden Oscillationen
man öfters auch stehende Wellen zu nennen. Man kann si
oder weniger leicht dadurch hervorbringen, daß man blos an
Ende das Seil befestigt und das andere Ende in die Hand nim
dann dieselbe mit größerer oder geringerer Geschwindigkeit auf u
wärts bewegt. Strenge genommen gehören eigentlich schon die
ersten Kapitel aufgeführten Schwingungen mit einem oder m
Schwingungsknoten, so wie die durch eine schnelle kreisförmige Be
der Hand erzeugten rotatorischen Schwingungen mit den st
Wellen zu einer und derselben Klasse von Erscheinungen. S
nichts anders als stehende Schwingungen, aus dem wechselseitig
fluß fortschreitender Schwingungen oder Wellenbewegungen he
gangen. Diese Art stehende Oscillationen zu erregen, kommt
Wirklichkeit häufiger vor, als die in dem ersten Kapitel insbe
ins Auge gefaßte Weise, bei welcher sämmtliche Theilchen ei
Schwingung fähigen Körpers gleichzeitig in Bewegung gerathen,
alle sich wechselseitig in ihrer Bewegung nicht störend, ihre Schw
zugleich vollbringen und solche von Neuem wiederholen. In de
schlägt man z. B. eine Glocke an, um sie zum Tönen zu bring
kann man keineswegs alle Punkte derselben gleichzeitig aus ihrer
lage entfernen. Ebenso wird, wenn man den Finger an eine k
Stelle der Saite einer Violine legt und in der Nähe des Ste
oben mit dem Bogen streicht, eine transversale Welle erzeugt,
bis zu dem Berührungspunkt der Saite mit dem Finger sich for
und daselbst reflectirt wird, so daß von da gleichsam eine neu
ausgeht, welche rücksichtlich der ersteren eine entgegengesetzte L
Fortpflanzungsrichtung hat.

2. Interferenz der Wellen.

Wenn zwei Wellen an einer und derselben Stelle des Fo
zungsmittels zusammentreffen, so nimmt das Theilchen dasel
Bewegung an, welche aus der Zusammensetzung derjenigen Bew
hervorgeht, die jede Welle demselben zu übertragen sucht. Ma
dieses Aufeinanderwirken zweier Wellenbewegungen im Allg

erferenz der Wellen. Um eine möglichst klare Vorstellung von Erfolge des Aufeinanderwirkens solcher Wellenbewegungen zu er-en, wollen wir verschiedene Fälle davon nach und nach zum Gegen-de unserer Betrachtungen machen. Wir fangen mit dem einfachsten an, in welchem zwei in sehr nahe gleicher Richtung fortschreitende, von zwei verschiedenen, um eine ganze Wellenlänge von einander henden, Punten B und C, Fig. 15, ausgehende Wellensysteme von

Fig. 15.



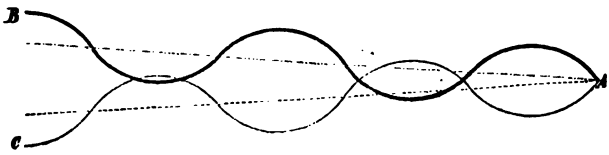
her Länge in dem Punkte A zusammentreffen. Da hier das Theil-gleichzeitig durch die beiden Wellensysteme nach der nämlichen tung zur Bewegung angeregt wird, so erhält dasselbe eine stärkere illationsgeschwindigkeit und größere Amplitude, als wenn seine egung nur durch die Einwirkung eines Wellensystems veranlaßt e. Der Erfolg der Interferenz wird derselbe sein, wenn die beiden gangspunkte B und C der Wellenzüge um ein ganzes Vielfaches r Wellenlänge oder um eine gerade Anzahl von halben Wellenlängen einander abstehen, mithin der Unterschied der Phasenzeiten in den A vorkommenden zwei Schwingungen ein gerades Vielfache der en Schwingungsdauer beträgt. Heißt t die Phasenzeit rücksichtlich Schwingung, welche der von B ausgegangene Wellenzug in A bewirkt, t + T die Phasenzeit rücksichtlich der durch den zweiten Wellenzug orgerufenen Schwingung; so hat man für die Oscillationsgeschwin-eit die Relation:

$$V = v + v' = a\sqrt{k}\,\cos 2\pi\frac{t}{T} + a'\sqrt{k}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}+1\right)$$

$$V = (a + a')\sqrt{k}\,\cos 2\pi\frac{t}{T}.$$

d die Schwingungsweiten a und a' einander gleich, so wird die illationsgeschwindigkeit doppelt so groß als bei einem Wellensysteme. d die beiden Orte B und C, Fig. 16, von denen die beiden Wellen-

Fig. 16.



gänge herkommen, um eine halbe Wellenlänge von einander entfe so wird das Theilchen in A in demselben Augenblicke nach zwei di einander entgegengesetzten Richtungen zur Bewegung angetrieben, halb das Theilchen in Ruhe bleibt. Derselbe Erfolg findet statt, die Ausgangspunkte B und C um 3, 5, 7 ... halbe Wellenlängen einander entfernt liegen, mithin der Unterschied der Phasenzeiten in in A hervorgerufenen zwei Schwingungen ein ungerades Vielfache halben Schwingungsdauer ist. Man hat hier

$$V = v - v' = a\sqrt{k}\cos 2\pi\frac{t}{T} + a'\sqrt{k}\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \pi\right)$$

oder

$$\gamma = (a - a')\sqrt{k}\cos 2\pi\frac{t}{T}$$

also die Oscillationsgeschwindigkeit gleich Null, wenn die Amplit der beiden Wellenzüge einander gleich sind.

Beträgt der Abstand der beiden Orte B und C, Fig. 17, denen die Wellenzüge ausgehen, weder ein Vielfaches einer g

Fig. 17.

Wellenlänge noch ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenl so wird durch die Interferenz der beiden Wellenzüge ein dritter he gebracht, welcher sich auf folgende Art ermitteln läßt. Stellt Zeit dar, um welche der eine Wellenzug später als der andere anlangt; so ist

$$v = a\sqrt{k}\cos 2\pi\frac{t}{T} \text{ und } v' = a'\sqrt{k}\cos\frac{2\pi}{T}(t + \delta).$$

Aus der Zusammensetzung beider Bewegungen entspringt:

$$V = v + v' = a\sqrt{k}\cos 2\pi\frac{t}{T} + a'\sqrt{k}\cos\frac{2\pi}{T}(t + \delta).$$

Da der Ausdruck für V periodisch ist, so dürfen wir setzen:

$$V = A\sqrt{k}\cos\frac{2\pi}{T}(t + \Delta),$$

wo es nun darauf ankommt, die Constanten A und Δ zu bestim Wir erhalten:

$$A\cos\frac{2\pi}{T}(t + \Delta) = a\cos 2\pi\frac{t}{T} + a'\cos\frac{2\pi}{T}(t + \delta),$$

oder, da diese Gleichung für jeden Werth von t Bestand haben n

$$A\cos 2\pi\frac{\Delta}{T} = a + a'\cos\frac{2\pi\delta}{T},$$

und

$$A\sin 2\pi\frac{\Delta}{T} = a'\sin\frac{2\pi\delta}{T}.$$

Daraus ergibt sich:

$$\text{tang}\,\frac{2\pi\Delta}{T} = \frac{a' \sin\frac{2\pi\delta}{T}}{a + a'\cos\frac{2\pi\delta}{T}}$$

und

$$A = \sqrt{a^2 + a'^2 + 2\,a\,a'\cos\frac{2\pi\delta}{T}}.$$

Die Amplitude der resultirenden Schwingung ist also der Diagonale eines Parallelogrammes gleich, dessen anliegende Seiten den Amplituden der componirenden Schwingungen gleich sind und einen dem Phasenunterschiede gleichen Winkel einschließen; der von der Diagonale und jeder Seite eingeschlossene Winkel gibt den Unterschied zwischen der Phase der mittleren Schwingung und der entsprechenden Seitenschwingung.

Wären wir von den beiden Gleichungen

$$x = a \sin 2\pi\frac{t}{T} \text{ und } x' = a' \sin\frac{2\pi}{T}(t + \delta)$$

ausgegangen, wo x und x' beziehungsweise die Abstände des Theilchens von der Gleichgewichtslage in Folge der besonderen Wirkung der beiden Wellen darstellen, und hätten weiter gesetzt:

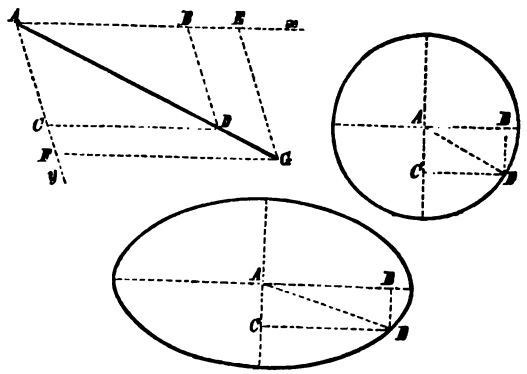
$$X = x + x' = A' \sin\frac{2\pi}{T}(t + \Delta'),$$

so würden wir für A' und Δ' dieselben Werthe wie für A und Δ erhalten haben.

Aus der oben aufgestellten Relation ergeben sich nachstehende Folgerungen: Ist der Ursprung zweier gleich starken Wellenzüge um den vierten Theil einer Undulation verschieden, so verhält sich die Amplitude der mittleren Schwingung zu der der componirenden Seitenschwingungen wie $\sqrt{2} : 1$. — Jede Schwingung kann in zwei andere zerlegt werden, die verschiedenen Ursprung und verschiedene Amplitude haben, wobei dieselben Regeln gelten, welche in der Mechanik bei der Zerlegung der Kräfte in Anwendung kommen. — Auf die nämliche Art kann eine beliebige Menge nach derselben Richtung fortschreitender ähnlicher Wellen, d. h. bei denen die Schwingungen nach denselben Gesetzen und in gleichen Zeiten vor sich gehen, zusammengesetzt werden, so daß die mittlere Schwingung dieselbe Periode wie die componirenden Schwingungen besitzt. — Die Summe der Quadrate der Amplituden der beiden Seitenschwingungen übertrifft das Quadrat der Amplitude der mittleren Schwingung, wenn der Ursprung der Seitenschwingungen weniger als $\frac{1}{4}$ Undulation beträgt; jene Summe ist geringer, wenn der Unterschied zwischen $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{2}$ liegt, und wird wieder größer, wenn derselbe zwischen $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$ enthalten ist u. s. w.

Nachdem wir in dem Vorhergehenden die Beschaffenheit der In ferenzen für den Fall untersucht haben, in welchem die Wellen einerlei Periode in der nämlichen Richtung fortschreiten, an Ursprung Amplitude aber verschieden sind, wollen wir jetzt das Zusammentr von Wellen betrachten, die wieder dieselbe Schwingungsdauer be aber sonst von einander verschieden sind. Wir heben dabei zu folgende drei besondere Fälle hervor, ehe wir zu dem allgemei Fall übergehen. Wird ein Theilchen A (Fig. 18) gleichzeitig zu

Fig. 18.



geradlinigen Bewegungen von einerlei Schwingungsdauer angetr deren Phasen übereinstimmen und deren Richtungen A x und A y Winkel einschließen; so erwächst daraus wieder eine geradlinige Sch ung von der nämlichen Dauer. Denn kommt das Theilchen in der einen Schwingung in der Zeit t bis B und in der Zeit t' b und in Folge der andern Schwingung in denselben Zeiten bis C u so befindet es sich durch das Zusammenwirken beider am End Zeit t in D und am Ende der Zeit t' in G. Es ist aber

$$AB = CD = a \sin \frac{2\pi t}{T} \text{ und } AC = a' \sin \frac{2\pi t}{T};$$

ferner $$AE = FG = a \sin \frac{2\pi t'}{T} \text{ und } AF = a' \sin \frac{2\pi t'}{T};$$

mithin $$CD : FG = AC : AF;$$

woraus folgt, daß D und G mit A in der nämlichen Richtung, die Orte des schwingenden Theilchens in einer geraden Linie lieg

Wird das Theilchen A gleichzeitig zu zwei geradlinigen Sch ungen von einerlei Dauer angeregt, deren Amplituden gleich, Phasenzeiten aber um ein Viertel der Schwingungsdauer vers sind und deren Richtungen einen rechten Winkel B A C machen; s das Theilchen A in eine kreisförmige Schwingung versetzt.

heißt x die der Phasenzeit t zugehörige Elongation und y die Elongation, welche das Theilchen in Folge der zweiten Schwingung in der Zeit $t + \frac{T}{4}$ besitzt; so ist

$$x = a \sin 2\pi \frac{t}{T} \text{ und } y = a \sin \frac{2\pi}{T}\left(t + \frac{T}{4}\right) = a \cos 2\pi \frac{t}{T};$$

mithin $$x^2 + y^2 = a^2.$$

Der Abstand des Theilchens vom Punkte A während der ganzen Bewegung ist also unveränderlich und gleich a, woraus folgt, daß es einen Kreis vom Halbmesser a beschreibt.

Beträgt der Phasenunterschied der zusammensetzenden Bewegungen mehr oder weniger als ein Viertel der Schwingungsdauer, oder ist der Winkel, den ihre Richtungen einschließen, kein rechter, oder sind die Amplituden verschieden; so entsteht eine elliptische Schwingung. Denn ist t die Phasenzeit der einen, $t + \delta$ die der andern Schwingung, sind a und b die Amplituden, so hat man:

$$x = a \sin 2\pi \frac{t}{T} \text{ und } y = b \sin \frac{2\pi}{T}(t + \delta)$$

oder $$y = b \sin \frac{2\pi t}{T} \cos \frac{2\pi \delta}{T} + b \cos \frac{2\pi t}{T} \sin \frac{2\pi \delta}{T};$$

nun ist $$\sin \frac{2\pi t}{T} = \frac{x}{a} \text{ und } \cos \frac{2\pi t}{T} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}.$$

Substituirt man diese Werthe in den Ausdruck für y, so erhält man nach Wegschaffung des Wurzelzeichens für die Bahn des schwingenden Theilchens folgende Gleichung:

$$a^2 y^2 + b^2 x^2 - 2 b a x y \cos \frac{2\pi \delta}{T} = a^2 b^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi \delta}{T}\right),$$

welche einer Ellipse angehört.

Wir beschließen diesen Gegenstand der Untersuchung mit folgender allgemeinen Betrachtung, indem wir nämlich das Theilchen A der Einwirkung einer beliebigen Anzahl von Wellen unterworfen denken, die sämmtlich dieselbe Schwingungsdauer besitzen, aber sonst in allen übrigen Stücken verschieden von einander sind, mithin verschiedenen Ursprung und andere Amplitude haben und in verschiedenen Ebenen liegen. Wie groß nun auch die Anzahl der zusammensetzenden Schwingungen sein mag, so lassen sich dieselben nach dem oben Gesagten immer auf drei einander senkrechte Schwingungssysteme zurückführen. Sind nun x, y, z die Verschiebungen, welche das Theilchen nach den Richtungen dieser drei Bewegungen erfährt, ferner a, b, c die dazu gehörigen Amplituden, endlich t, $t + \delta$, $t + \varphi$ die entsprechenden Phasenzeiten; so haben wir

$$x = a \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$y = b \sin \frac{2\pi}{T}(t + \delta),$$

und

$$z = c \sin \frac{2\pi}{T}(t + \varphi),$$

Indem wir nun aus den beiden letztern Gleichungen die Zeit t mit der erstern eliminiren, bekommen wir folgende zwei Finalgleichunge

$$a^2 y^2 + b^2 x^2 - 2 b a x y \cos \frac{2\pi\delta}{T} = a^2 b^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi\delta}{T}\right)$$

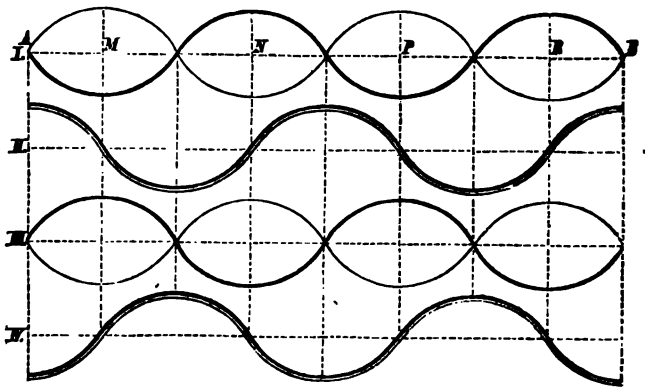
und

$$a^2 z^2 + c^2 x^2 - 2 a c x z \cos \frac{2\pi\varphi}{T} = a^2 c^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi\varphi}{T}\right).$$

Aus demselben ergibt sich, daß das Theilchen im Allgemeinen ein schlossene Curve von doppelter Krümmung beschreibt, die als D schnitt zweier Cylinderflächen mit elliptischer Basis angesehen werden

Wir wollen nun etwas näher die Umstände ins Auge fassen, denen fortschreitende Schwingungen in stehende sich verwandeln zunächst den Fall betrachten, in welchem die Theilchen transv Oscillationen vollbringen. Wir nehmen deßhalb an, daß eine von einander sich anschließenden transversalen Wellen oder ein t versales Wellensystem V von A nach B (Fig. 19) und ein dems

Fig. 19.

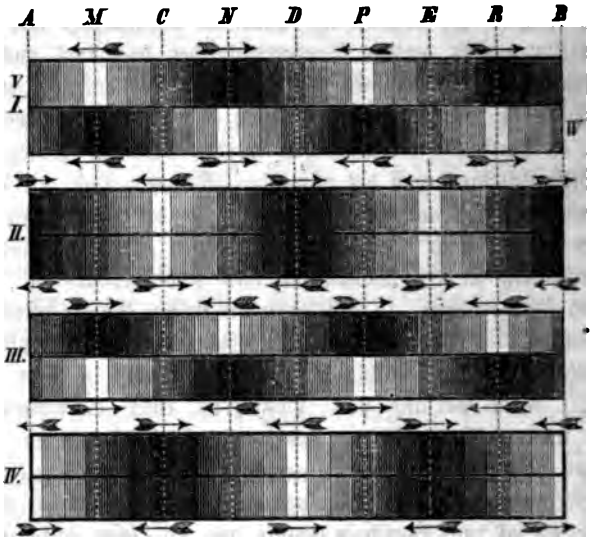


ganz gleiches Wellensystem W nach der gerade entgegengesetzten tung von B nach A fortschreite. In dem Augenblick, wo Wellensystem W mit dem Wellensystem V dergestalt zusammen daß jederzeit ein Wellenthal des einen mit einem Wellenberg andern zusammenfällt, wie Fig. I. zeigt, wird jedes Theilche gleiche Weise nach entgegengesetzten Seiten zur Bewegung an ben, mithin in Ruhe sein; alle Theilchen werden daher in Gleichgewichtslage sich befinden. Nach Verlauf von einem Viertel Schwingungsdauer sind beide Wellenfolgen um ein Viertel einer W

änge fortgerückt, zugleich verschwinden einerseits sowohl bei A wie bei
3 die Vordertheile der daselbst ankommenden Wellenberge und schließen
ich anderseits wieder an die Vordertheile der von dort ausgehenden
euen Wellenberge, so daß Wellenthäler wie Wellenberge der beiden
Vellensysteme an den nämlichen Stellen des Raumes auftreten, wie
ies Fig. II. darstellt; die Theilchen werden demnach gleichzeitig von
eiden Wellensystemen nach der nämlichen Richtung und mit der näm-
ichen Geschwindigkeit angetrieben, mithin in dieselben Schwingungs-
hasen versetzt. Nach Verlauf einer halben Schwingungsdauer ist
eder Wellenberg in ein Wellenthal und jedes Wellenthal in einen
Vellenberg übergegangen, so daß dann die beiden Wellensysteme die in
Fig. III. dargestellte Lage annehmen, in welcher Wellenberge mit Wellen-
hälern zusammenfallen, mithin die Theilchen wieder in ihrer Ruhelage
rscheinen. Nach Verlauf von Dreiviertel einer Schwingungsdauer
rscheinen wieder Wellenthäler sowohl wie Wellenberge an denselben
Stellen des Raumes, mit dem Unterschied, daß da ein Wellenberg ist,
o vor Verlauf der halben Schwingungszeit ein Wellenthal war, und
a ein Wellenthal zum Vorschein kommt, wo vor dieser Zeit ein Wellen-
erg gewesen: die Lage der beiden Wellenzüge zeigt uns die Fig. IV.
Nach Verlauf einer ganzen Schwingungsdauer bekommen die Wellen-
üge wieder die in Fig. I. dargestellte Lage, worauf nach Verlauf eines
Zeitintervalls von einem Viertel einer Undulation abermals die oben
esprochenen Schwingungszustände zurückkehren. In Folge der Inter-
erenz der zwei betrachteten Wellensysteme theilt sich also die Gerade
A B in gleiche Theile von der Größe der halben Länge der interferiren-
en Wellen. Die Theilchen jedes Stückes kommen gleichzeitig an den
Grenzen ihrer Oscillationsbahnen an und erreichen gleichzeitig ihre
Gleichgewichtslage, d. h. sie vollbringen stehende transversale Schwing-
ungen, deren Dauer der Zeit gleichkommt, während welcher eine Welle
um den Betrag ihrer Länge weiter rückt. Je zwei benachbarte Theile
verrichten entgegengesetzte Bewegungen, wodurch es kommt, daß ihre
Trennungspunkte, in denen fortwährend zwei entgegengesetzte Phasen
zusammentreffen, stets in Ruhe bleiben oder Schwingungsknoten bilden.

In ähnlicher Weise wird das Resultat der Interferenz fortschrei-
tender longitudinaler Wellen ermittelt. Es gehe nämlich von A ein
Wellenzug v von A nach B und ein Wellenzug w von gleicher Länge
von B nach A; die verdichteten Wellen des einen Zugs werden also
in der Richtung der verdünnten Wellen des andern Zugs schwingen,
da die Oscillation der ersteren in derselben Richtung, in welcher die
Welle fortschreitet, die Oscillation der zweiten dagegen in der entgegen-

Fig. 20.



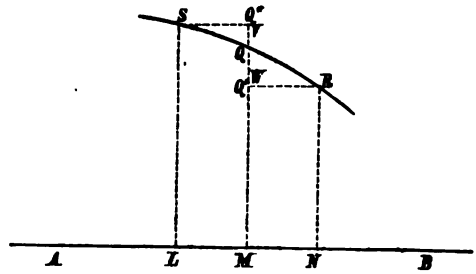
geſetzten Richtung vor ſich geht. In dem Augenblick, wo die verd
Wellen des einen mit den verdünnten Wellen des andern Zuges
menfallen und den Nr. I., Fig. 20, darſtellen ſoll, werden die Th
nach der nämlichen Richtung in Bewegung geſetzt, mithin eine do
große Geſchwindigkeit erlangen, als diejenige iſt, welche ein We
für ſich erzeugt. Die Theilchen A, C, D, E, B, welche um ein
Wellenlänge von einander entfernt ſind, befinden ſich in ihrer
gewichtslage und trennen die Schichten von einander, deren Th
entgegengeſetzte Schwingungen verrichten. In der Mitte der ei
Schichten M, N, P, R findet die größte Oscillationsgeſchwindigke
die von da nach beiden Seiten hin abnimmt; dagegen tritt übe
natürliche Dichte ein, da die jeweilige Verdünnung durch eine
ſtarke Verdichtung ausgeglichen iſt. Nach Verlauf von einem
einer Schwingungsdauer ſchreitet jede Welle um den vierten Thei
Wellenlänge voran, zugleich erſcheinen bei A wie bei B die Vord
der verdichteten Hälften neuer Wellen. Zur Verſinnlichung de
mehr obwaltenden Vorganges dient Nr. II., wo die mit
Schattirung angelegten Theile die Verdichtungen und die
Stellen die Verdünnungen bezeichnen ſollen. Die Theilchen
an allen Orten mit gleichen Geſchwindigkeiten zu entgegen
Bewegungen angeregt, bleiben mithin in Ruhe; an jeder Stel
ſich eine doppelt ſo große Verdichtung oder Verdünnung als diej
welche ein Wellenzug für ſich bewirkt; nur an den Stellen M, N

kommt abermals die natürliche Dichte vor. Nach Verlauf von einer halben Schwingungsdauer ist der Schwingungszustand ein solcher, wie ihn Nr. III. darstellt; zwei benachbarte Wellenhälften verrichten also Bewegungen, die denen in Nr. I. entgegengesetzt sind. Am Ende von Dreiviertel einer Schwingungsdauer hat der Schwingungszustand die in Nr. IV. vorgestellte Form, die von der in Nr. II. verzeichneten sich darin unterscheidet, daß an der Stelle, an welcher vorher eine Verdichtung stattgefunden, nun eine eben so große Verdünnung eingetreten ist. Nach Verlauf einer ganzen Schwingungsdauer zeigt sich wieder der in Nr. I. dargestellte Zustand, worauf nach Verlauf der aufeinander folgenden Zeitintervallen von einer Viertelschwingungsdauer genau die nämlichen Schwingungsphasen wiederkehren, wie sie soeben auseinander gesetzt worden sind. Wir sind demnach zu folgenden Ergebnissen geführt: Die Stellen C, D, E, welche um eine halbe Wellenlänge von einander abstehen, bleiben in Ruhe oder bilden Schwingungsknoten, in dem daselbst fortwährend entgegengesetzte schwingende Bewegungen erscheinen und sich aufheben; die Theilchen zwischen je zwei Schwingungsknoten schwingen gleichzeitig nach der einen und dann wieder gleichzeitig nach der entgegengesetzten Richtung, d. h. vollbringen stehende longitudinale Schwingungen, deren Dauer abermals der Zeit gleich kommt, in welcher die Welle um ihre Länge weiter rückt; an den Schwingungsknoten wechselt während einer Schwingung Verdünnung mit Verdichtung ab, indem die Theilchen während einer Hälfte der Schwingungsdauer sich den Schwingungsknoten nähern, während der andern Hälfte sich von denselben entfernen; an den Stellen in der Mitte zwischen den Schwingungsknoten herrscht fortwährend die natürliche Dichte, dagegen ist die Geschwindigkeit an jenen Stellen größer als bei den andern dazwischen befindlichen und erlangt ihren größten Werth in den Zeitmomenten, die von denen, in welchen die größte oder geringste Dichte an den Schwingungsknoten obwaltet, um ein Viertel der Schwingungsdauer abweichen. Aus dem Gesagten ergibt sich auch der Unterschied, der zwischen einer fortschreitenden und einer stehenden Schwingung stattfindet: bei der ersteren ist nämlich die Dichte der Schichte am größten oder am kleinsten, deren Theilchen die größte Oscillationsgeschwindigkeit haben, und bleibt in ihrem natürlichen Zustande da, wo die Oscillationsgeschwindigkeit Null ist; bei der stehenden Schwingung hingegen wird die Dichte der Schichten da am größten oder kleinsten, wo die Theilchen stets in Ruhe verharren und bleibt unverändert in den Schichten, deren Theilchen am schnellsten schwingen.

3. Theoretische Ermittelung der Fortpflanzungsgeschwindigk

Um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer transversalen wie tudinalen Welle zu finden, schlagen wir den nämlichen Weg ei Baumgärtner und Ettinghausen gegangen sind. Es seien SQ, Q

Fig. 21.



Lagen, in denen sich zwei benachbarte gleiche Stücke einer gesp gleichförmig dicken Saite AB in irgend einem Augenblicke ihre wegung befinden. Zieht man SL, QM, RN senkrecht auf AB, L, M, N die Positionen von S, Q, R im Zustande der Ruhe, i ist bei der Ausbeugung LM in SQ und MN in QR übergeg Da sich die Theile SQ, QR nur sehr wenig aus der Gleichgewich entfernen, so ist es gestattet, wenn LM und MN sehr klein sin und QR als gerade Linien anzunehmen, welche zugleich die Rich angeben, nach denen der Punkt Q in Folge der Spannung der gezogen wird. Weil die Spannung P, welche die Saite in der lage hat, nicht merklich geändert wird; so läßt sich jede der beide QS und QR wirkenden Kräfte gleich P setzen. Zerlegt man je dieser Kräfte in zwei Componenten, wovon eine parallel und die senkrecht zu AB wirkt; so erhält man für gedachte parallele Krä Ausdrücke: $P.\frac{SV}{SQ}$ und $P.\frac{WR}{QR}$, und für die senkrechten Kräf Ausdrücke: $P.\frac{QV}{SQ}$ und $P.\frac{QW}{QR}$. Die ersteren heben sich auf, i der Punkt Q aus der Geraden QM nicht heraustreten soll; die le dagegen liefern die Resultante $P\left(\frac{QV}{SQ}-\frac{QW}{QR}\right)$ oder $\frac{P}{\alpha}(QV-$ indem SQ und QR nur unmerklich von $LM = MN = \alpha$ abw Diese Kraft hat nun die Bewegung des Saitenstückchens SQ stimmen und läßt sich nach der allgemeinen Theorie der beschleuni Kräfte auch durch $\mu\gamma$ ausdrücken, wo μ die Masse des fra Stückes SQ und γ die ihr in der Zeiteinheit ertheilte Geschwin

bedeutet. Die Masse μ ist gleich $\frac{M\alpha}{l}$, wo M die Masse und l die Länge der Saite bezeichnet. Um die Geschwindigkeit γ zu ermitteln, denken wir uns, daß Q' und Q'' die Orte sind, an denen der Punkt M um das Zeittheilchen dt früher und später ankommt, als er in die Lage Q eintritt; er durchläuft also die Wege Q'Q, QQ'' mit den Geschwindigkeiten $\frac{QQ'}{dt}$, $\frac{QQ''}{dt}$, hat also die Aenderung $\frac{QQ''-QQ'}{dt}$ an Geschwindigkeit innerhalb des Zeittheilchens dt erhalten. Es besteht hiernach die Gleichung:

$$\frac{P}{\alpha}(QV-QW)=\frac{M\alpha}{l}\left(\frac{QQ''-QQ'}{dt^2}\right),$$

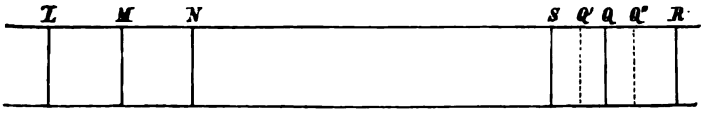
woraus

$$\frac{\alpha^2}{dt^2}=\frac{Pl}{M}\left(\frac{QV-QW}{QQ''-QQ'}\right).$$

Sieht man jetzt α als den Weg an, welchen die transversale Welle während des Zeittheilchens dt zurücklegt, so ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit $u=\frac{\alpha}{dt}$; ferner ist in Folge einer derartigen Bewegung Q''M = SL und Q'M = RN oder Q''M = VM und Q'M = MW: d. h. es fällt der Punkt Q'' mit V und Q' mit W zusammen, oder es ist $\frac{QV-QW}{QQ''-QQ'}=1$. Hieraus entspringt für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer transversalen Welle die Formel $u=\sqrt{\frac{Pl}{M}}$, welche in $u=\sqrt{\frac{Pgl}{Q}}$ übergeht, wenn für die Masse M das Gewicht Q der Saite eingeführt wird.

Wir gehen nun zu der Berechnung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer longitudinalen Welle in einem gleichförmig dichten elastischen Mittel über. Es seien deßhalb an einer elastischen Säule, deren Querschnitt gleich 1 ist, L, M, N (Fig. 22) drei von einander gleichweit

Fig. 22.



stehende Schichten im Zustande der Ruhe, so daß LM = MN = α; ferner S, Q, R die Lagen dieser Schichten in irgend einem Augenblicke, wo sie an der Fortpflanzung einer longitudinalen Schwingung Theil nehmen. Insoweit die Abstände SQ, QR der Schichten SQ, QR während der Bewegung untereinander verschieden sind, werden in denselben ungleiche Elasticitätskräfte rege; es mögen E', E'' diese Elasticitätskräfte heißen, die man offenbar den Verdichtungen proportionirt an-

nehmen kann, in denen die zugehörigen Schichten sich befinden. Das Maß der Verdichtung von LM bei dem Uebergange in SQ wird nun durch den Quotienten $\frac{LM-SQ}{LM}=\frac{\alpha-SQ}{\alpha}$ angegeben; man darf mithin setzen: $E'=k\left(\frac{\alpha-SQ}{\alpha}\right)$, wo k eine constante, von der Elasticität des Mittels abhängige Zahl darstellt: auf gleiche Weise ist $E''=k\left(\frac{\alpha-QR}{\alpha}\right)$. Der Unterschied $E'-E''=k\left(\frac{QR-SQ}{\alpha}\right)$ dieser Elasticitätskräfte ist die Kraft, welche die Schichte SQ in dem betrachteten Zeitpunkt beschleunigt. Diese Kraft läßt sich aber auch wieder durch $\mu\gamma$ ausdrücken, wo μ die beschleunigte Masse und γ die ihr in der Zeiteinheit ertheilte Geschwindigkeit bedeutet. Heißt δ die Dichte der elastischen Säule, so ist $\delta\alpha$ die Masse der Schichte LM, mithin auch die der Schichte SQ. Um die in Frage stehende Geschwindigkeit zu bestimmen, seien Q' und Q'' die Lagen, in denen der Querschnitt Q in den Zeitintervallen dt früher und später sich befindet, als er in die Lage Q eintritt; er durchläuft also die Wege QQ', QQ'' mit den Geschwindigkeiten $\frac{QQ'}{dt}$, $\frac{QQ''}{dt}$, hat mithin in dem ins Auge gefaßten Zeitpunkt die Acceleration $\frac{QQ''-QQ'}{dt^2}$. Es besteht somit die Gleichung:

$$\delta\alpha\left(\frac{QQ''-QQ'}{dt^2}\right)=k\left(\frac{QR-SQ}{\alpha}\right),$$

woraus

$$\frac{\alpha^2}{dt^2}=\frac{k}{\delta}\cdot\frac{QR-SQ}{QQ''-QQ'}.$$

Ist nun α der Weg, den die longitudinale Welle in dem Zeitabschnitt dt zurücklegt, so ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit $u'=\frac{\alpha}{dt}$. Aber alsdann müßten auch in dieser Zeit alle Bewegungsphasen aus der Schichte LM vollständig auf die Schichte MN übergegangen sein. Darum hat man

$$MN=QR \text{ und } SQ''=LM,$$

oder

$$MQ'=NR \text{ und } MQ''=LS.$$

Nun ist $QR=NR-NQ=MQ'-(MQ-MN)$,

oder $QR=MN-(MQ-MQ')=MN-QQ'$;

ferner ist $SQ=LQ-LS=LQ-MQ''$,

oder $SQ=LM+MQ-MQ''=LM-QQ''$;

folglich $QR-SQ=QQ''-QQ'$,

oder

$$\frac{QR-SQ}{QQ''-QQ'}=1.$$

Hiernach ergibt sich für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer longi-

tudinalen Welle die einfache Formel: $u' = \sqrt{\frac{k}{\delta}}$. Um für die Größe k einen bestimmteren Ausdruck zu erhalten, denken wir uns ein Stück von der Länge 1 herausgenommen und dasselbe mit einem seinem eigenen Gewichte gleichen Gewichte belastet. Es tritt dadurch eine Aenderung in seiner Länge ein, welche wir mit β bezeichnen wollen. Auf die Länge α beträgt sonach die Verlängerung $\beta\alpha$. Die geweckte Elasticität tritt mit der einwirkenden Kraft δg ins Gleichgewicht, daher

$$E = \delta g;\ \text{zugleich ist aber } E = \frac{k}{\alpha}\alpha\beta;$$

mithin $$\delta g = k\beta;\ \text{folglich } u' = \sqrt{\frac{g}{\beta}}.$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer longitudinalen Schwingung in einem gleichförmig elastischen Stoffe wird demnach durch die Quadratwurzel aus dem Quotienten angegeben, welchen man erhält, wenn man die Acceleration der Schwere durch die Größe der Längenänderung dividirt, die eine Säule des Stoffes vom Querschnitt = 1 und der Länge = 1 erleidet, wenn sie mit ihrem eigenen Gewichte belastet wird.

Diesem Ausdrucke läßt sich in Bezug auf die Saite noch eine andere Form geben. Es sei l die Länge, a der Querschnitt, M die Masse der Saite und γ die Verlängerung derselben, wenn die spannende Kraft um P zunimmt. Da $\frac{P}{a}$ die auf die Flächeneinheit reducirte Aenderung der Spannung, mithin auch die geweckte Elasticität darstellt; so ist $\frac{P}{a} = k\frac{\gamma}{l}$, woraus $k = \frac{lP}{a\gamma}$.

Das Volumen der Saite ist = al, mithin deren Dichte $\delta = \frac{M}{al}$; daraus entspringt $\frac{k}{\delta} = \frac{l^2 P}{M\gamma}$ und $u' = l\sqrt{\frac{P}{M\gamma}}$ oder $u' = l\sqrt{\frac{Pg}{Q\gamma}}$, wenn die Masse M durch das entsprechende Gewicht Q der Saite ersetzt wird.

Es kam nun darauf an, die obige Berechnung durch Versuche zu prüfen. Wir nahmen deßhalb eine gleichförmig dicke Schnur, welche bei einer Länge von 12,975 Meter ein Gewicht von 19,09 Grammes hatte. Die Schnur war dadurch vertical angespannt, daß sie an ihrem einen Ende befestigt, am andern Ende mit einem bestimmten Gewichte belastet wurde. In der Nähe des Befestigungspunktes der Schnur erregten wir dann durch schwächeres oder stärkeres Anschlagen mit dem Finger eine transversale Welle, welche wir fünfmal hin und her laufen, mithin einen Weg von 129,75 Meter zurücklegen ließen, wobei wir nicht verabsäumten, mit Hülfe einer genauen Tertienuhr die dazu verwendete Zeit aufs Sorgfältigste zu bestimmen. Von den verschiedenen darüber angestellten Versuchen mögen folgende vier hier angeführt werden:

Bei einer Spannung von 100 Grammes war die Zeit 4,6 Secunden, was die Geschwindigkeit von 28,2 Meter lieferte; bei einer Spannung von 200 Grammes betrug die Zeit 3,4 Secunden, woraus sich die Geschwindigkeit von 38,16 Meter ergab; bei einer Spannung von 300 Grammes war die Zeit 2,81 Secunden, was die Geschwindigkeit von 46,17 Meter lieferte; bei einer Spannung von 400 Grammes betrug die Zeit 2,45 Secunden, woraus die Geschwindigkeit von 52,9 Meter sich ergab. Die nach der Formel $u = \sqrt{\frac{g\,l\,P}{Q}}$, wo $g = 9{,}8$ Meter, $l = 12{,}975$ Meter, $Q = 19{,}09$ Grammes und P mit Hinzufügung des Gewichtes der Schnur, nach und nach gleich 119,1; 219,1; 319,1; und 419,1 Grammes war, berechneten Werthe fanden wir beziehungsweise gleich 28,17 Meter; 38,20 Meter; 46,11 Meter; 52,9 Meter, welche mit den oben angegebenen, durch Versuche gefundenen Werthen sehr genau übereinstimmen.

4. Schwingungszahl einer transversal und longitudinal schwingenden Saite als Ergebniß der Wellenbewegung.

Die stehende transversale Schwingung einer an zwei fixen Punkten befestigten Saite läßt sich immer als das Resultat der Interferenz eines von einem Ende ausgehenden, mit dem vom anderen Ende reflectirten Wellensystems ansehen, wobei zwei Schwingungsknoten in die Befestigungspunkte der Saite fallen. Daraus ergibt sich, wenn l die Länge, T die Schwingungsdauer der Saite, u die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der transversalen Schwingung bezeichnet, und in Erwägung genommen wird, was über das Zustandekommen der stehenden Schwingung durch Interferenz zweier gleicher, aber entgegengesetzt gehender Wellenzüge oben gesagt worden ist, die Relation $\frac{T}{2} \cdot u = l$. Setzt man für u den früher gefundenen Werth $\sqrt{\frac{P\,g\,l}{Q}}$, so kommt $T = 2\sqrt{\ldots}$ oder wegen $n\,T = 1$, wo n die Anzahl der in einer Secunde vollbrachten Schwingungen ausdrückt: $n = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g\,P}{Q\,l}}$ heraus; ganz nämliche Formel, wie solche schon in dem Kapitel über stehende Schwingungen in Anwendung gekommen ist.

Eine Saite läßt sich auch in Längenschwingungen versetzen. Dies geschieht, wenn man mit dem unter einem sehr spitzen Winkel gehaltenen Violinbogen oder mit einem mit Kolophonium bestreuten Stücke Tuch die gespannte Saite der Länge nach streicht. Schwingt die ganze Saite der Länge nach, so stemmen sich ihre Theile bei ihrer Bewegung gegen die befestigten Enden. Es bildet sich in der Mitte der Saite

Schwingungsknoten, wenn man sie daselbst leicht mit dem Finger berührt; ebenso entstehen 2, 3 ... Schwingungsknoten, wenn man die Saite in dem dritten, vierten ... Theil ihrer Länge sanft berührt. Das Streichen geschieht im ersten Falle, wenn die Saite ohne Schwingungsknoten schwingt, nicht allzu weit von der Mitte; bei den andern Schwingungsarten aber am besten näher bei einem Ende der Saite oder innerhalb eines schwingenden Theiles. Die in einer Secunde vollbrachte Anzahl dergleichen Schwingungen läßt sich ebenfalls leicht bestimmen. Denn ist l die Länge der Saite oder des ohne Knoten schwingenden Stückes, T' die Zeit einer Schwingung, so hat man, wenn wieder berücksichtigt wird, was oben über die Bildung der stehenden longitudinalen Schwingungen durch Interferenz gesagt worden: $l = u' \frac{T'}{2}$. Daraus folgt, wenn in einer Secunde n' Schwingungen vollbracht werden und für u' der früher gefundene Werth $\sqrt{\frac{g}{\beta}}$ gesetzt wird:

$$n' = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{g}{\beta}}.$$

Die Gesetze der Längenschwingungen stimmen mit denen der Transversalschwingungen darin überein, daß die Schwingungszahlen im umgekehrten Verhältnisse der Längen stehen; sie weichen aber darin von einander ab, daß bei den Längenschwingungen es weniger auf die größere oder geringere Dicke der Saiten und auf die stärkere oder schwächere Spannung als auf die Beschaffenheit des Materials der Saite ankommt. Bei den Schwingungen einer Saite, mögen sie nun transversal oder longitudinal sein, ereignet es sich häufig, daß ihre kleinsten Theile sich sowohl der Länge nach als der Quere nach zugleich bewegen, weßhalb es begreiflich ist, daß transversale Schwingungen fast immer von longitudinalen begleitet sind und umgekehrt. Jederzeit ist diese Molecularbewegung aber eine oscillirende Bewegung, indem die Theilchen nach einer und hierauf nach der entgegengesetzten Seite aus der Gleichgewichtslage treten: alle diese Bewegungszustände der Theilchen machen die Bewegung der Saite aus, die demnach auch eine oscillirende ist. — Zwischen den Längenschwingungen und den Transversalschwingungen einer und derselben Saite bei gleichen Umständen besteht übrigens ein höchst einfaches Verhältniß. Es seien nämlich n', n die den einfachsten dieser beiden verschiedenen Schwingungsarten entsprechenden Schwingungszahlen, l die Länge und Q das Gewicht der Saite, γ die durch das spannende Gewicht P bewirkte Verlängerung derselben: man hat dann vermöge der oben aufgestellten Formeln einmal $n = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{Pg}{Ql}}$; ferner aus der vergleichenden Zusammenstellung der Ausdrücke: $2l = u'T'$,

$n'T' = 1$ und $u' = l\sqrt{\frac{P\,g}{Q\,\gamma}}$ die Formel: $n' = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{P\,g}{Q\,\gamma}}$. Hieraus aus dem obigen Werthe für n ergibt sich $\frac{n'}{n} = \sqrt{\frac{1}{\gamma}}$; d. h. das Qu der Schwingungszahl bei den Längenschwingungen verhält sich z Quadrat der Schwingungszahl bei den Transversalschwingunge die Saitenlänge zu der durch ihre Spannung erzeugten Verläng

Um dieses Resultat durch einen Versuch zu prüfen, nahm einen spiralförmig gewundenen 1,715 Meter langen Draht aus welcher bei 2 Millimeter Durchmesser ein Gewicht von 51,5 Gr hatte. Durch ein Gewicht von 65 Grammes gespannt verlänge der Draht um 0,194 Meter. Die nach den Formeln $n = \frac{1}{2}$ und $n' = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g\,P}{Q\,\gamma}}$ berechneten Werthe von n und n', wo g = Meter, P = 65 Grammes, Q = 51,5 Grammes, $\gamma = 0{,}194$ und $l = 1{,}715$ Meter war, sind $n = 1{,}29$ und $n' = 3{,}9$, wor nahe = 3. Mit Hülfe eines Taktmessers fanden wir, daß der 156 Transversalschwingungen, dagegen 468 Längenschwingungen Minute machte, welche Zahlen in der That in dem oben angeg Verhältnisse zu einander stehen.

III. Tönende Schwingungen.

1. Höhe und Tiefe des Schalles.

Hörbare Schwingungen eines elastischen Körpers nennen wi Schall. Derselbe läßt unzählige Besonderheiten zu, die wir v staunlicher Genauigkeit zu unterscheiden und wieder zu erkennen ver Eine Schalläußerung, die sich als etwas Geregeltes, Gleichartige stellt, heißt ein Klang, dagegen ein Geräusch, wenn sich darin worrenes, nichts Bestimmbares kund gibt. Ein in allen seinen T gleichartiger und einfacher Klang heißt ein Ton, dessen Höh Tiefe sich mit der Schnelligkeit der Schwingungen ändert. A Vergleichung zweier Töne mit einander ergibt sich ihre relative höhe, zum Unterschiede mit der frühergenannten absoluten To das Maß der relativen Tonhöhe wird durch den Quotienten der werthe der absoluten Höhen der zwei gegen einander gehaltenen ausgedrückt.

Sollen die Schwingungen eines elastischen Körpers eine hervorbringen, so müssen sie mit einer gewissen Schnelligkeit v *gehen*. Gemeiniglich nimmt man an, daß wenigstens sechszehn S

ien, einen Hin- und Hergang des schwingenden Körpers zusammen eine Schwingung gerechnet, geschehen müssen, wenn die schwingende wegung als ein Ton von dem menschlichen Ohr empfunden werden . Im Uebrigen erfolgen die hörbaren Schwingungen nach den nlichen Gesetzen, wie die unhörbaren, sind daher davon nicht wesent- unterschieden. Macht demnach eine 4 Meter lange Saite, welche Millimeter dick und 49 Grammes wiegt, bei einer Spannung von Kilogramme in einer Secunde drei Schwingungen; so wird sie bei r Spannung von 5 Kilogrammes 6 Schwingungen in einer Secunde bringen, und wir dürfen sagen, daß die geringere Anzahl von 6 wingungen in der Secunde sich noch zu einem unterscheidbaren Ton alten kann, insofern das Ohr einen solchen dabei aufzufassen ver- hte. Es war dies nun bei dem erwähnten Versuche mit mehreren sonen wirklich der Fall, während andere keinen eigentlichen Ton, dern blos eine Art von Brummen vernahmen.

Aber auch eine zu große Anzahl von Schwingungen, wie dies bei 00 und noch mehr Schwingungen in der Secunde sich ereignet, ugt in dem Ohr keinen deutlichen Ton, sondern nur eine Art von chen. Um über die Grenzen der Hörbarkeit nach dieser Seite hin läufig auch einen Versuch anzustellen, spannten wir auf dem 100,8 timeter langen verticalen Monochord eine Saite an und stimmten in den Ton ā, welcher, wie wir später sehen werden, 426 Schwing- ien in der Secunde vollbringt. Hierauf verkürzten wir die Saite auf eine Länge von 5 Centimeter und strichen sie dann mit dem gen. Der Ton, welcher $\frac{426 \cdot 100{,}8}{5} = 8587{,}5$ Schwingungen in Secunde machte, war an der Grenze angelangt, wo er abwechselnd ein Pfeifen oder Zischen überging. Wir dürfen also wieder sagen, er Umständen können selbst die Ergebnisse einer geringern Anzahl Schwingungen als 20000 in dem Bewußtsein nicht mehr mit reichender Sicherheit festgehalten werden, um daraus den Eindruck es Tones in dem Gehörorgan zu Stande zu bringen.

Sehr hohe und sehr tiefe Töne werden von Allen nicht gleich gut ört, weßhalb die Grenze der noch vernehmlichen Töne, d. h. solcher, ihrer Höhe und Tiefe nach sich noch vergleichen lassen, keine scharfe stimmung gestattet. Es geht uns mit dem Gehörsinn wie mit den igen Sinnen; von dem tiefsten bis zu dem höchsten Ton ist er erhalb bestimmter Grenzen eingeschlossen, außerhalb deren er nichts hr recht deutlich zu erfassen vermag, die Naturerscheinungen für ihn chsam als nicht vorhanden zu betrachten sind. Möglich daß die e oder die andere Thiergattung die Schallwahrnehmung dort ihren

Anfang hat, wo die unſerige ihr Ende erreicht; möglich daß e Geſchöpfe, die nichts mit uns gemeinſchaftlich hören, mit einem a Sinne ausgerüſtet ſind, mit Hülfe deſſen ſie die für uns hö Schwingungen als gänzlich davon verſchiedenartige Empfindungen nehmen, ſo daß jener Sinn mit dem unſerigen nur darin zuſa trifft, inſofern er das nämliche Mittel hat, durch welches er g und angeregt wird.

2. Tonleiter und Tonarten.

Wenn auf dem Monochord zwei nebeneinander geſpannte S den nämlichen Ton geben, welcher der Grundton heißen mag, un ſtellt unter die Mitte der einen einen Steg und läßt ihre H ſchwingen; ſo erſcheint der Ton der letztern als die Octav Grundtones: Der Octave (Oberoctave) entſpricht mithin eine d ſo große Anzahl von Schwingungen als dem Grundtone. Blei Länge der einen Saite unverändert und verkürzt man hierauf die allmählig, ſo erzeugt man eine gewiſſe Folge von immer höher w den Tönen, welche dem Ohr eine beſondere Befriedigung ge Dieſe Stufenfolge von Tönen wird in der Muſik die diato Tonleiter (Scale) genannt und beſteht, den Grundton m Octave mit eingeſchloſſen, aus 8 Tönen, die den Namen Prim, S Terz, Quart, Quinte, Sext, Septime, Octave führen und m Buchſtaben C, D, E, F, G, A, H, c bezeichnet werden. Inden die den Tönen der Scale entſprechenden Saitenlängen unterſuch erwägt, daß das umgekehrte Verhältniß der beobachteten Saiten die relativen Tonhöhen anzeigt, erhält man für die einzelnen S der Tonleiter in Bezug auf den Grundton folgende Werthe:

$$\begin{array}{cccccccc} C, & D, & E, & F, & G, & A, & H, & c, \\ 1, & \frac{9}{8}, & \frac{5}{4}, & \frac{4}{3}, & \frac{3}{2}, & \frac{5}{3}, & \frac{15}{8}, & 2. \end{array}$$

Nimmt man die Octave als Grundton an, ſo ſtehen die Tö höheren Tonleiter zu jenen der tieferen in dem nämlichen Verh wie die Octave zum Grundton, und die eine Scale iſt nur die derholung der andern in einer höheren Tonlage, ſo daß zwei deren Schwingungszahlen ſich wie 1 : 2 verhalten einander in

Der Abstand oder das Intervall zweier Töne wird durch den Quotienten ihrer relativen Tonwerthe bestimmt, wobei der Tonwerth des tiefern Tones den Divisor abgibt. Hiernach haben die Intervalle zwischen den Tönen der diatonischen Tonleiter in ihrer Aufeinanderfolge nachstehende Werthe:

$$\frac{9}{8},\ \frac{10}{9},\ \frac{16}{15},\ \frac{9}{8},\ \frac{10}{9},\ \frac{9}{8},\ \frac{16}{15};$$

mithin gibt es nur die drei Intervalle $\frac{9}{8}, \frac{10}{9}, \frac{16}{15}$. Das erste heißt ein großer ganzer Ton, das zweite ein kleiner ganzer Ton, das dritte ein großer halber Ton. Das Intervall zwischen einem großen und einem kleinen ganzen Ton ist $\frac{9}{8} : \frac{10}{9} = \frac{81}{80}$ und heißt ein Komma.

Zwischen der Secunde $\frac{9}{8}$ und der Terz $\frac{5}{4}$ liegt ein Ton, dessen Werth $\frac{6}{5}$ ist; er heißt die kleine Terz, der Ton $\frac{5}{4}$ aber die große Terz. Das Intervall zwischen der großen Terz und kleinen Terz ist $\frac{5}{4} : \frac{6}{5} = \frac{25}{24}$ und heißt ein kleiner halber Ton. Wird die kleine Terz statt der großen Terz in die Tonleiter aufgenommen, so entsteht die weiche oder Molltonart im Gegensatz zur harten oder Durtonart; letztere stimmt eher zum Ausdrucke der Freude, der Heiterkeit, erstere eher zum Ausdrucke der Wehmuth, der Sehnsucht.

Zwei Töne die gleichzeitig auf das Ohr einwirkend in demselben einen angenehmen Eindruck machen, bilden eine Consonanz oder einen Wohlklang und heißen consonirende Töne. Klingen sie nicht angenehm zusammen, so bilden sie eine Dissonanz oder einen Uebelklang und heißen dissonirende Töne. Mit dem Grundtone consoniren die Octave, die Quinte, Terz, Quart und Sext; die Secunde und die Septime sind rücksichtlich des Grundtones dissonirende Töne.

Drei Töne, welche paarweise consonirend sind, bilden einen Dreiklang oder Accord, wenn sie zusammen in dem Ohr auftretend auf dasselbe einen befriedigenden Eindruck machen. Er besteht aus dem Grundtone, der Terz und der Quinte und heißt ein harter oder Duraccord, wenn er die große Terz enthält, zum Unterschiede von dem weichen oder Mollaccord, in welchem die kleine Terz vorkommt. Die drei Töne des ersten stehen in folgenden Verhältnissen:

$$1 : \frac{5}{4} : \frac{3}{2} = 4 : 5 : 6;$$

die des zweiten in nachstehenden Verhältnissen:

$$1 : \frac{6}{5} : \frac{3}{2} = 10 : 12 : 15$$

zu einander. Die Verhältnisse des Duraccords sind einfacher als je des Mollaccords; auch lehrt die Erfahrung, daß jeder von diesen beid Accorden auf das Gemüth eine verschiedene Wirkung ausübt.

Die in dem Duraccord vorkommenden einfachen Verhältnißzahl führen uns zur Bildung der diatonischen Tonleiter, d. h. der natürlich Reihe von Tönen, durch welche man von dem Grundton zu der Oct fortschreiten kann, ohne das Gefühl des Grundtones zu verlier Verdoppelt man den Grundton, so werden die Töne 1, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$, 2, f wohl wenn man sie gleichzeitig als auch nach einander hört, das G fühl des durch die schicklichsten Consonanzen verstärkten Grundto erzeugen. In dieser Reihe von Tönen sind jedoch die Fortschreitung noch zu groß und ungleich; es kommt also darauf an, dazwischen n mehrere Töne einzuschalten. Am meisten werden sich solche Töne da eignen, welche mit den Consonanzen, die dem Grundtone die nächs sind, den Dreiklang ausmachen. Nehmen wir dazu die Quinte, we unter allen Consonanzen das einfachste Verhältniß zum Grundtone h so erhält man die neuen Töne $\frac{3}{2}\times\frac{5}{4}$ und $\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}$ oder $\frac{15}{8}$ und $\frac{9}{8}$. D Tonleiter wird nunmehr zwei weitere Stufen haben und aus folgend Tönen: 1, $\frac{9}{8}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{15}{8}$, 2 bestehen. Diese Stufen sind aber n zu ungleich; es wird also passend sein, zwischen jede der Stufe $\frac{5}{4}$: und $\frac{3}{2}:\frac{15}{8}$, welche gegen die übrigen gehalten zu groß sind, noch ein Ton einzuschalten. Es schickt sich kein Ton besser zur Einschaltu als die Quarte $\frac{4}{3}$, welche nach der Quinte dem Grundtone am meis verwandt ist und zu der Octave 2 in dem nämlichen Verhältniß st wie der Grundton zu seiner Quinte. Diese Quarte nebst der ihr gehörigen Terz $\frac{4}{3}\times\frac{5}{4}$ oder $\frac{5}{3}$ werden die Intervalle $\frac{5}{4}:\frac{3}{2}$ und $\frac{3}{2}:$ am besten ausfüllen und die Tonleiter vervollständigen, die demn aus folgender Reihe von Tönen

$$1, \frac{9}{8}, \frac{5}{4}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{15}{8}, 2$$

besteht, welche dem Gehör am meisten zusagt, und bei der die Bezie nung auf den Grundton sich am deutlichsten ausspricht.

Ein Tonverhältniß oder Intervall befriedigt das Gehör um mehr, in einem je einfacheren Verhältnisse die Schwingungszahlen d Töne, welche das Intervall bilden, zu einander stehen. Die Interva nun, innerhalb deren das Ohr noch eine derartige Befriedigung *merklichem* Grade findet, sind in den Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 e

deren Verdoppelungen enthalten. Ordnet man alle durch die Zahlen 1 bis 6 oder deren Verdoppelungen entstehende zwischen den Zahlen 1 und 2 liegende consonirende Verhältnisse nach ihrer Größe, so bekommt man die Reihe: $\frac{6}{5}, \frac{5}{4}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{8}{5}, \frac{5}{3}$, in welcher der neue Ton $\frac{8}{5}$ erscheint, den man die kleine Sexte nennt. Der Einklang, die Octave und die Quinte heißen gewöhnlich *vollkommene*, die beiden Terzen und Sexten *unvollkommene* Consonanzen. Verbindet man je zwei von diesen sechs consonirenden Tonintervallen, so erhält man im Ganzen 15 Combinationen von drei Tönen oder 15 Accorde. Man nennt den Accord *consonirend*, wenn er lauter Intervalle enthält, die sowohl gegen den Grundton als auch unter sich consoniren; dagegen *dissonirend*, wenn ein oder mehrere dissonirende Intervalle darin vorkommen. So bilden der Grundton, die große Terze, die Quinte einen consonirenden Accord, weil $\frac{5}{4}, \frac{3}{2}$ und $\frac{6}{5}$ lauter consonirende Intervalle sind; desgleichen geben der Grundton, die kleine Terze und die Quinte einen consonirenden Accord, weil $\frac{6}{5}, \frac{3}{2}$ und $\frac{5}{4}$ zu den consonirenden Intervallen gehören. Dagegen liefern der Grundton, die kleine Terz und die große Terz einen dissonirenden Accord, weil das Verhältniß $\frac{5}{4} : \frac{6}{5} = \frac{25}{24}$ dissonirend ist; ebenso geben der Grundton, die große Terz und die Quarte einen dissonirenden Accord, weil das Verhältniß $\frac{4}{3} : \frac{5}{4} = \frac{16}{15}$ kein consonirendes ist. Auf diese Weise ergibt sich, daß von den 15 möglichen dreistimmigen Combinationen consonirender Intervalle blos folgende 6 consonirende Accorde sind:

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
1 Grundton	1 Grundton	1 Grundton	1 Grundton	1 Grundton	1 Grundton
$\frac{5}{4}$ gr. Terz	$\frac{6}{5}$ kl. Terz	$\frac{6}{5}$ kl. Terz	$\frac{5}{4}$ gr. Terz	$\frac{4}{3}$ Quart	$\frac{4}{3}$ Quart
$\frac{3}{2}$ Quinte.	$\frac{3}{2}$ Quinte.	$\frac{8}{5}$ kl. Sext.	$\frac{5}{3}$ gr. Sext.	$\frac{5}{3}$ gr. Sext.	$\frac{8}{5}$ kl. Sext.

Da der Erfahrung zufolge zwei Töne, die in Verhältniß des Grundtons zur Octave stehen, einander in ihrer Wirkung auf die Empfindung ganz ähnlich sind; so nimmt man diejenigen Intervalle für gleichgeltend an, in deren einem der eine oder der andere Ton um eine oder mehrere Octaven höher oder tiefer ist, als in dem andern Intervall, oder man betrachtet das Intervall als nicht geändert, wenn von den Schwingungszahlen, die es ausdrücken, eine oder mehreremale mit 2 multiplicirt oder dividirt wird. Unter dieser Voraussetzung lassen sich von den vorstehenden 6 consonirenden Accorden die vier letzten auf die beiden ersten zurückführen. Zu diesem Behufe dividirt

man in den Combinationen III. und IV. die Brüche $\frac{8}{5}$ und $\frac{5}{3}$ d
multiplicirt ferner bei der ersten alle Zahlen mit $\frac{5}{4}$ und bei der
alle Zahlen mit $\frac{6}{5}$, was in dem gegenseitigen Verhältniß der
nichts ändert und blos darauf zurückläuft, den Accorden einen
Grundton zu geben. Desgleichen multiplicirt man in den C
tionen V. und VI. die Einheit mit 2 und in beiden alle Zahlen
Die vier letzten Accorden sind demnach als bloße Umkehrun
beiden ersten anzusehen, welche dem Gehöre in anderen Lagen da
werden. Außer dem Duraccord und dem Mollaccord gibt
keinen andern dreistimmigen consonirenden Accord mehr.

Die diatonische Tonleiter umfaßt nicht alle Töne, welche
dem Grundtone C und seiner Octave möglich sind; auch ent
nicht die nöthigen Fortschreitungen, um den Anforderungen d
tischen Musik zu genügen, wenn man einen von C verschiedenen
ton annimmt, wie folgende Betrachtung zeigt. Wählt man
als Grundton, so wäre G A H c d e f g die Tonleiter, wo dan
Sext und f die Septime ist; diese Töne stehen aber in der ang
Tonleiter nur um einen halben Ton von einander ab, während
einen ganzen Ton verschieden sein sollen; dagegen weichen die
und g um einen ganzen Ton von einander ab, während ihr
nur einen halben Ton betragen soll. Man kann deßhalb
Grundtone G den Ton f nicht brauchen, man schaltet dafür eine
Ton ein, der um einen kleinen halben Ton höher ist. Aehnl
höhungen müssen mit mehreren Tönen vorgenommen werden
man D, A u. s. w. als Grundton wählt, dagegen muß H u
halben Ton erniedrigt werden, wenn man von F als Grundt
gehen will. Man bezeichnet die Erhöhung eines Tones um den
halben Ton $\frac{25}{24}$ dadurch, daß man dem Buchstaben, der ihn a
die Sylbe is anhängt, und die Vertiefung um ebensoviel dadu
man dem Buchstaben die Sylbe es beisetzt, blos mit der Au
daß der durch Vertiefung des h entstandene Ton nicht hes, so
und der durch Vertiefung des a erzeugte nicht aes, sondern as
wird. Indem man auf solche Weise in die Lage kommt, jeden
der sechs Töne D, E, F, G, A, H zu erhöhen und zu erniedri
gegen C bloß zu erhöhen und c bloß zu erniedrigen, erhält
die vollständige Tonleiter in jeder Octave $8 + 14 = 22$ Töne
Werthe und Namen in folgender Tabelle angegeben sind.

Name.	Werth.	Name.	Werth.	Name.	Werth.
c	1	fes	$\frac{32}{25}$	a	$\frac{5}{3}$
cis	$\frac{25}{24}$	f	$\frac{4}{3}$	ais	$\frac{125}{172}$
des	$\frac{27}{25}$	fis	$\frac{25}{18}$	b	$\frac{9}{5}$
d	$\frac{9}{8}$	ges	$\frac{36}{25}$	h	$\frac{15}{8}$
dis	$\frac{75}{64}$	g	$\frac{3}{2}$	his	$\frac{125}{64}$
es	$\frac{6}{5}$	gis	$\frac{25}{16}$	ces	$\frac{48}{25}$
e	$\frac{5}{4}$	as	$\frac{8}{5}$	c	2
eis	$\frac{125}{96}$				

Die eingeschalteten Töne reduciren sich in der praktischen Musik, wo zwischen cis und des, fis und ges u. s. w., insofern sie wenig von einander abweichen, kein Unterschied gemacht wird, auf fünf, so daß die vervollständigte Tonleiter, welche die chromatische heißt, ohne die Octave bloß 12 Töne umfaßt. Jeder dieser 12 Töne kann als Grundton angenommen werden und läßt eine harte und eine weiche Tonleiter zu, wonach es in der Musik 24 Tonarten gibt.

Wenn man auf einem musikalischen Instrument, das mehrere Octaven der 12 Töne umfaßt, wie sie in einer chromatischen Tonleiter vorkommen, nach reinen Verhältnissen von einem Tone zum andern fortschreitet, so erscheinen die Töne nicht im richtigen Verhältnisse. Der Grund hiervon liegt darin, daß, wenn die Töne in Bezug auf einen Grundton rein sind, sie bezüglich eines andern unrein werden, was beim Fortschreiten durch mehrere Octaven das Ohr unangenehm berühren kann. Denn geht man z. B. nach reinen Quinten von C aus aufwärts, so ist der Werth der ersten Quinte $G = \frac{3}{2}$, jener der zweiten $d = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$, der dritten $a = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$. Es soll aber a zugleich die Octave der Sext A sein, mithin müßte der letztere Ton sich auch durch $\frac{27}{16}$ darstellen lassen und diese Zahl mit $\frac{5}{3}$ übereinstimmen, wenn bei einem reinen Quintenverhältnisse auch das Verhältniß gegen den Grundton rein bleiben soll. Nun ist aber $\frac{27}{16} : \frac{5}{3} = \frac{81}{80}$; man ist also um ein Komma vom reinen Verhältnisse zum Grundton abgewichen. Schreitet man nach reinen Quinten zu den höheren Tönen

fort, so kommt man bei der zwölften Quinte auf die siebente des Grundtones; es müßte also der Tonwerth $\left(\frac{3}{2}\right)^{12}$ der Quinte mit dem Tonwerth 2^7 der siebente Octave überein was nicht der Fall ist, weil $\left(\frac{3}{2}\right)^{12}$ größer als 2^7. Es kön nach nicht alle Octaven und Quinten zugleich rein sein; wo Nothwendigkeit erwächst, die Octaven etwas zu erhöhen, n Quinten rein ausfallen, dagegen die Quinten ein wenig zu ern wenn die Octaven nicht unrein werden sollen. Die Erfahru nun, daß das Ohr die Unreinheit in den Octaven nicht gut dagegen eine kleine Abweichung von dem Quintenverhältnisse fallen läßt. Es ist daher am zweckmäßigsten die Quinten . zu modificiren, oder wie man sagt zu temperiren, daß r Unterschied $\left(\frac{3}{2}\right)^{12} - 2^7$ auf alle Quinten gleichmäßig vertheilt nennt diese Anordnung die gleichschwebende Temperatu Unterschiede von der ungleichschwebenden, bei welcher nu Quinten abgeändert werden. Stellt n den Tonwerth für Quinte bei der gleichschwebenden Temperatur dar, so hat man woraus $x = 1{,}49831$, was von dem wahren Werth $\frac{3}{2}$ um verschieden ist. Es ist leicht am Monochord, dessen Saite gewissen Spannung den Grundton gibt, eine Abtheilung der S zugeben, die uns gestattet, die temperirten Töne der chromatisch leiter hervorzubringen.

3. Mehrere Versuche über tönende Schwingungen der Sait Einiges über die Saiteninstrumente.

Einiges Interesse dürften die Mittheilungen der Versuch welche angestellt worden sind, um die Schwingungsgesetze de mit Hülfe des Gehörorgans zu prüfen. Die Ergebnisse dieser können gleichsam zur Bestätigung des oben gethanen Ausspruche zufolge dessen die hörbaren Schwingungen von den oscilliren wegungen, welche auf das Gehör nicht zu wirken vermöge wesentlich von einander verschieden sind. Zwei Darmsaiten von Dicke und gleicher Länge wurden auf dem Monochord aufgespan die eine mit 1 Kilogramme und die andere mit 4 Kilogramm zogen; mit dem Violinbogen gestrichen gaben sie zwei Töne, v dem Verhältniß des Grundtons zu seiner höheren Octave stan Schwingungszahl einer Saite ist demnach der Quadratwurzel spannenden Gewichte proportional. — Zwei gleich lange Da

deren Dicken sich wie 3 : 2 verhielten und wovon jede mit einem Gewichte von 3½ Kilogrammes auf dem Monochord aufgespannt war, ließen mit dem Violinbogen gestrichen zwei Töne vernehmen, die in solcher Beziehung wie der Grundton zur Quint erschienen: die Schwingungszahlen verschiedener Saiten verhalten sich also unter sonst gleichen Umständen umgekehrt wie ihre Dicken. — Um nachzuweisen, daß die Schwingungszahlen von Saiten verschiedener Materie sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln ihrer Dichtigkeiten verhalten, nahmen wir eine Darmsaite und eine Stahlsaite, deren Durchmesser sich wie 5 : 2 verhielten, und spannten sie beide auf dem verticalen 100,8 Centimeter langen Monochord durch gleiche Gewichte von 7,5 Kilogrammes an. Die Stahlsaite mußte auf 91,6 Centimeter verkürzt werden, damit sie den nämlichen Ton wie die Darmsaite gab. Das specifische Gewicht der Stahlsaite war 7 und das der Darmsaite 0,9. Als Maß der relativen Tonhöhe dieser zwei gegeneinander gehaltenen Töne ergab sich nach der allgemeinen Formel $n = \frac{1}{2rl} \cdot \sqrt{\frac{gP}{\pi\delta}}$ der Ausdruck $\frac{91{,}6.2.\sqrt{7}}{100{,}8.5.\sqrt{0{,}9}}$, dessen Werth von 1 wenig abweicht.

Um die oben aufgefundene Relation $\frac{n'}{n} = \sqrt{\frac{l}{\gamma}}$ zwischen den durch die einfachsten Longitudinal- und Transversalschwingungen derselben Saite hervorgebrachten Töne gleichfalls durch einen derartigen Versuch zu bestätigen, wo n' und n die denselben entsprechenden Schwingungszahlen, l die Länge der Saite und γ die durch das spannende Gewicht bewirkte Veränderung derselben bedeuten, wurde auf dem Monochord eine 1,008 Meter lange Stahlsaite von $\overset{m}{0{,}00023}$ Dicke durch ein Gewicht von 5 Kilogrammes aufgespannt. Ein anderes Saitenstück von gleicher Dicke und Länge verlängerte sich bei einer Spannung von 5 Kilogrammes um $\overset{m}{0{,}0033}$; woraus $\frac{n'}{n} = \sqrt{\frac{1{,}008}{0{,}0033}} = 17{,}3$: der Longitudinalton mußte somit etwas höher als die vierte Octave des Transversaltons erscheinen, wie es in der That auch der Fall gewesen.

Die Longitudinalschwingungen der Saiten kommen in der Anwendung nicht vor, weil sie nicht angenehm klingen und zu hohe Töne geben. Man sucht die Saiten immer nur in Transversalschwingungen zu versetzen, was bei den verschiedenen Saiteninstrumenten auf verschiedene Art geschieht. Bei dem Fortepiano werden Stahl- und Messingsaiten gebraucht: jedem Tone entspricht eine andere Saite oder vielmehr zur Verstärkung des Tones ein Inbegriff mehrerer gleichgestimmter Saiten, welche durch das Anschlagen eines bei dem Niederdrücken der Taste in Bewegung gesetzten Hammers zum Tönen gebracht werden;

dabei hebt sich gleichzeitig der sogenannte Dämpfer, welcher bei dem Loslassen der Tasten auf die Saiten niederfällt und das Fortklingen derselben hindert. Die Verschiedenheit der Töne der Saiten beruht auf ihrer verschiedenen Länge, Dicke und Spannung und richtet sich ganz nach den oben angegebenen Gesetzen, so daß die physikalische Theorie der Saiteninstrumente keiner weiteren Erörterungen bedarf.

Bei den Streichinstrumenten, wie bei der Violine und dem Violoncelle, werden Darmsaiten gebraucht, welche man mit einem dem Kolophonium harzig gemachten Bogen in Schwingungen versetzt. In der Regel werden die verschiedenen Töne einer Saite durch Verkürzung ihrer Länge entlockt, indem man die Saiten mit dem Finger auf das Griffbrett niederdrückt und so nur dem zwischen dem Finger und dem Stege liegendem Stücke zu schwingen gestattet. Die vier Saiten der Violine oder Discantgeige differiren rücksichtlich ihrer Grundtöne um eine Quinte und heißen g, d, a, e, den Tönen entsprechend, in welche sie gestimmt werden. Aus einem ähnlichen Grunde heißen die vier Saiten des Violoncells oder der kleinen Baßgeige, sowie die der Viola oder Bratsche, die ebenfalls quintenweis gestimmt werden und von denen die zwei tiefsten mit Draht übersponnen sind, C, G, d, a; ferner die Saiten des viersaitigen Contrebaßes oder der großen Baßgeige, auf welchem dieselben quartenweis gestimmt werden, die Contra E, die Contra A, die große D und die große G.

Bei andern Saiteninstrumenten, wie bei der Harfe und der Guitarre, einleitet und erhält man die Schwingungen der Saiten durch Anschlagen mit den Fingern. Bei der ersteren gebraucht man Darmsaiten und auch Saiten aus Seide, die mit Draht übersponnen sind. Das Instrument ist durch ein sogenanntes Pedal vervollkommnet worden; dasselbe besteht aus mehreren auf beiden Seiten des Instrumentes befindlichen kleinen Tritten, die ganz bequem mit den Füßen niedergedrückt werden können. Durch diese Tritte werden Federn in Bewegung gesetzt, die so gestatten, jeden Ton durch alle Octaven um einen halben Ton zu erhöhen. Die Guitarre ist mit sechs Saiten bezogen; die drei höheren Saiten sind gewöhnliche Darmsaiten, die drei tiefern sind übersponnene. Die Stimmung dieser Saiten ist E, A, d, g, h, e.

Man macht auf der Violine und dem Violoncell auch zuweilen von den höheren Tönen Gebrauch, wo sich die Saite in aliquote Theile abtheilt. Man nennt diese Töne Flageolet-Töne; sie klingen besonders angenehm auf der a Saite des Violoncells. Man erhält jene Töne, wenn man die Saite durch ein gewöhnliches Greifen mit dem Daumen verkürzt, dann mit einem andern Finger irgend ein

Schwingungsknoten der verkürzten Saite leise berührt und hierauf das eine oder andere Stück, jedoch nicht an der Stelle, in welche ein Schwingungsknoten zu liegen kommt, mit dem Bogen streicht.

Die Aeolsharfe ist ein Saiteninstrument, welches durch einen darauf wirkenden Luftstrom zum Klange gebracht wird. Indem die Saiten von dem Winde auf verschiedene Art getroffen werden, theilen sie sich in eine größere oder geringere Zahl von gleichen Theilen ab, wodurch Töne in mannigfaltiger Vermischung zum Vorschein kommen.

Der Resonanzboden sammt der Resonanzdecke machen einen wesentlichen Theil aller Saiteninstrumente aus, ohne welchen kein deutlicher vernehmlicher Ton durch die Saiten hervorgebracht werden kann. Die Saiten theilen der Decke und dem Boden, sowie der zwischen ihnen befindlichen Luft ihre Schwingungen mit, wodurch der Schall bedeutend verstärkt wird. Die Resonanz nebst den Mitteln sie zu erzeugen, sollen später an geeigneter Stelle zur Sprache kommen. Durch Aenderung der Temperatur wird die Länge der Saite und damit auch der Ton geändert; ebenso übt die Feuchtigkeit der Luft auf Darmsaiten einen Einfluß aus, indem bei zunehmender Feuchtigkeit die Saite sich zusammenzieht, mithin bezüglich ihres Tones eine Aenderung erleidet. Daher kommt denn der Gebrauch, vor der Ausführung eines Musikstückes die Saiteninstrumente nach einem festen Stimmton einstimmen zu lassen.

4. Stärke und Qualität des Schalles und Wirkungen der Töne.

Die Stärke oder Intensität des Schalles hängt, abgesehen von der Empfindlichkeit des Gehörorganes, von der Stärke des Impulses ab, welcher auf jenes Organ ausgeübt wird. Dieser Impuls wächst mit der Masse und der Geschwindigkeit der schwingenden Theile. Der Schall wird also einmal desto stärker erscheinen, je größer die schwingende Masse ist: deßhalb hört man Glockengeläute auf weite Strecken, während man den Ton einer Saite schon in kleiner Entfernung nicht mehr wahrnimmt; deßwegen werden Darmsaiten mit Metalldraht überzogen, um die schwingende Masse und damit den Ton zu verstärken. Dann wird der Schall desto stärker, je größere Schwingungen die Theile machen: darum verstärkt bei den Saiten das Aufdrücken mit dem Bogen und das Rauhmachen desselben mit Kolophonium den Ton; aus ähnlichem Grunde geben Körper, die sehr elastisch sind, sehr starke Töne, indem sie beim Schwingen sich bedeutend auf beiden Seiten ihrer Gleichgewichtslage ausbeugen. — Je dichter das Schallmittel, desto intensiver wird der Schall: darum hört man an sehr kalten Tagen mittelst recht dichter Luft ein entferntes Glockengeläute besser, als an warmen Tagen; darum erscheint auf hohen Bergen, wo die Luft sehr

dünn ist, der Knall einer Pistole nicht stärker, als der einer P
deßhalb legt man das Ohr auf die Erde, um einen entfernten
zu hören; deßhalb hört man durch einen Stab, dessen End
zwischen die Zähne nimmt und das andere Ende an den Reson
des Fortepiano anlegt, die Töne deutlicher als durch die Luft.
schneller die Schwingungen vor sich gehen, desto häufiger erfol
Wirkungen auf das Ohr, das dadurch eher zur Schallwahrn
angeregt wird: aus diesem Grunde sind hohe Töne, insbesonder
die dicken Saiten entlockt werden, so ausgiebig; darum ragt an
starkbesetzten mehrstimmigen Chor die Sopranstimme, namentli
sie rein ist, vor allen andern Stimmen hervor, während die Ba
in ihren tiefen Tönen in einiger Entfernung nicht mehr hörbar
Die Stärke des Schalles hängt auch von der Richtung ab, in
er von dem Ohr vernommen wird. So hören wir den Redne
wenn er sich uns zuwendet, als wenn er sich von uns wegwend
gleichen hören wir bei einer entfernten Kanonade die hergehenden
vernehmlicher, als die abwärts gehenden: der Schall wird den
der Richtung, in welcher er ursprünglich erregt wurde, deutli
leichter wahrgenommen, als in einer andern.

Ueber die quantitative Eigenschaft des Schalles, welche di
Tiefe und Stärke des Tones bestimmt, vermag die Physik die
Auskunft zu ertheilen. Anders verhält es sich mit der Qualit
dem Charakter des Schalles, über deren Natur man noch kei
ins Reine gekommen ist, sondern mehr oder weniger nur schü
Vermuthungen ausgesprochen hat. Unter Qualität des Schalles
man nämlich jene Eigenthümlichkeit, durch welche Töne abgese
ihrer Höhe und Stärke sich von einander unterscheiden. Si
das aus, wodurch der Ton einer Violine von dem einer Fl
schieden ist, wenn sie auch dieselbe musikalische Höhe haben,
eine Menschenstimme sich von dem Klange eines musikalischen
mentes auszeichnet. Der Grund dieses verschiedenen Charakter
wohl vorzugsweise in der qualitativen Verschiedenheit der Mo
suchen sein, vermöge deren im Innern der schallenden Körper ver
kleine Bewegungen stattfinden, welche jene besondere Modificatio
Klanges zur unmittelbaren Folge haben. Eine Stütze für diese
finden wir in der einfachen Thatsache, daß bei derselben Schwi
art, gleicher Höhe und der nämlichen Stärke wir schon eine
denheit zwischen dem Ton einer Darmsaite und dem einer
oder Stahlsaite wahrnehmen, wenn wir die Töne mit einiger
samkeit anhören. Eine weitere Bestätigung dafür haben wir

mannigfaltigen Modificationen, welche der Schall durch die verschiedenen Fortleitungsmittel erfährt, von denen jedes einzelne den Schall mit Beibehaltung seines ursprünglichen Charakters gleichsam anders modificirt. So spricht z. B. die Luft unsere Worte auf eine andere Weise aus, als ein langes gespanntes Seil, das zwischen den Zähnen gehalten wird. — Andere halten es für wahrscheinlich, daß die Qualität oder der Charakter des Tones von der Gestalt abhängt, welche der schallende Körper bei seinen Schwingungen annimmt. Diese Behauptung scheint durch die vergleichende Zusammenstellung nachstehender zwei Thatsachen gerechtfertigt. Einmal ändert sich einerseits für ein aufmerksames Ohr der Klang der Saite etwas ab, je nachdem man sie in der Mitte oder in der Nähe eines ihrer Befestigungspunkte anschlägt. Dann zeigt sich anderseits für ein scharf beobachtendes Auge die Gestalt einer schwingenden dicken, kurzen weißen Schnur, welche in ihrer Mitte langsam aus der Gleichgewichtslage gebracht wurde und sich hierauf überlassen blieb, merklich verschieden von der Gestalt einer im Schwingungszustande begriffenen gleichen Schnur, welche in der Nähe eines ihrer Befestigungspunkte aus ihrer Ruhelage gezogen und hierauf losgelassen wurde. Welche von den beiden Ansichten den Vorzug verdient, lassen wir dahin gestellt. Immerhin bleibt die Genauigkeit und Feinheit des Ohrs höchst bewunderungswürdig, mit welcher es den verschiedenen Klang der Instrumente, die menschliche Stimme, die der Thiere, den Gesang der Vögel, das Summen der Insekten, das Rollen des Donners, das Brausen der Wogen, das Sausen des Windes und die übrigen zahllosen Besonderheiten des Schalles wahrzunehmen befähigt ist. Mag man übrigens diese Verschiedenheiten auf Unterschiede in den Bewegungen der kleinsten Theile oder auf Unterschiede in den Bewegungsphasen, an welche der schwingende Körper bei dieser oder jener Schwingungsart gebunden ist, zurückführen wollen; so kommt doch in letzter Instanz die qualitative Verschiedenheit des Tones stets auf Unterschiede in den molecularen Schwingungen zurück, da die Materie nicht anders als durch Bewegung auf uns wirken kann.

Eine fortschreitende Folge von Tönen heißt Melodie. Insofern die Melodie als Ausdruck dieser oder jener Empfindung gelten soll, muß sie eine Tonart zum Grunde haben, welche zu dem Charakter der Empfindung paßt. Indem man die auszudrückende Empfindung in ihren verschiedenen Modificationen darzustellen sucht, geht man gewöhnlich von der angenommenen Tonart zu einer andern damit verwandten Tonart über. Nur ist bei einem solchen Wechsel der Tonarten möglichst darauf zu achten, daß die ursprüngliche Tonart in der Vorstellung nicht

gänzlich verloren wird, vielmehr der Eindruck eines zusammenge
Ganzen bleibt, in welchem Einheit und Mannigfaltigkeit in der
Weise mit einander verbunden sind. — Eine Folge von Accord
Harmonie. Sie verleiht der Melodie eine größere Bestimmth
eine höhere Bedeutung, indem sie die mannigfaltigsten Mittel d
die Ausdrücke unserer Gefühle zu vervielfältigen und so gestal
Tongemälde in vollendeter Form hinzustellen. Schon als einfa
gleiterin der Melodie leistet sie dies, im höheren Grade aber
es, wenn bei Ausführung eines Tonstückes mehrere Stimm
Hauptstimmen zu einem gemeinsamen Zwecke sich verbinden. Ku
durch Harmonie konnte die Musik zu einer ausgebildeten Spr
Empfindungen werden. Bei dem Vortrage eines Tonstückes
noch die Bewegung oder das Zeitmaß oder Tempo in Betr
welchem dasselbe ausgeführt wird. Man theilt deßhalb die Z
in gleiche Zeitabschnitte, die man Takte nennt. Diese Takte th
wieder in größere oder kleinere Zeiträume, die Takttheile heiße
hat man halbe, viertel, achtel ... Takttheile, deren Dauer die
den vierten, den achten ... Theil von der Dauer des ganzen
beträgt. Hat man angegeben, mit welcher Geschwindigkeit eine
dieser Theile aufeinander folgen sollen, so ist damit auch die Z
aller übrigen Gattungen bestimmt. In einer Tonfolge z. B.
einigermaßen schnell geht, kann der Viertel-Takttheil eine ha
geringerer Schnelligkeit eine ganze Secunde dauern. Mitt
Metronoms oder Taktmessers, dessen Einrichtung in der Lei
Pendel auseinandergesetzt wird, läßt sich leicht und sicher die G
digkeit angeben, mit welcher das eine oder das andere Tonstüc
führt werden soll. — Die verschiedenen Takttheile werden auf m
Weise in dem Takte vertheilt, dergestalt, daß die gleichlange
ungleichartige Takttheile erhalten. Diese innere Verschiedenhei
Takten läßt man in einer gewissen Ordnung sich wiederholen;
stehen dadurch die sogenannten Taktperioden, von denen wie
oder mehrere zu größeren Perioden verbunden werden können.
Vereinigung verschiedenartig eingetheilter Takte in Ansehun

andern Musikarten Taktwechsel mit Tonfolge und erhalten dadurch eine größere Mannigfaltigkeit.

Fragen wir nach der Ursache des Vergnügens, das die Töne bei uns hervorbringen, so irren wir wohl nicht, wenn wir sagen, daß dies eine Wirkung des Schönen, Gesetzmäßigen in der Natur ist, von welchem unsere Seele, wenn auch unbewußt, doch mächtig angeregt und ergriffen wird. Denn nicht befriedigt wird sie durch das verworrene Geräusch, ihr sagen erst zu der geregelte Klang und die gleichartigen Töne, die desto angenehmer erscheinen, in je leichter faßlicher Zusammenstellung sie sich darbieten. Nicht jede beliebige Folge von Tönen gewährt dem Gehör eine besondere Befriedigung, sondern erst diejenige Reihe von Tönen vermag es zu thun, durch welche man von dem Grundtone zu seiner Octave aufsteigen kann, ohne das Gefühl des Grundtones zu verlieren. Können doch selbst dissonirende Tonverhältnisse in Verbindung mit gewissen andern einiges Wohlgefallen erwecken, wenn nur die Dissonanzen sich wieder auflösen und als verständliche Theile eines größeren Ganzen sich zeigen. Das eben Gesagte wird uns klarer und begreiflicher werden, wenn wir auf das achten, was an den sichtbaren Gegenständen auf unser Auge einen anziehenden und angenehmen Eindruck macht. Wir finden hier das Symmetrische und Regelgebundene schöner als das Unsymmetrische und Nichtregelrechte; denn kein Gefallen haben wir an einem Gebäude, an welchem die Fenster ohne jede Ordnung und ohne bestimmtes Verhältniß neben und unter einander angebracht sind, so daß bald eines isolirt, bald zwei oder mehrere zusammenstehen, oder daß eines derselben groß, das andere klein ist. Ebenso finden wir, daß unser Auge in Bälde ermüdet, wenn unter den geordneten Theilen eines betrachteten Gegenstandes keine gefällige Mannigfaltigkeit wahrzunehmen ist, wenn es, um bei dem gewählten Beispiele stehen zu bleiben, eine Reihe Häuser erblickt, in welcher bei jedem die Fenster in der nämlichen Entfernung und in derselben Ordnung auf einander folgen. Gefallen uns doch unter den geradlinigen Figuren schon die gleichseitigen besser als die ungleichseitigen, die symmetrischen besser als die unsymmetrischen. Das Quadrat macht einen angenehmeren Eindruck auf das Auge, als das gleichseitige Dreieck; am schönsten erscheint ihm unter allen Vielecken das regelmäßige Sechseck und dieß bloß wegen der darin herrschenden großen Symmetrie, worin das verschiedene Mannigfaltige zu einer innern Einheit sich zusammenfügt. Wie also in der Schönheit der Formen durch die ihnen zum Grunde liegende Idee der eine Sinn unbewußt befriedigt wird, so ist auch der andere unbewußt befriedigt durch das Gepräge des Ver-

die Taktmuſik allein ſchon hinreichend, um danach zu tanzen, w
dies bei einigen wilden Völkerſtämmen ſehen, die bloß nach
lärmenden Trommelſchlägen ihre Tänze ausführen. Weil dieſe ein
rhythmiſchen Schläge das Ohr bald ermüden, ſo begleiten die civi
Nationen ihre Tänze mit Melodien, die theils dem Charakt
Tanzes angemeſſen ſind, theils die rhythmiſchen Schläge fühlbar n
nach denen der Tänzer ſeine Schritte abzumeſſen hat. Es iſt
richtig, wenn wir ſagen, daß die reine Taktmuſik die willkü
Bewegungen ordnet und regelt. Gedenken wir jetzt der Wirku
eine feierliche Choralmuſik auf uns ausübt, wenn ſie auf eine
ſamen Spaziergang plötzlich unſerm Ohre ertönt. Wir ſtehe
vergeſſen die Außenwelt und ſind ganz in uns verſenkt; tiefe und
Gefühle werden in uns rege, in eine höhere Region des Daſeins
wir uns gehoben. Es iſt darum wieder richtig, wenn wir ſage
die reine Tonmuſik der Seele die Stimmung gibt. So wird
eine Muſik, die ihren hauptſächlichen Charakter in den Tonverhä
hat, eher auf die Stimmung des Gemüths, dagegen die Muſik,
auf den rhythmiſchen Gang vorzugsweiſe Gewicht legt, eher a
willkührlichen Bewegungen einen Einfluß ausüben. Das Vorſ
wird hinreichend ſein, um uns einigermaßen einen Begriff v
eigentlichen Naturwirkung der Töne zu geben, wiewohl es noc
davon entfernt iſt, in irgend welcher Weiſe die Grenze der Wi
ſphäre zu beſtimmen, bis zu denen die eine oder die andere
gemiſchten Muſik gehen kann. Eine ſolche Beſtimmung liegt au
Macht des Menſchen. Ja wenn ſelbſt der Einzelne dies zu t

Saiten transversal oder longitudinal schwingen. Ihre Transversalschwingungen befolgen andere Gesetze wie jene der Saiten, weil in letzteren die Elasticität bloß der Länge nach, in den Stäben dagegen nach allen Richtungen wirkt. Es kommen dabei mancherlei Fälle in Betracht; man kann den Stab entweder an einem Ende befestigen und am andern Ende freilassen; oder man kann ihn an beiden Enden befestigen; oder man kann ihn an einem Ende fest machen und das andere Ende an einem harten Gegenstand anstemmen; oder man kann ihn an beiden Enden anstemmen. Zur Anstellung der Versuche bedient man sich solcher Stäbe, welche gerade, cylindrisch oder platt, dabei gleichdick und homogen sind. Soll eins der Enden fest sein, so schraubt man es in einen Schraubenstock ein. Um den Stab in Schwingungen zu versetzen, schlägt man ihn an irgend einer Stelle mit dem Finger an oder streicht ihn der Quere nach mit einem mit Kolophonium bestrichenen Bogen.

Das allgemeine Gesetz, nach denen die Transversalschwingungen bei den cylindrischen Stäben sich richten, ist in der Formel: $n = \frac{c^2 r}{l^2}\sqrt{\frac{g k}{\delta}}$ ausgesprochen. In dieser Formel bedeutet n die Schwingungszahl; r der Radius des Stabes, l die Länge desselben; δ das specifische Gewicht; g die Acceleration der Schwere; k das Elasticitätsmaß der Materie, woraus er besteht; c eine von der Schwingungsart abhängige constante Zahl. Bei übrigens gleichen Umständen stehen die Schwingungszahlen im geraden Verhältnisse mit der Dicke und im verkehrten mit dem Quadrat der Länge. — Für einen hohlen cylindrischen Stab verwandelt sich jene Formel in: $n = \frac{c^2}{l^2}\sqrt{r'^2 + r^2}\sqrt{\frac{g k}{\delta}}$, wo r' und r die Halbmesser der Röhre sind.

Für einen prismatischen Stab von der Länge l, der Breite b und der Dicke h wird die Schwingungszahl n durch die Formel: $n = \frac{c'^2 h}{l^2}\sqrt{\frac{g k}{\delta}}$ angegeben, wo k, δ und g die nämliche Bedeutung wie vorhin haben, c' wieder eine constante aber von c verschiedene Zahl bedeutet. Bei transversaler Schwingung der Stäbe hat mithin die Breite keinen Einfluß, insofern nämlich dieselbe noch nicht eine solche Größe erlangt hat, bei welcher der Stab als Scheibe angesehen werden müßte. Wenn also die Schwingung zu einer tönenden sich steigert, wird der breite wie der schmale Stab den nämlichen Ton geben, obschon der des breiten stärker ausfallen kann. Dann stehen in Stäben von dem nämlichen Stoffe und ähnlicher Gestalt die Schwingungszahlen im umgekehrten

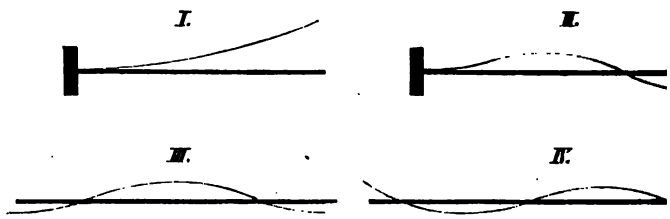
Verhältniß der homologen Dimensionen, mithin im umgekehrten Verhältniß der Cubikwurzeln der Gewichte, weil in solchem Falle die Gewichte wie die dritten Potenzen der homologen Dimensionen sich verhalten. Eine den Transversalschwingungen der cylindrischen wie prismatischen Stäbe gemeinsam angehörige Formel ist die nachstehende: $n = c'' \sqrt{\frac{gP}{\gamma Q}}$, wo Q das Gewicht des ganzen Stabes, γ die Senkung, welche das an dem freien Ende des Stabes angehängte Gewicht P daselbst bewirkt, und c'' wieder eine von der Schwingungsweise des Stabes abhängige constante Zahl darstellt.

Von den verschiedenen zur Bestätigung dieser Gesetze angestellten Versuchen wollen wir hier nur folgende vier specielle anführen. Ein Eisenstab von 4 Centimeter Breite, 2 Millimeter Dicke und 0,75 Meter Länge, der an einem Ende in einen Schraubenstock eingespannt und am andern Ende frei gelassen wurde, machte in einer Minute 129 Schwingungen, während ein 1 Meter langer Eisenstab von derselben Breite und Dicke wie der vorige unter gleichen Umständen nur 76 Schwingungen in jener Zeit vollbrachte: nun ist $\frac{129}{76}$ sehr nahe gleich $\frac{1}{0{,}75^2}$, d. h. es steht die Zahl der Schwingungen elastischer Stäbe im verkehrten Verhältniß mit dem Quadrat der Länge. — Von zwei 1,495 Meter langen Stäben aus Tannenholz, die auf gleiche Weise wie die oben erwähnten Eisenstäbe in den Schraubenstock eingespannt waren, brauchte der 7,12 Millimeter dicke Stab zu 20 Schwingungen 8,38 Secunden, dagegen der 3,4 Millimeter dicke Stab zu der nämlichen Anzahl von Schwingungen 19,86 Secunden: es ist nun $\frac{7{,}12}{3{,}4}$ nahe gleich $\frac{19{,}86}{8{,}38}$, d. h. unter sonst gleichen Umständen steht die Zahl der Schwingungen im geraden Verhältniß mit der Dicke. Wir können nicht unterlassen, hier noch zu bemerken, daß die Stäbe aus dem nämlichen Stücke Holz geschnitten waren, bei welchem die Fasern nach einem Ende zu enger als nach dem andern zusammenliefen: dieser scheinbar geringe Unterschied war jedoch in Bezug auf die Schnelligkeit der Schwingungen von Einfluß, insofern der Stab bei dem Einspannen an dem Ende, an welchem die Fasern enger zusammenliefen, sich schneller bewegte, also eine größere Elasticität besaß, als bei dem Einspannen an dem andern Ende, wo die Fasern weiter auseinander lagen; bei dem dünnen Stab betrug für 20 Schwingungen der Unterschied in der Zeit 1,23 Secunden, bei dem dicken Stab aber nur 0,78 Secunden. Eine ähnliche Bewandniß hat es mit der Abweichung, welche in dem Gesetze in Bezug auf die Dicke zweier gleich langen Eisenstäbe sich ergab

Zu 50 Schwingungen brauchte nämlich der 2 Millimeter dicke Stab 52,64 Secunden und der $\frac{4}{3}$ Millimeter dicke 38,5 Secunden; nun ist das Verhältniß der Dicken = 0,666 und das der Schwingungszahlen = 0,731; die Differenz zwischen den beiden letzteren Zahlen ist zu bedeutend, um der Mangelhaftigkeit der Versuche zugeschrieben werden zu können und hat alle Wahrscheinlichkeit ihren Grund in einer Verschiedenheit der Elasticitätskräfte, welche in Folge einer ungleichen Verarbeitung des Eisens zu verschiedenartigen Stäben entstanden ist. — Ein Stab aus Buchenholz von 1,495 Meter Länge und 7 Millimeter Dicke und dem specifischen Gewichte 0,85 an einem Ende in den Schraubenstock eingespannt und am andern Ende frei gelassen, vollbrachte in 9,68 Secunden 20 Schwingungen, während ein gleich dicker und gleich langer Stab aus Tannenholz und dem specifischen Gewichte 0,55 zu derselben Anzahl von Schwingungen 8,38 Secunden brauchte: es ist nun $\frac{9,68}{8,38}$ nahe $= \sqrt{\frac{0,85}{0,55}}$, d. h. unter übrigens gleichen Umständen stehen die Schwingungszahlen im umgekehrten Verhältniß der Quadratwurzeln der specifischen Gewichte. — Um endlich auch zu zeigen, daß bei den tönenden Schwingungen elastischer Stäbe das oben ausgesprochene allgemeine Gesetz ebenfalls seine Gültigkeit behält, wurde ein Stahlstäbchen von 10,6 Centimeter Länge und 3 Millimeter Dicke einmal auf $10\sqrt{1} = 10$ Centimeter, ferner auf $10\sqrt{\frac{1}{2}} = 7,07$ Centimeter, dann auf $10\sqrt{\frac{2}{3}} = 8,16$ Centimeter im Schraubenstock eingespannt und in den drei Fällen an derselben Stelle auf gleichmäßige Weise mit dem Violinbogen gestrichen. Indem man die dergestalt hervorgebrachten drei Töne mittelst des Monochords gegeneinander hielt, erschienen sie in einer solchen Beziehung wie der Grundton, die Octave und die Quinte zu einander, gerade so wie es das Gesetz erheischt.

Es lassen sich bei den Stäben wie bei den schwingenden Saiten mehrere Schwingungsarten hervorbringen. Die einfachste Schwingungsart ist diejenige, bei welcher der Stab nur eine einzige Krümmung gegen die geradlinige Achse bildet; bei den übrigen Schwingungsarten wird die letztere in mehreren Punkten durchschnitten. Sollen dieselben zum Vorschein kommen oder mit anderen Worten Schwingungsknoten entstehen, so braucht man bloß den Stab an einer Stelle gelinde zu berühren und dann mit dem Bogen zu streichen. Die einfachste Schwingungsart versinnlicht uns die Figur 23, I.; bei einem Schwingungsknoten schwingt der Stab wie Fig. II.; bei zwei wie Fig. III.; bei drei wie Fig. IV. zeigt. Mit der Anzahl der Schwingungsknoten nimmt

Fig. 23.



die Höhe des Tones zu; den tiefsten Ton gibt mithin ein St
ohne Knoten schwingt. In dem Fall, wo ein Ende des Stal
das andere frei ist, verhält sich der tiefste Ton zum zweiten,
bei einem Schwingungsknoten entsteht, wie 24 : 25. Von der
Schwingungsart an gerechnet verhalten sich die Tonhöhen
Quadrate von 3, 5, 7, 9 u. s. w. Um diese Aussage dur
Versuch zu bestätigen, wurde ein 16 Centimeter langer, 5 M
dicker cylinderförmiger Stab aus Buchenholz an einem Ende
Schraubenstock eingespannt, am anderen Ende frei gelassen und
an drei verschiedenen Stellen gleichmäßig mit dem Bogen ge
bis drei verschiedene reine Töne zum Vorschein kamen. Um
erhaltenen Töne mit den auf dem Monochord gleichzeitig hervorg
in Uebereinstimmung zu bringen, mußte die Länge einer und
schwingenden Saite successive auf 57,5 Cent., 9,5 Cent., 3,
reducirt werden; Zahlen, deren reciproke Werthe in der That
oben angegebenen Verhältnissen zu einander stehen.

In dem Falle, wo beide Enden fest sind, hat man für di
der Töne die Reihe von den Quadraten der Zahlen 3, 5, 7,
Um dies in der Erfahrung nachzuweisen, wurde ein ähnliche
von drei Decimeter Länge an beiden Enden eingespannt un
durch Streichen mit dem Bogen drei verschiedene Töne daraus
Die Längen einer und derselben Saite auf dem Monochord
jene drei gleichen Töne nach und nach entsprachen, waren 34,6
12,66 Cent., 6,5 Cent.; Zahlen, deren reciproken Werthe in d
langten Verhältnisse zu einander stehen.

In dem Falle, wo das eine Ende fest und das andere E
gestemmt ist, kommt die Tonreihe mit den Quadraten der Z
9, 13, 17 ... überein. Indem man den nämlichen Stab der er
Behandlungsweise unterwarf, ergaben sich drei Töne, welche di
auf dem Monochord ebenfalls lieferte, wenn sie successive ein
von 54,2 Cent., 16,9 Cent., 8,2 Cent. hatte; Zahlen, deren

Werthe gerade sich so zu einander verhalten, wie die Quadrate der erwähnten Zahlen.

Für den Fall, daß beide Enden angestemmt sind, kommt die Folge der Töne mit den Quadraten der natürlichen Zahlenreihe 1, 2, 3, 4... überein. Um dieses Resultat in der Erfahrung nachzuweisen, wurde der nämliche Stab zwischen zwei feste Widerlagen gebracht und dann aus demselben drei verschiedene Töne mit dem Bogen hervorgerufen. Die Längen, bei welchen die nämliche Saite nach und nach dieselben Töne gab, waren 85 Cent., 20,2 Cent., 9,4 Cent.; Zahlen, deren reciproke Werthe sich zu einander verhalten, wie die Quadrate der natürlichen Zahlen 1, 2, 3....

Die Gestalt, welche der Stab während seiner Bewegung annimmt, hängt von seiner Form, der Schwingungsweite und andern Umständen ab. Meistens geschehen die Schwingungen der einzelnen Punkte in krummen Linien. Um durch einen Versuch davon sich zu überzeugen, spanne man einen dünnen polirten Stahlstab an einem Ende in einen Schraubenstock ein, versehe das andere Ende mit einem glänzenden Knöpfchen, lasse dasselbe vom Sonnenlichte oder von einer Kerzenflamme beleuchten und versetze hierauf den Stab in Querschwingungen. Wheatstone hat einen eigenen Apparat construirt, Kaleidophon genannt, welcher diese beim Schwingen der Stäbe vorkommende Figuren in großer Mannigfaltigkeit zeigt.

Elastische Stäbe können auch wie die Saiten in longitudinale Schwingungen versetzt werden. Man reibt zu diesem Behuf den Stab, wenn er von Glas ist, mit einem Stück feuchten Tuches, oder wenn er von Holz oder Metall ist, mit einem mit Harz eingeriebenen Lappen. Die Längeschwingungen lassen sich auch dadurch hervorbringen, daß man dem Stab in der Richtung seiner Länge einen Schlag gibt. Man bewirkt diese Schwingungen ebenfalls, indem man an ein Ende des Stabes und in der Richtung seiner Verlängerung eine kleine Glasröhre anlöthet und an derselben das Reiben vornimmt. Bei den in Rede stehenden Schwingungen theilt sich der Stab unter Umständen in aliquote Theile ab, die durch Schwingungsknoten von einander getrennt sind, und läßt Töne hören, die einfachen Gesetzen unterliegen; ihre Zahlenwerthe stehen nämlich im umgekehrten Verhältniß mit den Längen. Die Höhe der Töne ist bedeutend im Verhältniß zu der, welche transversale Schwingungen bei gleichen Längen geben; man muß sich deßhalb beträchtlich langer Stäbe bedienen, um die Töne vernehmen zu können. Die Schwingungsknoten erzeugt man gewöhnlich dadurch, daß man einen oder mehrere Punkte des Stabes gelinde berührt.

Für einen an einem Ende befestigten und am andern Ende freien Stab, dessen Länge l ist, wird die Schwingungszahl n entweder durch die Formel: $n = \frac{1}{4l}\sqrt{\frac{gk}{\delta}}$ oder $n = \frac{l}{2r}\sqrt{\frac{gP}{\gamma Q}}$ angegeben, wo δ das specifische Gewicht und 2r die Dicke des Stabes, k das Elasticitätsmaß, g die Acceleration der Schwere, ferner Q das Gewicht des Stabes und γ die Senkung bedeuten, welche das am freien Ende des Stabes angehängte Gewicht P hervorbringt. Der Stab schwingt mit einem, zwei, drei ... Schwingungsknoten: dabei ist das freie Ende stets halb so lang als ein zwischen zwei Schwingungsknoten liegendes Stück. Die Tonfolge kommt mit der Zahlenreihe 1, 3, 5, 7 ... überein.

Für einen an beiden Enden befestigten Stab wird die Schwingungszahl n durch die Formel: $n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{gk}{\delta}}$ oder $n = \frac{l}{r}\sqrt{\frac{gP}{\gamma Q}}$ bestimmt, wo die Buchstaben g, k, δ, P, Q, γ die nämliche Bedeutung wie vorhin haben, mit dem einzigen Unterschiede, daß letzterer die Senkung anzeigt, welche das in der Mitte des Stabes angehängte Gewicht P bewirkt. Bei der einfachsten Schwingungsart bildet sich in der Mitte ein Schwingungsknoten; es können aber auch 2, 3 ... Schwingungsknoten vorkommen, wo wieder das Gesetz herrscht, daß jedes nach den Enden zu liegende Stück halb so lang ist, als dasjenige, welches zwischen zwei Schwingungsknoten liegt. Betrachtet man den Ton, welchen der an einem Ende befestigte und am andern freie Stab gibt, als Grundton; so sind die relativen Werthe der Töne des an beiden Enden befestigten Stabes 2, 4, 6... Diese Gesetze haben wir durch vielfältige Versuche, welche mit Glas- und Holzstäben von verschiedener Gattung vorgenommen wurden, bestätigt gefunden: die Versuche bewerkstelligten wir in ähnlicher Weise wie bei an früheren Orten schon besprochenen analogen, weßhalb wir es für unnöthig erachteten, dieselben hier einzeln anzuführen.

Das Verhältniß der Zahlen der Longitudinal- und Transversalschwingungen (n' und n) eines an einem Ende befestigten und am andern Ende freien cylindrischen Stabes ist gleich $\frac{n'}{n} = \frac{l}{4c^2 . r}$; aus welcher Gleichung hervorgeht, daß für verschiedene Stäbe von demnämlichen Material das Produkt der Verhältnißzahlen $\frac{n'}{n}$ und $\frac{r}{l}$ gleich einer constanten Größe $\frac{l}{4c^2}$ ist. Um die Richtigkeit dieser Aussage durch einen Versuch nachzuweisen, wurde ein 3,8 Millimeter dicker Stab in einer Länge von 198,5 Centimeter in einen Schraubenstock eingespannt und longitudinal gestrichen; er gab einen Ton, dem eine Saitenlänge *auf* dem Monochord von 21,8 Centimeter entsprach. Beim transver-

salen Streichen eines 13,3 Centimeter langen Stabes von der nämlichen Dicke und demselben Holz bekam man einen Ton, der auf dem Monochord eine Saite von 56 Centimeter lieferte. Aus dem letzteren Versuche ergibt sich nun, daß der 198,5 Centimeter lange Stab transversal gestrichen einen Ton geben würde, wie eine $12474 = \left(\frac{56 \cdot \overline{198,5^2}}{\overline{13,2^2}}\right)$ Centimeter lange Saite. Wurde der Stab auf 100 Centimeter eingespannt, so gab er longitudinal gestrichen einen Ton wie eine 11 Centimeter lange Saite; transversal gestrichen würde er einen Ton wie eine $3165,75 = \left(\frac{56 \cdot \overline{100^2}}{\overline{13,3^2}}\right)$ Centimeter lange Saite geben. Die den beiden Versuchen entsprechende Zahlen in die Formel $\frac{n'}{n} \cdot \frac{r}{l} = \frac{l}{4c^2}$ eingeführt geben einerseits:

$$\frac{12474}{21,8} \cdot \frac{0,35}{198,5} = 1,0069$$

und anderseits $\frac{3165,75}{11} \cdot \frac{0,35}{100} = 1,00704,$

welche beide Resultate so genau übereinstimmen, als man es nur erwarten konnte.

Hält man den Stab in der Mitte und streicht die eine Hälfte der Länge nach, so entsteht durch Interferenz der reflectirten mit den directen Wellen eine stehende Schwingung. In diesem Falle bildet sich in der Mitte ein Schwingungsknoten, dessen Abstand vom freien Ende gleich dem vierten Theil einer Wellenlänge ist. Heißt letztere λ und l die Länge des Stabes, so hat man $\frac{l}{2} = \frac{\lambda}{4}$ oder $2l = \lambda$. Bedeutet nun n die dem Tone, welcher in diesem Falle zum Vorschein kommt, zugehörige Schwingungszahl und u die Geschwindigkeit, mit welcher die Schallwelle durch den Stab weiter getragen wird; so ist $n\lambda = u$, folglich $2nl = u$. Diese Gleichung kann dazu dienen, um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Stäben von verschiedenem Material zu ermitteln, wie dies zuerst Chladni gethan hat. Man braucht deßhalb nur den durch die longitudinale Schwingung erzeugten Ton mit dem gleich hohen eines Monochords zusammenzuhalten, um daraus zunächst den Werth von n zu bestimmen, worauf sich denn die Geschwindigkeit der Schallfortpflanzung für den Stoff, aus welchem der Stab besteht, nach der Formel $2nl = u$ leicht berechnen läßt. — Will man bloß diese Fortpflanzungsgeschwindigkeiten unter einander vergleichen, so nehme man gleichlange Stäbe und suche ihre Tonhöhen mit Hülfe des Monochords. Gehören u', n' einem zweiten Stabe von der nämlichen Länge l an, so ist $u : u' = n : n'$: es stehen demnach die

Geschwindigkeiten der Fortpflanzung mit den Tonhöhen bei Schwingungsweise in einerlei Verhältniß. So z. B. gab ein langer freier Stab von Fichtenholz in der Mitte gehalten in tudinal gestrichen einen Ton, welchen wir auf dem Monochord 100 Millimeter langen Saite hervorbrachten. Unter denselben U lieferte ein gleicher Stab aus Glas einen Ton, welchen die Saite bei einer Länge von 70 Millimeter gab. Also $u : u' =$ d. h. die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Glas sich zu der im Fichtenholz wie 10 : 7.

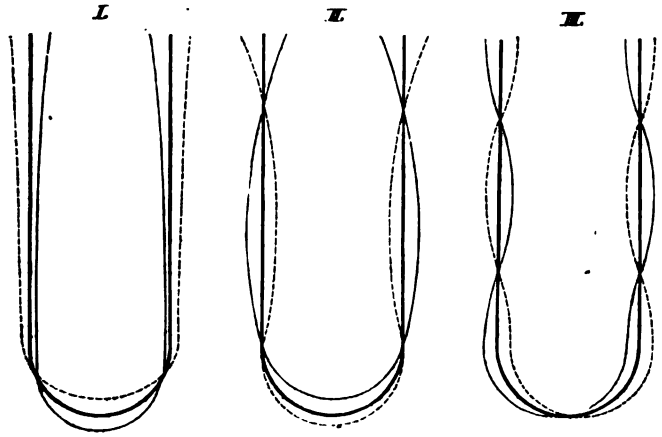
Außer den vorhin angeführten zwei Schwingungsarten geraden Stäbe noch einer andern Schwingungsart fähig, welch die drehende nennt. Um sie hervorzubringen, spannt man l an einem Ende in einen Schraubenstock ein, hält ihn am and mit der Hand fest und streicht ihn in drehender Bewegung n Violinbogen. Durch Berührung mit Fingern läßt sich auch theilung in schwingende Theile bewirken. Der den drehenden ungen zukommende Ton ist tiefer als der den Longitudinalschn entsprechende. Nach Poissons analytischen Untersuchungen be schen den Zahlen der drehenden und longitudinalen Schwingu selben Stabes ein constantes Verhältniß. Dieses Gesetz h durch mehrfach angestellte Versuche in so weit bestätigt gefun es bei einer und derselben Art der Haltung des in Drehung Stabes Gültigkeit hat. Das in Frage stehende constante V hängt also wie gesagt mehr oder weniger von der Art des Ho Stabes ab und liegt nach den Resultaten unserer Versuche den Grenzen 1 : 1,5 und 1 : 3,96.

Um die Bewegungen, welche der schwingende Stab im un Medium bewirkt, dem Auge sichtbar zu machen, kittet man ei gläsernes Röhrchen an den schwingenden Körper an, am besten auf die Länge desselben in seiner Mitte. Dann taucht man Ende des Stabes in Wasser, nur wenig unter dessen Oberfläch man ihn an seinem oberen Schwingungsknoten zwischen den der linken Hand locker hält, und streicht den angekitteten gläsern mit den befeuchteten Fingern der rechten Hand. Der Stab g diese Weise in Schwingung und setzt dabei die umgebende L in eine sichtbare Art von Bewegung, die wahrscheinlich unter Umständen in der Luft in ähnlicher Weise stattfindet.

Die Gesetze der Schwingungen gerader Stäbe gelten au gekrümmten, jedoch mit dem Unterschiede, daß die Schwingun zwischen denen die Biegung liegt, durch die Krümmung einan

gerückt und so die Töne erhöht werden. Man überzeugt sich davon, wenn man eine Stange von Metall allmählig stärker biegt und sie bei jedem Grade der Biegung zum Tönen bringt. Ein gabelförmiger Stab gibt den tiefsten Ton bei der einfachsten Bewegungsart, bei welcher seine beiden Schenkel gegen einander und von einander schwingen, wie Fig. 24 I. zeigt; einen höheren Ton gibt er, wenn er mit zwei Knoten,

Fig. 24.



wie in Fig. II., und einen noch höheren, wenn er mit vier schwingt, wie in Fig. III. zu ersehen ist. Die verschiedenen Schwingungsarten lassen sich leicht durch Streichen mit dem Bogen am Ende eines Schenkels hervorbringen, wobei man den andern Schenkel an einem seiner äußersten Schwingungsknoten gelinde zwischen die Finger nimmt.

Ein kreisförmig gebogener Stab theilt sich bei seinen Schwingungen in 4, 6, 8, 10 . . . gleiche Bogentheile ab, die nach entgegengesetzten Richtungen schwingen. Berührt man ihn an den Grenzen solcher Theile und streicht ihn an einer Stelle, die zwischen zwei derartigen Grenzen liegt; so erhält man Töne, deren Werthe mit den Quadraten der Zahlen 3, 5, 7 . . . übereinkommen. Zu Versuchen eignet sich am besten ein etwas starker Draht von Messing, der an seinen Enden sauber zusammengelöthet ist. Um jede Bewegungsart hervorzubringen, lege man den Ring auf einen Tisch an drei Stellen auf starken Bindfaden oder auf eine andere nicht allzu harte Unterlage und drücke ihn an jenen Stellen mit den Fingern etwas an, damit er sich bei dem Streichen mit dem Violinbogen nicht verrücke. Die Schwingungen kommen leichter zu Stande, wenn der Ring bei der angegebenen Lage mehr in verticaler als in horizontaler Richtung mit dem Bogen gestrichen wird. Um den Ring in der erforderlichen Weise streichen zu können, thut

iſt, um einen Einfluß auf die Schwingungen des Ganzen ausü
können. Darauf ſcheinen die verſchiedenartigen Anordnungen der K
linien hinzudeuten, welche ſich auf der Oberfläche von langen P
und Cylindern bilden und die man durch Sand und Papierringe,
ſich während der Schwingungen gegen die Ruheſtellen hinſchieben,
bar machen kann. Intereſſant ſind in dieſer Beziehung die Re
welche Savart darüber bekannt gemacht hat, von denen wir
welche wir durch unſere Verſuche beſtätigt gefunden haben, m
theilen wollen.

Man bringe einen ſchmalen (etwa 1—1,5 Centimeter b
langen, horizontalen Streifen von Holz, Glas, Metall oder ſonſt
andern feſten Stoff in Längenſchwingungen, indem man den S
einem ſeiner Enden in der Richtung ſeiner Länge mit einem bel
feſten Körper ſchlägt. Hat man Sand auf ſeine Oberfläche g
ſo ordnet ſich derſelbe in beſtimmten Linien, die bei jedem E
ſich immer gleich bleiben, mag man an das eine oder das ander
ſchlagen. Kehrt man aber den Streifen um und verſetzt ihn
Neue in Längenſchwingungen, ſo ordnet ſich der Sand zwar
auf eine beſtimmte und für beide geſchlagene Enden gleich bl
Weiſe an; allein die Vertheilung der Knotenlinien wird eine
als für die erſte Oberfläche ſein. Die Art, wie ſich auf ſolche
jeder Stab von ſelbſt abtheilt, ändert ſich nach der Stelle
welcher er gehalten wird. In allen Fällen hört man nur einen e
Ton; die Vielfachheit der Knotenlinien läßt jedoch vermuthen, d
bei zugleich andere Töne vorkommen. Die letzteren werden vo

meter langes Glasstäbchen, durch dessen Reibung die Schwingung hervorgerufen wurde. Er verzeichnete hierauf die Richtung der Knotenlinien, die bei der Schwingung des Streifens auf seinen vier Seitenflächen entstanden, und fand so, daß sie um jeden Streifen eine fortlaufende Spirallinie bildeten. Die Richtung ihrer Windungen und der Zwischenraum zwischen denselben bleibt sich an jedem Streifen für den nämlichen Ton gleich, ändert sich aber in dem Maße, als man die verschiedenen Töne nach einander hervorbringt, deren der Streifen fähig ist.

Savart hing auf die zu untersuchenden Cylinder schmale Papierringe und vertheilte, wenn sie hohl waren, im Innern derselben feinen Sand möglichst gleichförmig und strich sie dann der Länge nach. Dabei fand er, daß die Schwingungsknoten an beiden Oberflächen nicht in dieselben Querschnitte fallen, sondern daß dort, wo an der inneren Fläche ein Schwingungsknoten fällt, die Theile der äußern Fläche die größte Bewegung haben. — Indem er eine solche cylindrische Röhre anhaltend in derselben Richtung um ihre Achse drehte und in jeder Lage den Ort der Schwingungsknoten untersuchte, entdeckte er, daß die Knotenlinien beider Oberflächen in spiralförmigen Curven liegen, die bei den meisten Röhren nicht gleichförmig gebeugt herumgehen, bei einigen an einer Hälfte rechts, an der andern links gewunden sind, bei andern wieder um die Röhre auf dieselbe Weise sich winden.

Um die Saiteninstrumente und das Fortepiano im Orchester in dem einmal festgesetzten Stimmtone zu erhalten, bedient man sich der Stimmgabel. Sie ist von Stahl und besteht aus zwei Zinken und einem Griffe, dessen Verlängerung eine Art Fuß bildet; diese Einrichtung gestattet die Stimmgabel, wenn sie in Schwingung versetzt ist, auf einen Tisch oder sonst einen Resonanzboden zu stellen und somit den hervorgebrachten Ton zu verstärken. Die Zinken sind von der Stärke und Länge, daß das Instrument, wenn man es bei dem Griffe anfaßt und die Zinken an einen harten Körper anschlägt, den Ton ā nach dem angenommenen Stimmtone angibt. Der Ton der Stimmgabel wird erhöht, wenn man die Zinken an den freien Stellen abfeilt, dagegen vertieft, wenn man dem untern gekrümmten Theil, wo die beiden Zinken mit einander vereinigt sind, innerhalb einen Feilstoß ertheilt.

Die Transversalschwingungen der elastischen Stäbe kommen ebenfalls bei der Eisenvioline vor. Dieselbe besteht aus eisernen Stäben, welche senkrecht auf einem Resonanzboden in einem Halbkreise aufgestellt

sind, so daß jeder einzelne mit dem Violinbogen gestrichen werd
Die Längen der Stäbe werden nach Verhältniß der Töne der T
bestimmt, so daß der Stab für den folgenden Ton immer ei
kürzer ist als derjenige, welcher dem vorhergehenden Tone en
Die Lage der Stäbe ist für den Gebrauch des Bogens un
deßhalb lassen sich auf diesem Instrumente bloß Melodieen von
Bewegung hervorbringen.

Von den transversalen Schwingungen elastischer Stäbe ma
auch Gebrauch bei der sogenannten Strohfiedel, bei welcher
Streifen von Holz oder Glas auf zusammengedrehtes Stro
werden: man ändert die Dicke und die Länge der Stäbe derge
daß sie die Töne der Tonleiter geben, wenn man sie mit h
Hämmern schlägt. In der Zauberflöte von Mozart wird ge
ein solches Instrument als Glockenspiel des Papageno gebrauch

Transversale Schwingungen der Stäbe kommen bei den Sp
und Spieldosen vor; die an einem Ende befestigten Metallfedern
stark gebogen und gehen durch eine Reihe von Schwingungen
zur Ruhe, wobei sie sehr angenehme Töne geben, die zugle
ziemliche Ausführung und Ausdrucksweise zulassen.

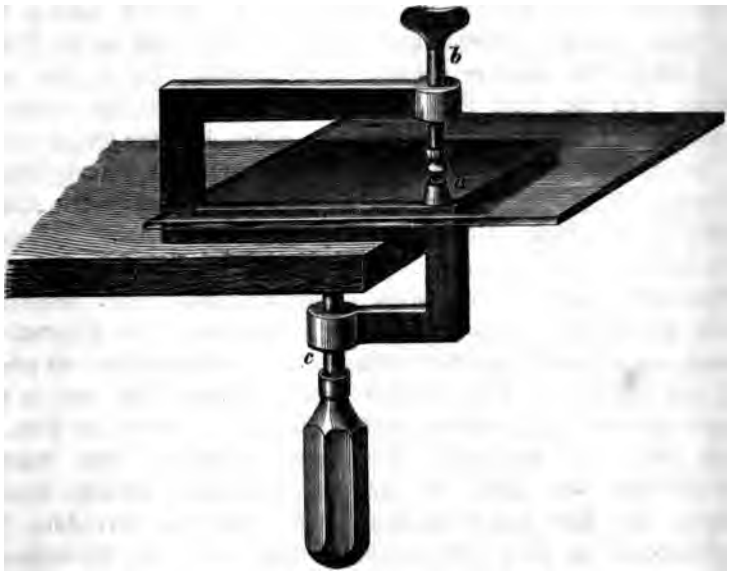
2. Schwingungen der Platten.

Nach den Stäben sind elastische Platten die einfachsten
Systeme, die sich zu Untersuchungen über Schwingungen eignen
nimmt zu dieser Art von Versuchen verschieden gestaltete Schei
Glas, Metall und selbst Holz, die so viel als möglich von gleich
Dicke und Consistenz sein müssen. Man bedient sich deßh
häufigsten der Scheiben von grünem, dünnem Fensterglase, d
Schärfe des Randes mit einer Feile benommen worden ist, dam
Streichen die Haare des Violinbogens nicht zerschnitten werden.
man eine solche Platte an einer schicklichen Stelle zwischen den
hält und an dem Rande mit dem Violinbogen normal streicht, s
sie in Transversalschwingungen, wobei sie einen entsprechenden T
Bei solchen Schwingungen bilden sich Knotenlinien, die man du
gestreuten Sand sichtbar macht, welcher sich an den ruhenden
anhäuft und bemerkenswerthe Figuren darstellt, die nach ihrem E
Chladnische Klangfiguren heißen. Die Abtheilung der Pl
verschiedene entgegengesetzt schwingende durch Knotenlinien von
geschiedene Theile ist das Ergebniß der durch das Streichen
Bogen erzeugten directen und der von den Rändern der Platt
tirten Wellen. Daher geben Platten von verschiedener Gest
verschiedene Klangfiguren; deßhalb lassen sich aus derselben Pl

ſchiedene Klangfiguren hervorrufen, je nachdem man die Art des Streichens abändert, oder den Ort des Streichens wechſelt, oder die Lage des Punktes, wo man die Platte hält, verrückt, oder mehrere Punkte der Platte fixirt.

Die Haltung der Scheibe bewirkt man am beſten mit dem Daumen und dem Zeigfinger und zwar ſo viel als thunlich nur mit den äußerſten Spitzen dieſer Finger. Man kann auch die Scheibe auf ein Stückchen Kork oder auf eine andere nicht zu harte Unterlage legen und mit einem Finger gelinde aufdrücken und etwa noch an einer paſſenden Stelle mit der Spitze eines Fingers berühren. Dann kann man an einem Punkte der Scheibe ein kleines dünnes Holzſtäbchen mit Siegellack befeſtigen und ſie wie an einer Art Handgriff daran halten. Man bedient ſich zur Feſtſtellung der Scheiben, namentlich der größeren, auch einer hölzernen Zwinge. Dieſelbe wird, wie Fig. 25 zeigt, unterwärts

Fig. 25.



bei o an einen Tiſch feſtgeſchraubt; oberwärts hat ſie einen feſtſtehenden Theil b und eine bewegliche Schraube, zwiſchen welche die Scheibe an einer ſchicklichen Stelle ſo eingeklemmt wird, als ob ſie mit dem Finger gehalten würde; die Enden von b und a ſind mit Kork oder Leder beſetzt. — Bei dem Streichen muß der Bogen ſtets an der nämlichen Stelle des Randes gleichmäßig ſenkrecht auf- und abgeführt

werden. Gewöhnlich lassen sich Schwingungsarten, welchen tiefere Töne entsprechen, leichter durch einen langsameren und stärkeren, diejenigen aber, welche höheren Tönen zukommen, leichter durch einen schnelleren und schwächern Bogenstrich hervorrufen. Für die Schärfe der Figuren ist es von Wichtigkeit, nur wenig Sand auf die Scheibe zu streuen und ihn so viel als möglich gleichförmig darauf zu vertheilen.

Vermengt man zum Bestreuen der Platte den Sand mit feinen Staubtheilchen, z. B. Hexenmehl, so häufen sich die Sandtheilchen an den Knotenlinien, die feineren Staubtheilchen aber an den Stellen der stärksten Bewegung an. Die Ursache zur Bildung dieser Staubfiguren liegt in der mechanischen Wirkung der schwingenden Fläche auf die darüber befindliche Luft. Bei der aufsteigenden Schwingung der Fläche wird nämlich die den Stellen der stärksten Bewegung angrenzende Luft, welche Stellen natürlich zwischen zwei Knotenlinien liegen, mehr als die in der Nähe dieser Linien befindliche Luft zurückgestoßen; bei der abwärts gehenden Schwingung entstehen darum über jenen Stellen gewissermaßen leere Räume, in welche die Luft von den Knoten her hinströmt, den hier vorkommenden Staub mitnimmt und an den Orten der größten Schwingungen anhäuft. Der Umstand, daß in stark verdünnter Luft der feine Staub auch nach den Knotenlinien wandert, spricht für die Richtigkeit dieser Ansicht. Einen ähnlichen Grund haben die im Sonnenlichte besonders deutlich hervortretenden mannigfaltigen kleineren Bewegungen, welche in einer auf einer schwingenden Platte befindlichen tropfbaren Flüssigkeit, wie Wasser oder Weingeist, vorgehen. Die Art und Weise, auf welche eine Scheibe sich bei ihren tönenden Schwingungen abtheilt und welche in den Klangfiguren zur Wahrnehmung kommt, ist in einem hohen Grade mannigfaltig. Im Allgemeinen können wir Folgendes darüber aussagen: Die einfachste Figur ist jederzeit von dem tiefsten Tone begleitet, den die Scheibe gibt; und je zusammengesetzter die Klangfigur wird, desto höher erscheint der Ton. — Nicht jeden Ton charakterisirt eine eigene Klangfigur: denn Platten von ähnlicher Form geben bei derselben Behandlung ähnliche Klangfiguren, aber Töne von verschiedener Höhe; und eine Verrückung der Haltungsstelle an einer und derselben Scheibe kann eine Veränderung der Klangfigur bewirken, ohne daß der Ton aufhört, der nämliche zu sein. Die ähnlichen Klangfiguren entsprechenden Töne von Platten aus gleichem Material und von ähnlicher Gestalt der Oberfläche verhalten sich gerade wie die dicken und verkehrt wie die Quadrate homologer Dimensionen der Platten. — Die Knotenlinien sind bald gerade, bald mehr oder weniger gekrümmt; wenn sie nicht in sich zurückkehren, gehen sie immer bis an die Ränder der Scheibe. — Verwickelte Klang-

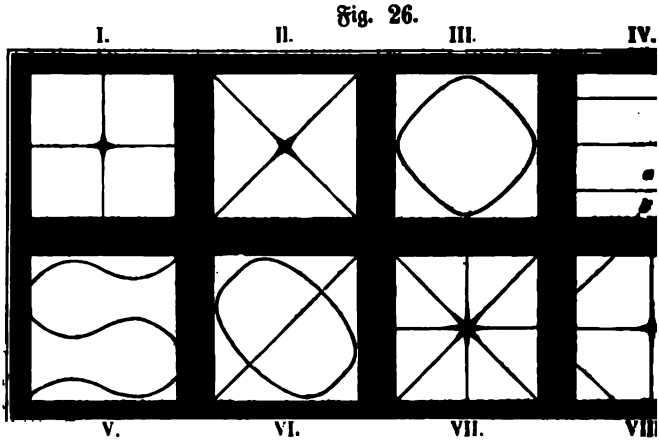
figuren haben das Eigene, daß sie durch gehörige Zusammensetzung mehrerer einfachen Klangfiguren sich darstellen lassen.

Wir gehen zu einigen besonderen Gesetzen der Schwingungen der Rectangel- und Quadratscheiben über. Hält man eine solche Scheibe gegen das eine oder andere Ende hin frei mit dem Daumen und dem Zeigefinger und streicht sie in der Mitte einer schmalen Seite, so zeigen sich bei dem Aufstreuen des Sandes 2, 3, 4... gerade zu derselben parallel laufende Knotenlinien, von denen die äußersten von den Enden der Scheiben immer beinahe halb so weit entfernt sind, als die Länge des zwischen zwei Knotenlinien befindlichen Stückes beträgt. Auf ähnliche Weise lassen sich der längeren Seite parallel laufende Knotenlinien erzeugen, wenn man an einer langen Seite mit gehöriger Genauigkeit streicht. Bei diesen Schwingungen kommen die Tonwerthe, wie bei einem an beiden Enden freien Stabe, mit den Quadraten der Reihe der ungeraden Zahlen 3, 5, 7... überein, in welchem Verhältnisse die Seiten auch zu einander stehen mögen: nur sind die Töne, welche den zur längeren Seite parallel laufenden Knotenlinien angehören, höher als diejenigen, welche den zu der schmalen Seite parallel gehenden Knotenlinien zukommen. — Wird dagegen die Scheibe in ihrer Mitte gehalten und in der Nähe einer Ecke dann gestrichen, so theilt sie sich in vier Theile ab, von denen jeder für sich schwingt; bei dem tiefsten Ton, den so die Scheibe gibt, erscheinen auf ihr zwei mit ihren Seiten parallele Knotenlinien, die sich in ihrer Mitte rechtwinklich durchschneiden. Aendert man die Stelle des Haltens und des Streichens in der Art, daß man die Scheibe in einem Punkte hält, welcher auf der durch ihre Mitte zu der längeren Seite parallel laufenden Linie liegt; so lassen sich Klangfiguren mit einer einzigen Knotenlinie in der Richtung der längeren Seite, aber mit 2, 3, 4... Knotenlinien in der Richtung der kürzeren Seite erhalten: die Töne stimmen bei diesen Schwingungen, wenn die Breite im Verhältniß der Länge gering ist, ohngefähr mit der Folge der natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4..., kommen also mit den Zahlen der Querlinien überein; dagegen folgen die Töne nach anderen Gesetzen auf einander, je weniger die Breite von der Länge verschieden ist. Es lassen sich auch 2, 3... der längeren Seite parallel laufende Knotenlinien mit jeder Zahl von Knotenlinien nach der Richtung der kleineren Seite darstellen, wobei sich wieder andere Tonverhältnisse zeigen, die mit den Verhältnissen der Seiten zu einander sich ändern.

Die Knotenlinien der Quadratscheiben erscheinen meistens unter einer mehr oder minder gekrümmten Form, wobei die Krümmungen

und nahe an einer Ecke ſtreicht: die dazu gehörige Klangf
Fig. 26, I. Der Ton, welcher dem vorigen in der Tiefe ar

Fig. 26.

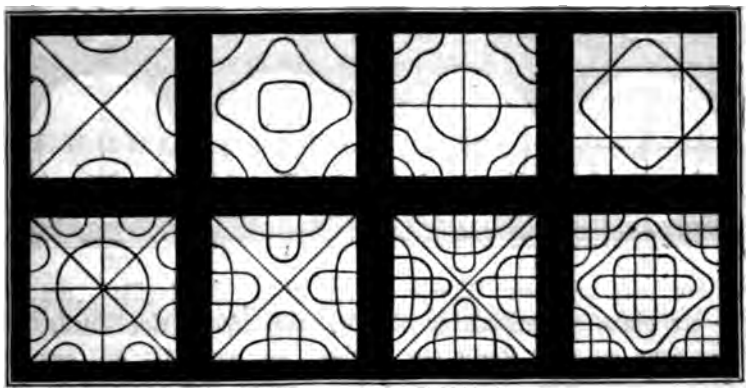


kommt und ohngefähr die Quinte desſelben iſt, entſteht bei I
figur II.; man erhält ſie, wenn man die Scheibe in ihrer S
und mit dem Bogen in der Mitte einer Seite ſtreicht. Häl
Scheibe nahe am Rande in der Mitte einer Seite und ſtre
einer der gegenüberſtehenden Ecken, ſo kommt die Klangfigu
Vorſchein und es entſteht ein Ton, der beinahe um eine I
höher iſt, als der zweite der oben erwähnten Töne. — Häl
Scheibe, wie Fig. IV. angibt, an der durch a bezeichneten E
ſtreicht ſie an der nächſten Stelle des Randes bei b, ſo erſch

Scheibe in der Mitte und ſtreicht weder an einer Ecke noch mitten an ner Seite, ſondern zwiſchen zwei ſolchen Stellen; ſo bekommt man ie Klangfigur VII. — Wird die Scheibe am Rande an einer von der Mitte verſchiedenen Stelle gehalten und dann an der dieſer Stelle ächſt liegenden Ecke geſtrichen, ſo erſcheint die Klangfigur VIII. — Die Klangfigur 27 I. erhält man leicht, wenn man die Scheibe in

Fig. 27.

I. II. III. IV.



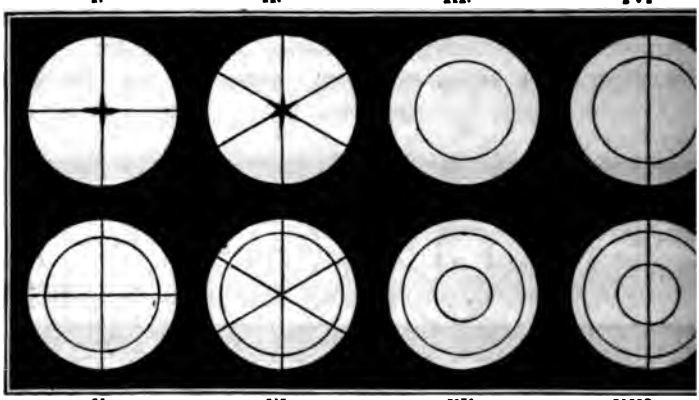
V. VI. VII. VIII.

r Mitte hält und zugleich eine Stelle leiſe mit dem Finger berührt nd an der nächſten Stelle des Randes mitten an einer Seite ſtreicht. – Die Klangfigur 27 II. entſteht, wenn man eine Stelle einer Knotenie hält, dabei eine Stelle einer andern Linie nächſt an einer Ecke it dem Finger berührt und an dieſer Ecke ſtreicht. — Wie mannigltig durch die Manipulation ſich die Klangfiguren bei den Schwingngen einer quadratiſchen Platte geſtalten können, mögen die übrigen chs Figuren zeigen, deren Entſtehungsweiſe näher anzugeben wir nicht ir nöthig erachten.

Wir wollen jetzt Einiges über die Schwingungen runder und derweitig geſtalteter Scheiben mittheilen. Bei den Schwingungen ner runden Scheibe zeigen ſich die Knotenlinien entweder als Linien, e von einer Stelle des Randes zur andern in geraden oder krummen ichtungen gehen, oder als concentriſche Kreiſe, die in den meiſten ällen jedoch eine gewiſſe Anzahl von Biegungen annehmen. Die langfiguren mit durchgehenden Linien ohne Kreiſe zeigen ſich ſternrmig, wenn die Linien gerade ſind und in der Mitte der Scheibe zuammentreffen; es können aber die Linien ihre Lage ändern, ſich ümmen, ſich trennen und verbinden, was weder in ihrer Zahl noch dem Tonverhältniß eine Aenderung zur Folge hat. Der tiefſte Ton

entſpricht der Schwingungsart, bei welcher zwei durchgehende ſich kreuzförmig ſchneiden, wie Fig. 28 I. zeigt. Zur Hervorbri

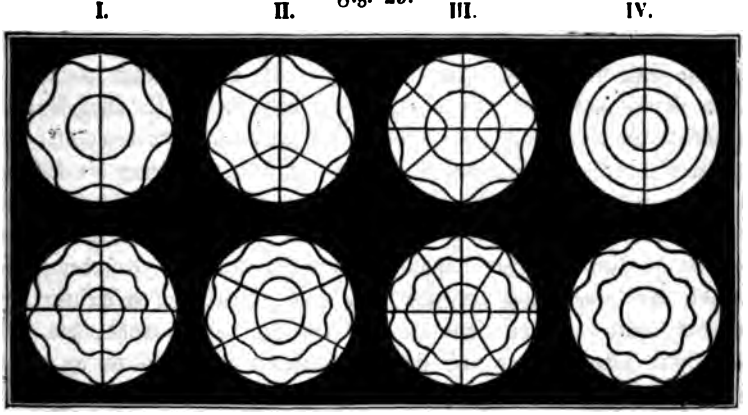
Fig. 28.



derſelben hält man die Scheibe in der Mitte und berührt, u Lage der einen Knotenlinie zu fixiren, noch irgend eine Stell ſtreicht dann an einer Stelle des Randes, die ohngefähr 45° vo Richtung jener Linie abliegt. Bei der zweiten Schwingungsar drei Linien in der Mitte ſich durchkreuzen, wie II. darſtellt, i Ton um eine Octave und einen ganzen Ton höher als bei der Man hält und berührt die Scheibe wie vorhin, ſtreicht aber an Stelle des Randes, die von der durch die Berührung beſtimmten ohngefähr 90° entfernt iſt. — Bei Schwingungsarten, wo ein vorhanden iſt, kann derſelbe entweder allein oder von 1, 2, 3... durchſchnitten ſein. Der Klangfigur III. entſpricht ein Ton, de gefähr um eine kleine Sexte höher iſt, als der Ton, welcher der figur I. zukommt; man hält die Scheibe an einer Stelle, auf ein Kreis fällt und ſtreicht an der nächſten Stelle des Randes. — Ton, welcher bei der Klangfigur IV. entſteht, iſt beinahe um Octave und einen ganzen Ton höher als jener bei der Klangfig erzeugte; man hält die Scheibe an irgend einer Stelle nahe am R wo der Kreis und die durch den Mittelpunkt gehende Linie ein ſchneiden ſollen, und ſtreicht an einer Stelle, die ohngefähr 90° entfernt iſt. Die Klangfigur V. erſcheint, wenn man die Scheib vorhin hält, aber an einer Stelle ſtreicht, die ohngefähr 45° vo Haltungsſtelle abſteht. Um die Klangfigur VI. hervorzubringen, man die Scheibe ebenſo, ſtreicht aber in einer noch geringeren fernung von der Haltungsſtelle. Zwei und mehrere Kreiſe k *ebenfalls* allein oder von irgend einer Zahl durchgehender Linien

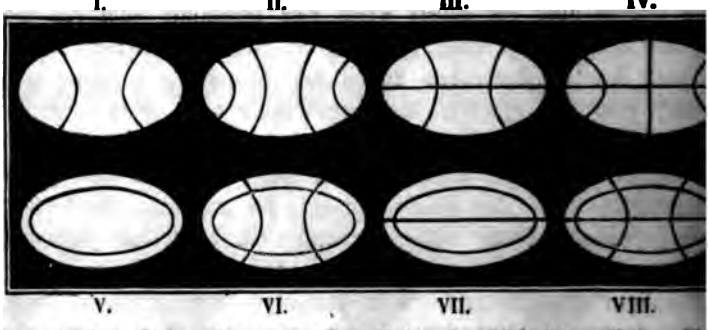
ſchnitten ſein. Die Kreiſe erſcheinen bisweilen als concentriſche Zirkel; meiſtens nimmt aber der äußere Kreis eine beſtimmte Zahl von Biegungen an, während der innere Kreis in der Regel einer Ellipſe ähnlich iſt. Wenn die durchgehenden Linien ſich krümmen, ſo nehmen ſie gewöhnlich eine der Hyperbel ähnliche Geſtalt an. Man erhält die Klangfigur VII., wenn man eine Stelle des einen Kreiſes hält, die nächſte Stelle des andern Kreiſes gelinde mit dem Finger berührt und an der nächſten Stelle des Randes ſtreicht; die gehaltene, die berührte und die geſtrichene Stelle müſſen ohngefähr in demſelben Halbmeſſer liegen. Der Ton iſt um zwei Octaven höher als derjenige, welcher der Klangfigur III. angehört. Die Klangfigur VIII. erſcheint, wenn man wie vorhin verfährt und zugleich eine Stelle des äußeren oder inneren Kreiſes berührt. — Eine beſondere Art, mehrere concentriſche Kreiſe hervorzubringen, hat Savart angegeben. Man bringt am Mittelpunkt ein 2 bis 3 Millimeter weites Loch an, zieht ein Büſchel Pferdehaare durch und ſtreicht mit demſelben die Scheibe, während ſie in horizontaler Richtung an verſchiedenen Stellen gehalten wird. Durch kleine Veränderungen des Haltens, Berührens, Anſtemmens und Streichens laſſen ſich mancherlei Klangfiguren hervorrufen, wie deren einige Fig. 29 zeigt.

Fig. 29.



An elliptiſchen Scheiben können die Knotenlinien in die Quere, d. h. in der Richtung des kürzern Durchmeſſers gehen; ſie haben Aehnlichkeit mit den Zweigen einer Hyperbel und kehren ihre convexe Seite der Mitte zu: Fig. 30 I. und II. — Es kann auch eine Knotenlinie in die Länge, d. h. in die Richtung des größeren Durchmeſſers gehen und von den Querlinien durchſchnitten werden: Fig. III. und IV. — Es können ferner die Knotenlinien in der Form von Kreiſen ſich zeigen,

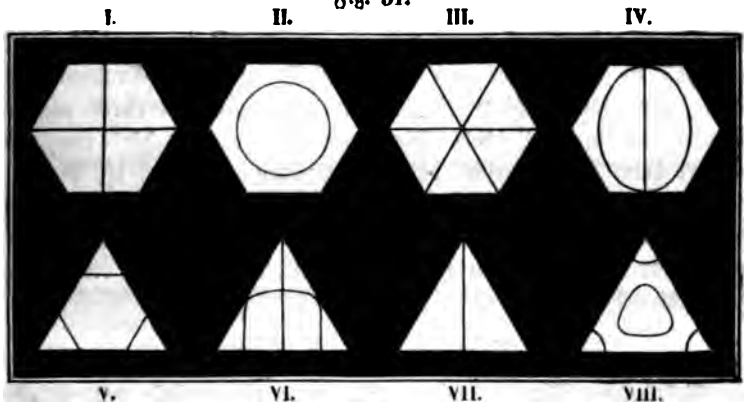
Fig. 30.



die entweder klein oder von Querlinien durchſchnitten ſind: Fi
und VI. — Dabei können endlich jene Kreiſe und Querlinien von
in die Länge gehenden Linie durchſchnitten werden: Fig. VII. und VI
Um die erſte Reihe der Schwingungsarten hervorzubringen, hält
die Scheibe mitten auf einer der äußerſten ſolcher Linien und ſt
mit dem Bogen am nächſten Ende des größern Durchmeſſers.
Erzeugung der zweiten Schwingungsart hält man die Scheibe an
Stelle, wo die der Länge nach gehende Linie von einer Querlinie
ſchnitten wird und ſtreicht zwiſchen den Enden der letztern Quer
und der in die Länge gehenden Linie. Um die dritte Schwingung
für den Fall, daß der Kreis allein erſcheinen ſoll, hervorzurufen,
man die Scheibe an einer Stelle des Kreiſes und berührt noch
andere Stelle desſelben mit dem Finger und ſtreicht ſie ohngefä
der Mitte an einem der vier elliptiſchen Quadraten; für den Fall,
der Kreis von Querlinien durchſchnitten ſein ſoll, hält man die S
an einem der äußerſten Durchſchnittspunkte und ſtreicht ſie an
Stelle des durch eine der letzten Querlinien abgeſchnittenen ellipti
Bogens. — Um die letzte Schwingungsart für den Fall, daß der
und die der Länge nach gehende Linie ohne Querlinien erſcheinen
bewirken, hält man die Scheibe nahe an dem einen Ende, wo
zwei Linien ſich ſchneiden und ſtreicht ohngefähr in der Mitte an
der vier elliptiſchen Quadranten; für den Fall, daß auch Quer
ſich zeigen ſollen, verfährt man ohngefähr ebenſo, wie bei der
Schwingungsart, nur mit dem Unterſchiede, daß die Haltungsſtelle
die Berührungsſtelle deſto weiter nach außen zu liegen kommen, j
ſammengeſetzter die Schwingungsart iſt, welche man hervorrufen

Unter allen Schwingungsarten, welche an einer gleichſeitig
ſeitigen Scheibe ſich zeigen, gibt die, wo ſich zwei Knotenlinien
förmig durchſchneiden, wie Fig. 31 I. zeigt, den tiefſten Ton. A
weitige Formen der bei dieſen Scheiben vorkommenden Knoten

Fig. 31.



igen uns die Figuren II., III. und IV. Den tiefſten Ton, welche eine eichſeitig dreieckige Scheibe gibt, entſpricht die Klangfigur V. Die iguren VI., VII. und VIII. ſtellen andere Knotenlinien ſolcher Schei- n dar.

Von den Schwingungen der Scheiben macht man bei uns in der uſik nur einen ſehr beſchränkten Gebrauch. Zunächſt kommen ſie bei r Pauke in Anwendung, die aus einem kupfernen Keſſel beſteht, über elchen eine gegerbte Eſelshaut aufgeſpannt iſt, die vermittelſt eiſerner chrauben mehr oder weniger angezogen, mithin höher oder tiefer ge- immt werden kann. Da das Inſtrument nur einen einzigen Ton bt, ſo bedient man ſich im Orcheſter zweier Pauken von verſchiedener röße, von denen die kleinere in den Grundton, die größere aber in e eine Octave tiefere Quinte deſſelben geſtimmt wird. Die Pauke ird mit hölzernen Klöppeln geſchlagen, die mit Filz belegt ſind, damit r ſehr ſtarke Ton dieſes Inſtrumentes etwas gedämpft wird.

Dann kommen dergleichen Schwingungen bei dem Tambourin und m Becken vor, welcher beiden Inſtrumente man ſich bei der Janit- harenmuſik bedient. Das erſtere dieſer Inſtrumente beſteht aus einem reiten Reife, der auf der einen hohlen Seite mit einem Felle über- gen iſt, das mit der Hand geſchlagen wird. Die Becken ſind zwei cheiben von Meſſing, die in der Mitte ein Becken haben, an welchem n Griff von Leder befeſtigt iſt, an welchem ſie mit den Händen ge- alten und zuſammengeſchlagen werden.

In Java bedient man ſich eines muſikaliſchen Inſtrumentes, deſſen öne ſchwingende Metallplatten geben, wenn ſie mit Klöppeln geſchlagen erden. Das Inſtrument enthält 11 ſolcher Platten, deren Töne nen der diatoniſchen Tonleiter entſprechen, wo aber die vierte und ebente Stufe fehlen. Die Platten ſind neben einander horizontal jede

voller Ton durch die Resonanz der Luftsäule in dem Roh
Vorschein.

3. Schwingungen der Glocken.

Gekrümmte Platten, wie z. B. runde Glasgefäße und
theilen sich beim Schwingen in 4, 6, 8 oder in eine noch grö
zahl von Theilen ab, welche durch Knotenlinien von einander
sind. Um sich hiervon zu überzeugen, füllt man ein Trinkg
Wasser, hält den Rand an einer Stelle und streicht ihn an einer
die davon um 45° entfernt ist, in der Richtung des Durchmes
dem Violinbogen: es erscheinen auf der Oberfläche des Wasse
selnde Bewegungen und ruhende Stellen, welche letztere offen
Knotenlinien in dem Gefäße selbst entsprechen. Bei dieser Schwi
art erhält man den tiefsten Ton, welchen das Glas zu geben

Bei der zweiten Schwingungsart theilt sich das runde Ge
gesagt in sechs schwingende Theile ab. Zur Hervorbringun
Schwingungsart wird das Gefäß an zwei Stellen gehalten,
60° von einander entfernt sind und dann an einer Stelle
Bogen in der Richtung des Durchmessers gestrichen. Bei de
Schwingungsart theilt sich das Gefäß in 8 Theile ab; man
diesem Behufe dasselbe an zwei Stellen, die um 45° von eina
stehen, und streicht es an einer schicklichen Stelle. Durch
dessen Oberfläche mit Hexenmehl oder Blüthenstaub bestreut i
sich der Unterschied zwischen den bewegten und ruhenden Stel
mehr hervorheben. — Die Tonwerthe bei diesen Schwingu
verhalten sich ohngefähr wie die Quadraten der Zahlen 2, 3, 4

höherem Grade, je größer die in Bewegung gesetzte Masse des letzteren ist, wie es sich an einem und demselben Glasgefäße zeigen läßt, das einmal leer und dann nach und nach mit verschiedenen Flüssigkeiten gefüllt, bei gleichmäßiger Behandlung zum Klingen gebracht wird. Der Ton wird desto tiefer, je dichter die Flüssigkeit ist.

Reibt man mit nassem Finger ein rundes gläsernes Gefäß am Rande in der Richtung seines Umkreises, so theilt es sich ebenfalls in schwingende Theile ab, welche unbeschadet der Schwingungsweise und der Tonhöhe aber jeden Augenblick ihren Ort ändern und in dem ganzen Umfange des Gefäßes fortrücken. Man kann ein derartiges Weiterschreiten durch Hexenmehl sichtbar machen, oder auch dadurch, daß man Sonnenlicht auf das im Gefäß befindliche Wasser fallen läßt und das Bild der Sonne beim Schwingen desselben beobachtet. Auch an kreisrunden Scheiben läßt sich ein solches Weiterrücken der Knotenlinien bewirken. Man braucht deßhalb blos die Platte durch einen raschen Bogenstrich in Schwingungen zu versetzen, den Bogen schnell zurückzuziehen, wieder einen Strich zu thun und so mehreremal hintereinander zu verfahren. Je schneller man streicht und den Bogen wieder zurückzieht, desto rascher wird man die Knotenlinien herumführen können.

Da die Metallglocken mehrfach gebraucht werden, so dürfte es von Interesse sein, die Mittel festzustellen, durch welche eine Tonerhöhung oder Toneriedrigung der Glocke bewirkt werden kann. Wir erwägen deßhalb, daß sich eine Glocke einmal als eine festzusammenhängende Verbindung von elastischen Stäben und dann wieder als ein festverbundenes Aggregat von elastischen Ringen betrachten läßt. Was darum bei elastischen Stäben und Ringen eine Aenderung ihres Tones hervorbringt, das wird mehr oder minder dies auch bei den Glocken zu bewirken im Stande sein. Wie darum ein gekrümmter Stab eine Toneriedrigung erleidet, wenn er an seiner Biegungsstelle dünner gemacht wird; so wird der Ton einer Glocke tiefer werden, wenn man die durchschnittliche Wand derselben zunächst ihrer Haube vermindert. Deßgleichen wird eine Toneriedrigung bei der Glocke erfolgen, wenn man an der inneren Fläche ihres Schlagringes ihre Masse verringert, gerade so wie der Ton eines elastischen Ringes tiefer gestimmt wird, wenn man ihn an seiner inneren Fläche düuner macht.

Um den Ton einer Stimmgabel zu erhöhen, braucht man nur die Länge ihrer Schenkel zu vermindern; es ist daher anzunehmen, daß die Verkürzung der Glockenwand eine Erhöhung des Tones zur Folge hat. Es ist dies auch wirklich der Fall, so lange die Glockenwand durchgängig eine gleiche Dicke besitzt. Dagegen tritt das entgegengesetzte

[illegible] Anderes bezweckt, als die Längen der zu einer Kegelfläche ve Stäbe zu verkürzen und somit deren Oscillationen zu beschlem

Handelt es sich um die Herrichtung eines schönen Kirchen so kommt außer der Stärke, Andauer, Reinheit und Fülle de bei den Glocken auch noch der Accord in Betracht, welchen sie men geschlagen angeben. Um diesen verschiedenartigen Anfor zu genügen, müssen die Glocken ein hinlängliches Volumen ei aus einem gut elastischen Stoff bestehen, den richtigen Guß haben, jede einzelne in einem bestimmten Grundtone anklingen, hohlen Raume aufgehängt sein, der als kräftige Resonnanz Eine in neuerer Zeit zu Glocken in Gebrauch gekommene Metall ist die Zusammensetzung aus 21,5 Theilen Zinn, 2 Theil 2,5 Theilen Nickel und 74 Theilen Kupfer. Das aus diesen theilen zusammengesetzte Glockengut ist als ein dauerhaftes, nic zu bearbeitendes Metall und zugleich hinsichtlich der Tonerzeu eine gute Composition befunden worden. Was die Ausn Accords für das Kirchengeläute betrifft, so ist eine weiche Ton harten vorzuziehen, indem die erstere eher als die letztere den stimmungen zusagt, wie solche die Religionsübung verlangt. dürften wir wohl bald überzeugt sein, wenn wir Gelegenhei zwei dergleichen verschiedenartige Geläute mit einander zu ve wie z. B. das Geläute auf der katholischen Kirche zu Darm jenem auf der größeren der dortigen protestantischen Kirche, v das eine in der Cismoll Tonart und das andere in dem C-du

für einen Stab von 20 Kilogrammes kann der Ton schon auf eine ziemliche Strecke hingehört werden, doch können verschiedene Lokalverhältnisse denselben mehr oder weniger verstärken: so z. B. fällt der Ton eines und desselben Stabes an einem Thalorte ergiebiger aus, als an einem auf höheren Gebirgen frei gelegenen Orte. Im Uebrigen steht das Stahlstabgeläute dem Glockengeläute bedeutend nach in Ansehung der Stärke, Nachhaltigkeit und Reinheit des Klanges.

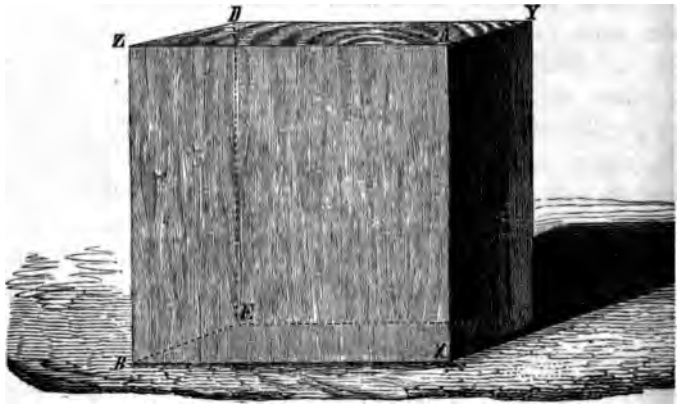
Die tönenden Schwingungen der Glocken kommen auch bei dem Glockenspiel in Anwendung. Dasselbe besteht aus einer Anzahl von Glocken von verschiedener Größe, die nach der Tonleiter gestimmt sind. Mittelst einer eigens dazu eingerichteten Claviatur oder mittelst einer besonderen Walze, die durch Gewichte in Bewegung gesetzt wird, werden die Glocken durch Hämmer zum Tönen gebracht. Für das Glockenspiel eignen sich nur Stücke mit einfacher Melodie, am wenigsten aber solche, in denen etwas rasche Tonfolgen vorkommen, weil dann durch den Nachklang die Melodie undeutlich wird. — Dasselbe gilt von der Glasharmonika, einem Instrumente, das aus einer Anzahl von Glasglocken besteht, welche nach dem Verhältnisse ihrer Größe die Töne der Tonleiter geben, wenn sie mit nassen Fingern gerieben werden. Die Glocken sind auf einer horizontalen eisernen Achse ineinander geschoben und mit Kork befestigt, so daß sie einander nicht berühren und immer der Rand der nachfolgenden kleineren unter dem Rande der unmittelbar vorhergehenden größern etwas hervorragt. Mit der Achse ist ein Schwungrad verbunden, das durch den rechten Fuß des Spielers in Bewegung gesetzt wird. Auf diese Art werden sämmtliche Glocken zugleich um ihre Achse nach dem Spieler hin gedreht, der durch Auflegen der nassen Finger aus den umschwingenden Glocken den Ton nach Belieben hervorrufen kann. Die den Glocken entnommenen Töne haben eine außerordentliche Reinheit und überdies den eigenthümlichen Charakter, daß sie mehr als andere Töne zum Ausdrucke melancholischer Empfindungen geeignet sind. Die Glasharmonika wird am füglichsten ohne alle weitere Instrumentalbegleitung gespielt, indem neben dem Tone derselben die Töne der übrigen Instrumente dem Ohr minder angenehm erscheinen.

4. Schwingungen solcher Körper, die nicht nach allen Richtungen dieselbe Elasticität haben.

Die Schwingungen tönender Körper geben uns zugleich ein Mittel an die Hand, einigen Aufschluß über die Größe und Vertheilung der Elasticität in starren Körpern zu erhalten. Die über die Schwingungen prismatischer Stäbe gegebene Formel: $n = \frac{c'^2 h}{l^2}\sqrt{\frac{g k}{\delta}}$ lehrt uns näm-

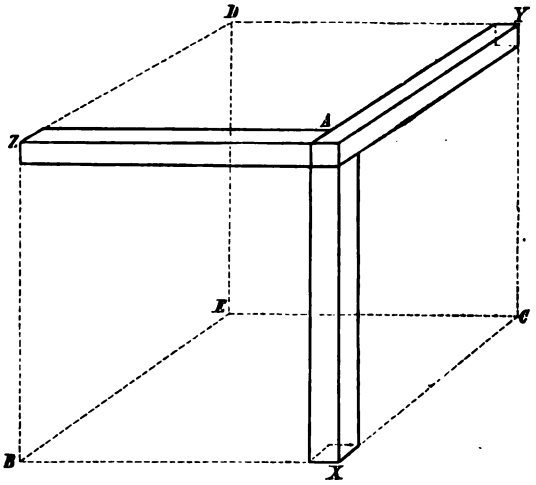
lich, daß bei einer und derſelben Schwingungsart das Elaſtici
ſich wie das Quadrat der Schwingungszahl verhält. Geſtützt
Thatſache ließen wir uns zunächſt, wie ſchon Savart gethan, a
und demſelben knotenfreien cylindriſchen Buchenholzſtamme drei
pipediſche Stäbe von gleichen Dimenſionen nach verſchiedene
tungen ſchneiden, nämlich einen in der Ebene der Faſern par
Richtung derſelben, den zweiten in der Ebene der Faſern ſenk
Richtung derſelben, den dritten rechtwinklich auf der Ebene de
Um eine beſtimmtere Vorſtellung von den verſchiedenen Richt
erhalten, in welchen die Stäbe geſchnitten worden ſind, möge

Fig. 32.



einen Würfel aus Buchenholz darſtellen, an welchem die Fläche
parallel mit der Ebene der Faſern und die Kante AX in der
der Faſern liegt und die Kante AY ſenkrecht auf ihrer Ebene
drei Stäbe werden alſo beziehungsweiſe eine parallele Richt
den Kanten AX, AY, AZ des Würfels haben, wie es die
angibt. Indem wir nun erwähnte drei Stäbe auf einerlei
Schwingungen verſetzten, konnten wir aus der Tonhöhe der S
ihre Schwingungszahl und daraus auf ihre Elaſticität ſchließ
einem Verſuch mit drei auf die angegebene Weiſe zugeſchnittenen
timeter langen Stäben von quadratiſchem Querſchnitte, deſſe
3 Millimeter betrug, fanden wir drei Töne, für welche ſich mit
Monochords die Schwingungszahlen 35:32:31 herausſtellten.
beſitzt demnach nach den angenommenen drei unter ſich rechtw
Richtungen verſchiedene Elaſticitäten. Die Elaſticität nach jede
Richtung liegt zwiſchen denen, welche in den eben betrachteten Ri
ſich vorfinden, was veranlaßt hat, die drei Kanten AX,

Fig. 33.



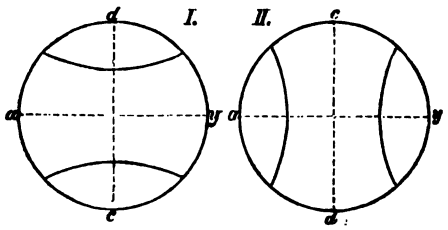
Elasticitätsachsen zu nennen, und zwar die erstere die Achse der größeren Elasticität, die zweite die Achse der mittleren Elasticität, die dritte die Achse der kleineren Elasticität, indem die Elasticität in der Richtung AZ geringer und jene in der Richtung AX größer als in den übrigen Richtungen ist.

Schneidet man von einem Körper gleichförmig dicke Kreisscheiben und versetzt sie in Schwingungen, so werden, falls die Klangfigur aus diametralen Linien besteht, diese Linien jede mögliche Richtung annehmen können, wenn die Scheibe allenthalben gleich elastisch ist, d. h. ihre Lage wird blos von dem Punkte abhängig sein, von welchem die Erschütterung ausgegangen ist. Dies wird z. B. auf einer messingenen Kreisscheibe von gleichförmiger Dicke sich ereignen. Nehmen aber jene Linien nicht jede Lage auf der Kreisscheibe an, so besitzt dieselbe nicht allenthalben einerlei Elasticität. Es ist dies z. B. auf einer gleichförmigen dicken Messingscheibe der Fall, auf welcher man parallele Einschnitte mit einer Säge gemacht und dadurch nach der Richtung derselben ihre Elasticität geschwächt hat. Die zwei aufeinander senkrechten Durchmesser der Klangfigur können nun nicht mehr jede beliebige Lage annehmen, sondern das diametrale System fällt immer so, daß die eine Knotenlinie mit den Einschnitten parallel und die andere darauf senkrecht steht, welche letztere an den Stellen, wo keine Einschnitte hinfallen, in eine hyperbolische Curve übergeht, deren Hauptachse jederzeit mit den Einschnitten parallel ist, also immer in der Richtung liegt, in welcher die Scheibe die geringste Elasticität besitzt.

in der Geſtalt einer Hyperbel erſcheinen laſſen, deren Nebenac derjenigen jener Linien parallel läuft, welche der Richtung der Elaſticität angehört. — Die Aenderung in der Geſtalt der H an den verſchiedenen Stellen der Scheibe ſcheint eine Verſchi der daſelbſt obwaltenden Elaſticitätsverhältniſſe anzudeuten, wi auch die verſchiedenen Töne auf eine derartige Ungleichheit hi Bei Scheiben, auf welchen die Klangfigur nie unter der Form geraden Linien, ſondern unter der Form zweier Syſteme hyperl Linien erſcheinen, wäre hiernach anzunehmen, daß die Elaſticit verſchiedenen Richtungen eine andere iſt. — Auf Grundlage die merkungen ließen wir uns nun, wie Savart ebenfalls ſchon eine Menge kreisförmiger Platten von 8 Centimeter Durchmeſſ 3 Millimeter Dicke nach verſchiedenen Richtungen ſchneiden und ſuchten hierauf die auf denſelben zum Vorſchein gekommenen Knote

Bei einer Scheibe, welche ſenkrecht auf der Würfelfläche und zugleich ſenkrecht auf der Richtung A X ſtand, erhielt man

Fig. 34.



Hyperbel wie Fig. I., so daß die Nebenachse die Richtung der Linie a y nahm: in dieser Reihe war mithin die Elasticität in der Richtung a y größer als in der darauf senkrecht stehenden. Bei einer zweiten Reihe von Scheiben hatte jene Knotenlinie die Gestalt einer Hyperbel wie Fig. II., so daß die Hauptachse in die Richtung von a y kam: bei diesen Scheiben war also die Elasticität in der Richtung a y kleiner, als in der darauf rechtwinkligen. An einer einzigen Scheibe, die unter einer gewissen Neigung erhalten wurde, gingen die zwei Hyperbelzweige in zwei sich rechtwinklig schneidende gerade Linien über: dieser Fall trat ein, als die Elasticitäten in den Richtungen der beiden Achsen gleich groß waren. Die Töne fielen in dem Maße höher aus, als die Scheiben dem Parallelismus mit der größeren Elasticität sich näherten.

Bei den Scheiben, welche um die Achse A Z der kleinsten Elasticität und senkrecht gegen die Ebene C Y A X geschnitten waren (Fig. 35), be-

Fig. 35.

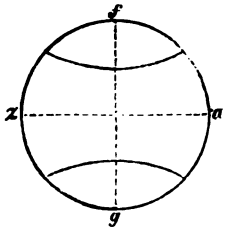
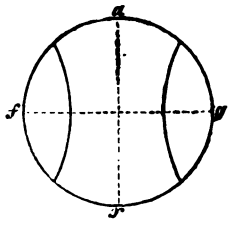


Fig. 36.



stand die eine Knotenlinie aus zwei sich schneidenden geraden Linien, deren eine a z der Achse A Z entsprach. Diese letztere blieb bei allen Scheiben die Nebenachse des hyperbolischen Knotensystems, Fig. I., das in dem Maße flacher wurde, als die Scheiben sich dem Parallelismus mit der Ebene A X B Z näherten. In gleicher Weise nehmen auch die Töne stufenweise an Höhe zu.

Bei den Scheiben, welche senkrecht um die Achse A X der größeren Elasticität und senkrecht gegen die Ebene A Y D Z geschnitten waren, (Fig. 36), bestand das eine Knotensystem aus zwei sich rechtwinklig schneidenden Linien, von denen die eine a x mit der Achse A X der größeren Elasticität zusammenfiel. Dieselbe war zugleich die Nebenachse der hyperbolischen Curven, Fig. I., aus denen das zweite Knotensystem bestand. Die den Scheiben zugehörigen Töne fielen in dem Maße höher aus, als die Scheiben sich dem Parallelismus der mittleren Elasticität näherten.

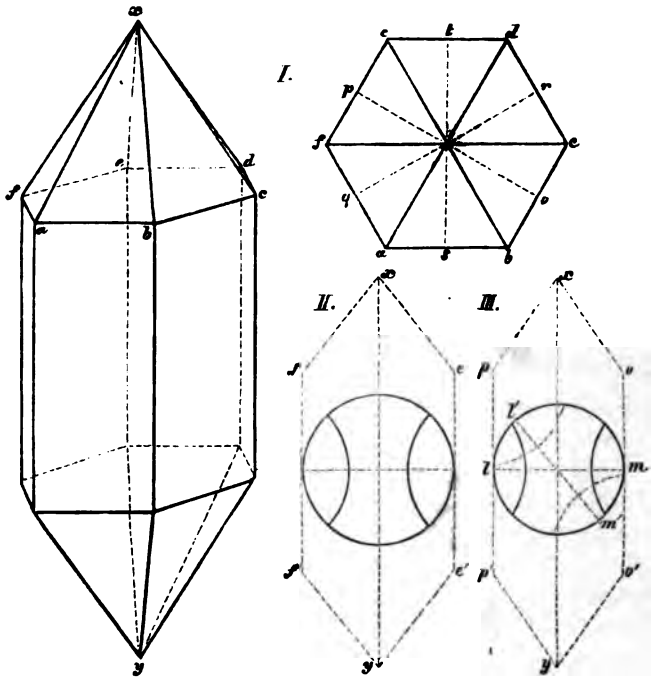
Bei den Scheiben, welche um die Diagonale A D senkrecht gegen die Ebene A C Y Z geschnitten waren, stellten sich die beiden Knotensysteme unter der Form zweier hyperbolischen Curven dar, wie Fig. 37 I.

zeigt. Nur bei zwei Scheiben erhielt man ein System von rechtwinklig ſchneidenden Geraden: nämlich auf der Scheibe, i zwei Elaſticitätsachſen lagen, die Fig. II., und auf der Scheil eine derſelben umſchloß, die Fig. III. Der Ton fiel in de höher aus, als die Scheibe dem Parallelismus der Achſe der Elaſticität näher kam.

Die obigen bei Körpern mit drei rechtwinkligen Elaſtici beobachteten Erſcheinungen führen uns zu folgenden Reſultaten die Ebene der Scheibe eine der Elaſticitätsachſen, ſo beſteh Knotenfiguren aus zwei geraden ſich rechtwinklich ſchneidend deren eine ſich immer jener Achſe parallel legt; die andere Fig aus zwei hyperboliſchen Curven. — Enthält die Scheibe keine i in ihrer Ebene, ſo beſtehen beide Knotenfiguren jedesmal aus ähnlichen Curven. — Die Hauptachſe der hyperboliſchen Cu ſich jederzeit in die Richtung der kleinſten Elaſticität, ſo wenn dieſe Achſe die früher von der Nebenachſe angenomm erhält, die Elaſticität in dieſer Richtung geringer, als in d geworden iſt. — Die Scheibe, welche die Achſe der größten leren Elaſticität in ihrer Ebene enthält, gibt den höchſten Scheibe, welche ſenkrecht auf der Achſe der größeren Elaſtic dagegen den tiefſten Ton.

Aehnliche Verſuche hat Savart mit dem Bergkryſtall

Fig. 38.



Bei den drei Scheiben, welche parallel zur Achſe des Kryſtalls nach den Richtungen f c und denen der diagonalen a d und e b des Sechsecks geſchnitten ſind, beſteht die eine Knotenlinie aus zwei ſich rechtwinklig ſchneidenden Geraden, von denen die eine x y parallel zur Achſe X Y iſt; die andere Knotenlinie hat Aehnlichkeit mit zwei Hyperbelzweigen, denen die erſteren Linien als Achſen dienen, wie Fig. II. zeigt. Dieſe Scheiben enthalten alſo wenigſtens eine der Elaſticitätsachſen in ihrer Ebene. — Bei den drei Scheiben, welche parallel zur Achſe des Kryſtalls nach den Richtungen p o, q r und s t, deren jede beziehungsweiſe auf zwei gegenüberliegenden Seiten des Sechsecks ſenkrecht ſteht, geſchnitten ſind, zeigen ſich beide Knotenſyſteme unter der Geſtalt hyperboliſcher Curven, welche Fig. III. darſtellt. Die Hauptachſen der beiden Curven ſcheinen ſich im Mittelpunkt unter einem Winkel von 51° bis 52° zu kreuzen.

Bei den Scheiben, welche parallel zur Achſe nach anderen Richtungen als den vorhin angegebenen, ſowie bei den Scheiben, welche ſchief gegen die Achſe geſchnitten ſind, findet man, daß die Knotenlinien der beiden Syſteme ſich theils jenen der drei erſtern, theils denen der

drei letzteren Scheiben nähern. Daraus geht hervor, daß die der Achse parallelen, sowie die schief gegen die Achse geschnittenen Platten aus Bergkrystall ungleiche Elasticitäten besitzen.

Savart bemerkt mit Recht, daß zwischen der größten und kleinsten Elasticität im Bergkrystall ein großer Unterschied vorhanden sein müsse, weil unter den Scheiben aus Buchenholz, bei welchem sich diese beiden äußersten Grenzen wie 1 : 16 verhalten, sich keine findet, deren Töne um eine große Terz auseinander liegen, während es unter den Bergkrystallscheiben solche gibt, deren Töne das Intervall von einer Quinte darbieten. — Der Doppelspath zeigt ein ähnliches Verhalten wie der Bergkrystall; nur besteht zwischen beiden ein wesentlicher Unterschied darin, daß bei ersterem die kleine Diagonale des Sechsecks die Achse der kleineren, beim zweiten aber die Achse der größeren Elasticität ist.

Zweiter Abschnitt:

Schwingungen der Luft.

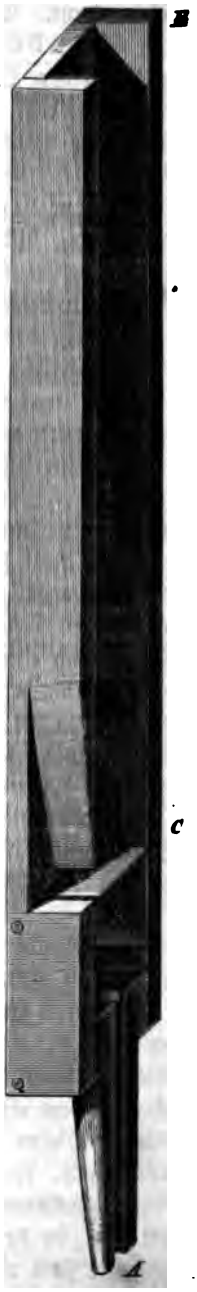
I. Tönende Schwingungen der Luft.

1. Gedeckte und offene Orgelpfeifen.

Die in einer geraden oder krummen Röhre eingeschlossene Luft tönt, sobald sie nach der Richtung ihrer Länge durch geeignete Verfahrungsweise in eine stehende Schwingung versetzt wird. Der Ton richtet sich lediglich nach den Dimensionen, der Temperatur und der Schwingungsdauer der in der Röhre enthaltenen Luftsäule und wird nicht geändert, wenn man die Röhre in der Hand festhält oder mit einem Tuche bedeckt. Auch bleibt die Tonhöhe dieselbe, wenn das Material der Röhre geändert wird, insofern ihre Wände nicht sehr dünne sind; nur auf die Qualität des Tones hat das Material einen merklichen Einfluß, welcher theils in dem Mitschwingen desselben, theils in den durch die Reibung hervorgebrachten verschiedenen Bewegungsphasen seinen Grund haben mag. — Die in einer Röhre eingeschlossene Luftsäule wird in Schwingung gebracht, indem man *einmal* durch Hineinblasen an einem Ende der Röhre die Luft verdichtet, wie dies beim Waldhorn geschieht; *dann* am offenen Ende der Röhre einen *dünnen* Luftstrom vorbeistreichen läßt, wie dies bei der Flöte der Fall

urch einen Luftſtrom ein elaſtiſches
Oscillation verſetzt, das ſo regel-
inander folgende Stöße auf die
Röhre ausübt, wie es bei der
werkſtelligt wird; endlich einen
nden Körper auf die eingeſchloſſene
ken läßt: ſo z. B. kommt eine
m Tönen, wenn eine angeſchlagene
die nahe den Ton der Pfeife gibt,
ndung gehalten wird. In allen
wird an einem Ende der Röhre
zahl von Luftwellen hintereinander
die am andern Ende eine Reflexion
daß durch die Interferenz der
:n reflectirten Wellen die Luftſäule
de longitudinale Schwingung ver-
)er Erfolg iſt jedoch ein verſchie-
ingt außer den oben angegebenen
:nden Umſtänden auch davon ab,
an einem Ende mehr oder minder
edeckt) oder an beiden Enden
ıd richtet ſich nach der Größe des
nd nach der Art des Anblaſens.
weit die beiden letzteren Stücke
ind, können wir ſchon bei dem ge-
eifen mit dem Munde ſehen. Der
ämlich einmal von der Kraft ab,
ie Luft beim gleichen Grade der
ckung der Lippen durch die ge-
ung ausgeblaſen wird, ſo daß,
ngeändert bleibt, bei einer größe-
Ton höher ausfällt. Dann hängt
von der Größe der Oeffnung ab,
nerlei Kraft die Töne deſto höher
ger die Oeffnung iſt. Hierher ge-
: Töne, welche bei dem Strömen
Windes durch kleine Oeffnungen
Töne werden nämlich höher und
ie Heftigkeit des Windes zunimmt.
ei den tönenden Röhren vorkom-
: aufzufinden, wollen wir zunächſt

Fig. 39.

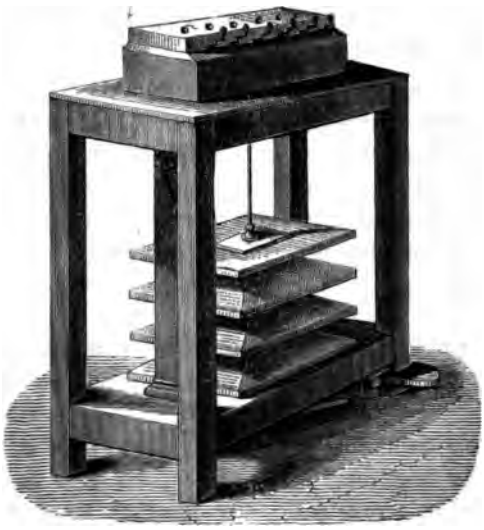


Schichte, welche sich gegen die obere Lippe bricht und so die
der Röhre in Schwingung versetzt. Die Neigung der oberen Li
wie die Größe des an dem unteren Rande der Röhre befindlic
schnitts (des Mundes der Pfeife) haben Einfluß auf die S
des Tones; man muß deßwegen jene Stücke so lange abänd
die Pfeife einen reinen und deutlichen Ton angibt.

Um kleine Pfeifen zum Tönen zu bringen, reicht der m
Athem hin. Größere erhalten den Wind aus einem luftdicht ges
Kasten, in welchem die Luft durch Blasebälge verdichtet wi
dem Kasten steht jede Pfeife durch ein Ventil in Verbindung,
durch Anschlagen einer entsprechenden Taste geöffnet wird.
Erscheinungen, welche die Blasinstrumente darbieten, nachgehen z
muß man sich einen derartigen Apparat verschaffen, womit ei
wahl von Röhren von verschiedener Länge und Dicke aus Holz,
Glas oder Pappe zu verbinden ist, nebst einigen Füßen aus
welche sie aufgesetzt werden können. Die Fig. 40 stellt einen
Apparat in dem zwanzigsten Theil seiner natürlichen Größe da
die Kraft des Windes, welcher die Pfeifen zum Tönen brin
nach Belieben stärker oder schwächer zu machen, legt man auf
Blatt des Blasebalgs mehr oder weniger Gewichte auf.

Die stehende Schwingung der Luftsäule in einer gedeckten
kommt durch Interferenz der am geschlossenen Ende reflecti
der am offenen Ende gebildeten directen Wellen zu Stande.
wenn ein Ton entstehen soll, von solcher Beschaffenheit, daß

Fig. 40.



Interferenz von Longitudinalwellen gebildete stehende Schwingung gesagt worden ist, beträgt nun der Abstand der Luftschichte von unveränderlicher Dichte vom Schwingungsknoten $\frac{1}{4}$ einer Wellenlänge; es wird also bei jeder Schwingungsart in einer gedeckten Pfeife eine Luftwelle von solcher Länge sich bilden, daß die Entfernung des ersten Schwingungsknotens vom offenen Ende den vierten Theil einer Wellenlänge beträgt und das geschlossene Ende in einen Schwingungsknoten fällt. Die einfachste Schwingungsart, die den tiefsten Ton gibt, dessen die Pfeife fähig ist, wird daher diejenige sein, bei welcher nur am geschlossenen Ende ein Schwingungsknoten vorkommt. Ist λ die dieser Luftwelle zugehörige Länge und l jene der Pfeife, so ist also $l = \frac{\lambda}{4}$ oder $\lambda = 4l$. — Die nächst höhere Schwingungsart ist diejenige, bei welcher außer dem Schwingungsknoten angeschlossenen Ende noch ein Knoten in der Röhre sich bildet, welcher vom geschlossenen Ende um die halbe Wellenlänge und vom freien Ende um den vierten Theil derselben absteht. Bezeichnet λ_2 diese Wellenlänge, so ist die Pfeifenlänge $l = \frac{\lambda_2}{2} + \frac{\lambda_2}{4}$; woraus $\lambda_2 = \frac{4}{3} l$. — Ein noch höherer Ton führt zwei Schwingungsknoten mit sich, so daß, wenn λ_3 dessen Wellenlänge bedeutet, die Pfeifenlänge $l = \frac{\lambda_3}{2} + \frac{\lambda_3}{2} + \frac{\lambda_3}{4}$ ist; woraus $\lambda_3 = \frac{4}{5} l$ ꝛc.

Aus denselben ergeben sich mit Hülfe der oben angegebenen A
von λ_1, λ_2, λ_3 ... nachstehende relative Tonhöhen:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 3; \quad \frac{n_3}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_3} = 5 \text{ u. s. w.},$$

d. h. die Töne, welche durch bloßes verstärktes Anblasen einer
Pfeife hervorgebracht werden können, verhalten sich wie die u
Zahlen 1, 3, 5, 7 ... Die Statthaftigkeit dieser Aufeina
läßt sich durch die Erfahrung nachweisen, indem man in den
Röhre mit immer wachsender Stärke bläst, bis man auf die
einen deutlichen Ton herauslockt. Der nämliche Zweck kann
durch erreicht werden, daß man blos die Größe des Aufschr
Pfeife mittelst eines dünnen verschiebbaren Kupferblechs
Man zieht zuerst das Blech ganz zurück und bestimmt dann de
Ton, welcher der Pfeife vermöge ihrer Länge zukommt; hiera
man, während der Wind in derselben Stärke aus dem Blasewer
das Blech allmählig weiter vorwärts, bis man an einen Punkt
wo die Pfeife wieder deutlich anspricht: der Ton, den sie alsd
wird genau den Werth 3 haben, wenn der des ersten als 1 a
men wird. Bei allmäligem Vorwärtsschreiten des Blechs
Ton 3 undeutlich werden, dann gänzlich ausbleiben und en
Ton 5 sich vernehmen lassen.

Die Töne der Pfeifen bei einerlei Schwingungsart hän
der Länge der darin eingeschlossenen Luftsäule und von deren
ab, welche letztere der Kraft gleich gilt, mit welcher sie
Atmosphäre zusammengedrückt wird. Bezeichnet n die der ei

dividirt. In der Lehre von der Wärme wird nachgewiesen, daß dieser Quotient $k = 1{,}4$ ist. Bei Pfeifen von verschiedener Länge verhalten sich also bei einerlei Schwingungsart unter sonst gleichen Umständen die Töne umgekehrt wie die Längen der Pfeifen.

Aus der Formel $n = \frac{1}{4l}\sqrt{\frac{kPg}{\delta}}$ folgt, daß, wenn die Dichte der Luftsäule in der Pfeife durch Erwärmung abnimmt, während der Druck der Atmosphäre derselbe bleibt, der Ton der Pfeife höher wird. Daher kommt es, daß bei Concerten Saiten- und Blasinstrumente bei Veränderung der Temperatur die Stimmung nicht behalten, indem die ersteren nach eingetretener Erwärmung tiefer, die letzteren höher tönen. — Nehmen P und δ in gleichem Verhältnisse zu oder ab, so bleibt n unverändert bei einer und derselben Pfeife: auf dem Gipfel eines Berges wie am Fuße, ist also bei gleicher Temperatur der Ton einer Pfeife der nämliche, weil mit der Zunahme der Dichtigkeit der Luft auch der Druck der Atmosphäre in gleichem Verhältnisse zunimmt.

Bei einer beiderseits offenen Pfeife wird sich die stehende Schwingung immer in der Art bilden, daß die Luftschichten an beiden Enden eine unveränderliche Dichte behalten und nur hin und her oscilliren. Da nun die eine wie die andere gedachter Luftschichten von dem Schwingungsknoten um den vierten Theil einer Wellenlänge absteht, so wird die einfachste Schwingungsart in einer offenen Pfeife demnach diejenige sein, bei welcher sich ein Schwingungsknoten in der Mitte der Röhre bildet. Ist mithin λ' die dieser Schwingungsweise zugehörige Wellenlänge, so ist die Pfeifenlänge $l = \frac{\lambda'}{2}$, woraus $\lambda' = 2l$. — Bei der zweiten Schwingungsart entstehen zwei Schwingungsknoten, deren gegenseitiger Abstand von einander eine halbe Wellenlänge beträgt und deren jeder um den vierten Theil einer Wellenlänge von dem nächsten Pfeifenende entfernt ist. Bezeichnet λ'' jene Wellenlänge, so ist also $\frac{\lambda''}{2} + \frac{\lambda''}{4} + \frac{\lambda''}{4} = l$, woraus $\lambda'' = \frac{2l}{2}$.

Aehnliches kommt bei der Bildung von drei, vier ... Schwingungsknoten vor, bezüglich deren Anordnung immer das Gesetz gilt, daß ein freier Theil der schwingenden Luftsäule halb so lang ist, wie ein zwischen zwei Schwingungsknoten liegender; so daß, wenn λ''', λ^{IV} ... die Längen derjenigen Wellen sind, die bei drei, vier ... Schwingungsknoten sich bilden, man hat: $\lambda''' = \frac{2l}{3}$; $\lambda^{IV} = \frac{2\lambda}{4}$ u. s. w. Sind n', n'', n''' ... die Schwingungszahlen, wenn in der Pfeife die Wellen

Diese Reihenfolge von Tönen läßt sich auf die nämliche We
die Erfahrung bewähren, wie dies bei den gedeckten Pfeifen gesc

Die Schwingungszahl n' des tiefsten Tones einer offene
wird durch die Formel $n' = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{gPk}{\delta}}$ angegeben, wo l, g,
ganz dieselben Bedeutungen haben, wie in der für die Schw
zahl n des tiefsten Tones einer gedeckten Pfeife aufgestellten
Der tiefste Ton einer offenen Pfeife ist also die höhere Oct
dem tiefsten Tone einer gleich langen gedeckten Pfeife.

Zur Prüfung der Vorgänge bei der in einer Röhre vil
Luft, nahmen wir nach der Angabe von Hopkins eine gläsern
von 4—5 Centimeter im Durchmesser und ohngefähr 60 Ce
Länge und versahen sie an ihrem oberen Ende mit einem Ausz
von Pappe, so daß die ganze Röhre sich verlängern oder verkü
Um die Luft in der Röhre in schwingende Bewegung zu verse
fand sich nahe an dem unterm Ende derselben, nachdem sie in
Lage befestigt war, eine Glasplatte, welche durch eine Zang
Mitte horizontal gehalten und durch Streichen mit einem Bi
zum Tönen gebracht wurde. Eine über einen kleinen Meta
gezogene zarte Membrane, welche mittelst eines dünnen Faden
Röhre nach Belieben eingesenkt werden konnte, ließ durch die m
minder lebhafte Bewegung des aufgestreuten Sandes auf jene
in der Röhre schließen. Um die Membrane für dergleichen
möglichst empfindlich zu machen, waren an dem Rahmen zwei k
Schrauben angebracht, durch deren Anziehen oder Nachlassen

Die Ergebnisse dieser Versuche sind folgende:

1) Die Knoten sind keine Orte völliger Ruhe der Luft, sondern nur Orte der kleinsten Vibration.

2) Die Entfernungen je zweier benachbarten Knoten sind einander gleich und betragen genau eine halbe Wellenlänge.

3) Der Abstand des letzten Knotens von dem Ende der offenen Röhre ist kleiner als der vierte Theil der Wellenlänge; der Unterschied oder die Verschiebung des Knotens wächst mit der Länge der Schallwellen und mit dem Durchmesser der Röhre.

4) In einer geschlossenen Röhre ist der Abstand des letzten Knotens von dem Ende gleich einer halben Wellenlänge.

5) Die Intensität der Vibrationen in einer offenen Röhre ist am größten, wenn deren Länge etwas kleiner ist, als ein gerades Vielfaches von einer Viertelwellenlänge, und wird am kleinsten, wenn sich die Länge der Röhre einem ungeraden Vielfachen von einer Viertelwellenlänge nähert.

6) Für eine geschlossene Röhre findet die stärkste Vibration statt, wenn die Länge der Röhre ohngefähr einem geraden Vielfachen einer Viertelwellenlänge gleichkommt, und die geringste Vibration tritt ein, wenn sie ein ungerades Vielfache jener Größe beträgt.

7) Bringt man die Platte sehr nahe an die Mündung der Röhre und läßt die Länge der Röhre allmälig zu- und abnehmen, so findet man, daß die Vibrationen der Platte von der Gegenwart der offenen Röhre nicht afficirt werden, wenn deren Länge etwas weniger als ein gerades Vielfache von einer Viertelwellenlänge beträgt, daß es aber beinahe unmöglich wird, die Platte in Schwingung zu versetzen, wenn die Länge der Röhre von jener Größe um eine Viertelwellenlänge verschieden ist.

8) Aehnliches gilt für die geschlossene Röhre, wenn deren Länge mit einem ungeraden Vielfachen einer Viertelwellenlänge übereinstimmt oder von jener Größe um eine Viertelwellenlänge unterschieden ist.

Röhren von ungleichförmigem Durchmesser, z. B. kegelförmige, können, wenn sie angeblasen werden, entweder tiefer oder höher als eben so lange cylindrische oder prismatische Röhren tönen, je nachdem sie nach oben zu sich verengern oder erweitern, sich mithin entweder einer gedeckten oder offenen Röhre mehr nähern. — Aehnliches gilt von den sogenannten Rohrflöten, deren Tonhöhe in der Mitte zwischen jenen der ganz gedeckten und ganz offenen liegt. Diese Pfeifen sind nichts anders als gedeckte Pfeifen, in deren Deckel ein kleines rundes Loch sich befindet, in welches eine Röhre von gleichem Durch-

messer eingefügt wird, die an beiden Enden offen und im Verhältniß zur Pfeife kurz ist.

Die gewöhnlichen Verfahrungsweisen, eine Orgelpfeife auf eine bestimmte Tonhöhe zu bringen, gründen sich auf die Modificationen, welche der Ton bei Abänderung der Länge oder der Gestalt der Pfeife erleidet. Sie ändern sich nach der Gattung der Pfeifen und dem Stoffe, woraus sie bestehen. Bei den gedeckten Pfeifen aus Holz oder Pappe setzt man einen passenden, mit Leder umwundenen hölzernen Propfen ein, den man allmälig herabdrückt oder zurückzieht, bis die Pfeife in dem verlangten Ton anspricht. Bei den offenen Pfeifen setzt man eine dünne Platte von Blei in einer gegen die Achse geneigten Richtung an die Oeffnung an und ändert dann die Neigung der Bleiplatte, bis man den gewünschten Ton erhält. Indem die Platte die Oeffnung mehr und mehr bedeckt, wird der Ton immer tiefer werden und um eine ganze Octave sinken, wenn die Oeffnung gänzlich verschlossen und so die Pfeife zu einer gedeckten gemacht würde. — Die offenen Pfeifen von Blei oder Zinn werden, wenn sie zu tiefe Töne geben, oben am Rande auseinandergetrieben, so daß die Oeffnung weiter wird; dagegen drückt man die Ränder der Oeffnung zusammen und verengert letztere dadurch, wenn die Pfeife zu hoch tönt. Durch Verengerung der Oeffnung wird nämlich die Pfeife einer gedeckten näher gebracht, dagegen bei Erweiterung der Oeffnung mehr davon entfernt. Bei den gedeckten Pfeifen bringt man auf ihre äußere Oberfläche zur Seite der Lippe, wo der Wind anlangt, zwei bleierne Bleche an, die sich nach Außen öffnen und Bärte heißen. Liegen diese Bärte auf der Oberfläche der Pfeife, so gibt sie den Ton, welcher ihr vermöge ihrer Länge zukommt; nähert man aber die Bärte stufenweise einander, so wird der Ton immer tiefer und dies oft in bedeutendem Maße.

2. Einfluß der Weite und der dünnen Wände bei den Orgelpfeifen und die chemische Harmonika.

Die Weite der Röhre übt bei den Labialpfeifen einen beträchtlichen Einfluß auf die Tonhöhe aus, sobald sie nicht viel kleiner als die Länge ist. Der Einfluß der Weite bei dergleichen Pfeifen zeigt sich, wenn man die Länge der schwingenden Luftsäule durch Einschieben eines massiven Cylinders verkürzt, darin, daß die tieferen Töne nicht mehr ansprechen. Mehrfach darüber angestellte Versuche mit Pfeifen von verschiedener Größe und Gestalt haben uns zu manchen interessanten Ergebnissen geführt, welche Savart zum Theil schon aufgefunden hat. Der bestimmteren Ausdrucksweise halber verstehen wir unter Breite der Pfeife diejenige Dimension ihres Querschnitts, welche dem Wind-

loche parallel läuft und unter Dicke die andere Dimension jenes Querschnitts. Für die gedeckten wie die offenen Pfeifen sind die Resultate folgende:

1) Vermindert man die Breite der Pfeife und mit ihr die Spalte, ohne an den übrigen Dimensionen etwas zu ändern, so bleibt der Ton in Bezug auf seine Höhe ungeändert, nur wird er schwächer, je kleiner die Breite ist. Die Breite einer prismatischen Pfeife mit quadratförmiger Basis kann daher ohne Aenderung ihres Tones vermindert werden.

2) Bei parallelepipedischen Pfeifen ist die Schwingungszahl der Luftsäule ihrer Länge umgekehrt proportional, wenn das Verhältniß der Dicke zur Länge nicht unter 1 zu 6 liegt. Der Ton wird aber tiefer, als er der Länge der Röhre nach sein sollte, wenn jenes Verhältniß kleiner als das von 1 zu 6 ist: nämlich

um mehr als eine Terze tiefer für das Verhältniß von 1 zu 4;
" " " " Quarte " " " " " 1 zu 3;
" " " " Quinte " " " " " 1 zu 2;
" " " " Octave " " " " " 1 zu 1;

3) Kubische Pfeifen sprechen leicht an und liefern Töne, deren Werthe im umgekehrten Verhältniß ihrer Seitenlängen stehen; auch scheinen uns die Töne dergleichen Pfeifen weniger markig und voll zu sein, als diejenigen, welche bei den gewöhnlichen längeren Pfeifen erhalten werden. Das stärkere Anblasen bei den kubischen Pfeifen übt einen Einfluß auf die Stärke, doch keinen oder wenigstens nur einen sehr geringen auf die Höhe des Tones aus.

4) Bei parallelepipedischen Pfeifen von ähnlicher Gestalt verhalten sich die Tonwerthe verkehrt wie die homologen Abmessungen der Pfeifen: die Anwendungen der Pfeifen von ähnlicher Gestalt kann daher bei dem Orgelbau von Nutzen sein.

5) Bei parallelepipedischen Pfeifen, die nicht zu einander ähnlich sind, bleibt der Ton unverändert, wenn das Produkt der Länge mit der Dicke keine Aenderung erfährt, unter der Voraussetzung, daß die Dicke größer als der sechste Theil der Länge ist. Unter der nämlichen Voraussetzung geben im Allgemeinen dergleichen Pfeifen Töne, deren Werthe im verkehrten Verhältniß der Quadratwurzeln der Produkte der Länge mit der Dicke stehen.

6) Für ähnliche und unähnliche cylindrische Pfeifen gelten dieselben Gesetze; im Durchschnitt sind die Töne bei diesen Pfeifen wohlklingender, als bei den prismatischen. Doch äußert bei den Letztern das Material der Wände auf die Beschaffenheit des Tones einen geringern Einfluß als bei den Ersteren.

7) Der tiefste Ton einer offenen Pfeife ist jederzeit die Oberoctav von dem tiefsten Tone einer gleichlangen gedeckten Pfeife, in welche Verhältnisse die Dicke und Länge auch zu einander stehen mögen.

8) Durch verschiedene Art des Anblasens erhält man verschiede Töne, von denen jedoch der eine oder der andere minder anspricht, weniger die Dicke von der Länge abweicht. Im Allgemeinen sprech bei gedeckten Pfeifen die höheren Töne leichter an, als die tiefer während bei den offenen Pfeifen die tieferen Töne leichter als höheren erhalten werden.

Es läßt sich eine Röhre auch durch Anblasen einer in der Mi der Seitenwand angebrachten Mündung zum Tönen bringen. Ein aus verschiedenen darüber angestellten Versuchen erhaltene Resul sind folgende:

1) Eine Röhre von 60 Centimeter Länge und von 24 Millim im Durchmesser und in der Mitte angeblasen gab, als sie an bei Enden geschlossen war, bei verschiedenem Anblasen eine Reihe Tönen, die sich verhielten wie die Zahlen 1, 3, 5....

2) Dieselbe Röhre lieferte, als sie an beiden Enden offen eine Reihe von Tönen, die mit den Zahlen 2, 4, 6... übereinka

3) Die Röhre gab, als sie blos an einem Ende offen war, T welche in dem Verhältnisse der Quadrate der reciproken Werthe Zahlen 3, 4, 5 . . . zu einander standen; der tiefste dieser T verhielt sich zu dem tiefsten der in dem ersten Falle erhaltenen T wie 16 : 9.

4) Der Ton der Röhre, wenn sie auf die Hälfte, den viert den achten Theil ihrer Länge verkürzt wurde, ging jedesmal mehr um eine Sexte in die Höhe: dies ereignete sich, die Röhre mochte beiden Enden geschlossen oder offen, oder blos an einem Ende offen

5) Bei einer weiteren Röhre kamen die tieferen Töne leichter Vorschein, als die höheren.

6) Im Allgemeinen war der tiefe Ton desto tiefer, je weiter Oeffnung war.

Mit dem hier angegebenen Apparat hat viel Aehnlichkeit je kleine Instrument, womit die Jäger die Stimmen verschiedener Th nachahmen. Dasselbe besteht aus einer etwa 2 Centimeter wei 0,5 Centimeter langen beinernen Röhre, die an beiden Enden mit eb Platten geschlossen und in der Mitte mit einer kleinen Oeffnung sehen ist. Das Instrument liefert eine große Mannigfaltigkeit Tönen, je nachdem stärker oder schwächer geblasen wird. — Die J haben auch noch andere Pfeifen, womit gerade nur die Stimme

inzelnen Thiers, wie z. B. die des Rehes oder Hirsches nachgeahmt ird; dergleichen Instrumente gehören zu der Klasse der sogenannten ungenpfeifen, von denen im folgenden ausführlicher die Rede sein soll.

Dünne Röhrenwände üben auf die Stimmung schwingender Luftulen einen Einfluß aus, wie wir aus verschiedenen mit Pfeifen mit äutigen Wänden angestellten Versuchen ersehen haben. Die Ergebnisse denen wir geführt worden sind und welche zum Theil voraus zu hen waren, sind folgende:

1) Pfeifen mit membranösen Wänden können tiefer oder gleich och oder höher als Pfeifen mit starren Wänden unter übrigens gleichen mständen tönen. Ob der eine oder der andere Fall eintritt, hängt b von der eigenthümlichen Stimmung der Pfeife (d. h. der Stimmung, elche der Pfeife mit durchaus starrer Wandung zukommt) und der igentlichen Stimmung der Membrane (d. h. der Stimmung, welche erselben bei ihrer Absonderung von der Pfeife zukommt). Sind jene timmungen gleich, so werden beide Pfeifen den nämlichen Ton geben. ind aber die Stimmungen ungleich, so werden die beiden Töne desto eiter von einander abstehen, je weiter jene Stimmungen von einander weichen.

2) Bei ungleichen Stimmungen der Pfeife und der Membrane ird der Unterschied in der Tonhöhe desto bedeutender ausfallen, je rößer der Theil der Wand ist, welchen die Membrane einnimmt.

3) Wird die Membrane durch Feuchtigkeit erschlafft, mithin ihre lasticität und ihre Rückwirkung auf die Luft geringer, so werden die chwingungen der Membrane sowohl, wie jene der Luftsäule schwächer. st endlich die Membrane so schlaff, um durch das Anprallen der Luft n Schwingung zu kommen und das Zurückprallen der Luft zu bewirken, o kann kein Schwingen der Membrane und der angrenzenden Luft tattfinden. Fängt daher die Membrane gleich von dem Mundstücke n, so entsteht durch das Anblasen keine Tonschwingung mehr. Dagegen kommt, wenn der dem Mundstücke zunächst liegende Theil eine tarre Wand bildet, ein höherer Ton zum Vorschein, der der Länge ieses Theils entsprechend ist.

4) Der Unterschied in der Tonhöhe wird geringer, wenn man die Membrane in der Mitte mit dem Finger drückt; er steigt allmälig auf en vorigen Werth, wenn man den Finger von der Mitte nach dem Rande der Membrane zuführt. Wird die ganze Membrane gedrückt, o daß sie nicht zu schwingen vermag, so kommt der Ton auf diejenige Höhe, welche er bei durchaus starrer Wandung unter sonst gleichen Umständen hat.

Man bringt die Luft in einer offenen Röhre auch zum S wenn man sie in verticaler Richtung über eine Wasserstoffgasf hält. Die Verbrennung des Gases erzeugt eine rasche Folge Explosionen und bringt so Stöße gegen die in der Röhre enth Luftsäule hervor, wodurch diese zum Tönen kommt. Der V welchen man die chemische Harmonika heißt, gelingt mit brennbaren Gasen. Am besten eignen sich die Röhren aus Glas doch geben auch klingende Metallröhren von Zinn und Eisenblech d dergleichen Töne. Der Ton der chemischen Harmonika steigt un in dem Maße, als man die Röhre senkt oder erhebt. Die Töne i sich mit dem Material und dem Durchmesser der Röhren.

3. Zungenpfeifen und Compensationspfeifen.

Fig. 41.

Die Zungenpfeife ist ein aus verschiedenen Schwingungsapparaten, jeder für sich schon Töne zu geben v zusammengesetztes Instrument. D dieser Apparate ist eine offene welche mit dem anderen, dem sogen Mundstück, in Verbindung gesetzt Das Mundstück, welches die Fig. 4 stellt, ist eine prismatische oder cylin an einem Ende geschlossene mes Röhre abcd, die der Länge nac rechteckige Oeffnung hat, über weld dünner elastischer Messingstreifen e dessen einer Theil e an der Röhre löthet ist, der andere f aber frei os kann, indem er an drei Seiten der nung streicht; dieser bewegliche Thei die Zunge. Ueber der Zunge i starker gekrümmter Metalldraht Krücke) angebracht, der sich auf niederschieben läßt und so gestatte schwingenden Theil der Zunge zu längern oder zu verkürzen. Dur Anschlagen der Zunge gegen die K der Oeffnung entsteht ein rauher schr der Ton. Um diesen Uebelstand seitigen und einen angenehmeren T erhalten, macht man die Zunge

mäler als die Oeffnung ist, welche sie bedecken sollte, so daß sie, ne an die Ränder der Röhre anzustreifen, frei in die Höhlung der- ben hinein- und herausschwingen kann.

Das Mundstück wird zum Tönen gebracht, indem man den Theil sselben, an welchem sich die Zunge befindet, in den Mund nimmt d mit Vorsicht bläst, damit die Bewegung der Zunge nicht gehindert rd. Das Mundstück kann man auch wie eine Orgelpfeife mittelst ies Propfs, durch den man es hindurch gehen läßt, in einen hohlen tiefel einsetzen, durch dessen untere Oeffnung der Wind mittelst des undes oder eines Blasebalgs gegen das Mundstück geblasen wird. ir Herstellung der vollständigen Zungenpfeife setzt man mit dem undstück eine offene Röhre in eine solche Verbindung, daß das eine de des Mundstücks in der einen Oeffnung der Röhre befestigt ist, s andere Ende aber hervorragt, um es in den Mund oder auf den hlen Stiefel zu stellen und so durch Anblasen die Zunge zum chwingen bringen zu können.

Erfolgt das Anblasen, so kommt die Zunge sowohl wie die in der öhre enthaltene Luft in Schwingung; aus dem Zusammenwirken jener iden Schwingungsweisen gehen übereinstimmende Schwingungen der nge und der Luft in dem Ansatzrohr hervor, die von denen abweichen, lche diese zwei Bestandtheile machen, wenn jeder für sich allein in ie stehende Schwingung versetzt wird. Die Gesetze, nach denen die chwingungen der Luft in der Röhre erfolgen, sind oben angegeben rden; es wäre daher zunächst unsere Aufgabe, die Gesetze kennen zu nen, nach denen die Mundstücke für sich tönen, ehe wir dieselben in rbindung mit der Röhre betrachten.

Die Erfahrung hat über die Töne, welche ein Mundstück liefern n, zu folgenden Ergebnissen geführt. Die Tonhöhe des Mundstückes eidet keine Abänderung, wenn die Dimensionen der Oeffnung jene r Zunge um etwas übertreffen, so daß niemals ein vollkommener rschluß der Oeffnung stattfindet; nur spricht der Ton um so schwie- er an, einen je größeren Zwischenraum man zwischen den Rändern r Zunge und denen der Oeffnung läßt. Der Ton, welchen die in n Mundstücke schwingende Zunge durch das Anblasen gibt, ist ferner rselbe, als wenn sie für sich an einem Ende befestigt durch irgend en Anstoß in Schwingung versetzt wird; die Verbindung mit der zen Röhre, welche das Mundstück bildet, ändert nicht die Höhe des nes, sondern nur dessen Stärke ab.

Die Gesetze, nach denen die Zungenpfeifen tönen, hat unser genia- Physiker W. Weber zuerst aufgestellt; die wichtigeren dieser Gesetze,

welche wir durch verschiedene Versuche bestätigt gefunden, woll
nun mittheilen. Wenn der Ton des abgesonderten Mundstück
einem in der Tonreihe der für sich tönenden offenen Röhre lie
harmonischen Tönen übereinstimmt, so ist die Zungenpfeife je n
Kraft des Anblasens zweier Töne fähig, eines höheren bei schwa
Anblasen und eines tiefern bei stärkerem. Der erste kommt m
Ton des für sich tönenden Mundstückes überein; der zweite wir
um eins der Intervalle, welche den Zahlen $1/2$, $3/4$, $5/6$, $7/8$ ..
sprechen, tiefer werden, d. h. entweder mit dem Grundton od
ersten, zweiten ... der harmonischen Töne der gedeckten Röh
gleicher Länge zusammenstimmen, je nachdem der Ton des Mun
entweder mit dem Grundton oder dem ersten, zweiten ... harm
Tone der tönenden offenen Röhre übereinstimmt. Wäre also d
des Mundstückes c und stimmte er mit dem Grundton der
Röhre überein, so würde die Zungenpfeife beim schwachen A
auch den Ton c, beim starken Anblasen aber den Ton C geben,
beide um eine Octave von einander abstehen. Wäre hingegen d
des Mundstückes z. B. $\bar{g}$ und stimmte er mit dem zweiten harm
Tone der offenen Röhre überein, so würde beim schwächern A
der Ton $\bar{g}$, beim stärkeren Anblasen aber der Ton $\bar{e}$ zum Vo
kommen, welche beide Töne um das Intervall $5/6$ aus einander

Trifft der Ton des abgesonderten Mundstückes mit keinem
Reihe der harmonischen Töne der als offen tönend gedachten
zusammen, so gibt die Zungenpfeife vermöge schwächern Anblasen
Ton, der jederzeit tiefer als der des Mundstückes ist und zugl
demjenigen unter den harmonischen Tönen übereinstimmt, der
am nächsten liegt, welchen die offene Röhre von der Länge der Z
pfeife für sich zu geben vermag. Wäre also z. B. $\bar{d}$ der T
Mundstückes und

$$c, \bar{c}, \bar{g}, \bar{\bar{e}} \ldots .$$
$$2, 4, 6, 8 \ldots .$$

die Tonreihe der offenen Röhre, so würde die Zungenpfeife n
den Ton $\bar{c}$ haben. Beim stärkeren Anblasen wird der Ton der Z
pfeife ebenfalls wieder tiefer werden, als der des Mundstückes
gleich mit demjenigen unter den harmonischen Tönen zusammenst
der jenem am nächsten kommt, welchen die gedeckte Röhre
Länge der Zungenpfeife für sich liefern kann. Wäre also w
der Ton des abgesonderten Mundstückes und

$$C, g, \bar{e}, \overline{ais} \ldots .$$
$$1, 3, 5, 7 \ldots .$$

die Tonreihe der gedeckten Röhre; so würde die Zungenpfe

on g hören lassen. So wären wir demnach im Stande, in allen ällen den Ton einer Zungenpfeife im Voraus anzugeben, welchen sie ıch dem Ton ihres Mundstückes, der Tonreihe ihrer Röhre, dem ɔwächern oder stärkeren Anblasen nach haben muß.

Die Veränderung des Tons eines Mundstücks durch Verlängerung r Ansatzröhre geschieht auf folgende Weise: Setzt man an das Mund- äck eine kurze Röhre, deren Länge kleiner ist, als der vierte Theil der inge a einer an beiden Enden offenen Röhre, die mit der Zunge im inklange tönt; so wird der Ton kaum merklich tiefer als der ist, den e Zunge für sich hat. Während die Länge der Röhre stufenweise ɔn a bis 4a zunimmt, wird der Ton merklich tiefer, als der Ton r isolirt schwingenden Zunge; die Tonhöhe ändert sich indessen in r ersten Hälfte der Verlängerung weniger als in der zweiten, im anzen um eine Octave. Hiermit schließt die Reihe von Tönen, die an durch die stufenweise Verlängerung der Ansatzröhre hervorbringen nn. Bei fortgesetzter Verlängerung springt nämlich der Ton auf den ɔhen Ton zurück, welchen die isolirte Zunge gibt, und dieser wird ın durch abermaliges Verlängern der Röhre auf ähnliche Weise all- älig tiefer, wie dies vorher der Fall gewesen. Denn während die inge der Röhre von 4a bis 5a wächst, ändert sich der Ton kaum erklich. Bei weiterer Verlängerung von 5a bis 6a wird der Ton erklich tiefer. Während die Länge der Röhre von 6a bis 7a zunimmt, eicht der Ton schnell vom Tone der isolirt schwingenden Zunge ab. ei einer Verlängerung von 7a bis 8a wird der Ton noch tiefer, bis zuletzt eine Quarte tiefer als der Ton der isolirt schwingenden unge ist. Verlängert man die Ansatzröhre noch mehr, so springt der on wieder auf den Ton der abgesonderten Zunge zurück, welcher bis r Verlängerung von 9a sich constant erhält, worauf er abermals efer erscheint und bei der Länge von 12a um eine kleine Terz gen den Ton der Zunge gesunken ist. Der erste Sprung betrug ithin eine Octave, der zweite eine Quart, der dritte eine kleine Terz, ren Schwingungszahlen sich verhalten wie $1/2$, $3/4$, $5/6$. Bei den lgenden Sprüngen würden sich die Schwingungszahlen verhalten wie $8/9$, $9/10$, $11/12$. Hieraus folgt, daß, durch je mehr Abstufungen der öhrenlänge man schon geschritten ist, um so weniger der Ton der ungenpfeife durch weitere Verlängerung der Röhre unter den Ton r Zunge erniedrigt werden kann. Am Anfang jeder Periode, in elcher die Länge der Röhre stets um 4a zunimmt, schwingt also die ftsäule in der Zungenpfeife wie in einer offenen Labialpfeife, am chlusse jeder Periode wie in einer gedeckten Labialpfeife.

Die vorstehenden Gesetze führen zu folgenden Ergebnissen:

1) Der Ton, den ein Mundstück gibt, kann durch Verbindung mit einer Röhre unter gewissen Umständen ungeändert bleiben, wenn aber geändert wird, nur tiefer werden; die größte Vertiefung des Tons, die dergestalt das Mundstück erfahren kann, ist eine Octave.

2) Eine Zungenpfeife vermag in dem nämlichen Augenblick nur einen und denselben Ton auf einmal zu geben, nicht aber mehrere gleichzeitige harmonische Töne wie die Labialpfeifen. Sie unterscheidet sich daher zu ihrem Vortheil von den letzteren darin, daß ihr Ton frei von mitklingenden Beitönen ist. Jedoch zeigt sich ein Unterschied des Tons bei schwachem und starkem Blasen.

3) Theilt man die Länge der Zungenpfeife in gleiche Theile von der Länge, welche einer offenen Röhre zukommt, die den Ton der abgesondert schwingenden Zunge für sich zu geben vermag, so erhält dabei einen Rest, der kleiner ist als die Hälfte jener Länge, so kann man ohne großen Fehler annehmen, daß der Ton der Zungenpfeife dem Ton der für sich schwingenden Zunge gleich ist; der Fehler wird um so weniger betragen, je kleiner der restirende Theil ist.

4) Wenn jener rückständige Theil größer als jene halbe Länge ist, so kann man ohne großen Fehler den Ton der Zungenpfeife nach den Gesetze der gedeckten Pfeifen voraus bestimmen, insofern man nämlich unter den harmonischen Tönen, welche eine gedeckte Röhre von der Länge der Zungenpfeife für sich zu geben vermag, denjenigen auswählt, welcher tiefer als der eigenthümliche Ton der Zungenpfeife, aber ihm zunächst liegt: der Fehler wird um so kleiner, je größer jener rückständige Theil ausfällt.

Die von W. Weber hergeleitete Formel, nach welcher sich der Ton einer gegebenen Zungenpfeife aus der Beschaffenheit der Röhre und der Zunge bestimmen läßt, ist folgende:

$$n^2 = n'^2 + \frac{g\,p\,\beta\,k}{\pi\,\delta\,u}\,n'\,\mathrm{tang}\,\pi\,\frac{l\,n'}{u}.$$

In dieser Formel bedeutet: n die doppelte Schwingungszahl der isolirten Zunge; n' die doppelte Schwingungszahl der Zungenpfeife; u die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in der Luft; g die Acceleration der Schwere; π das bekannte Verhältniß des Kreisumfanges zum Durchmesser; k das Verhältniß der specifischen Wärme der Gase bei constantem Drucke zu jener bei constantem Volumen; l die Länge der Zungenpfeife; p den Druck der Atmosphäre auf die Flächeneinheit; β die Oberfläche des schwingenden Theils der Zunge dividirt durch den Querschnitt der Luftsäule; δ das Gewicht eines Stückes der Zunge von der Größe der Flächeneinheit.

Um die Richtigkeit dieſer Formel, welche W. Weber in Poggendorfs Annalen im 17. Band, Jahrgang 1829, uns mitgetheilt hat, in der Erfahrung nachzuweiſen, wollen wir die Schwingungszahl n der iſolirten Zunge mittelſt der Formel berechnen und das Reſultat dann mit der beobachteten Schwingungszahl der Zunge vergleichen. Die in der Gleichung vorkommenden Größen g, k, π, p, u haben in allen Verſuchen einerlei Werth, während die Größen δ, n mit der Beſchaffenheit der Zunge, und die Größen β, n', l mit der Zungenpfeife ſich ändern. Wenn wir alle Längenmaße in Centimeter, alle Gewichte in Grammen ausdrücken, den Barometerſtand 76 Centimeter hoch nehmen, und das ſpecifiſche Gewicht des Queckſilbers 13,593 ſetzen, ſo haben wir außer den bekannten Werthen von

$$g = 981 \text{ Centimeter}; \quad k = 1{,}4; \quad \pi = 3{,}1415$$

folgende Werthe von

$$p = 76 \,.\, 13{,}593 \text{ Grammes};$$

$u = 33300\sqrt{1+\alpha t}$, wo $\alpha = 0{,}00365$ und t die Temperatur der Luft nach der Centeſimalſcala. — Bei einem mit einer meſſingenen Zunge angeſtellten Verſuche war nun $\beta = 0{,}3727$ und $\delta = 0{,}277$ Grammes. Mit dieſen Größen ergab ſich bei einer Temperatur von 18° C, bei einer 67,15 Centimeter langen Luftſäule für die beobachtete doppelte Schwingungszahl 256 der Zungenpfeife, welcher der Ton c entſpricht, 384 als berechnete doppelte Schwingungszahl der iſolirten Zunge, zu welcher der Ton g gehört: und in der That ſtanden die zwei unterſuchten Töne genau in dem hier angegebenen Verhältniſſe zu einander.

Je mehr ſich der Werth des Bogens $\frac{\pi l n'}{u}$ einem Quadranten nähert, deſto weniger unterſcheidet ſich tang $\frac{\pi l n'}{u}$ von $\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi l n'}{u}\right)^{-1}$. Setzen wir für dieſe Fälle tang $\frac{\pi l n'}{u} = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi l n'}{u}\right)^{-1}$, und ſchreiben der Kürze halber a ſtatt $\frac{g p k \beta}{\pi \delta}$, ſo bekommen wir

$$n^2 = n'^2 + \frac{2 a n'}{\pi (u - 2 l n')},$$

woraus

$$u = 2 l n' + \frac{2 a n'}{\pi (n^2 - n'^2)}$$

entſpringt. Mittelſt dieſer Formel ließe ſich alſo die Geſchwindigkeit des Schalles in der Luft durch eine Zungenpfeife berechnen. Der erſte Theil der Formel iſt der Ausdruck, wie er gewöhnlich zur Anwendung kommt, wenn man die Schallgeſchwindigkeit in der Luft aus der Länge und dem Tone gedeckter Pfeifen beſtimmen will, vorausge-

wie sie uns ein Versuch mit einer gewalzten Messingplatte liefe
welcher wir die meisten unserer Untersuchungen über die Vorgä
den Zungenpfeifen angestellt hatten. Die parallelepipedische T
platte war 3,4 Cent. lang, 0,65 Cent. breit, und 0,33 Millim
und gab für die Größe $a = \frac{g k p \beta'}{\pi \delta}$ den Werth 45172,36, w
berücksichtigen, daß der Querschnitt der Luftsäule 5,93 betrug u
die oben angeführten Größen zu Hülfe nehmen. Bei dem
stehenden Versuche war $n = 384$ wie oben, ferner $n' = 3$
$l = 53{,}3$. Diese Werthe in die Gleichung $u = 2 l n' + \frac{2}{\pi(n$
geben für u den Werth $34112 + 204 = 34316$, welcher von
directem Weg bestimmten Fortpflanzungsgeschwindigkeit 34432
die Größe 1,16 Meter abweicht.

Die Beobachtung, zufolge deren einerseits bei allen tra
schwingenden Körpern der Ton ein wenig tiefer bei starker u
bei schwacher Schwingung erscheint und andrerseits bei allen
tudinal schwingenden Körpern der entgegengesetzte Fall eintri
Weber zur Construction einer Zungenpfeife geführt, die bei
und schwachem Anblasen einen Ton von der nämlichen Höh
von verschiedener Stärke gibt. Denn schon bei der gewöhnlichen
pfeife wirken die transversal schwingende Zunge und die long
schwingende Luftsäule dergestalt aufeinander, daß die Schwingu
der Pfeife sowohl von jener der Zunge, als jener der Luftsäule
und somit ein ganz anderer Ton entsteht. Unter bestimmten

er Zungenpfeife um ebensoviel vertieft, als die longitudinal schwingende uftsäule ihn erhöht, mithin die Tonhöhe unverändert bleibt: es ist ies der Fall der Compensation, welche Weber in seiner compensirten Zungenpfeife erreicht hat.

Eine solche compensirte Zungenpfeife erhielten wir mit unserer ewalzten Messingplatte von 3,4 Cent. Länge und 0,65 Cent. Breite nd einer Röhre aus Pappe von 5,93 Quadratcentimeter im Querchnitt. Beide Körper, die Röhre und die Metallplatte wurden zu inem Instrument verbunden, so daß, wenn durch einen Luftstrom die Metallplatte in transversale Schwingung kam, zugleich die in der Röhre efindliche Luftsäule in longitudinale Schwingung gerieth und ein Ton ntstand. Gaben wir nun der Luftsäule die bestimmte Länge von 75,1 Cent., so waren wir im Stande, den Ton beliebig abnehmen und beiebig anwachsen zu lassen, ohne die geringste Aenderung in der Tonöhe wahrzunehmen. Dies fand jedoch nicht mehr statt bei einer Länge on 80 Cent. oder 70 Cent., indem der Ton beim schwachen Blasen twas höher als beim starken Blasen sich herausstellte.

Wir haben uns verschiedene dergleichen compensirte Zungenpfeifen us Messingplatten angefertigt, von denen insbesondere drei in einem echt angenehmen Accord verklingen. Der Luftbehälter ist für gedachte rei Zungenpfeifen von einerlei Größe, nämlich eine 21 Cent. lange Röhre aus Holz mit quadratförmigem Querschnitt, dessen Seite 5 Cent. eträgt. An dem einen Ende dieses Luftbehälters befindet sich eine onische hölzerne Röhre, durch welche der Wind einströmen kann, während am andern Ende des Behälters, wo die Wand fehlt, ein vier Cent. langes Holzstück mit dem darin fixirten Zungenapparat eingesetzt st. Der Luftcanal der Zunge ist eine 7,6 Cent. lange conische Röhre on Messing, deren Wände ziemlich dick sind, damit sie nicht an den Schwingungen der Luft Theil nehmen; der größere Durchmesser der Röhre beträgt 1,9 Cent., der kleinere 1,4 Cent.; die elastische Platte esteht aus einem breiteren und schmäleren Theile; mit dem breiteren nd dickeren ist sie an der Stelle der Röhre, wo die Wand fehlt, auf em messingenen Rahmen befestigt, welchen man an den Rändern der Wände des Luftcanals sorgfältig angelöthet hat; der schmälere und ünnere Theil, die eigentliche etwa eine Millimeter dicke Zunge liegt er ganzen Länge nach über eine in dem Rahmen befindliche Oeffnung, so daß jene Zunge den Luftcanal vollkommen schließen kann, ohne an den Rändern seiner Wände irgend welche Friction zu erleiden.

Die übrigen Dimensionen der schwingenden Platten aus Messing für die erwähnten drei compensirten Zungenpfeifen, welche genau die

Töne d, a und $\overline{\text{fis}}$ geben, sind in nachstehender Zusammenstellung e halten:

Töne.	Länge in Centimetern.	Größte Breite in Centimetern.	Kleinste Bre in Centimetern.
d.	7,1.	1,4.	0,85.
a.	5,1.	0,95.	0,6.
$\overline{\text{fis}}$.	4,1.	0,8.	0,55.

4. Einige Worte über die gewöhnlichen Blasinstrumente.

Das größte und kunstreichste unter den musikalischen Instrumen ist die Orgel. Sie eignet sich vorzugsweise zur Kirchenmusik, da gewaltiger Klang zur Hervorbringung tiefer Eindrücke mit Vortheil verwenden läßt und nicht wohl gestattet, dem einzelnen Tone gleich einen eigenthümlichen Charakter zu verleihen, wodurch er zu einem v kommenen Ausdruck einer entsprechenden Empfindung wird, wie wir l auf den Streichinstrumenten durch die Hand und auf den Blasinstrum ten durch den Odem des Mundes zu thun im Stande sind. Die Ha theile einer Orgel sind die Blasbälge mit ihren Windkanälen, Windlade nebst dem Windkasten, die Claviaturen mit ihren R gistern, das Pfeifenwerk. — Die Anzahl der Bälge hängt von ih Größe, sowie von der Größe des Pfeifenwerkes ab. Aus den Bälgen d der Wind durch die Windkanäle, d. h. aus schmalen Brettern verfertig Röhren, in die Windlade. Die Länge der Letzteren richtet sich n der Größe der Pfeifen, die reihenweis darauf stehen; ihre Breite e hängt von der Anzahl der Register ab. Aus der Windlade nimmt Luft ihren Weg durch kleine Kammern (Cancellen) in die Pfeifen, w durch Niederdrücken der Tasten Ventile geöffnet werden. Die Cla turen bestehen aus dem Manual und dem Pedal. Dem letzte sind insbesondere tiefe Stimmen zugewiesen. Eine gewöhnliche Or enthält zwei Manuale; große Werke enthalten derselben drei, auch v vier. Die größeren Orgeln enthalten eine reiche Menge von Pfei reihen verschiedener Klangart, sogenannte Register. Diese Regi sind in Gruppen gesondert, deren jede ihre besondere Windlade u Claviatur hat. Durch die Namen Hauptmanual, Oberwe Rückpositiv und Nebenregister werden diese Gruppen von einan unterschieden. Das Pfeifenwerk besteht aus Labialpfeifen Zungenpfeifen. Sie haben ganz die nämliche Einrichtung wie oben betrachteten Pfeifen; weßhalb es unnöthig ist, darüber Weit anzuführen.

der Zungenpfeife um ebensoviel vertieft, als die longitudinal schwingende Luftsäule ihn erhöht, mithin die Tonhöhe unverändert bleibt: es ist dies der Fall der Compensation, welche Weber in seiner compensirten Zungenpfeife erreicht hat.

Eine solche compensirte Zungenpfeife erhielten wir mit unserer gewalzten Messingplatte von 3,4 Cent. Länge und 0,65 Cent. Breite und einer Röhre aus Pappe von 5,93 Quadratcentimeter im Querschnitt. Beide Körper, die Röhre und die Metallplatte wurden zu einem Instrument verbunden, so daß, wenn durch einen Luftstrom die Metallplatte in transversale Schwingung kam, zugleich die in der Röhre befindliche Luftsäule in longitudinale Schwingung gerieth und ein Ton entstand. Gaben wir nun der Luftsäule die bestimmte Länge von 75,1 Cent., so waren wir im Stande, den Ton beliebig abnehmen und beliebig anwachsen zu lassen, ohne die geringste Aenderung in der Tonhöhe wahrzunehmen. Dies fand jedoch nicht mehr statt bei einer Länge von 80 Cent. oder 70 Cent., indem der Ton beim schwachen Blasen etwas höher als beim starken Blasen sich herausstellte.

Wir haben uns verschiedene dergleichen compensirte Zungenpfeifen mit Messingplatten angefertigt, von denen insbesondere drei in einem sehr angenehmen Accord verklingen. Der Luftbehälter ist für gedachte drei Zungenpfeifen von einerlei Größe, nämlich eine 21 Cent. lange Röhre aus Holz mit quadratförmigem Querschnitt, dessen Seite 5 Cent. beträgt. An dem einen Ende dieses Luftbehälters befindet sich eine cylindrische hölzerne Röhre, durch welche der Wind einströmen kann, während am andern Ende des Behälters, wo die Wand fehlt, ein vier Cent. langes Holzstück mit dem darin fixirten Zungenapparat eingesetzt ist. Der Luftcanal der Zunge ist eine 7,6 Cent. lange conische Röhre von Messing, deren Wände ziemlich dick sind, damit sie nicht an den Schwingungen der Luft Theil nehmen; der größere Durchmesser der Röhre beträgt 1,9 Cent., der kleinere 1,4 Cent.; die elastische Platte besteht aus einem breiteren und schmäleren Theile; mit dem breiteren und dickeren ist sie an der Stelle der Röhre, wo die Wand fehlt, auf einen messingenen Rahmen befestigt, welchen man an den Rändern der Mündung des Luftcanals sorgfältig angelöthet hat; der schmälere und innere Theil, die eigentliche etwa eine Millimeter dicke Zunge liegt in ganzen Länge nach über eine in dem Rahmen befindliche Oeffnung, daß jene Zunge den Luftcanal vollkommen schließen kann, ohne an den Rändern seiner Wände irgend welche Friction zu erleiden.

Die übrigen Dimensionen der schwingenden Platten aus Messing die erwähnten drei compensirten Zungenpfeifen, welche genau die

man sagt, durch den Ansatz hervor. Die gewöhnlichen Trompeten dem Militär sind auf den Ton Es gestimmt. Im Orchester man noch andere Trompeten haben, wenn man sie außer dieser To auch bei Tonstücken gebrauchen will, die in andern Tonarten g sind. Zu der völlig richtigen Einstimmung der Trompeten in Stimmton des Orchesters bedient man sich der sogenannten Setzst es sind dies kleine messingene Röhren, welche zwischen das Mund und zwischen das Rohr der Trompete eingeschoben werden. Das vorstehende Blasinstrumente Gesagte ist hinreichend, um uns zu ü zeugen, daß ihre Töne nach ähnlichen Gesetzen wie jene der Labialpf erfolgen, welche daher als vollständige Typen jener Instrumente g können. Aehnliches gilt von den verschiedenartigen Posaunen, d kräftiger Toncharakter einen so mächtigen Eindruck ausübt, und verschiedenen anderen Blechinstrumenten mit Ventilen, durch deren bringung diese Instrumente eine mannigfaltigere Verwendung zula

Wie die Labialpfeifen, so können die oben besprochenen Zun pfeifen ebenfalls als vollständige Typen anderer Blasinstrumente gesehen werden, wie dies aus einer näheren Betrachtung folge Instrumente sich ergibt. Bei dem Harmonium oder der gröf Physharmonika liegen Reihen schwingender Metallzungen ne einander, deren jede einzelne in Vibration gesetzt wird, wenn man Claviaturtaste niederdrückt und somit ein Ventil öffnet, durch das Wind einströmen kann. Zur Erzeugung des Windes hat das In ment ein Pedal, das mit einem Blasbalg in Verbindung steht. D das sogenannte Expressionsregister läßt sich der Wind mehr oder we abschließen, wodurch es möglich wird, den Ton in den mannigfalti Graden der Stärke erklingen zu lassen. Außer dem Expressionsreg sind an der Physharmonika noch zwei Register angebracht, mit d Hülfe man den Ton nach Belieben stärker machen kann. Das In ment hat im Verhältniß zu seinem Umfang eine beträchtliche Klangf doch eignet es sich nur zum Vortrage einfacher choralartiger Tonst Die Handharmonika oder die kleinere Physharmonika unterscheidet sich von der vorigen nur darin, daß der Blasebalg mit den Hä statt mit dem Fuß regiert wird, und das Instrument weniger kommen ist. In akustischer Beziehung von der Physharmonika wesentlich unterschieden sind die Mundharmonika und die Mu trommel. Die Zungen der ersteren sind nach Accorden gestimmt werden gleichzeitig durch den Odem des Mundes zum Tönen geb Die Maultrommel ist ein bekanntes kleines Instrument, we aus Stahl oder Eisen verfertigt und mit einer elastischen Stahl

versehen ist. Das Instrument wird zwischen die Zähne genommen und die Stahlzunge mit dem Finger zum Schwingen gebracht. Indem man dabei durch verschiedene Bewegungen der Zunge und der Lippe den inneren Raum des Mundes ändert, gelangt man zugleich dahin, die Schwingungen der Stahlzunge abzuändern und so verschiedene Töne hervorzubringen.

Die Clarinette ist ein Blasinstrument von Holz, welches sich durch einen musikalisch schönen Ton auszeichnet. Das Instrument ist aus fünf Stücken zusammengesetzt, nämlich: dem Mundstück, dem Kopfstück, der sogenannten Birne, aus zwei Mittelstücken, in denen sich die Tonlöcher befinden, und aus einem Schalltrichter. Das Mundstück ist ein aus Kokosholz gedrehtes schnabelförmiges Röhrchen, über dessen Oeffnung ein elastisches Blättchen entweder fest aufgebunden oder besser mit zwei Metallringen befestigt wird, so daß man durch Anziehen oder Nachlassen der Schrauben im Stande ist, das Blättchen mehr oder weniger anzudrücken. Wie bei den Zungenpfeifen so kommen auch bei der Clarinette, wenn das Mundstück zwischen die Lippen genommen und angeblasen wird, durch gegenseitige Einwirkung der Schwingungen des Blättchens und derjenigen der angesetzten Luftsäule die dem Instrumente eigenthümlichen Töne hervor. Obschon man auf der Clarinette wie auf der Flöte alle Töne der chromatischen Tonleiter hervorbringen kann, so hat man doch, um sie im Orchester bei allen Tonarten gebrauchen zu können, Instrumente von verschiedenen Dimensionen. Man hat so B- A- C- und Es-Clarinetten, von denen die erste das gebräuchliche Concertinstrument ist, die zweite und dritte ebenfalls zu musikalischer Aufführung im Zimmer sich eignen, die letztere aber wegen ihres schärferen Tones nur bei Feldmusiken vorkommt.

Die Oboe wird am gewöhnlichsten aus Buxbaumholz verfertigt und besteht aus drei Stücken, dem Kopfstück, dem Mittelstück und dem Schalltrichter. Die beiden ersten Stücke haben jedes drei Löcher und außerdem noch einige Klappen, um somit die verschiedenen Töne hervorzubringen. Das Instrument, welches vom Schalltrichter bis zum Kopfstücke conisch sich verengend zuläuft, wird mittelst des sogenannten Rohrs angeblasen. Dieses Mundstück besteht aus zwei Rohrblättchen, welche vorn in zwei schwach gewölbten breiten Platten, unten in eine kleine messingene Röhre zusammengefügt sind. Um bei Verschiedenheit des Stimmtones das Instrument rein einstimmen zu können, bedient man sich bei der Oboe mehrerer Kopfstücke, deren man gewöhnlich drei hat. Unter den Blasinstrumenten nähert sich die Oboe der Discantstimme am meisten; schlecht geblasen hat es unter allen den unangenehmsten Ton. Wenn übrigens auch in gewissen Tonlagen

das Instrument eines zarten Ausdruckes fähig ist, so hat doch sein Klang immer etwas Abgeschlossenes und Scharfes an sich, und es scheint als wolle es nicht glücken, auf demselben jenen schönen und markigen Ton hervorzurufen, wie wir ihn auf den übrigen Blasinstrumenten zu erlangen vermögen.

Das Fagott ist ein mit Tonlöchern und Klappen versehenes Blasinstrument aus Holz. Es besteht aus zwei nebeneinander fortlaufenden Röhren, die unten am Ende zusammentreffen und aus vier einzelnen Stücken zusammengesetzt sind. An einem dieser Stücke wird eine dünne Röhre von Messing eingefügt, an welche man das Mundstück steckt, wenn man das Instrument anblasen will. Dieses Mundstück hat die nämliche Einrichtung wie dasjenige der Oboe, mit dem einzigen Unterschiede, daß es etwas größer ist. Wenn man ein Fagottmundstück auf ein Rohr setzt, das etwa die Weite wie die Bohrung der Clarinette hat, so spricht beim Anblasen der Ton, wenn das Rohr nicht lang ist, in unangenehmer Weise an. Daraus geht hervor, daß die allmälige Zunahme der Weite, wie sie bei den Bohrungen des Fagotts und der Oboe eingehalten ist, einen wesentlichen Einfluß auf die Luftschwingungen und somit auf die Bildung der Töne hat.

II. Messung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles.

1. Geschwindigkeit des Schalles in der Luft.

Um die Geschwindigkeit zu ermitteln, mit welcher sich der Schall in der Luft fortpflanzt, hat man sich des Abfeuerns von Kanonen zur Nachtzeit bedient, wo die Luft ziemlich gleichförmig erwärmt ist und der Schall deutlicher vernommen wird als am Tage. Indem an einem Orte eine Kanone abgefeuert wird, sieht ein Beobachter an einem anderen Orte, dessen Entfernung von dem ersten genau bestimmt ist, zuerst das Feuer des entzündeten Pulvers und eine kleine Zeit darauf hört er den Knall des Geschützes. Wegen der ungemein großen Geschwindigkeit, mit welcher sich das Licht fortpflanzt, kann man das zwischen Licht und Schall verstrichene Zeitintervall als die Zeit betrachten, welche der Schall braucht, um von dem Orte der Explosion bis zum Orte des Beobachters zu gelangen. Dividirt man daher die gemessene Entfernung der beiden Orte durch jene Zeit, so erhält man die Geschwindigkeit des Schalles, d. h. die von demselben in einer Secunde zurückgelegte Wegstrecke.

Da der Wind den Schall um seine eigene Geschwindigkeit vergrößert, wenn er mit ihm geht, und ihn um ebensoviel vermindert

wenn er ihm entgegen kommt, so hat man, um den Einfluß des Windes auf die Geschwindigkeit des Schalles zu eliminiren, an den zwei Endpunkten einer genau gemessenen Standlinie zu gleicher Zeit Kanonen abgefeuert und die Zeit vom Augenblicke der Lichterscheinung bis zum Vernehmen des Schalles an beiden Stationen beobachtet. Man erhielt so auf einmal zwei Resultate, deren eines durch den Einfluß des Windes um ebensoviel vermehrt, als das andere dadurch verkleinert wurde; der Mittelwerth dieser beiden Resultate konnte mithin als von jenem Einflusse befreit angesehen werden.

Dergleichen mit Umsicht angestellten Versuche lehren, daß die Wärme auf die Geschwindigkeit des Schalles den größten Einfluß hat. Das allgemeine Resultat, welches die Versuche dieser Art gegeben haben, ist daß der Schall in der Zeitsecunde und bei der Temperatur von 0° einen Raum von 333 Meter zurücklegt, und daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit u des Schalles in der Luft bei der Temperatur t nach der Centesimalscala durch die Formel

$$u = 333\sqrt{1+\alpha t}\ \text{Meter}$$

angegeben wird, wo $\alpha = 0{,}00365$, d. h. das Verhältniß der Zunahme der Expansivkraft der Luft zu ihrer ursprünglichen ist, wenn die Temperatur um einen Grad nach jener Scala zugenommen hat.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist für alle Töne, tiefe und hohe, starke und schwache, gleich groß. Daher kommt es denn auch, daß man ein Musikstück, welches in einer großen Entfernung ausgeführt wird, ohne alle Veränderung in der Aufeinanderfolge der Töne hört, was nicht der Fall sein würde, wenn die verschiedenen Töne eine verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeit hätten. Um sich über die Richtigkeit dieser Thatsache noch mehr zu vergewissern und den Schall möglichst ungeschwächt zu erhalten, ließ man an einem Ende cylindrischer Wasserleitungsröhren von 950 Meter Länge auf einem Instrument verschiedene Melodien spielen, denen am anderen Ende der Röhre ein Beobachter mit Aufmerksamkeit folgte. Die Melodie zeigte sich unverändert ihrem zugehörigen Rhythmus gemäß, mit ihren Piano's und Forte's, kurz mit allen den ihr zukommenden Eigenthümlichkeiten. Dergleichen Versuche gelingen am besten zur Zeit der Nacht, da am Tage die Röhren von dem mannigfaltigen die Luft durchkreuzenden Geräusch wiederhallen, was hindert, schwache Erschütterungen mit der erforderlichen Genauigkeit wahrzunehmen.

Die Schallgeschwindigkeit in der Luft hat man auch aus der Länge und dem Tone von Labialpfeifen zu bestimmen gesucht. Es besteht nämlich zwischen der Länge l einer gedeckten Labialpfeife und der

Schwingungszahl n, welche ihrem Grundtone entspricht, und der geschwindigkeit u die Relation: $u = 4nl$. Wenn man aber die geschwindigkeit mittelst dieser einfachen Gleichung herleitet, so b man stets eine zu kleine Schallgeschwindigkeit. So fanden einem Versuche, wo die wirkliche Geschwindigkeit des Schalls Luft hätte 344,32 Meter betragen sollen, mit einer 1,136 Meter gedeckten Pfeife, deren Tone die Schwingungszahl 69 angehörte, jener Formel die Schallgeschwindigkeit blos gleich 313,536 M Der Fehler ist bei den hohen und tiefen Tönen beinahe derselbe, sich aber mit der Größe und Form des Mundloches, so daß als die Ursache der Verzögerung anzusehen ist. — Man hat g den Einfluß des Mundloches dadurch beseitigen zu können, d in die tönende Röhre einen Stempel so weit einschob, bis nämlichen Ton lieferte, welchen sie offen gab. Die Länge de Röhre eingetretenen Stempelstückes gedachte man als die Lä gedeckten Röhre betrachten zu dürfen, welche, wenn der Ein Mundlochs nicht stattfände, denselben Ton geben würde. Gena suche haben jedoch gezeigt, daß wenn man auch mittelst dieser rungsweise der wirklichen Schallgeschwindigkeit näher kommt, als der vorhergehenden, man dennoch immer ein zu kleines Resu dieselbe bekommt.

Das Verfahren, die Schallgeschwindigkeit in der Luft Länge und dem Tone der Zungenpfeife zu bestimmen, scheint eine etwas zu kleine Schallgeschwindigkeit im Verhältniß zur w zu liefern, wie wir aus unsern mit Sorgfalt angestellten V und einem speciell darüber oben schon angeführtem entnehmen z glauben. Der Unterschied beträgt zwar weniger als derjenige, sich aus der Anwendung der Labialpfeifen ergibt, ist jedoch v solchen Größe, die nicht wohl auf Rechnung der Beobachtun gesetzt werden kann. Aehnliches gilt von einem andern Verfah Schallgeschwindigkeit in der Luft aus der Länge und dem T Zungenpfeifen zu berechnen. Aus den Untersuchungen über d gänge bei Zungenpfeifen ergibt sich nämlich, daß Röhren von dener Länge in Verbindung mit demselben Mundstück einer geben, wenn der Theil, um welchen die eine die andere übert groß ist, daß er für sich als offene Pfeife denselben Ton Zungenpfeife erzeugen würde. Hat man also einerseits die jenes Theils, anderseits die zugehörige aus dem Tone der Zun zu findende Schwingungszahl n der offenen Pfeife bestimmt, sich die Schallgeschwindigkeit u nach der Formel $u = 2an$ b So erhielten wir mit unserer Zungenpfeife bei einer Länge v

Cent. einen Ton, welchem die Schwingungszahl 192 entsprach, und denselben Ton bei der Länge von 168,9 Cent. Mithin die Größe $u = 2 . 86{,}6 . 192 = 332{,}744$ Meter, während sie 340,1 Meter hätte sein sollen.

2. Vergleichung der wirklichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit mit der theoretischen.

Bezeichnet P die Expansivkraft der Luft in ihrem Gleichgewichtszustande und δ ihre Dichte, so finden wir, wenn die früheren zur Ermittelung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines longitudinalen Impulses in einem gleichförmig elastischen Stoffe angestellten Betrachtungen wiederholet werden, also angenommen wird, daß die durch die Verschiebungen der Theile geweckten Elasticitätskräfte lediglich den Aenderungen der Dichte proportional seien, für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit u des Schalls in der Luft den Ausdruck: $u = \sqrt{\frac{P}{\delta}}$. Da aber mit Verdichtung der Luft eine Erhöhung der Temperatur verbunden ist, welche eine Steigerung in der Elasticität der Luft und damit eine Beschleunigung in der Fortpflanzung herbeiführt, so darf dieser Umstand nicht unbeachtet bleiben, wenn die theoretische Schallgeschwindigkeit mit der wirklichen übereinstimmen soll. Es käme daher zunächst darauf an, wie La Place zuerst bemerkt hat, jene Vergrößerung der Spannkraft ausfindig zu machen, oder mit anderen Worten das Verhältniß k der Wärmecapacitäten der Luft bei constantem Drucke und bei constantem Volumen zu bestimmen. In der Lehre von der Wärme werden wir diese Verhältnißzahl näher kennen lernen, welche aus Dulong's Versuchen sich gleich 1,421 ergibt. Hiernach bekommen wir für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in der Luft die Formel: $u = \sqrt{\frac{kP}{\delta}}$; d. h. die Geschwindigkeit wird gefunden, wenn man die Expansivkraft der Luft durch die Dichte dividirt, den Quotienten mit dem Verhältniß der Wärmecapacitäten der Luft bei constantem Drucke und bei constantem Volumen multiplicirt und aus dem Produkte die Quadratwurzel zieht.

Ist b der Barometerstand, q das specifische Gewicht des Queckſilbers, so ist bqg das Gewicht der Queckſilbersäule auf die Flächeneinheit bezogen, mithin das Maß der Expansivkraft $P = bqg$. Dadurch verwandelt sich die obige Formel für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in $u = \sqrt{\frac{gbqk}{\delta}}$. Heißt δ' die Dichte der Luft bei 0° C und dem Barometerstande von 0,76 Meter, so ist für die Temperatur von t° und dem Barometerstande b die Dichte

$$\delta = \frac{\delta' b}{0{,}76\,(1+\alpha t)},$$

wobei $\alpha = 0{,}00365$ ist;

folglich $$u = \sqrt{\frac{0{,}76\,g\,.\,q\,.\,k\,(1+\alpha t)}{\delta'}}.$$

Aber $\frac{q}{\delta'} = 10467$; $g = 9{,}81$ Meter und $k = 1{,}4$;

mithin $$u = 333\sqrt{1+\alpha t}$$ Meter.

Wir hätten also wieder die nämliche Formel, wie sie aus den Ei nissen der directen Messungen der Schallgeschwindigkeit in der hervorgegangen ist.

Der Einfluß der Wärme gab sich auf eine bemerkenswerthe bei Versuchen über die Schallgeschwindigkeit kund, welche auf Nordpol-Expedition bei sehr niederer Temperatur angestellt wu Man vernahm nämlich in der Richtung des Schusses der Kanone Knall etwas früher als das Commandowort Feuer. Dieser Unter konnte nur daher rühren, daß der Schall der Kanone durch die der Explosion durchwärmte Luft geleitet, während das Commande durch die kältere Luft fortgepflanzt wurde.

Es läßt sich übrigens auch durch einen Versuch, den zuerst angestellt hat, nachweisen, daß bei der Fortpflanzung des Schall der Luft eine Wärmeentwickelung stattfindet. Bringt man nämli einem mit Dunst gesättigten abgeschlossenen Raume eine Schallerre hervor, so kann die Fortpflanzung des Schalls nicht anders gesch als daß zuvor in der ersten erschütterten Schichte eine Verdichtung Dunstes erfolgt, welche ein Tropfbarflüssigwerden desselben nach zieht. Wenn aber eine derartige Rückkehr in den tropfbaren Zu ausbleibt und dennoch eine Fortleitung des Schalles stattfindet, der Versuch es zeigt; so muß zu gleicher Zeit eine Entbindung Wärme veranlaßt worden sein, durch welche die Flüssigkeit im dehnsamen Zustande erhalten werden konnte.

3. Schallgeschwindigkeit in verschiedenen Gasarten.

Wird die Geschwindigkeit des Schalls in der atmosphärischen als bekannt vorausgesetzt, so kann man die Geschwindigkeit des Sc in einem andern Gase dann durch die bloße Vergleichung der Tonh bestimmen, welche zwei gleiche lange Pfeifen geben, von denen ma eine mit Luft und die andere mit dem betreffenden Gase gleich auf eine und dieselbe Weise ansprechen läßt; denn bei einerlei Te ratur verhalten sich jene Geschwindigkeiten direct wie die entsprech Schwingungszahlen. Dieses Mittel zur Bestimmung der Sch

schwindigkeit in verschiedenen Gasen ist schon von Chladni angewendet worden. Doch hat es erst Dulong mit großer Sorgfalt zur Ausführung gebracht, der folgende Werthe der Schallgeschwindigkeit in verschiedenen Gasarten für den Zustand der Trockenheit und bei 0° C gefunden hat.

Namen der Gase.	Specifisches Gewicht des Gases.	Schallgeschwindigkeit im Gase bei 0° C.
Atmosphärische Luft	1	333 Meter.
Sauerstoffgas	1,1026	317,17 Meter.
Wasserstoffgas	0,0688	1269,5 Meter.
Kohlensaures Gas	1,524	261,6 Meter.

Dem Umstande, daß zufällige Beimischungen eines anderen Gases oder eines Dampfes einen bedeutenden Einfluß äußern, dürfte es vorzugsweise zuzuschreiben sein, wenn die Resultate, zu welchen andere Beobachter auf ähnlichem Wege gelangt sind, mit den von Dulong gefundenen nicht übereingestimmt haben.

Zugleich hat sich Dulong durch directe Versuche überzeugt, daß die von der Ungleichheit der Temperatur abhängige Veränderung, wie solche in dem Ausdrucke $\sqrt{1+0{,}00365\,t}$ geboten ist, genau der Erfahrung entspricht, wenigstens zwischen 0° und 22° C. So z. B. hat er gefunden, daß eine Pfeife, welche bei 22° einen Ton von 500 Schwingungen in der Secunde gab, bei derselben Schwingungsweise bei der Temperatur 4° nur einen Ton von 484,3 Schwingungen lieferte. Mittelst der Formel erhält man, wenn man von dem ersten Ton ausgeht, für den zweiten 483,565, welche Zahl nur wenig von der durch Beobachtungen gefundenen abweicht.

Auch hat Dulong aus seinen Versuchen geschlossen, daß bei den Gasen das Verhältniß der beiden Wärmecapacitäten sehr nahe gleich ist; denn sind n und n' die Schwingungszahlen der beiden Töne, welche ein und dieselbe Pfeife gibt, wenn sie einmal mit atmosphärischer Luft und dann mit einem andern Gase anspricht, dessen Dichte gegen jene der Luft als Einheit gleich δ ist; ferner k das Verhältniß der beiden Wärmecapacitäten für die atmosphärische Luft, k' dieselbe Größe für ein anderes Gas, so hat man:

$$n : n' = \sqrt{1+0{,}00365\,t} \,.\, \sqrt{k} : \sqrt{\frac{1+0{,}00365\,t'}{\sqrt{\delta}}}\,\sqrt{k'}$$

in welcher Proportion blos k' eine unbekannte Größe ist, weil für die atmosphärische Luft das Verhältniß k durch den Vergleich der wirklichen Schallgeschwindigkeit mit der nach der Formel

$$u = \sqrt{\frac{0{,}76\,g \,.\, q\,(1+\alpha\,t)\,k}{\delta'}}$$

berechneten als bekannt angenommen werden kann. Für die unte
Gase erhielt Dulong mit einer Pfeife von 60 Centimeter Lä
gende Werthe:

Namen der Gase.	Dichte der Gase.	Schwingungs-zahlen.	Temperatur nach der Centesimalscala.	Verhl
Atmosphärische Luft	1	500,4	22°	1,
Sauerstoffgas	1,1026	475,2	21°	1,
Wasserstoffgas	0,0688	1883,6	17°	1,
Kohlensaures Gas	1,524	392,6	20°	1,

Die kleinen Unterschiede, welche man bei den Werthen von k
nimmt, können füglich den Beobachtungsfehlern zugeschrieben w

4. Longitudinale Schallgeschwindigkeit in festen Körper

Die Geschwindigkeit, mit welcher sich der Schall durch di
Körper fortpflanzt, läßt sich direct durch Versuche ermitteln,
man einen solchen Körper von hinreichender Länge dabei benutz
Einen derartigen Versuch hat Biot mit einer Verbindung von
Röhren angestellt, deren Länge zusammen 551¼ Meter betr
einem Ende in der Röhre wurde eine Glocke aufgehängt
Hammer so eingerichtet, daß man damit an die Glocke und
an die Röhre anschlagen konnte. Der Ton der Glocke pfla
durch die Luft und der Schlag an die Röhre durch ihre Ma
ein Beobachter am anderen Ende der leitenden Linie bestim
Hülfe eines Chronometers die Zwischenzeit, welche zwischen der
der beiden fortgepflanzten Töne verfloß. Aus dieser Zeit, der
länge und der Geschwindigkeit des Glockentones in der Luft
dann die Geschwindigkeit des Schalles im Eisen bestimmen.
fand auf solche Weise, daß der Schall sich ohngefähr 10mal
durch das Eisen als durch die Luft fortpflanzte. — Einen
ähnlicher Art stellten wir zu seiner Zeit mit einem 80 Mete
Seile an, das in einem längeren Hausgange des hiesigen Gew
gebäudes an einem Ende an einer Thür befestigt und am and
über eine an einem Gestell festgemachte Rolle geführt wurde,
durch darangehängtes Gewicht eine gewisse Spannung erhielt.
man nun auf die Rolle in der Längenrichtung des Seiles sch
merkte der am anderen Ende desselben aufgestellte Beobachter zu
einen auf die Thüre ausgeübten Ruck und unmittelbar darauf
Schalläußerung: der Ruck kam offenbar her von der longitu
Fortpflanzung des schwingenden Zustandes durch das Seil selb
rend die Schalläußerung zunächst von der Luft herrührte. Au

Versuche geht deutlich hervor, daß der Schall sich schneller durch das Seil als durch die Luft fortpflanzt.

Ein anderes leicht anwendbares Mittel zur Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls liefert uns die Tonhöhe longitudinal schwingender Stäbe, verglichen mit jener einer offenen Pfeife. Ist nämlich u die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft, l die Länge einer offenen Pfeife und n die Schwingungszahl wie sie der Grundton gibt, so ist $u = 2nl$. — Ist ferner u' die Geschwindigkeit des Schalles in irgend einem festen Körper, l die Länge eines cylindrischen oder prismatischen Stabes aus dieser Substanz, n' die Schwingungszahl, wenn er seinen Grundton angibt, wenn er also an beiden Enden frei ist, in der Mitte gehalten wird und longitudinal schwingt, so hat man wieder $u' = 2n'l$. Aus der Verbindung der letzteren Gleichung mit der vorhergehenden ergibt sich $u' = u \cdot \frac{n'}{n}$. Um mithin die longitudinale Fortpflanzungsgeschwindigkeit in irgend einem festen Körper zu finden, braucht man nur den Grundton zu bestimmen, welchen ein aus dieser Substanz verfertigter Stab hervorbringt, wenn er longitudinal schwingt und dann jenen Ton mit dem Grundtone zu vergleichen, welchen eine gleich lange offene Röhre gibt. Der Quotient dieser beiden Tonwerthe multiplicirt mit der Geschwindigkeit des Schalls in der Luft, drückt die verlangte Geschwindigkeit aus. Angenommen also, ein tannener Stab von etwa 2,5 Meter Länge gäbe, wenn er longitudinal schwingt, indem man ihn in der Mitte festhält und am andern Ende reibt, einen Ton, welcher mit dem $\bar{\bar{c}}$ im Einklang steht, während eine gleich lange offene Pfeife den Ton C liefert, so ist in diesem Falle $\frac{n'}{n} = 24 = 16$; folglich $u' = 333 \times 16 = 5328$ Meter als Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Tannenholze.

Ein drittes Mittel um die Geschwindigkeit des Schalles in festen Körpern zu bestimmen, liefert uns die Formel $u' = \sqrt{\frac{g}{\beta}}$, zufolge derer die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer longitudinalen Schwingung in einem gleichförmig dichten elastischen Stoffe durch die Quadratwurzel des Quotienten ausgedrückt wird, welchen man bekommt, wenn man die Acceleration der Schwere durch die Größe β dividirt, um welche sich eine Säule des betrachteten Körpers verlängert oder verkürzt, deren Höhe der Längeneinheit gleich ist und auf welche eine ihrem Gewichte gleiche Zug- oder Druckkraft wirkt. — Berechnen wir die Größe β z. B. für Fichtenholz aus dem dafür angegebenen Modul der Elasticität für einen Quadratcentimeter in Grammes, welcher ist 143683000, wie derselbe in einem oder dem andern Werke der Mechanik sich aufgezeichnet

findet und setzen den so für β gefundenen Werth 0,000000000348 i den Ausdruck $u = \sqrt{\frac{981}{\beta}}$; so bekommen wir für die Schallgeschwindi keit im Fichtenholz 5307,2 Meter.

Nach dergleichen Versuchen, wie sie hier oben auseinandergese worden sind, hat man für die Schallgeschwindigkeit in mehreren fes Substanzen folgende Werthe erhalten:

a) In Metallen und Glas. Namen des Körpers.	Schallgeschwindigkeit in Metern.	b) In Hölzern. Namen des Körpers.	Schallgeschwi digkeit in Metern.
Blei	1350.	Ahornholz	4532.
Kupfer	4080.	Birnbaumholz	4250.
Messing	3624.	Birkenholz	4896.
Zinn	2550.	Eichenholz	3624.
Silber	3060.	Fichtenholz	5440.
Eisen	5600.	Lindenholz	5100.
Glas	5664.	Ulmenholz	4896.
		Tannenholz	6120.

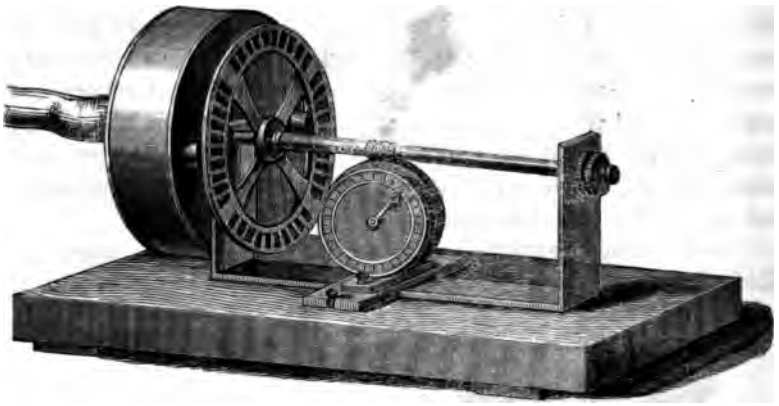
Bei der Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in der atmosphä schen Luft mußte die Erwärmung in Betracht gezogen werden, wel mit der Zusammendrückung jederzeit eintritt. Ein ähnlicher Einf dürfte sich vielleicht bei den festen Körpern geltend machen, da bei Zusammendrückung eine Wärmeentwickelung stattfindet. Es läuft di auf eine Vermehrung der Elasticität hinaus, woher es denn komm kann, daß der aus Schwingungen berechnete Werth der Größe β grö ausfällt, als jener, den man auf statischem Wege durch Zusamm drückung oder Dehnung erhält.

III. Numerische Bestimmung der absoluten Tonhöh und Beisammensein mehrerer Schwingungen.

1. Mittel zur Bestimmung der absoluten Tonhöhe und Resultate.

Die absolute Tonhöhe kann auf mehreren Wegen bestimmt werd zunächst mittelst der Syrene von Cagniard de Latour. Die Syre ist in Fig. 42 abgebildet. Sie besteht aus einer kreisförmigen Pla von Messing, die um eine auf ihrer Ebene senkrechte Achse äußerst le drehbar ist und gleich große und gleich weit von einander entfer schief gebohrte Oeffnungen hat, gegen welche die aus zwei in ein cylindrischen Behälter angebrachten Löchern strömende Luft anst während die Platte umläuft. Durch den Boden des Cylinders, d

Fig. 42.

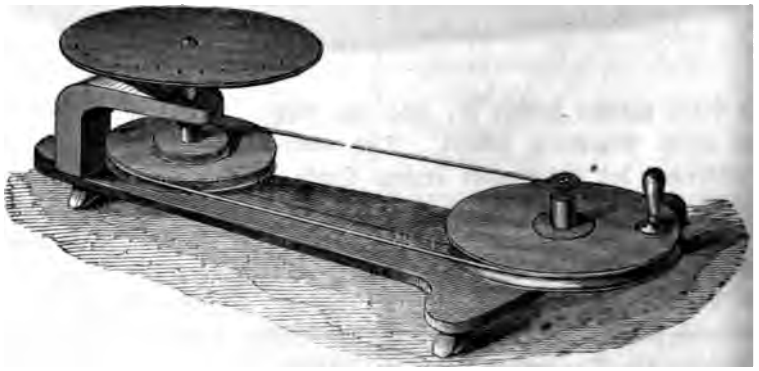


zur Platte parallel gestellt ist, geht eine Röhre, welche ihm die Luft aus einem Blasebalg zuführt. Das abwechselnde Durchlassen und Unterbrechen des Luftstromes erzeugt Stöße, aus denen bei gehöriger Schnelligkeit der Drehung der Platte ein Ton entsteht. Die Anzahl der während einer Secunde erfolgten Luftstöße ergibt sich, wenn man die Zahl der in einer Secunde erfolgten Umdrehungen der Platte mit den in ihr vorkommenden Löchern multiplicirt. Durch Verstärkung des Luftstromes wird die Umdrehungsgeschwindigkeit der Platte vermehrt und somit der Ton erhöht. Um die Zahl der während einer bestimmten Zeit stattgehabten Umläufe zu bestimmen, befindet sich an der Drehungsachse der Platte eine Schraube ohne Ende, die ein mit Zähnen versehenes Rädchen bewegt; an der Achse dieses Rädchens befindet sich ein Zeiger, der einen Umlauf macht, wenn die Platte mit ihrer senkrechten Achse 100 Umdrehungen vollendet hat. Ein senkrecht zur Achse des Rädchens befestigter Arm schiebt ein zweites Rädchen bei jedem Umlauf des ersten um einen Zahn weiter, so daß, wenn das zweite Rädchen auch 100 Zähne hat, es erst nach 100 Umdrehungen des ersten Rädchens einen einzigen Umlauf machen wird. Die Anzahl der geschehenen Umdrehungen erwähnter zwei Rädchen wird mittelst Zeiger auf den außerhalb angebrachten Zifferblättchen abgelesen. Man kann die Zeiger nach Belieben gehen oder still stehen lassen. Man braucht zu diesem Behufe nur die beiden Rädchen ein wenig entweder links oder rechts zu schieben, um das Eingreifen der Gänge der Schraube in die Zähne entweder herzustellen oder aufzuheben. — Um nun mit Hülfe der Syrene die einem bestimmten Ton entsprechende Schwingungszahl zu ermitteln, wird die Syrene angeblasen und der Druck auf den

Blasebalg so lange abgeändert, bis ihr Ton in vollkommenem Einklange mit demjenigen Ton steht, um dessen absolute Tonhöhe es sich handelt. Ist dieser Einklang hergestellt, der einige Minuten andauern muß, so setzt man die Zeiger und ein Chronometer in einem und demselben Augenblick in Bewegung. Indem man dann nach Verlauf einiger Zeit zugleich die Zeiger und das Chronometer wieder zum Stillstand bringt, kennt man die Anzahl der Umdrehungen der Platte in jener Zeit und damit auch die Anzahl der Luftstöße, welche mit der Schwingungszahl des begleitenden Tones zusammenfällt.

Eine einfache Construction der Syrene hat Seebeck angegeben. Diese Syrene ist in Fig. 43 abgebildet. Auf einer Achse, welche mittelst

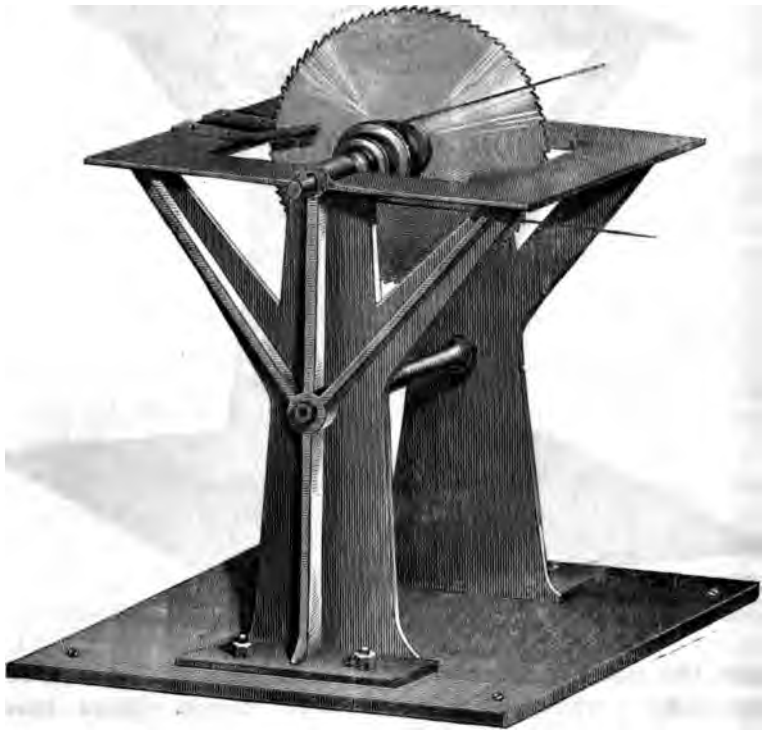
Fig. 43.



eines Rades und Schnurlaufs in hinreichend rasche Drehung versetzt werden kann, ist eine starke hölzerne, mit Blei beschwerte runde Scheibe von 1,5 Decimeter Durchmesser angebracht und an dieser concentrisch eine Scheibe aus dünner glatter Pappe von 2,5 Decimeter im Durchmesser befestigt. An dem Umfange der letzteren Scheibe sind in genau gleichen Abständen Löcher von etwa $\frac{1}{2}$ Centimeter im Durchmesser eingeschlagen. Die Anzahl der Löcher kann eine beliebige sein, etwa von 12 bis 120 gehen; immerhin ist es gut, dieselbe so zu wählen, daß die Zwischenräume zwischen den Löchern größer als ihre Durchmesser sind. Bei dem Versuche wird mit einem Glasröhrchen, dessen Mündung etwas enger als die Löcher ist, ein Luftstrom gegen die in Drehung befindliche Löcherreihe geblasen, wo dann der Ton auf die nämliche Weise wie auf der Syrene von Cagniard de Latour entsteht. Auf dieselbe Scheibe kann man auch concentrisch mehrere Löcherreihen setzen, um so die verschiedenen Töne unter einander vergleichen zu können. Mit einer Löcherreihe erhält man einen Ton, der bei zunehmender Umdrehungsgeschwindigkeit immer höher wird.

Um die absolute Tonhöhe zu bestimmen, wendete Savart ein gezahntes Metallrad an, das vermittelst einer Schnur ohne Ende und eines andern sich langsamer bewegenden Rades in eine schnelle Drehung versetzt wird. Fig. 44 stellt den Apparat dar. Während der Um-

Fig. 44.



drehung wird ein Kartenblatt dem Stoße der Zähne ausgesetzt, wodurch ein Ton zum Vorschein kommt, dessen Höhe mit der Schnelligkeit der Drehung zunimmt. Man hat nur zu ermitteln, wie viel Zähne in einer gegebenen Zeit vorübergehen, um die dem vernommenen Tone zugehörige Schwingungszahl kennen zu lernen. Mit einem Rade, dessen Umfang 720 Zähne trug, brachte Savart in einer Secunde 24000 Schwingungen hervor, welche das menschliche Ohr noch als einen Ton zu unterscheiden vermochte.

Für die tiefen Töne nahm Savart statt des gezahnten Rades einen Eisenstab, den er um seine Mitte drehte, als wenn seine Arme die Speichen eines Rades wären. Während der Bewegung des Stabes

gehen ſeine Arme, wie Fig. 45 zeigt, durch eine Art Rahmen, ein ſtarkes Geräuſch zur Folge hat. Indem man den Stab la

Fig. 45.

dreht, hört man eine Aufeinanderfolge von einzelnen Schlägen, l einer ſolchen Drehung, wo 8 Schläge in der Secunde erfolgen, tiefen muſikaliſchen Ton vernehmen laſſen.

Um die einem Tone zukommende Schwingungszahl zu beſtü kann man auch einen homogenen Metallſtab nehmen, der an Ende in einen Schraubenſtock eingeſpannt und durch einen Sch transverſale Schwingungen verſetzt wird. Man macht ihn ſo daß er in einer Secunde vier Schwingungen vollendet und mißt genau die Länge a des von dem Schraubenſtock hervorragenden S Hierauf verkürzt man daſſelbe ſo lange, bis es einen Ton gib mit dem zu unterſuchenden Ton in Einklang ſteht. Hat ma Länge l wieder gemeſſen, ſo kann man die Schwingungszahl n der Formel $n = \frac{a^2}{l^2} . 4$ berechnen.

Ein weiteres Mittel zur Bestimmung der Schwingungszahl eines Tones bieten gespannte Saiten dar. Man spannt nämlich eine homogene Metallseite auf ein verticales Monochord, an welchem man die Saitenlänge möglichst genau messen kann. Alsdann bringt man ihren Ton mit dem, dessen absolute Tonhöhe bestimmt werden soll, in Einklang und berechnet dann die Anzahl der Schwingungen der Saite nach der Formel: $n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{gP}{Q}}$, wo g die Acceleration der Schwere, Q das Gewicht, l die Länge der Saite und P das Gewicht bezeichnet, welches die Saite spannt.

Durch solche Mittel hat man für den Ton $\bar{a}$ der gewöhnlichen Stimmgabel 427 als Schwingungszahl gefunden. Doch ist dieser Ton $\bar{a}$ nicht an allen Orten genau der nämliche, indem für denselben zu seiner Zeit am Berliner Theater 437, in der französischen Oper 431, in der italienischen Oper 424, und am Darmstädter Theater 430 als Schwingungszahl angenommen wurde. Bei der Annahme der Schwingungszahl 427 wäre die absolute Tonhöhe des Tones $\bar{c}$ gleich $427 . {}^3/_5 = 256^1/_5$. Wird für den letzteren Ton die runde Zahl 256 gesetzt, so ergeben sich für die in der Musik gebräuchlichen unter der Benennung C verstandenen Töne folgende absolute Werthe:

für das tiefe C ($\underline{\underline{C}}$), das tiefste C der Orgel die Schwingungszahl 16;
für das Contra C ($\underline{C}$), das tiefste C am Clavier die „ 32;
für das große C (C), das tiefste C des Violoncells „ „ 64;
für das kleine C (c), das tiefste C der Tenorstimme „ „ 128;
für das eingestrichene C ($\bar{c}$), das tiefe C der Sopranstimme „ 256;
für das zweigestrichene C ($\bar{\bar{c}}$), das hohe C der Sopranstimme „ 512;
für das dreigestrichene C ($\bar{\bar{\bar{c}}}$), das höchste C auf der Violine „ 1024;
für das viergestrichene C ($\bar{\bar{\bar{\bar{c}}}}$), das höchste C am Clavier „ 2048.

Der Tonwerth des $\bar{a}$, nach welchem sich die Stimmung des Orchesters richtet, ist bei dieser Annahme also gleich $256 . {}^5/_3 = 426^2/_3$. Dem höchsten Tone auf dem Clavier, nämlich dem $\bar{\bar{\bar{\bar{g}}}}$, entsprechen sonach $2048 . {}^3/_2 = 3072$ Schwingungen in der Secunde. Gewöhnlich wird in der Akustik dem Tone $\bar{a}$ die Schwingungszahl 440 beigelegt. Es wäre wünschenswerth, wenn eine derartige Feststellung hinsichtlich des Maßstabes für die Tonhöhe an allen Orchestern Geltung bekäme: man würde dann zu einer allgemeinen normalen Tonhöhe gelangen, was für Musiker, Sänger, Instrumentenmacher nur von Nutzen sein kann. — Für die Wellenlängen der oben genannten Töne C erhalten wir bei der Schallgeschwindigkeit von 333 Meter nachstehende Werthe:

für das tiefe C . .	10,4128 Meter;	für das eingestrichene C	0,6508 M.
für das Contra Ċ .	5,2064 „	für das zweigestrichene C	0,3254 „
für das große C .	2,6032 „	für das dreigestrichene C	0,1627 „
für das kleine C .	1,3016 „	für das viergestrichene C	0,0813 „

Nehmen wir die Schwingungszahl für den tiefsten noch erkennbaren Ton zu 8 und die Schwingungszahl für den höchst vernehmbaren Ton zu 24000 an; so ist die Wellenlänge des ersteren = 20,8256 Meter und die des zweiten Tones = 6,94 Millimeter.

Den gewöhnlichen Umfang der Singstimmen und der Orchesterinstrumenten gibt folgende übersichtliche Zusammenstellung:

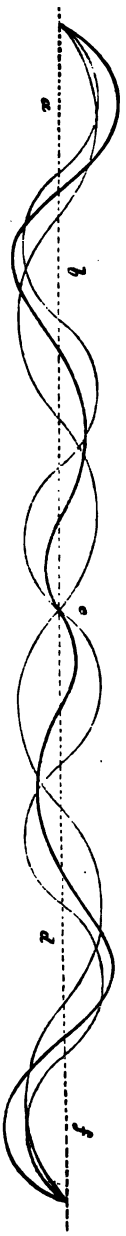
Singstimmen und Instrumente.	Umfang.	Octaven.	Töne.
Sopranstimme . . .	$\bar{c}$ bis $\overline{\overline{as}}$	2	23
Altstimme	g „ $\bar{\bar{d}}$	2	25
Tenorstimme . . .	c „ $\bar{a}$	2	23
Baryton	B „ $\bar{f}$	$1\frac{3}{4}$	21
Baß	F „ $\overline{es}$	2	24
Violine	g „ $\bar{\bar{\bar{a}}}$	4	46
Viola	c „ $\bar{\bar{g}}$	4	46
Violoncell	c „ $\bar{b}$	4	46
Contrabaß	$\underline{E}$ „ 8	$2\frac{1}{4}$	26
Flöte	$\bar{d}$ „ $\bar{\bar{b}}$	$3\frac{1}{4}$	38
Piccolo	$\bar{\bar{h}}$ „ $\bar{\bar{\bar{a}}}$	$2\frac{3}{4}$	32
Clarinette in B . .	d „ $\bar{\bar{d}}$	3	45
Clarinette in Es . .	g „ $\bar{\bar{\bar{g}}}$	3	45
Oboe	e „ $\bar{\bar{\bar{c}}}$	$2\frac{3}{4}$	32
Fagott	$\underline{B}$ „ $\bar{g}$	$3\frac{3}{4}$	45
Horn in es . . .	B „ $\bar{b}$	2	13
Horn in e	H „ $\bar{h}$	2	13
Trompete in es . .	b „ $\bar{\bar{b}}$	2	13
Trompete in e . . .	h „ $\bar{\bar{h}}$	2	13
Tenorposaune in f .	cis „ $\bar{b}$	$1\frac{3}{4}$	22
Baßposaune in B . .	E „ $\overline{gis}$	$2\frac{1}{2}$	29

2. Schwebungen und Combinationstöne.

Wenn zwei Körper gleichzeitig ertönen und ihre Töne bezüglich der Höhe nur wenig von einander verschieden sind, d. h. die Schwingungszahlen derselben nur um wenige Einheiten von einander abweichen, so vernimmt das Ohr, zu welchem jene Töne gelangen, ein periodi

ielndes Anſchwellen und Nachlaſſen des Tones wahr, Erſcheinung auch mit dem Namen „Schwebungen Stöße der Töne“ bezeichnet wird. Man vernimmt ötöße ſehr deutlich, wenn man gleichzeitig zwei Orgel- oder zwei Stimmgabeln, die nahe im Einklange zum Tönen bringt. Allemal nämlich, wenn die ıtungen und Verdünnungen des einen Tones mit des andern zuſammentreffen, wird das Ohr von r Kraft ergriffen, dagegen von geringerer, wenn es dichtungen des einen gleichzeitig mit den Verdünnungen dern empfängt. Wie bald Verdichtung mit Verdich- ıald wieder Verdichtung mit Verdünnung zuſammen- wenn zwei Töne, deren Schwingungszahlen um Einheiten ſich unterſcheiden, läßt ſich durch eine che Darſtellung deutlich machen. In Fig. 46 mögen ıen ſchwach gezogenen Curven die jenen Tönen ent- ıden Wellenzüge darſtellen, dergeſtalt, daß die ober- :r Abſciſſenachſe ſtehenden Perpendikel die Größen der ıtung und die unter jener Achſe liegenden die Größen erdünnung bezeichnen, während die entſprechenden der Abſciſſenachſe die zugehörigen Zeiten bedeuten. dieſe Wellenzüge das Ohr treffen, wird es den ck jedes einzelnen Tones empfinden, da das eine ſyſtem durch das andere nicht geſtört wird. Neben Empfindung der einzelnen Töne wird aber eine dritte Empfindung durch das Zuſammentreffen der beiden züge hervorgerufen. Werfen wir nämlich einen Blick Zeichnung, ſo ſehen wir, daß in dem Punkt a die ıtungen beider Wellenzüge, in dem Punkt b ihre ınungen zuſammentreffen, mithin an jenen Stellen :rſtärkte Wirkung oder ein Anſchwellen des Tones ıebracht wird; daß dagegen in dem Punkt c die Ver- g des einen Wellenzugs mit der Verdünnung des Wellenzugs zuſammenkommt, was eine Schwächung irkung oder ein Nachlaſſen des Tones zur Folge hat. lche Weiſe iſt die ſtark gezogene Curve entſtanden, die reſultirende Wirkung beider Wellenzüge darſtellt, den beiden andern Curven ihre Darſtellung erhalten

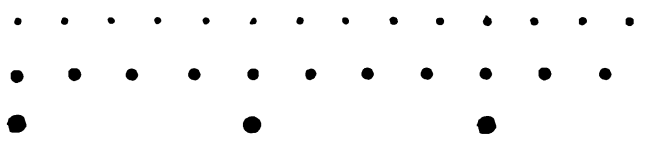
Fig. 46.



eſchieht die Aufeinanderfolge des Anſchwellens und nens der beiden Töne ſo ſchnell, daß der geſonderte

Eindruck davon nicht mehr einzeln wahrgenommen werden empfindet das Ohr den Eindruck eines Tones, den man C tionston oder Tartinischen Ton nennt, weil dieser Musi über denselben ausführlichere Versuche angestellt hat. — Die C des Combinationstones läßt sich durch die Fig. 47 veranst

Fig. 47.



wo, um einen bestimmten Fall vor Augen zu haben, die Schw zahlen der erzeugenden Töne sich wie 4 : 5 verhalten. Die obe reihe stellt die Folge der Schwingungen des höheren Tones (d die mittlere die Folge der Schwingungen des tieferen (des Gr dar; die untere Reihe endlich entspricht dem Zusammentr Schwingungen bei jeder fünften Schwingung des höheren vierten Schwingung des tieferen Tones, wodurch ein eigener steht, dessen Schwingungen viermal langsamer vor sich gehen des tieferen der beiden angegebenen Töne. — Will man den tionston deutlich vernehmen, so müssen die beiden erzeugen von einiger Dauer, von ziemlich gleicher Stärke und entw rein sein oder nur wenig von der Reinheit abweichen; auch der Umgebung Alles ruhig sein, damit das Ohr die für Eindrücke erforderliche Empfindlichkeit erlangt. Am verne zeigt sich der Combinationston bei der großen Terz, wo di Unteroctave des tieferen Tones erklingt, deßgleichen bei de Terz, wo der Combinationston um zwei Octaven und eine g tiefer ist, als der tiefere der zwei angeschlagenen Töne.

Da der physische Grund des Combinationstones bekann läßt sich auch für jeden Fall die Höhe desselben im Voraus b in welchem Verhältniß die beiden angegebenen Töne auch zu stehen mögen. Wir betrachten zu diesem Behuf zunächst zu deren Schwingungszahlen m und n sich genau wie zwei relati zahlen p und q verhalten, so daß $\frac{n}{m} = \frac{q}{p}$. Die beiden gleich $\frac{p}{m}$ und $\frac{q}{n}$, sagen aber aus, daß p Schwingungen des ersten T in derselben Zeit vollenden als q Schwingungen des ander und daß keine kleinere Zahlen von Schwingungen geeignet vollständiges Zusammentreffen der letzteren zu bewirken, weil

relative Primzahlen sind. Die Zeit $\frac{p}{m} = \frac{q}{n}$ drückt mithin die Oscillationsdauer des Combinationstones aus, so daß, wenn m der tiefere Ton ist, die Schwingungsdauer des Combinationstones $= \frac{p}{m}$ sein wird. Die Schwingungszahlen des Combinationstones und des tiefern der beiden angeschlagenen Töne verhalten sich demnach wie $1 : p$, wenn p das mit m homologe Glied der Proportion $m : n = p : q$ bezeichnet und p und q relative Primzahlen sind. — Man nimmt gewöhnlich an, daß die Schwingungszahl des Combinationstones gleich dem Unterschiede der Schwingungszahlen der erzeugenden Töne sei; diese Annahme ist jedoch unrichtig, da sie zu einer Regel führt, die sich nicht in allen Fällen bewährt. Denn bei einer derartigen Voraussetzung würde das Verhältniß des tieferen Tones zu dem Combinationstone durch den Quotienten $\frac{m}{n-m}$ oder durch den Quotienten $\frac{p}{q-p}$ ausgedrückt sein, während dieses Verhältniß nach der ersten Regel durch $\frac{p}{1}$ dargestellt wird.

Zahlreiche mit der größten Sorgfalt auf einer ausgezeichneten Violine darüber angestellte Versuche, an denen Personen sich betheiligten, welche mit der Musik sehr vertraut sind und ein feines musikalisches Gehör haben, lassen keinen Zweifel übrig, die zweite Regel als nicht für alle Fälle gültig anzusehen. Als Belege für die Richtigkeit unserer Aussagen mögen folgende Beispiele dienen. Wir erhielten bei den zwei Tönen c und f, die in dem Verhältniß von $3 : 4$ zu einander stehen, den Combinationston F; derselbe war also um eine Quinte mehr als eine Octave tiefer als der tiefere der beiden angeschlagenen Töne und stimmte genau mit demjenigen überein, wie ihn die eine wie die andere Regel gibt. Ebenso bekamen wir bei den zwei Tönen c und e, deren Verhältniß $4 : 5$ ist, den Combinationston C, welcher zwei Octaven tiefer als der tiefere der beiden angeschlagenen Töne liegt und wieder mit dem Ton übereinkommt, wie ihn die beiden Regeln geben. Bei den Tönen c und as, die sich wie $5 : 8$ verhalten, fanden wir den Combinationston As, wie ihn die erste Regel verlangt, und nicht Es, wie er nach der zweiten Regel sein sollte. Deßgleichen hörten wir bei den Tönen c und d, deren Verhältniß $4 : 9$ ist, deutlich den Combinationston C, wie die erste Regel es sagt, aber nicht e, wie es die zweite Regel mit sich bringt.

Kommt dagegen das Verhältniß der beiden angeschlagenen Töne einem einfachen Verhältnisse blos sehr nahe, ist also, um bei den zwei ersten gewählten Beispielen stehen zu bleiben, fast gleich dem von $3 : 4$; so wird der Combinationston noch um eine Quinte mehr als eine

Octave tiefer als der tiefere der beiden angeschlagenen Töne sein, aber schwächer vernommen werden, als wenn das Verhältniß genau 3:4 ist. Ebenso wird, wenn das Verhältniß dieser beiden Töne fast das von 4:5 ist, der Tartinische Ton zwei Octaven tiefer als der tiefere der beiden angeschlagenen Töne sein, aber schwächer gehört werden, als wenn das Verhältniß genau 4:5 ist. Läge endlich das Verhältniß, in welchem die Schwingungszahlen der erzeugenden Töne zu einander stehen, dem von 3:4 eben so nahe, als dem von 4:5, so könnte es sich ereignen, daß man zwei Tartinische Töne, von denen der eine um eine Quinte mehr als eine Octave, der andere um zwei Octaven tiefer als der tiefere der beiden angeschlagenen Töne wäre, schwach vernähme. Es war dies bei dem dritten der oben angeführten Beispiele der Fall, wo wir bei einer kleinen Aenderung in der einen Saitenlänge zwei Combinationstöne erhielten, nämlich As und Es, gerade die zwei Töne, wie sie die beiden Regeln bei dem genauen Verhältniß von 5:8 lieferten.

Die innerhalb einer Secunde aus dem Zusammenwirken zweier nahe an einander liegenden Töne resultirende Anzahl von Schlägen kann auch benutzt werden, um die absolute Zahl der Schwingungen der Töne kennen zu lernen. Es ist nämlich die Zahl dieser Stöße dem Unterschiede der Schwingungszahlen der erzeugenden Töne stets proportional, aber nicht immer gleich jenem Unterschiede, wie hier und dort behauptet wird. Bezeichnen mithin y und x die Schwingungszahlen der beiden Töne, wo y dem höheren Tone angehört, ferner n:m das relative Verhältniß derselben, wo n und m Primzahlen zu einander sind, und a die Zahl der in der Secunde hervorgebrachten Schläge, so besteht die Relation: $y - x = (n - m)a$, woraus $x = am$ und $y = an$, eine Regel, welche mit der zur Bestimmung des Combinationstones oben angeführten Regel völlig gleichlautend ist, wie es auch sein muß, da die Stöße mit den Combinationstönen genau einerlei Ursprung haben. So erhielten wir mit zwei Orgelpfeifen, welche auf die Töne C und Cis gestimmt waren, $2\frac{2}{3}$ als Mittelwerth für die Zahl der in einer Secunde erfolgten Schläge. Daraus ergab sich für den musikalischen Ton C die Schwingungszahl 64 und den Ton Cis die Schwingungszahl $66\frac{2}{3}$.

Bei diesem Verfahren die Schwingungszahlen der Töne zu bestimmen, sind die Stimmgabeln den Pfeifen vorzuziehen, weil die letzteren stärkeren Tonschwankungen als die ersteren unterworfen sind. Man nimmt nämlich zwei Stimmgabeln, von denen die eine um weniges höher oder tiefer als die andere gestimmt wird, so daß sie zusammengeschlagen eine bestimmte Anzahl Stöße in einer Secunde liefern.

Wenn beide Gabeln frei auf einen Resonanzboden aufgeschraubt sind, so vermögen sie wohl eine Minute lang in hinlänglicher Stärke fortzutönen, um die Stöße zählen zu können. Der Ton der Gabel wird bekanntlich erhöht, wenn man die Zinken an ihren Enden verdünnt, dagegen vertieft, wenn man die Dicke der Zinken in der Nähe des Gabelfußes vermindert. Um den Ton der Gabel abzuändern, bedienten wir uns zuweilen auch kleiner Massen von Eisen, welche an den Zinken der Gabel nach Belieben festgeschraubt werden konnten; je näher diese Massen nach den freien Enden der Zinken hinzu lagen, desto tiefer wurde der Ton. Hierauf bestimmt man mit Hülfe des Monochords auf einer und derselben Saite möglichst genau zwei Längen, deren Töne mit jenen der beiden Gabeln beziehungsweise so viel als möglich im Einklang stehen, und bringt dann das Verhältniß der Zahlenwerthe gedachter Längen auf seine kleinste Benennung. Gelangt man auf diese Weise zu dem Bruche $\frac{n}{m}$, so ist an die Schwingungszahl des einen und am die Schwingungszahl des andern Tones, wo a die Zahl der in der Secunde vernommenen Schläge bedeutet. Bei einem derartigen mit zwei Stimmgabeln angestellten Versuche, wo die Zeit von 20 Schlägen vermittelst einer guten Tertienuhr gemessen wurde, bekamen wir für a den Mittelwerth 5,11 und für die den Tönen entsprechenden Saitenlängen 498 Millimeter und 492 Millimeter. Der Bruch $\frac{498}{492}$ auf seine kleinste Benennung gebracht, gibt den Werth $\frac{83}{82}$: daher die Schwingungszahl des tieferen Tones $= 419$ und die des höheren $= 424$.

Mit Hülfe der Stöße läßt sich die Stimmung der Instrumente reiner herstellen, als sie das musikalische Ohr zu erreichen vermag. Wir begnügen uns, die Verfahrungsart an zwei besonderen Beispielen zu zeigen, nach denen man leicht für andere Fälle die nöthige Anordnung wird treffen können. Will man für einen Grundton die große Terz und Quinte rein stimmen, welche drei Töne in dem Verhältniß von $4:5:6$ zu einander stehen, so wählt man einen Hülfston, der mit dem Grundton zusammen vier Stöße in der Secunde liefert und stimmt dann die beiden höheren Töne in der Art, daß der eine mit dem nämlichen Hülfston 5 und der andere 6 Stöße gibt.

Soll für den Grundton die Quarte und die große Sext gestimmt werden, welche drei Töne sich wie $3:4:5$ zu einander verhalten, so wählt man einen anderen Hülfston, der mit dem Grundton drei Stöße in der Secunde macht und stimmt hierauf die zwei anderen Töne in der Weise, daß mit dem gewählten Hülfston der eine davon 4 und der andere 5 Stöße liefert. Die dergestalt abgestimmten höheren Töne

werden zu dem Grundtone in den vollkommen richtigen Verh
liegen, insofern man mit Hülfe des musikalischen Gehörs dahin
gewesen ist, die zustimmenden höheren Töne im gleichen Si
den Grundton von dem gewählten Hülfston abweichen zu lassen
sie gegen denselben zu hoch oder zu tief zu nehmen, wie ge
Grundton es war.

Die Anzahl der Schwingungen, welche das Gehörorgan
Tone verbindet, kommt nicht immer mit der Anzahl der Schw
überein, welche der tönende Körper binnen derselben Zeit mac
mit andern Worten, der subjective Ton für den Beobachter
jederzeit dem objectiven gleich. Es findet dies statt, wenn der
Körper und der Beobachter nicht in gleicher Entfernung von
bleiben. Nähert sich der Körper während des Tönens rasch
obachter oder entfernt er sich schnell von ihm, so geht jede Sch
von einem andern Punkte aus, als die vorhergehenden; sie
Falle des Annäherns weniger Zeit und im Falle des Entferne
Zeit brauchen, um zu dem Beobachter zu gelangen, als wenn
selben der tönende Körper stets in der nämlichen Distanz
wäre. Die Größe der Beschleunigung oder Verzögerung, welch
jede folgende Schwingung erfährt, wird gleich sein der Geschr
a des tönenden Körpers, dividirt durch die Fortpflanzungsges
keit u des Schalls. Die successiven Schwingungen eines Tone
Oscillationen in der Secunde vollbringt, werden also nicht n
Verlauf von $\frac{1}{n}$ Secunde, sondern nach dem Zeitintervall von $\frac{1}{n}$
Secunde auf einander folgen; wo das obere Zeichen für den
Annäherung und das untere für den des Entfernens gilt. D
genommene Ton wird demnach $\frac{n\,u}{u \mp a}$ Schwingungen in der
zu machen scheinen.

Ist der tönende Körper in Ruhe, dagegen der Beobachter
wegung, so gehen die Schwingungen von einem und demselbe
aus; sie erreichen aber den Beobachter früher oder später al
Secunde, nämlich nach Verlauf des Zeitintervalls $\frac{1}{n}\left(\frac{u}{u \mp a}\right)$,
obere Zeichen für den Fall des Entgegenkommens und das u
den Fall des Einholens zu setzen ist. Der wahrgenommene T
folglich $n\left(\frac{u \mp a}{u}\right)$ Schwingungen zu machen scheinen. — T
minderung des Abstandes zwischen dem tönenden Körper und
obachter hat also ein Erhöhen des Tones, die Vermehrung je
standes hingegen ein Sinken desselben zur Folge.

Aus den Formeln folgt, daß, wenn der tönende Körper sich mit einer der Schallfortpflanzungsgeschwindigkeit gleichen Geschwindigkeit bewegt, der Beobachter im Fall der Annäherung einen unendlich hohen Ton und im Fall des Entfernens die tiefere Octave wahrnimmt; daß dagegen, wenn der Beobachter sich mit jener Geschwindigkeit bewegt, er im Fall des Annäherns die höhere Octave und im Fall des Entfernens gar keinen Ton hört.

Den hier zur Sprache gebrachten, aus der relativen Bewegung der Schallquelle und des Beobachters herrührenden Tonunterschied hat man bei verschiedenen Versuchen, welche zu diesem Behufe auf Eisenbahnlocomotiven in Belgien angestellt wurden, bestätigt gefunden. Man nahm nämlich fast immer eine Veränderung des Tones wahr und zwar in dem Sinne, in welchem sie der Theorie gemäß stattfinden mußte: eine vollständige quantitative Uebereinstimmung zwischen der letzteren und der Beobachtung konnte man jedoch bei dieser Art von Versuchen nicht wohl erwarten. Die öfters wahrgenommene Aenderung des Tones der Signalpfeife auf der Locomotive eines Eisenbahnzugs dürfte mehr oder minder theilweise dem hier in Rede stehenden Einfluß zugeschrieben werden können. Man hörte nämlich bei einiger Aufmerksamkeit während des Annäherns des Eisenbahnzugs den Ton der Pfeife gewöhnlich höher und bei Entfernen des Zugs gewöhnlich tiefer werden.

3. Klirrtöne und Töne erhitzter Metallmassen.

Chladni erhielt, als er unter die Mitte einer Saite einen Steg so untersetzte, daß sie ihn nur schwach berührte und dann die Saite senkrecht gegen denselben anschlagen ließ, außer der höheren Octave des der Saite zukommenden Grundtones noch einen andern Ton, den er Klirrton nannte. Nach seiner Angabe war dieser Ton um eine Quinte tiefer als der tiefste Ton der frei schwingenden Saite. Nörrenberg, welcher den Versuch wiederholte, fand dagegen den Klirrton um eine Quart höher als den Grundton. Seebeck, welcher den Klirrton unter verschiedenen Bedingungen erzeugte, hat beide Töne erhalten, namentlich die tiefere Quinte recht deutlich sowohl an Metall, als an Darmsaiten, wenn sie nicht zu stark gespannt waren; dagegen stellte sich die obere Quarte weniger deutlich heraus; am besten kam sie an stärker gespannten und kürzeren Darmsaiten zum Vorschein. Der Klirrton ist tiefer, wenn man den Steg unter die Mitte der Saite so setzt, daß er sie noch nicht berührt; der Ton wird höher, wenn man den Steg etwas gegen die Saite hebt, so daß er gegen dieselbe drückt. Wird der Steg an andern Stellen der Saite untergesetzt, so bekommt man unvollkommene Klirrtöne.

Eine ähnliche Erscheinung nimmt man bei einer tönenden Stimmgabel wahr, wenn man sie auf den Tisch so auffetzt, daß der Stiel die Tischfläche nur beinahe berührt; man hört dann außer dem gewöhnlichen Ton der Gabel noch dessen tiefere Octave. Seebeck erhielt auf diese Weise an einer Stimmgabel in $\bar{a}$ außer dem Tone a noch die Töne d, A, F, D, so daß sich die Schwingungszahlen dieser Töne, von dem gewöhnlichen Ton der Gabel an gerechnet, wie die reciproken Werthe der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 verhalten. Wenn man die Gabel recht stark anschlägt und dann sehr leise auf den Tisch auffetzt, so hört man zuerst den tiefsten dieser Töne, worauf die übrigen Töne der Reihe nach zum Vorschein kommen, bis man zuletzt den Ton der Gabel hört. Diese Töne werden ebenfalls mit dem Namen Klirrtöne bezeichnet und sind mit den Tönen verwandt, welche man dadurch hervorbringt, daß man eine von den Zinken der tönenden Stimmgabel mit der Oberfläche eines festen Körpers in Berührung setzt.

Bei Berührung eines erhitzten Metalls mit einem kalten werden öfters eigenthümliche Töne erzeugt, die wie die Klirrtöne in einem schnell wiederholten Gegeneinanderschlagen zweier fester Körper ihren Grund haben mögen. Um dergleichen Töne, deren Klang und Stärke sich nach Beschaffenheit des heißen wie des kalten Metalls richtet, mit größerer Sicherheit hervorzubringen, ließ Trevelyan eiserne, kupferne, messingene, silberne Stäbe eigens verfertigen. Ein solcher prismatischer Stab von etwa 9,2 Cent. Länge, 4 Cent. Breite und 1,4 Cent. Dicke ist auf einer der breiteren Fläche seiner Länge nach mit einer Furche von 4 Millimeter Breite versehen; der Rest des Stabes besteht aus einem 13 Cent. langen runden Stiel von ohngefähr 7,5 Millimeter Durchmesser. Wird der platte Theil dieses Stabes erhitzt und dann mit der Furche nach unten auf einen kalten Bleiklotz, der nach oben zu in eine Kante sich verläuft, gelegt; so geräth der Stab in eine hin- und herschwingende Bewegung und läßt einen lauten Ton vernehmen, der längere Zeit anhält. Drückt man mit dem Finger auf den Tisch oder auf das Metall, so ändert sich der Ton und hört zuweilen auf. Durch einen gelinden Stoß des Tisches entsteht der Ton wieder, der öfters aus einem in den andern übergeht.

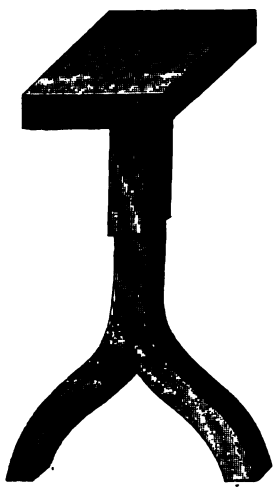
Die Wärme kann auch auf andere Weise das Entstehen von Tönen veranlassen. Beim Beginnen des Siedens des Wassers tönt das Gefäß, indem es durch die Erschütterungen, welche die aufsteigenden Bläschen bewirken, in Schwingung versetzt wird. Eine in mehreren Punkten unterstützte Scheibe aus Zink und eine auf zwei prismatischen Stegen ruhende Zinkstange geben, wenn sie durch eine darunter gestellte

Spirituslampe erhitzt werden, nach einigen Minuten einzelne hohe Töne, die sich auch durch Temperaturerniedrigung hervorbringen lassen. Eiserne Ofenthüren geben öfters sowohl beim Erhitzen als beim Abkühlen einen eigenen Laut, der nach kleineren oder größeren Zwischenräumen wiederholt sich hören läßt. Die Erscheinung, welche sich desto regelmäßiger zeigt, je gleichmäßiger die Temperaturveränderung von statten geht, hat ihren Grund in dem Uebergange der Eisentheile in den neuen durch den Temperaturwechsel bedingten Gleichgewichtszustand. An Messing, Gußeisen, Antimon und Zinn hat man dergleichen Töne beim Erhitzen und Abkühlen gleichfalls wahrgenommen; doch entstehen sie am leichtesten beim Zink, woran der größere Ausdehnungscoefficient und das krystallinische Gefüge dieses Metalls schuld sein mag.

4. Interferenz des Schalls.

Wenn man das Ohr parallel vor einer tönenden Scheibe dicht vorbeiführt, verschwindet der Ton über jeder Ruhelinie des darauf gestreuten Sandes. Das Trommelfell befindet sich hier genau in dem Zustande der Membrane, welche wir bei der Untersuchung des Vorgangs der in einer Röhre schwingenden Luftsäule angewendet haben. Einige anderweitige Interferenzerscheinungen der Schallwellen sollen nun an dieser Stelle zur Sprache kommen. — Ein hohles parallelepipedisches Kästchen von Pappe erhält oben einen Ueberzug von gespanntem Papier und in der Mitte des Bodens eine Oeffnung, in welche, wie Fig. 48 zeigt, eine Röhre angesetzt wird, die man in zwei unten offene Arme ausgehen läßt. Wird die gespannte Papierfläche mit Sand bestreut und die Oeffnungen der Arme über zwei übereinstimmend schwingende Theile einer großen tönenden Scheibe gehalten, so geräth der Sand in lebhafte Bewegung, indem gleichzeitig Verdichtungen und Verdünnungen an den offenen Enden der Röhre anlangen und an dem oberen Theile derselben sich gegenseitig verstärken. Dagegen bemerkt man keine Bewegung an den Sandtheilchen, wenn die beiden Seitenöffnungen über zwei nach entgegengesetzten Richtungen schwingenden Theile der Platte sich befinden, weil dann eine Verdichtung an einer Seitenöffnung mit einer Verdünnung an der andern zusammentrifft, weßhalb sich die

Fig. 48.



in dem oberen Theile der Röhre zusammenstoßende Wellen gegenseitig aufheben.

Eine schwingende Stimmgabel bietet ebenfalls ein Beispiel der Interferenz dar. Wird nämlich die Gabel vertical in einiger Entfernung vom Ohr gehalten und um ihre Achse gedreht, während sie schwingt, so wird bei jeder Viertelsdrehung der Ton kaum vernommen werden, während er an den dazwischen liegenden Stellen deutlich gehört wird. Die Erscheinung hat in der Interferenz der Luftundulationen ihren Grund, welche von beiden Zinken der Gabel ausgehen. In dem Fall, daß die Zinken in gleicher Entfernung vom Ohr sind, befinden sich die Luftwellen in einerlei Schwingungszustande, verstärken sich demnach gegenseitig einander; dagegen in dem Falle, wo die beiden Zinken in ungleicher Entfernung vom Ohr sich befinden, sind die Luftwellen in verschiedenen Schwingungszuständen, werden sich mithin theilweise einander aufheben. Der Versuch läßt sich auch dahin abändern, daß man die Gabel vor die Oeffnung eines Arzneiglases hält, welches man durch Eingießen von Wasser mit der Stimmgabel in Einklang bringt. Man bemerkt bei einer Umdrehung der Gabel vier Stellen, an denen kein Ton wahrgenommen wird.

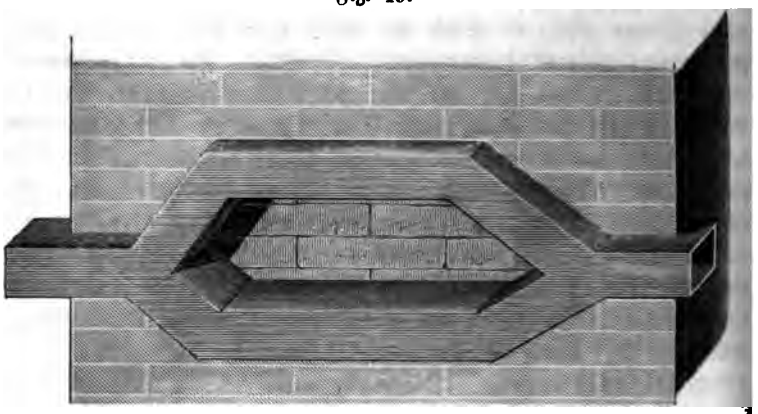
Interessante Interferenzerscheinungen hat Seebeck mit Hülfe seiner Syrene erhalten. Man richte gegen eine Löcherreihe dieser Syrene zwei Röhren von den beiden entgegengesetzten Seiten her senkrecht gegen die Scheibe dergestalt, daß die eine Röhre sich vor einem Loche befindet, während die zweite Röhre einem andern, etwa dem nächsten Loche gegenübersteht. Bläst man nun mit einer dieser Röhren gegen die in Umdrehung befindliche Scheibe, so hört man mit jeder einzeln derselben den nämlichen Ton; bläst man aber mit beiden zugleich, so verschwindet der Ton und man hört nur ein Sausen, welches das Durchströmen der Luft verursacht, indem sich die beiden Luftstöße ihrer entgegengesetzten Richtung wegen zwar nicht am Orte ihrer Entstehung, wohl aber bei ihrer Fortpflanzung gegenseitig aufheben. Der ursprüngliche Ton erscheint aber sogleich und zwar verstärkt, wenn die Löcher von den zwei entgegengesetzten Luftströmen nicht gleichzeitig, sondern alternirend getroffen werden.

Wenn man auf eine Scheibe concentrisch zwei Löcherreihen setzt, von denen die eine doppelt so viel Löcher hat als die andere, so hört man bei dem Anblasen von derselben Seite her zwei Töne, deren einer die Octave des andern ist. Bei dem Anblasen von entgegengesetzten Seiten her verschwindet der höhere Ton und man hört den tieferen allein: in diesem Falle heben sich nämlich die sämmtlichen Impulse des tieferen gegen die abwechselnden Impulse des höheren auf, und es bleibt nur

die andere Hälfte von denen des letzteren übrig, welche natürlich die tiefere Octave gibt. — Sind die Löcher einer Reihe nicht gleichweit von einander entfernt, sondern wechseln Intervalle von zwei verschiedenen Größen mit einander ab, und man leitet einen Luftstrom gegen die Scheibe, so hört man einen solchen Ton, als ob nur halb so viel Löcher da wären, deren Abstand der Summe zweier benachbarten Intervalle gleichkommt. Außerdem kann noch ein höherer Ton hinzutreten, nämlich die höhere Octave des ersteren, wenn die Differenz der Intervalle nicht zu groß ist. Um dies nachzuweisen, setzte Seebeck auf eine Scheibe vier Löcherreihen, nämlich: 1) 18 Löcher in Abständen von je 20°; 2) 36 Löcher in Abständen von je 10°; 3) 36 Löcher, deren Abstände abwechselnd 9½° und 10½° betrugen; 4) 36 Löcher abwechselnd 9° und 11° von einander entfernt. Die zweite Reihe gab die Octave von dem Tone der ersten; die dritte Reihe wie die vierte lieferte diese beiden Töne zugleich, mit dem Unterschiede, daß bei der dritten der höhere und bei der vierten der tiefere mehr hervortrat. — Aus diesen Versuchen sehen wir, wie eine gewisse Abweichung vom Isochronismus der Stöße stattfinden kann, ohne daß wir aufhören einen gleichartigen Ton wie beim vollkommenen Isochronismus wahrzunehmen. Läßt man die Abstände zwischen den Löchern in unregelmäßiger Folge wechseln, doch so, daß sie sich nicht zu sehr von einem Mittelwerthe entfernen; so hört man nur einen mehr oder weniger unvollkommenen Ton, dessen Höhe jenem Mittelwerthe entspricht.

Einen anderen Interferenzapparat erhält man, wenn man Schallwellen, die von einer gemeinsamen Quelle ausgehen, mittelst verschiedener Kanäle in zwei specielle Wellenzüge sondert, und solche hierauf sich wieder vereinigen läßt, nachdem so der eine Wellenzug einen etwas längeren Weg zurückgelegt hat, ehe er zur Interferenz mit dem andern Wellenzug gelangt. Zwei Fälle, in denen wir ziemlich befriedigende Resultate erhielten, waren folgende: In einem ersten Röhrensystem, wie es in Fig. 49 verzeichnet ist, betrug die kürzere Wegstrecke für den einen Wellenzug 37,8 Cent. und die längere Wegstrecke für den andern Wellenzug 51,9 Cent. Die Schallwellen, deren halbe Wellenlänge gleich dem Unterschied von 14 Cent. jener beiden Wegstrecken war, wurde mittelst einer Pfeife vor der Mündung einer Röhre hervorgerufen, in welcher mit Hülfe einer verschiebbaren Scheidewand das Weiterschreiten des einen oder des andern Wellenzugs in dem dazu gehörigen Röhrenstücke nach Belieben bewirkt oder verhindert werden konnte. Bei jedem einzelnen Röhrenstück erhielt man den nämlichen Ton, der bei beiden Röhrenstücken zusammen zum Verschwinden kam: die zwei Wellenzüge, welche an dem Interferenzpunkte um eine halbe

Fig. 49.



Schwingungsdauer von einander verschieden waren, hatten sich dur
Interferenz continuirlich aufgehoben. — In einem zweiten Röhrensyste
belief sich der Unterschied in den Längen der Röhrenstücke auf d
doppelte von der vorigen Wegdifferenz, machte demnach genau eine ga
Wellenlänge des von der Pfeife angegebenen Tones aus. Bei beide
Röhrenstücken erschien der Ton verstärkt, weil nunmehr die zwei Welle
züge in übereinstimmenden Schwingungsphasen an dem Interferenzpunk
ankamen. Diese Versuche fallen desto befriedigender aus, je weni
die Wände der Röhrenstücke durch ihr Mitschwingen zur Verstärku
des Tones beitragen können; es ist deßhalb rathsam, dergleichen Inter
ferenzapparate in die Wand von zwei angrenzenden Zimmern zu b
festigen, so daß die Röhre mit der Scheidewand in das eine Zimm
und das Röhrenstück mit dem Interferenzpunkt in das andere Zimm
hineinragt.

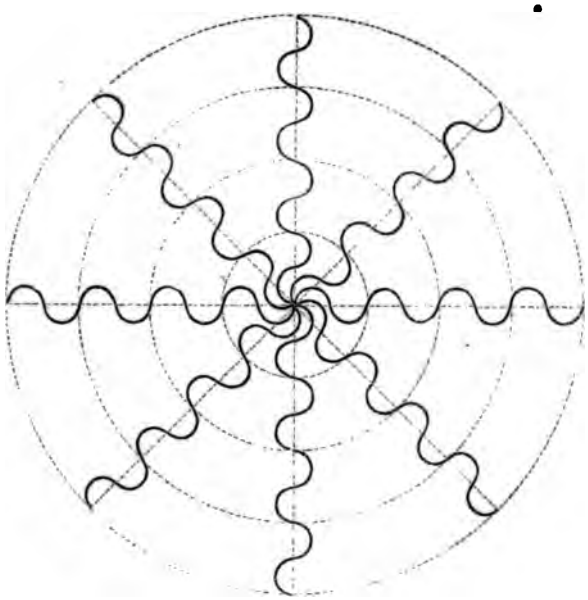
IV. Verbreitung des Schalls.

1. Abnahme der Stärke des Schalls mit Zunahme der Entfernu

Alle Körper können mehr oder weniger einen Schall verbreit
am gewöhnlichsten geschieht solches aber durch die atmosphärische L
Bei einer derartigen Verbreitung des Schalls durch die Luft ist
schallende Körper als ein Mittelpunkt von unendlich vielen nach a
Richtungen gehenden Schallstrahlen anzusehen, auf deren jedem ein
die Longitudinalschwingungen der freien Luft auf ähnliche Weise st
finden, wie jene der in einer Pfeife eingeschlossenen Luft. Da
Schallwellen nach allen Seiten gleichförmig fortschreiten, so umge
sie den schallenden Körper wie concentrische Schalen den Mittelp

einer Kugel. Zur Versinnlichung dergleichen sphärischen Schallwellen, deren eine Theil eine halbe verdichtende und andere Theil eine halbe verdünnende Schallwelle ist, dient die Fig. 50. — Um die Wirkungen

Fig. 50.



einer kugelförmig fortschreitenden Welle in verschiedenen Entfernungen r und r′ von ihrem Entstehungsorte zu ermitteln, seien c und c′ die Schwingungsintensitäten der Wellentheilchen, wenn die Halbmesser der Wellenflächen r und r′, ferner m und m′ die Massen derselben sind. Da bei der Mittheilung der schwingenden Bewegung jederzeit die Wirkungsfähigkeit einer Kugelfläche auf die andere übertragen wird, mithin kein Verlust an lebendiger Kraft oder an Wirkungsfähigkeit stattfindet, so hat man $mc^2 = m'c'^2$ oder $m : m' = c'^2 : c^2$. Allein die Massen der Kugelflächen verhalten sich zu einander wie die Quadrate ihrer Halbmesser, d. h. es ist $m : m' = r^2 : r'^2$; folglich $r^2 : r'^2 = c'^2 : c^2$. — Nimmt man nun an, daß die Wirkung, welche eine kugelförmig fortschreitende Welle an einer von ihr senkrecht getroffenen Fläche ausübt, mithin auch die Stärke des Eindrucks der Schallwelle auf das Gehörorgan, dem Quadrat der Schwingungsintensität direct proportional ist, so haben wir, wenn i und i′ die Schallstärken für die zwei Fälle bedeuten, in denen c und c′ die Schwingungsintensitäten der schwingenden Theilchen sind: $i : i' = c^2 : c'^2$ oder $i : i' = r'^2 : r^2$; d. h. die Schall-

abhängig.

Das Gesetz der Abnahme der Größe der Wirkung gil
Fortschreitung der Wellen im Allgemeinen, wie auch das Mit
sie vor sich gehen, beschaffen sein mag, und in welcher Ri
Schwingungen der Theilchen gegen jene der Fortpflanzung au
mögen. Für die Lichtschwingungen läßt sich jenes Gesetz der
der Intensität durch Versuche bestätigen, während dies bei d
mit bedeutenden Schwierigkeiten verbunden ist.

Wenn das Schallmittel vom schallenden Körper ringsum
Zeit auf einerlei Weise angeregt wird, so wird der Schall
Entfernungen von jenem Körper gleich stark wahrgenommen.
sich aber, daß dieses Mittel an einigen Stellen stärker als
erschüttert wird, so kann es bei gleicher Entfernung von dem
Körper Stellen geben, wo der Schall stärker als an andern

Die Weite, in welcher man einen durch die Luft verbreite
hören kann, hängt vorzugsweise von dessen Stärke ab. T
auf Verbreitung des Schalls verschiedene Nebenumstände Ein
z. B. die Richtung des Windes, die Richtung der Gebirge,
Schnee, dicker Nebel. Die größte bekannte Entfernung, auf
der Schall durch die Luft verbreitet hat, beträgt 75 Meilen
will man nämlich die lautesten Explosionen des Vulcans
Vincent gehört haben. Bei der Belagerung von Genua h
die Kanonenschüsse 22 Meilen weit und bei der Belagerung v
heim sie auf eine Entfernung von 21 Meilen noch deutl

Auf ähnliche Weise, wie wir dies später beim Licht sehen werden, wird der Schall geschwächt, wenn er sich durch ein Mittel von ungleichförmiger Beschaffenheit fortpflanzt. Dieser Ursache schreibt A. von Humboldt hauptsächlich den Umstand zu, daß man Nachts in der Regel den Schall auf größere Entfernungen hört als am Tage. So hörte Humboldt auf eine Entfernung von einer halben Meile die großen Wasserfälle des Orinoko des Nachts dreimal stärker als am Tage. Die Sonne gibt nämlich am Tage durch ihre ungleiche Erwärmung der Erde und Luftschichten zu Luftströmungen von verschiedener Dichtigkeit Anlaß. Indem dann der Schall wie das Licht durch eine Atmosphäre von veränderlicher Dichtigkeit hindurchgeht, werden beide von ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt, zum Theil zurückgeworfen und auf diese Weise gedämpft und geschwächt. Es ist jedoch unzweifelhaft, daß die Stille der Nacht das Gehörorgan für schwächere Eindrücke empfänglicher macht als das Geräusch des Tages. Wie das schwache Licht der Sterne gegen das stärkere Tageslicht verschwindet, so machen Schalläußerungen von geringer Intensität keinen Eindruck neben dem fortwährenden Gesumse, welches am Tage an unser Ohr schlägt. Es erlangt wie das Auge längere Zeit Ruhe, um seine äußerste Empfänglichkeit zu bekommen.

Kann die Schallwelle sich nicht ausbreiten, sondern nur in der Weise fortschreiten, daß die in einer jeden Luftschichte herrschende Bewegung bei ihrem Uebergange auf die nächstfolgende Luftschichte von gleichgroßer Masse übertragen wird, wie dies z. B. in einer cylindrischen Luftsäule der Fall ist; so pflanzt sich der Schall mit unveränderter Stärke fort. Darauf beruhen das sogenannte Communicationsrohr, das Sprachrohr und das Hörrohr als Fortleitungsmittel des Schalls. Das Communicationsrohr ist eine beliebig lange cylindrische Röhre, mittelst derer die an einem Ende erregten Schallwellen mit ungeschwächter Stärke an das andere Ende getragen werden, wo sie der Beobachter deutlich hören kann. In ausgedehnten Fabriken sind dergleichen Communicationsröhren von großem Vortheil.

Das Sprachrohr hat die Gestalt eines abgestumpften Kegels, an dessen engeren Oeffnung die erregten Schallwellen von den Wänden regelmäßig reflectirt werden, daß sie in nahe parallelen Richtungen aus der weiteren Oeffnung heraustreten und nach ihrem Austritte in großer Entfernung vom Rohr noch eine starke Intensität behalten. — Das Hörrohr, meistens von kegelförmiger Gestalt, hat zum Zweck, die an der weiteren Oeffnung eindringenden Schallwellen gleichsam zu concentriren und durch Reflexion an die engere Oeffnung zu führen, wo das Ohr hingehalten wird.

sion desselben wohl zu unterscheiden. Bei der Reflexion e
reflectirte Schallwelle im Gehörorgane denselben Eindruck wie
die in unveränderter Richtung zum Ohr kommt; die Ref
Schalls erfolgt wie für das Licht in der Art, daß der zurü
und der einfallende Schallstrahl in derselben auf der re
Oberfläche senkrechten Ebene liegen und mit der Normale z
Winkel bilden, oder mit andern Worten: der Reflexionswink
dem Einfallswinkel. Bei der Zerstreuung des Schalls hört di
Schallwelle auf eine deutliche Schallempfindung hervorzubri
einfallende Strahl wird hier in eine Menge nach verschied
tungen ausfahrender einzelner Strahlen zerspalten. Die Ref
sich nach dem ausgesprochenen Gesetze am deutlichsten an au
Flächen. Stellt man zwei Hohlspiegel einander gegenüber,
daß die Achsen beider zusammenfallen, und hängt in der
des halben Radius des einen derselben eine Taschenuhr au
man die Schläge der Uhr, wenn man das Ohr in der ent
Entfernung von der zweiten Fläche hält, deutlich, während
anderen der Uhr näher liegenden Stellen die Schläge gar
weniger deutlich hört. Die Schallstrahlen, welche auf den er
spiegel auffallen, werden also parallel zur Achse gegen d
Hohlspiegel reflectirt, an welchem sie wieder eine Reflexio
und hierauf zusammentreffen.

Die von einem Brennpunkte kommenden Schallstrahler
elliptischen Fläche werden sämmtlich nach dem andern Brem
flectirt. Hieraus werden die Erscheinungen der sogenannten

Ohr des Dionysius in den Steinbrüchen bei Syracus bestand aus einer in Felsen gehauenen Grotte, die zum Gefängnisse für Staatsgefangene diente; sie war so gebaut, daß Dionysius in einem Zimmer die Reden der darunter befindlichen Gefangenen zu hören vermochte: die Grotte würde demnach als ein großes Hörrohr zu betrachten sein.

Nicht bloß feste Körper, wie Felswände, Bäume, sondern auch tropfbare und ausdehnsame Körper, wie z. B. Wolken, ungleich erwärmte Luftmassen u. s. w. können den Schall reflectiren. So hat man bemerkt, daß der Knall einer Kanone bei heiterem Himmel ganz einfach gehört wurde, während er bei bedecktem Himmel an demselben Ort wie das Rollen des Donners erschien. Wenn der an einem Ort erzeugte Schall nicht direct, sondern erst nach einer oder mehreren Reflexionen zu einem Beobachter gelangt, so kann das Urtheil über die Lage des schallenden Körpers leicht unrichtig ausfallen, indem das Ohr denselben nur in die Richtung des geschehenen Eindrucks zu setzen vermag. Darum ist es so schwer, in einem Walde, wo der Schall an den Bäumen mehrfache Reflexionen erfährt, die Quelle eines bestimmten Schalles mit Sicherheit anzugeben.

Jede Reflexion schwächt den Schall, indem ein Theil der bewegenden Kraft für die Bewegung der an das neue Mittel dringenden Welle und ein anderer für die Bewegung der reflectirten Welle verwendet wird. Durch vielfache Reflexionen kann daher der Schall selbst bis zur Unhörbarkeit geschwächt werden. Bei offenen Fenstern hört man Musik außerhalb des Hauses besser, als bei geschlossenen. In einem mit Menschen angefüllten Saale fällt die Stimme des Redners nicht so ergiebig aus, als in einem leeren. Um die Wirkung des Nachhalls zu schwächen, versieht man die Wände mit Zierrathen, welche öftere Reflexionen der Schallwellen verursachen, oder bedeckt die Wände mit wollenen Decken und Tapeten, welche Stoffe nicht geeignet sind, den Schall zu reflectiren.

Auf der Reflexion des Schalls beruht der Nachhall und der Wiederhall oder das Echo. Ist der reflectirende Körper der Quelle des Schalls sehr nahe, so fällt die reflectirte Schallwelle mit der directen zusammen und bewirkt so eine Verstärkung des Schalls: in einem geschlossenen Local hört man darum einen Redner besser als im Freien. Wird die Entfernung des reflectirenden Körpers von der Schallquelle größer, so kann durch die Reflexion der ursprüngliche Schall nicht blos verstärkt, sondern auch verlängert werden, ohne daß eine Unterbrechung wahrzunehmen ist; man nennt dies einen Nachhall: in Kirchen und langen Gängen findet nicht selten ein solcher Nachhall

ſcheiden, d. h. ein jeder Eindruck eines Lautes dauert $^1/_9$ eine an, innerhalb welcher Zeit das Ohr einen andern Laut nic vernehmen kann. Während der Zeit von $^1/_9$ einer Secunde der Schall den Weg $\frac{333}{9} = 37$ Meter zurück. Liegt mithin tirende Körper in einer ſolchen Entfernung von der Schall daß der Weg der reflectirten Schallwelle bis zum Ohr wen Meter länger iſt, als der Weg der directen Schallwelle; ſo letzte Laut eines zuſammenhängenden Schalles wieder vernon den, in welchem Fall man ein einſylbiges Echo hört. D Echo kommen häufig vor in gewölbten Gallerien, in Thälern Felſenwänden, an dem Saum der Wälder. Beträgt aber differenz 2, 3, 4... mal mehr, ſo werden die 2, 3, 4... le im Echo vernehmbar, oder das Echo iſt 2, 3, 4 ... ſylbig. mehrere reflectirende Gegenſtände, ſo daß das Ohr jeden Schall einzeln zu vernehmen vermag, ſo entſteht ein mehrfa Zur Bildung eines Echo's wird alſo einmal erfordert: eine der des Schalls günſtige Beſchaffenheit des reflectirenden Körpers die gehörige Entfernung des letzteren vom Standpunkt des

Der Nachhall und der Wiederhall iſt in Hörſälen, Kirche ſälen, Schauſpielhäuſern höchſt nachtheilig. Für dergleichen z beſtimmten Gebäuden eignet ſich die runde Geſtalt nicht, weil darin wegen der mancherlei Reflexionen an den hohlen Wänd Regel von einem ſehr ſtarken Nachhall begleitet wird, wie d Rotonda in Rom und in der katholiſchen Kirche zu Darm

Schauspielhäuser anzuempfehlen, namentlich eine solche, wo die Seitenwände von der Bühne weg gegen den Zuschauerraum kegelförmig sich erweitern. Nicht unbeträchtlich hindert in der Regel die Verbreitung des Schalles bei den Schaubühnen die Richtung der Coulissen. Diese sollten so viel als möglich ganz oder wenigstens nahe an der Oeffnung der Bühne eine feste Wand bilden, damit der Schall von der Bühne weg gegen die Zuhörer in gehöriger Stärke zurückgeworfen werden kann. Ueberhaupt dürfte es rathsam sein in den Fällen, wo es sich um eine gleichförmige Verbreitung und eine angemessene Verstärkung des Schalls handelt, sich an die Gesetze zu binden, wie sie die Einrichtungen des Communicationsrohrs und des Sprachrohrs uns vorschreiben.

3. Beobachtungen über Reflexion und Beugungen des Schalls.

Savart und Seebeck haben verschiedene interessante Beobachtungen über die Reflexion des Schalls gemacht, welche wir durch unsere Versuche bestätigt gefunden. Nähert man sich nämlich während eines Geräusches einer Wand oder einem sonstigen Gegenstand, welcher dasselbe zu reflectiren vermag; so treten aus jenem Geräusch verschiedene Töne hervor, deren Höhe mit dem Abstande des Ohrs von der reflectirenden Wand sich ändert, indem in der Nähe der Wand der Ton höher und in größerer Entfernung davon tiefer wird. Der Versuch gelingt am besten, wenn man zur reflectirenden Fläche eine fast senkrechte Wand wählt und jeden Körper von beträchtlicher Ausdehnung zwischen der Quelle des Geräusches und dem Ohr beseitigt. Auch darf das letztere höchstens drei Meter von der Wand abstehen, weil in größeren Entfernungen der Ton nicht mehr gut wahrgenommen wird. Als Geräusch kann dienen das Rasseln eines fahrenden Wagens, das Rauschen der Blätter an Bäumen, das Wirbeln auf der Trommel, der Lärm auf der Straße und dergl. Nachdem man auf solche Weise dahin gelangt war, die mitten im Geräusch durch Reflexion gebildeten Töne zu unterscheiden, mußte man wohl bald auf den Gedanken gerathen, dem einzelnen einer derartigen Reflexion unterworfenen Tone näher nachzugehen, da sich ein Geräusch gleichsam als ein Gemisch von mehreren verschiedenartigen Tönen ansehen läßt. Die in dem Geräusch beobachteten Vorgänge ließen sich so besser analysiren und leichter interpretiren, indem sie als das Resultat des gleichzeitigen Vorhandenseins der den einzelnen Tönen, welche das Geräusch zusammensetzen, zukommenden Erscheinungen gelten konnten. Wir ließen also zunächst in einem bestimmten Abstand, etwa 6 Meter, von der reflectirenden Wand mit einer offenen Orgelpfeife einen unveränderlichen Ton angeben, dessen Schwingungszahl bekannt war. Hierauf bewegten wir

während der Dauer dieses Tones den Kopf, nachdem das
verstopft und das andere der reflectirenden Wand zugekehrt
Normale entlang, welche von der tönenden Pfeife nach der Wa
ging und welche der Kürze des Ausdruckes halber Reflexionsac
mag. Wir kamen dabei abwechselnd auf Stellen, wo der To
und solche, wo er schwächer war. Die ersteren Stellen heißen
lich Bäuche und die letzteren Knoten. Diese Punkte besaßen
Ton in Bezug auf die Wand eine bestimmte Lage, welche dies
wenn auch der tönende Körper seine Stellung gegen die Wand
Es ist einleuchtend, daß die in Rede stehenden Punkte nicht
als Stellen sind, wo die vom tönenden Körper ausgehenden
mit den von der Wand zurückgeworfenen zusammentreffen,
daß die Stellen der Schwingungsminima die Knoten und
Schwingungsmaxima die Bäuche sind. Die Bewegung in de
war eigentlich nicht ganz null, sondern nur eine geschwächte, w
herrührte, daß die zurückgeworfenen Wellen den directen an
nachstanden. — Was die Abstände der Knoten und Bäuche
reflectirenden Wand anlangt, so haben wir für den Ton C,
die Schwingungszahl 64 angehört, folgende Werthe gefunden

1. Knoten	0,78	Meter.	Differen
1. Bauch	1,41	„	0,63.
2. Knoten	2,08	„	0,67.
2. Bauch	2,76	„	0,68.
3. Knoten	3,57	„	0,81.
3. Bauch	4,19	„	0,62.

Als Mittelwerth des Abstandes zwischen Bauch und Knot
sich hieraus 0,68 Meter; mithin für die Wellenlänge jenes
welche das Vierfache der letzteren Größe ist, den Werth 2,7
Nun ist aber, wenn u die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des S
der Luft und n die Schwingungszahl des Tones der offenen
pfeife bezeichnet, die Wellenlänge desselben $\lambda = \frac{u}{2n}$. Die
$u = 333\sqrt{1 + 0{,}00365\,t}$ gibt dann für die Temperatur $t = 2$
welcher der Versuch angestellt wurde, die Fortpflanzungsgesch
gleich 346,98 Meter; woraus für λ der Werth 2,72 Meter e
genau derselbe, wie wir ihn bei unsern Messungen erhalten h

Ein zweiter Versuch, der in dem großen Saale der hies
werbschule mit vieler Genauigkeit angestellt worden und dessen E
einer näheren Prüfung unterzogen werden sollen, ist folgender:
eines Blasewerks ließen wir auf einer Labialpfeife einen anh
Ton hervorrufen; er war ohngefähr f. oder genauer er mac

ganze Schwingungen in der Secunde. Um diese absolute Höhe zu bestimmen, wurde eine Stahlsaite, welche in verticaler Richtung über einen festen und dann einen beweglichen Steg lief, mit 7000 Grammes = P gespannt; hierauf der bewegliche Steg so lange verschoben, bis der Ton der Saite mit dem zu bestimmenden Tone im Einklang war; alsdann der Abstand l der beiden Stege gemessen, welcher im vorliegenden Falle 37 Centimeter betrug; endlich die Schwingungszahl nach der bekannten Formel $n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{gP}{Q}}$ berechnet, wo $g = 9{,}801$ Meter die Acceleration der Schwere und Q das Gewicht eines centimeterlangen Drahtstückes bedeutet, welches sich hier auf 0,0085 Gramme belief. Die Wellenlänge 88 Centimeter des Tones ergab sich aus der Formel $\lambda = \frac{u}{n}$, wo u, da der Versuch bei einer Temperatur von 16,5 C. angestellt worden, zu 342 Meter angenommen ist. Die Labialpfeife war in einer Entfernung von 8 Meter von der zurückwerfenden Wand aufgestellt. — Für die Abstände der Knoten und Bäuche erhielten wir aus mehreren Messungen nachstehende Mittelwerthe:

1. Knoten . . . . . 22 Cent. $= \frac{88}{4}$ Cent. $= \frac{\lambda}{4}$;
1. Bauch . . . . . 44 Cent. $= \frac{2.88}{4}$ Cent. $= \frac{2.\lambda}{4}$;
2. Knoten . . . . . 66 Cent. $= \frac{3.88}{4}$ Cent. $= \frac{3.\lambda}{4}$;
2. Bauch . . . . . 88 Cent. $= \frac{4.88}{4}$ Cent. $= \frac{4.\lambda}{4}$.

Die Abstände der Knoten von der Wand sind also nahe die ungeraden Vielfachen und die der Bäuche die geraden Vielfachen der Viertelwellenlänge. Da nun der Gangunterschied der directen und der reflectirten Wellen gleich dem doppelten Abstande des Interferenzpunktes von der Wand ist, so liegen die Minima der Schwingung da, wo der Gangunterschied der directen Schallwellen und der reflectirten eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen ist, und die Maxima der Schwingungen erscheinen dort, wo der Gangunterschied eine gerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt. Dieses Resultat hat etwas Befremdendes, insofern man dabei in Betracht zieht, daß bei der Zurückwerfung der Schallwellen von der Wand sich die positive Schwingung in eine negative und umgekehrt umsetzt, was sich gerade so verhält, wie wenn der Gangunterschied der interferirenden Schallwellen um eine halbe Wellenlänge größer geworden wäre. Bei einer derartigen Voraussetzung würden demnach die Minima der Schwingung da auftreten, wo der Gangunterschied der interferirenden Wellen eine gerade Anzahl von

halben Wellenlängen ist, und die Maxima der Schwingung da
Vorschein kommen, wo der Gangunterschied eine ungerade Anzahl
halben Wellenlängen beträgt.

Es war daher von hohem Interesse, die strittige Frage noch
anderem Wege einer näheren Prüfung zu unterwerfen und dabei
möglich den Einfluß zu beseitigen, welchen bei den oben erwäh
Versuchen der Kopf des Beobachters haben mußte. Das Gehöro
wurde deßhalb durch eine Thierblase ersetzt, welche über der
Oeffnung eines hohlen Cylinders von Messing, der eine Länge
10 Cent. und 8 Cent. im Durchmesser hatte, gespannt war. Am
fange der Blase wurde das eine Ende eines Coconfadens befestigt
dessen anderem Ende ein Tröpfchen Siegellack von der Größe
Stecknadelkopfs angeschmolzen ist, so daß, wenn die Achse des Cylin
in horizontaler Lage sich befand, das Siegellackkügelchen genau in
Mittelpunkt der angespannten Blase hing. Aus der Bewegung d
leichten Pendelchen konnte man auf die der Membrane schließen, w
durch einen in ihrer Nähe tönenden Körper alsbald in Schwin
gerieth, namentlich wenn der Ton mit dem, welchen sie beim Ansch
gab, im Einklang stand. Der Cylinder ließ sich auf einem horizon
schmalen, genau eingetheilten Ständer hin- und herschieben, in
Weise, daß die Membrane jederzeit der reflectirenden Wand pa
und auf ihren beiden Seiten frei war, mithin auf der einen Seite
den directen und auf der andern von den reflectirten Wellen getr
wurde. Indem man während der Dauer des Tones die Memb
nach und nach in verschiedene Entfernungen von der Wand br
fand man abwechselnd Stellen, wo das Pendelchen in Ruhe blieb
solche, wo es in lebhafte Bewegung kam. Von den zahlreichen
suchen, welche in verschiedenen Localen angestellt wurden, wollen
nur einen hier anführen, und zwar denjenigen, den wir unter
nämlichen Umständen, wie den vorhergehenden vornahmen, wo also
Ton der Labialpfeife 384 Schwingungen machte, mithin eine We
länge von 88 Cent. hatte. Für die Abstände der Knoten und B
von der reflectirenden Wand erhielten wir nachstehende Mittelwerth

1. Bauch . . . . 22 Cent. $= \frac{88}{4}$ Cent. $= \frac{\lambda}{4}$;

1. Knoten . . . . 44 Cent. $= \frac{2.88}{4}$ Cent. $= \frac{2.\lambda}{4}$;

2. Bauch . . . . 66 Cent. $= \frac{3.88}{4}$ Cent. $= \frac{3.\lambda}{4}$;

2. Knoten . . . . 88 Cent. $= \frac{4.88}{4}$ Cent. $= \frac{4.\lambda}{4}$;

Als Resultat dieser Untersuchung ergibt sich also, wenn die directen Schallwellen eines Tones den reflectirten Wellen desselben Tones begegnen, daß die Maxima der Schwingung da liegen, wo der Gangunterschied eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen ist, und die Minima der Schwingung dort sind, wo der Gangunterschied eine gerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt.

Aus der vergleichenden Zusammenstellung der beiden letzten angeführten Versuche und anderer ähnlicher wären wir demnach zu folgenden zwei Resultaten gelangt: Bei der Zurückwerfung der Schallwellen von einem festen Körper ändert sich das Vorzeichen der Geschwindigkeit, oder mit andern Worten, die zurückgeworfene Welle ist so modificirt worden, als wenn sie gleichsam einen um eine halbe Wellenlänge größeren Weg zurückgelegt hätte. — Bei der Ablenkung der Schallwellen, wie solche bei ihrem Herumgehen um den Kopf des Beobachters stattfindet, wird auch die Richtung der Schwingung gewechselt, oder mit anderen Worten, die fortschreitende Welle ist so modificirt worden, als wenn sie einen um eine halbe Wellenlänge größeren Weg weiter gegangen wäre. — Um den letzten Ausspruch noch einer weiteren Prüfung zu unterziehen, änderten wir unsern Versuch dahin ab, daß wir die von der reflectirenden Wand abgewendete Oeffnung des Cylinders mit einer Glasplatte verschlossen, wodurch die directen Wellen genöthigt wurden, um den Cylinder herumzugehen, ehe sie den reflectirten Wellen auf der Membrane begegneten. Für die Abstände der Knoten und Bäuche von der reflectirenden Wand haben wir bei dem Versuche mit dem Tone, dessen Schwingungszahl 384 und dessen Wellenlänge 88 Cent. war, folgende Mittelwerthe gefunden:

1. Knoten . . . . . 22 Cent. $= \frac{\lambda}{4}$;

1. Bauch . . . . . 44 Cent. $= \frac{2.\lambda}{4}$;

2. Knoten . . . . . 66 Cent. $= \frac{3.\lambda}{4}$;

2. Bauch . . . . . 88 Cent. $= \frac{4.\lambda}{4}$;

mithin die nämlichen Resultate, wie wir solche mit Hülfe des Gehörorganes erhalten hatten.

Statt der Thierblasen wurden auch Membrane von Goldschlägerhäutchen und dünnem Kaoutschouck genommen: die Resultate der damit angestellten Untersuchungen stimmten im Wesentlichen genau mit denjenigen überein, die hier oben ausgesprochen worden sind. Wenn wir zuweilen dabei auf einige Abweichungen zu stoßen schienen, so waren

sie doch keineswegs von der Art, um die Folgerungen, welche aus den mit größerer Sorgfalt ausgeführten Untersuchungen gezogen wurden, in irgend welcher Weise zu beeinträchtigen Im Gegentheil konnten solche Abweichungen bei näherer Betrachtung der Umstände, denen sie zugeschrieben werden mußten, eher als Beweise für die Richtigkeit der oben gethanenen Aussprüche, denn als Belege für deren Unstatthaftigkeit gelten. Wenn wir also z. B. bei dem Gebrauch eines Goldschlägerhäutchens an einer Stelle einen Knoten fanden, wo nach einem früheren Versuche zu schließen ein Bauch sein sollte; so konnte das Häutchen bei dem zweiten Versuche einen Ton geben, der von dem verschieden war, den es bei dem ersten Versuche gab, befand sich demnach nicht in der geeigneten Disposition, um leicht durch einen und denselben in seiner Nähe tönenden Körper mit in Schwingung versetzt zu werden. Erhielten wir doch mit dem nämlichen über einen hölzernen Ring gespannten Membrane von Goldschlägerhäutchen, indem wir sie sanft hin und her bewegten, durch Anschlagen des am Umfange der Membrane befestigten Pendelchens eine Reihenfolge von immer höher werdenden Tönen, welche der chromatischen Tonleiter fast gleich kam. Ein einziger Sonnenstrahl, ein Luftzug, das Wehen mit der Hand, der leise Hauch des Mundes waren hinreichend, den Ton der kleinen Membrane in auffallender Weise abzuändern. Bei einer derartigen Bewandniß der Dinge durfte es uns demnach nicht befremden, wenn wir bei diesen freien Untersuchungen zuweilen Erscheinungen wahrnahmen, welche mit den früher gemachten Erfahrungen im ersten Augenblick im Widerspruch zu stehen schienen. Der Widerspruch verschwand größtentheils alsbald, wenn den störenden fremdartigen Einflüssen Rechnung getragen wurde, und kam seltener zum Vorschein, wenn die Versuchsweise in der Art vor sich ging, daß fremdartige Einwirkungen weniger Einfluß darauf äußern konnten oder von vorn herein eine Vorrichtung getroffen wurde, welche gestattete, die Membrane auf dem nämlichen Grade der Spannung zu erhalten, wie wir dies mittelst zwei kleiner Schrauben zu thun vermochten, welche wir an dem Cylinder oder an dem Ringe, über den die Membrane gespannt war, auf passende Weise angebracht hatten.

Von dem Vorgange, welchen Poisson mit Hülfe der höheren Analysis abgeleitet hat und zufolge dessen bei der Reflexion der Schallwellen von der Wand sich die positive Schwingung in eine negative umwandelt, kann man sich durch folgende einfache Betrachtung einigermaßen Rechenschaft ablegen. Wenn nämlich die Schallwelle von einem Mittel in ein anderes von verschiedener Dichtigkeit übergeht, so findet an der Trennungsfläche zugleich eine Zurückwerfung statt. Bei diesem Vorgange müssen nun die Bewegungen an der Grenze in beiden Mitteln

übereinstimmen; d. h. es muß, wenn a die Amplitude der einfachen, a_1 diejenige der reflectirten und a_2 die der in dem neuen Mittel weiterschreitenden Welle bezeichnet, die Relation $a + a_1 = a_2$ bestehen. Dabei behält außerdem das Princip der lebendigen Kräfte Gültigkeit, das schon früher in diesem Werke zur Sprache gekommen ist und in der Mechanik an geeigneter Stelle ausführlicher besprochen wird; d. h. die Summe der lebendigen Kräfte oder die Summe der Producte aus den Massen in die Quadrate ihrer Geschwindigkeiten ist vor und nach dem Stoße eine und dieselbe Größe. Ist also u die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im ersten Mittel und u_1 die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im zweiten, sind ferner δ und δ_1 die Dichtigkeiten dieser beiden Mittel, so hat man

$$u\delta a^2 = u\delta a_1^2 + u_1\delta_1 a_2^2,$$

oder

$$u\delta(a - a_1) = (a + a_1)u_1\delta_1,$$

oder

$$a_1 = \frac{u\delta - u_1\delta_1}{u\delta + u_1\delta_1} \cdot a.$$

Daraus folgt, daß a_1 bald einerlei, bald das entgegengesetzte Zeichen von a hat, je nachdem $u\delta$ größer oder kleiner als $u_1\delta_1$. Wären z. B. die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in beiden Mitteln nahezu gleich, die Dichtigkeit des zweiten aber bedeutend größer als die des ersten; so würde a_1 negativ sein. Dies ereignet sich allemal, wenn eine Schallwelle aus der Luft gegen einen festen Körper stößt. Beginnt man nun die Zeit von dem Punkte an zu zählen, wo die Reflexion stattfindet; so sind die Gleichungen des directen und reflectirten Strahles an der Trennungsfläche

$$s = a \sin 2\pi \frac{t}{T} \text{ und } s_1 = -a_1 \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

und in der Entfernung x vor derselben

$$s = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) \text{ und } s_1 = -a_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right).$$

Man sagt deßhalb, es werde bei der Reflexion unter Umständen eine halbe Wellenlänge verloren oder gewonnen: denn wenn man s_1 nur nach dem zurückgelegten Wege beurtheilte, so müßte

$$s_1 = a_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

sein, welche Gleichung erst dann zu einer richtigen wird, wenn man x um $\frac{1}{2}\lambda$ vermehrt.

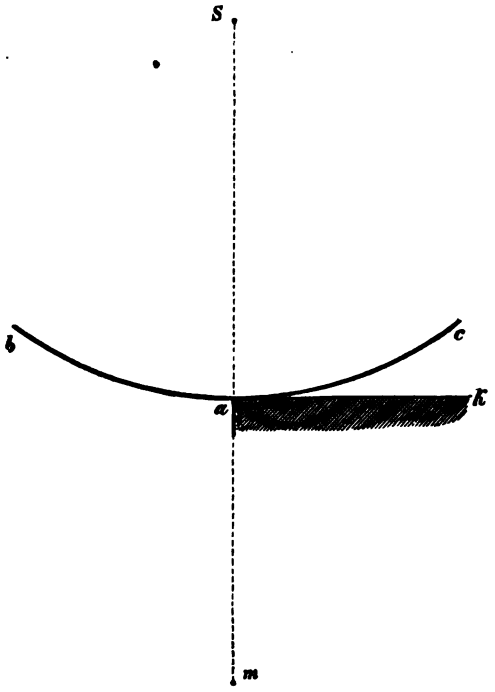
Wir kehren nun zu den aus einem Geräusch ausgeschiedenen Tönen zurück, welche das Ohr in der Nähe eines Gegenstandes wahrnimmt, der das Geräusch zu reflectiren im Stande ist. Es entstehen durch das Begegnen der directen und reflectirten Wellen Knoten und Bäuche für jeden einzelnen der in dem Geräusche enthaltenen Töne. Befindet sich nun das Ohr in dem Bauche eines Tones, so wird es diesen

stärker und die übrigen schwächer oder zum Theil gar nicht hören. Nach dem, was über das Zustandekommen der auf diesem Wege gebildeten Bäuche gesagt worden ist, müssen dieselben, wenn von den mancherlei Einflüssen abgesehen wird, welche die Resultate etwas abändern können, im Allgemeinen da liegen, wo der Gangunterschied der interferirenden Wellen eine gerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt, oder mit anderen Worten, das Ohr wird einen bestimmten Ton an einer solchen Stelle ausscheiden können, deren Abstand einer geraden Anzahl von Viertelwellenlängen des beobachteten Tones gleichkommt. Diese Aussage wird durch die Erfahrung bestätigt, wie aus folgender Zusammenstellung ersichtlich ist. Die erste Spalte enthält die aus den Wirbeln auf zwei Trommeln und dem Rasseln eines von einer Person gezogenen vierräderigen Wägelchens gehörten Töne bei den in der zweiten Spalte angegebenen Abständen von der Wand; die dritte Spalte gibt die zu jedem Tone gehörende Viertelwellenlänge an, welche nach der Formel $\frac{\lambda}{4} = \frac{u}{4n}$, wo wie gewöhnlich n die betrachtete Schwingungszahl und u die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in der Luft bezeichnet, die hier wieder zu 342 Meter angenommen ist.

Töne.	Gemessene Abstände des Ohrs von der Mauer.	Berechnete Viertelwellenlängen.
G	159 Cent. nahe gleich $2 . \frac{\lambda}{4}$	78,2.
$\bar{a}$	175 Cent. nahe gleich $10 . \frac{\lambda}{4}$	17,6.
$\bar{h}$	188 Cent. nahe gleich $18 . \frac{\lambda}{4}$	15,6.
$\overline{cis}$	85 Cent. nahe gleich $6 . \frac{\lambda}{4}$	14.

Wir schließen diesen Abschnitt über die Verbreitung des Schalls mit einer kurzen Bemerkung über die Beugung des Schalls. Man hört nämlich einen Schall, der hinter einer dicken Mauer erzeugt wird, obwohl etwas schwächer, als wenn er in einer geraden Richtung hätte fortgehen können. Die Ursache, warum ein solcher Schall hörbar wird, liegt nicht darin, daß die Mauer durch ihre eigene Erschütterung den Schall weiter verbreitet, auch weniger darin, daß der Schall um die Mauer herumgeht, als vielmehr darin, daß jeder Punkt des Schallstrahls gleichsam als ein neuer Erschütterungsmittelpunkt oder schallender Punkt anzusehen ist. Wenn also S ein schallender Punkt und der Kreisbogen b a c ein Theil der von diesem Punkt ausgehenden Schallwelle ist; so wird die in irgend einem Punkte m stattfindende Geschwindigkeit, wenn die Welle durch jenen Punkt geht, der Geschwindigkeit gleich sein, welche in gedachtem Punkt durch die Summe aller Einzel-

Fig. 51.



u Stande kommt, welche die verschiedenen Wellenstücke auf ge-
Punkt ausüben, wenn sie als eben so viele Erschütterungsmittel-
elten. Die Resultante aus den dem Punkte m mitgetheilten
rbewegungen der Welle wird vorzugsweise nur von den Wir-
bhängen, welche die wenig von dem Punkte m entfernten Punkte
Welle hervorbringen, d. h. die resultirende Wirkung wird blos
: Wirkungen bestimmt sein, welche die Punkte ausüben, die von
en Linie wenig entfernt sind, welche von dem schallenden Punkt S
ı ins Auge gefaßten Punkt m geht. Wenn sich die Schallwelle
ert fortpflanzt, so sind alle diese Resultanten für die gleichweit
schallenden Punkte abstehenden Punkte einander gleich, d. h. der
wird daselbst überall gleich stark vernommen werden. Wenn
die Schallwelle b a c auf ein Hinderniß trifft, z. B. gegen eine
ak fällt, dergestalt, daß der Theil a c aufgefangen wird, so
: resultirende Wirkung auf den Punkt m blos aus den Wir-
hervorgehen, welche die verschiedenen Punkte des ungehindert
tenden Wellenstückes a b ausüben können. Daß die Wirkung
Wellenstückes geringer ist als diejenige, welche aus dem gleich-

zeitigen Zusammenwirken der beiden Wellenstücke ab und bc hervorgeht, ist einleuchtend: unter sonst gleichen Umständen wird demnach der gebeugte Schall eine geringere Intensität haben, als der directe Schall.

4. Mittönen der Körper und Resonanz.

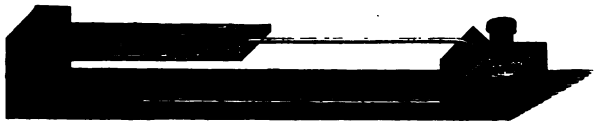
Der Schwingungszustand eines tönenden Körpers kann benachbarten Körpern mitgetheilt werden, so daß sie dadurch ebenfalls in eine schwingende Bewegung gerathen. Ein solcher Schwingungszustand heißt Mittönen, welches den ursprünglichen Schall verstärkt. Diese Verstärkung nennt man Resonanz. Von einer derartigen Mittheilung der Schwingungsbewegungen kann man sich durch mehrere Erfahrungen überzeugen. Eine Stimmgabel, welche frei in der Hand gehalten schwach tönt, gibt sogleich einen vernehmlichen Ton, wenn man sie auf einen hohlen Kasten von dünnem elastischen Holze setzt. Der Ton der Gabel wird ebenfalls verstärkt, wenn man sie vor den Mund oder die Mündung einer Röhre hält, namentlich wenn die in derselben enthaltene Luftsäule die rechte Länge hat. Der Ton einer Orgelpfeife theilt sich durch die Luft einer elastischen Membrane mit und setzt darauf gestreuten Sand in Schwingung. Die tönende Saite einer Violine bringt die gleichgestimmte Saite einer daneben liegenden Violine zum Schwingen, wie man an der Bewegung von darauf gesetzten papiernen Streifen sehen kann.

Bei unseren Saiteninstrumenten wird der Ton der Saite nicht nur durch das Mitschwingen der festen Theile des hohlen Kastens, sondern auch durch das Mitschwingen der darin eingeschlossenen Luftmasse verstärkt. Es ist daher nicht blos die Güte des Holzes, aus welchem das Instrument gefertigt ist, sondern auch die Gestalt des eingeschlossenen Luftraumes für die Resonanz von Wichtigkeit. Um die Wirkung von Orchestern in Theatern zu verstärken, bringt man den Fußboden des Aufenthalts für die Musiker so wenig als möglich mit der festen Masse des Gebäudes in Verbindung, damit der Fußboden, sowohl wie die unter ihm in einem hohlen Raume befindliche Luft mit größerer Leichtigkeit in Schwingung versetzt und so die Töne verstärkt in den Zuhörerraum zurückgeworfen werden können. — Fenster klirren unter dem Einfluß stark tönender Orgelpfeifen und eines Glockengeläutes. Das Erzittern fester Körper beim Trommelschlag läßt sich schon durch Berührung mit den Fingern wahrnehmen. Dem Mittönen der Körper ist es zuzuschreiben, daß eine Musik an einem Orte sich besser als an einem andern ausnimmt, daß an einem musikalischen Instrumente manche Töne voller klingen, als andere. — Auf der Mittheilung der Schwingungen beruht das furchtbare Geräusch des chinesischen Instrumentes

Tamtam. Dasselbe besteht in einer Art großen Beckens, das an seinem Rande frei an einem Seile hängt und mit einem Ballen von Leder, der sich am Ende eines Stockes befindet, auf den Rand geschlagen wird. Im Augenblick des Schlages ist der Schall nicht so stark, bald aber entsteht das außerordentliche Geräusch. Das Instrument besteht aus einem Metallgemisch von Zinn und Kupfer. — Schon die Alten waren mit den Mitteln bekannt, durch welche der Schall verbreitet und verstärkt werden konnte. Sie sollen in ihren geräumigen und ganz unbedeckten Schauspielhäusern große Gefäße von Erz ringsum vertheilt haben, durch deren Mitklingen der Ton in dem Grade verstärkt wurde, daß ihn der Zuhörer überall deutlich zu vernehmen im Stande war.

Um den Hergang beim Entstehen mitgetheilter Schwingungen näher kennen zu lernen, dienen folgende Versuche: Auf eine feste

Fig. 52.



Unterlage befestige man ein Brett, füge dann an dasselbe parallel mit der Unterlage ein dünnes fichtenes Brettchen, welches aber kürzer als diese ist, und befestige an den Endrand des Brettchens das eine Ende einer Saite, während das andere Ende derselben an dem auf der Unterlage stehenden Wirbel eingespannt ist. Indem man hierauf die Saite durch einen Violinbogen in schwingende Bewegung versetzt, zeigt der Sand, welcher auf das Brettchen gestreut worden, durch seine Bewegungsart die des Brettchens an. Wird der Bogen parallel mit der Oberfläche des Brettchens bewegt, so erfolgt die Bewegung des Sandes in einer jener Richtung parallelen; dagegen geht die Bewegung des Sandes in einer auf der Oberfläche senkrechten Richtung vor sich, wenn der Bogen diese Richtung erhalten hat. Es folgt hieraus, daß bei den mitgetheilten Schwingungen die Theile nach Richtungen schwingen, die mit jenen parallel sind, welche den ursprünglich schwingenden Theilen zukommen. Auf dem mitschwingenden Körper entstehen wohl auch eigenthümliche Knotenlinien, welche Resonanzfiguren heißen und von den Klangfiguren sich darin unterscheiden, daß sie nicht so regelmäßig wie diese sind.

Die Mittheilung der Bewegung unter den verschiedenen Körpern, welche ein zusammengehöriges festes System bilden, geschieht bald durch transversale, bald durch longitudinale Schwingungen. Man befestige

einen Holzstab im Mittelpunkt einer größeren Metallscheibe senkrecht auf ihre Ebene und versetze ihn in longitudinale Schwingung: die Scheibe geräth in transversale Oscillationen und der darüber gestreute Sand ordnet sich zu concentrischen Kreisen.

Werden an den Enden eines dünnen Stabes von Glas oder Holz zwei gleich große Glasscheiben in ihren Mittelpunkten befestigt, so daß sie zu einander parallel laufen, und versetzt man dann die obere durch Streichen mit einem Violinbogen in Schwingungen; so entsteht auf der unteren Scheibe eine Resonanzfigur, welche der Klangfigur auf der oberen gleich ist. Die untere Scheibe wird also durch die longitudinalen Schwingungen des Stabes einerseits und durch die entstandenen Luftwellen anderseits in die nämliche Schwingungsart versetzt.

Die einem Körper zukommende Schwingungsweise wird durch Verbindung mit einem andern desto mehr abgeändert, je größer die Masse des damit verbundenen Körpers ist. Man verbinde zwei Kreisscheiben von sehr verschiedener Größe dergestalt miteinander, daß beide in derselben Ebene liegen. Streicht man nun die größere mit einem Bogen, so bildet sich auf ihr eine Klangfigur, die sie auch allein für sich gibt. Streicht man aber die kleinere Scheibe; so erhält man eine Figur, welche weder in der größeren noch in der kleineren Scheibe für sich hervorgerufen werden kann.

Einen bedeutenden Einfluß auf die Stärke der Resonanz übt die Lage der Ebene aus, in welcher die Schwingungen des tonerregenden Körpers gegen die resonirende Fläche geschehen. Das Mittönen wird desto stärker, je mehr die Schwingungen senkrecht zu dieser Fläche vor sich gehen und desto schwächer, je mehr sie in einer derselben parallelen Richtung erfolgen. Daher erscheint der Ton einer Stimmgabel stärker, wenn man sie senkrecht auf einen Resonanzboden stellt, als wenn man sie schief darauf setzt. Der Resonanzboden der Claviere hat eine bessere Einrichtung als der der meisten anderen Saiteninstrumente, weil die Saiten in einer solchen Richtung von den Hämmern angeschlagen werden, daß ihre Schwingungen senkrecht gegen den Boden geschehen. Bei der Guitarre erfolgen die Schwingungen der Saiten meistens in schiefer Richtung gegen den Resonanzboden, weßhalb die Tonstärke auf diesem Instrumente in der Regel nicht beträchtlich ist. Bei dem Bau der Violine ist es von Vortheil, den Steg, den Hals des Instrumentes in solcher Weise zu benutzen, damit die Schwingungen nicht nur von dem oberen Boden an den untern übertragen, sondern auch senkrecht gegen diese Böden gemacht werden.

Die Schwingungen eines Resonanzbodens lassen sich durch feste Leiter, wie Holzstäbe, Metalldrähte, einem andern Resonanzboden mit-

:ilen, wie zuerst Wheatstone in einer Reihe von Versuchen nachge=
eſen hat, namentlich wenn die hauptſächliche Schwingungsebene des
'onirenden Bodens ſenkrecht auf dem Leiter ſteht. Er fand, daß die
ine der Violine, des Violoncells, der Clarinette, des Pianoforte ꝛc.
ihrer Verſchiedenheit und Eigenthümlichkeit ſo auf beträchtliche Ent=
nungen fortgepflanzt werden können. Auf ſolche Weiſe laſſen ſich
)eß die Töne eines ganzen Orcheſters fortleiten, indem man das eine
ıde des Leitungsdrahtes an einen eigends conſtruirten Reſonanzboden
bringt, der ſo aufgeſtellt iſt, daß alle Inſtrumente dagegen hallen,
d das andere Ende mit dem Reſonanzboden eines Pianoforte's in
ıem entfernt gelegenen Zimmer verbindet. Wheatſtone ſagt: „Die
irkung eines ſolchen Verſuchs iſt ſehr unterhaltend. Die Töne haben
ar eine ſo geringe Intenſität, daß ſie kaum in einiger Entfernung
m reſonirenden Inſtrumente gehört werden. Legt man aber das
hr dicht daran, ſo hört man ein Orcheſter in Miniatur, worin alle
ıſtrumente ihre eigenthümlichen Charaktere behalten haben. Im Ver=
ich mit einem in einiger Entfernung durch die Luft gehörten Orcheſter
die Wirkung, wie die einer Landſchaft bei nebligem Wetter zu dem
:dlichen Bilde derſelben in einer concaven Linſe."

Ebene Flächen beſitzen die Eigenſchaft, die Töne zu verſtärken;
r jeden Ton erfolgt das Maximum von Intenſität in einem beſon=
:en Abſtand von der Fläche. Für zwei verſchiedene Glocken, welche
: Töne $\overline{gis}$ und $\overline{d}$ geben, haben wir folgende Reſultate erhalten:
für die Glocke $\overline{gis}$ in dem Abſtand von der Wand . 58 Millim.;
" " " $\overline{d}$ " " " " " " . 43 "
ie tiefen Töne werden demnach durch die Anweſenheit der ebenen
äche bei größeren Abſtänden mehr verſtärkt als die hohen.

Auch Gefäße üben einen verſtärkenden Einfluß auf die Töne aus.
n hierüber einige Verſuche anzuſtellen, nahmen wir Röhren von ver=
ıiedenem Durchmeſſer, verſahen die Röhren mit beweglichen Böden,
ıd ſuchten die Tiefe, bei welcher der Ton einer Glocke am ſtärkſten
ısfiel. Mit den zwei eben erwähnten Glocken haben wir nachſtehende
eſultate bekommen:

Durchmeſſer der Röhre. Millimeter.	Tiefe für die Glocke gis. Millimeter.	Tiefe für die Glocke d. Millimeter.
30	146	127.
49	59	45.
129	58	44.
160	57	43.

Dieſe Verſuche zeigen, daß mit der Zunahme des Durchmeſſers die
Tiefe abnimmt, wo das Maximum von Intenſität zum Vorſchein

kommt, und daß bei einer gewissen Grenze der Weite die Wandung keinen Einfluß mehr äußert. Die Röhrentiefen, bei denen dies stattfindet, sind genau den Abständen gleich, welche eine ebene Wand von dem tönenden Körper haben muß, um den erzeugten Ton zu verstärken.

Dritter Abschnitt:

Werkzeuge des Gehörs und der Stimme.

1. Gehörorgan des Menschen.

Wir hören den Ton der angeschlagenen Saite und sagen: „die Saite tönt", wiewohl sie nur schwingt und der Ton erst im Ohre des Hörers entsteht; denn keine Bedeutung haben jene Schwingungen für den Tauben. Die schwingende Saite bedingt den Ton in so weit, als sie zunächst durch ihre Stöße die Lufttheilchen in Bewegung versetzt, die dann ihrerseits das Trommelfell erschüttern, wodurch nach und nach verschiedene Theile eines besondern Sinnesapparates in Erzitterung kommen, die zuletzt auf eine für uns unerklärliche Weise jenen Seelenvorgang hervorruft, dessen wir uns als Tonempfindung bewußt werden. Aehnlich verhält es sich mit der Farbenempfindung, welche wir bei dem Anblick der verschiedenen Körper haben. Die Blätter der Rose sind

ußern Eindruck hervorgerufen, allein die Art ihres ursächlichen Zusam-
nenhanges ist für uns ein Geheimniß. Nur so viel können wir mit
Gewißheit behaupten, daß durch fortwährende Uebung die Seele eine
ewisse Fertigkeit in der Auslegung ihrer Empfindungen bekommt und
aß, indem der Mensch den Verstand gebrauchen lernt, er von der
Empfindung zur Vorstellung gelangt. Zuletzt verknüpft der Mensch
Empfindung und Vorstellung so schnell mit einander, daß er beide mit
inander verwechselt und die subjective Empfindung so weit objectivirt,
aß er die Eigenschaft der Empfindung für eine Eigenschaft des äußeren
Dinges hält.

Unsere Empfindungen rühren immer von gewissen Einwirkungen
er, welche die Außenwelt auf das Nervensystem durch bestimmte
Apparate veranlaßt. Der Verschiedenheit dieser Sinnesapparate ist aller
Wahrscheinlichkeit nach die specifische Verschiedenheit der Empfindung
uzuschreiben, durch welche die eine von der andern sich unterscheidet.
Der an dem Sehnervenende angebrachte eigenthümliche Apparat umsetzt
ie Wirkung auf den Nerven in eine Lichtempfindung, wie der an dem
Gehörnervenende befindliche besondere Apparat dieselbe Wirkung in eine
Schallempfindung umwandelt. Eine Bestätigung für die Richtigkeit
ieser Aussage finden wir in folgender Thatsache: Die Elektricität er-
egt alle Nerven; reizen wir nun den Sehnerven durch einen elektrischen
Schlag, so haben wir eine Lichtempfindung, dagegen eine Schall-
mpfindung, wenn der Gehörnerv gereizt wird. Wir erhalten also bei
leichem Erregungsmittel verschiedene Erfolge und zwar solche, wie sie
er Beschaffenheit der den erregten Nerven anliegenden Endapparate zu-
ommen. Wenn demnach die Nervensubstanz vom Licht durch das Auge,
om Schall durch das Ohr getroffen, verschiedenartige Empfindungen
rhält; so kann der Grund davon nicht in ihr selbst liegen, sondern
ur in der Art, wie sie erregt wird. Der Augennerve würde hören
nd der Gehörnerv sehen, wenn die inneren Endapparate ihre Stellen
egeneinander vertauschten.

Wenn es nun auch ein unerklärliches Räthsel ist, durch welche
Vorgänge die Seele zur Bildung einer Lichtempfindung oder einer
Schallempfindung veranlaßt wird, und auf welche Weise der Verstand
raft des ihm angeborenen Gesetzes der Kausalität die Empfindung in
Anschauung umwandelt; so ist es immer von hohem Interesse, die
Beschaffenheit dieser eigenthümlichen Endapparate kennen zu lernen,
urch welche derartige specifisch verschiedene Empfindungen eingeleitet
erden. Bei einer näheren aufmerksamen Betrachtung jener Erregungs-
pparate finden wir, daß dieselben jederzeit physikalische Eigenschaften
haben, welche denen der äußeren Agentien analog sind, so daß jeder

Sinn eine besondere Art von Einwirkung zuläßt, deren die übrigen entweder wenig oder gar nicht empfänglich sind. Die Kenntnißnahme des Baues der Sinnesapparate gehört in die Physik, weil sie die wichtigsten und zuverlässigsten Mittel zur Entdeckung der Naturgesetze sind. Dazu kommt noch, daß gedachte Organe, durch welche der Seele die Erkenntniß der Außendinge unaufhörlich zuströmt, zu diesem Zweck aufs Vollkommenste eingerichtet sind, so daß, wenn es sich darum handelt, einen Apparat zur Concentrirung der Wirkungen einer Naturkraft zu construiren, wir oft nichts Besseres thun können, als genau den ähnlichen Apparat nachzubilden, wie er aus der Hand der Natur schon hervorgegangen ist.

Die menschlichen Gehörorgane, welche zur Aufnahme hörbarer Eindrücke bestimmt sind, nämlich die Ohren, befinden sich auf jeder Seite des Kopfes an und in dem festen Theile des Schläfenbeines. Jedes einzelne Ohr besteht aus der Ohrmuschel, dem Gehörgange, dem Trommelfelle, der Trommelhöhle, dem Labyrinth und dem Gehörnerv. Die Ohrmuschel ist ein mit mehreren Erhöhungen und Vertiefungen versehener knorpeliger, muschelförmiger Ansatz, welcher die Schallwellen auffängt und in den Gehörgang leitet. Die wilden Völker können diesen muschelförmigen Knorpel nach Belieben der Richtung des Schalles zuwenden, was theilweise zu einem schärferen Gehör beitragen kann. — Der Gehörgang fängt in der Muschel an und ist ein am äußeren Ende knorpeliger und am inneren Ende knöcherner Kanal, der durch das Trommelfell geschlossen ist, eine schiefliegende dünne, feste elastische Haut, welche nach Außen eine concave Wölbung hat. Der etwas gebogene, nach Innen allmählig sich verengernde Gehörgang ist inwendig mit feinen Haaren überkleidet und mit einer gelben klebrigen Substanz, dem sogenannten Ohrenschmalz, versehen, welche beide den Zweck zu haben scheinen, das Hineinkommen der Insekten und anderer fremder Körper zu verhindern.

Unmittelbar hinter dem Trommelfelle liegt die Trommelhöhle, welche durch einen eigenen Kanal, die eustachische Röhre, mit der Mundhöhle in Verbindung steht, mithin Luft enthält, welche die nämliche Spannung wie die äußere Atmosphäre besitzt. In der Trommelhöhle sind vier kleine Knöchelchen enthalten, schlechthin Gehörknöchelchen genannt, die man nach ihrer Gestalt durch die Namen Hammer, Ambos, linsenförmiges Bein und Steigbügel unterscheidet. Die vier Gehörknöchelchen bilden gleichsam ein Hebelsystem und sind zum Theil mit kleinen Muskeln versehen, die ihre Bewegung unterstützen. Der nach Außen liegende Theil dieses Gabelwerks, nämlich der Hammer

gt sich mit seinem Stiel an das Trommelfell, während das innerste
nde der Steigbügel mit seiner Fußplatte das ovale Fenster ver-
ließt, eine Oeffnung, welche zu dem Labyrinthe führt. Eben dahin
hrt auch das runde Fenster, eine zweite Oeffnung, welche mit
ner feinen Membrane geschlossen ist.

Das Labyrinth, welches seinen Namen von den verschiedenen ge-
ümmten Höhlungen hat, besteht aus dem Vorhofe, aus drei halb-
eisförmigen Kanälen und aus der Schnecke. Der Vorhof ist
ne unregelmäßig gestaltete kleine Höhle, aus welcher die drei halb-
eisförmigen Kanäle ausgehen und wieder dahin zurückkehren. Die
chnecke hat $2^1/_2$ Windungen und ist durch eine Scheidewand in zwei
ereinander liegende Abtheilungen getheilt. Die Kanäle des Labyrinths
nd durchgehends mit einer dünnen Haut ausgefüttert und das Innere
rselben mit einer wässerigen Flüssigkeit ausgefüllt, mit welcher der
ehörnerv in unmittelbarer Berührung steht.

Wir sind nicht im Stande, die Bedeutung jedes einzelnen Theiles
s Gehörorganes in seiner Beziehung zu den übrigen vollständig zu
kennen. Aller Wahrscheinlichkeit nach ist der Hergang folgender: Die
challwellen werden von der Ohrmuschel aufgenommen und von da,
dem Gehörgange wie in einem Hörrohre concentrirt, zum Trommel-
le geleitet, das dadurch in Schwingungen geräth. Die Schwingungen
s Trommelfelles theilen sich den Gehörknöchelchen mit, gelangen von
er zu den Wänden des Labyrinths und von da mittelst der Flüssigkeit
den Verzweigungen des Hörnervens, welcher den wesentlichsten Theil
s Gehörorgans ausmacht: denn das Trommelfell kann zerstört, der
ısammenhang der Gehörknöchelchen unterbrochen werden, ohne daß
ßhalb das Hörvermögen ganz verloren ist. Fällt aber der Steigbügel
, welcher den Eingang zum Labyrinth absperrt, oder zerreißt die
aut, welche das runde Fenster verschließt, so daß die Flüssigkeit aus
m Labyrinth fließt; so tritt eine unheilbare Taubheit ein.

Folgende Versuche werden dazu dienen, über die Verrichtungen der
nzelnen Theile des Gehörorganes uns einige Kenntniß zu verschaffen.
ird eine Pfeife mit dem offenen Ende in Wasser getaucht und ange-
asen, so hört man den Ton mit verstopften Ohren nur schwach,
enn man den Schall aus dem Wasser durch einen Holzstab leitet,
elcher mit dem einen Ende in das Wasser getaucht und mit dem
dern gegen den Stopfen im Ohr gehalten wird. Dagegen hört man
n Ton sehr stark, wenn das Ende der Pfeife mit einer wenig ge-
annten Schweinsblase zugebunden und ins Wasser getaucht ist, beson-

ders wenn der Stab sich in der Richtung der Wellenbewegung befindet. Dieser Versuch erläutert die Wirkung der beiden Fenster des Labyrinths.

Man spanne auf das offene Ende der Pfeife eine Membrane, leime auf deren Mitte ein kleines Korkstück, setze an dieses in der verlängerten Richtung der Pfeife ein dünnes Holzstäbchen und senkrecht gegen dasselbe eine Korkscheibe. Der Ton der Pfeife wird dem Wasser in der gegen die Korkscheibe senkrechten Richtung stark mitgetheilt, wenn man das Stäbchen mit der Korkscheibe darin eintaucht. Dieser Versuch zeigt die Wirkung der Gehörknöchelchen, deren Hauptbestimmung zu sein scheint, die Schwingungen des Trommelfells an das Labyrinthwasser zu übertragen.

Man spanne eine kleine Membrane über einen aus starkem Papier verfertigten abgekürzten Kegel und stecke in die Wände des letzteren eine Nadel, deren Kopf bis nahe an die Membrane reicht, während ihre nach Außen gekehrte Spitze eine Art kleinen Hebels abgibt, mittelst dessen der Kopf nach Belieben an die Membrane angedrückt und deren Spannung dadurch erhöht werden kann. Streut man nun auf die Membrane etwas Sand und beobachtet die Bewegung desselben, wenn die Membrane durch einen in ihrer Nähe tönenden Körper mit in Schwingung versetzt wird; so findet man, daß jene Bewegung stärker wird, wenn die Membrane frei ist, als wenn sie gespannt wird. Daraus schließt Savart, daß durch größere Spannung des Trommelfells die Wirkung des Schalls auf das Gehör geschwächt werde.

Durch folgenden Versuch hat J. Müller die Ansicht Savart's bestätigt. Man nehme eine Röhre, deren eines Ende sich verengert, während das andere mit einer Membrane überzogen ist, welche mit einem hebelartig drückenden Stäbchen mehr oder weniger gespannt werden kann. Steckt man nun das enge Ende dieses Apparats in das eine Ohr und verstopft das andere, so hört man den Schall stärker bei schlaffer Membrane als bei gespannter.

Seebeck macht jedoch mit Recht den Einwand, daß die verschiedene Spannung ungleich auf Schall von verschiedener Höhe wirkt; denn eine kleine Membrane, welche beim Anschlagen eines mit dem ihrigen in Einklang stehenden Tones in lebhaftes Mitschwingen versetzt wird, bewegt sich sogleich merklich schwächer, wenn man den erregenden Ton um weniges abändert. Hiernach ließe sich erwarten, daß, wenn dem Trommelfell die Bestimmung hat, die Schallwellen in sich aufzunehmen und an die inneren Gehörtheile zu übertragen, unser Ohr einen bestimmten Ton stark und die Töne von da auf- und abwärts in schnell abnehmender Stärke hören müßte. Wenn darum das menschliche Ohr

das Vermögen einer viel größeren Gleichmäßigkeit in der Aufnahme verschiedener Tonhöhen und damit die Fähigkeit besitzt, einen großen Umfang von Tönen zu hören; so verdankt es diese Eigenschaft dem Zusammenwirken aller seiner Theile. Namentlich scheint die Verbindung, in welcher das Trommelfell durch die Gehörknöchelchen mit dem Labyrinthwasser steht, ganz geeignet zu sein, das Mitschwingen des Trommelfells zwar zu schwächen, zugleich aber durch den stärkeren Widerstand die leichtere Auffassung verschiedener Tonhöhen zu bewerkstelligen.

Man schlage zwei verschieden gestimmte Gabeln an und halte die eine vor das rechte und die andere vor das linke Ohr. Jedes Ohr wird vorzugsweise nur den Ton der ihm genäherten Gabel hören. Eben so unterscheidet man auch bei gleicher Tonhöhe und verschiedener Stärke, welches von beiden Ohren einen stärkeren Ton empfängt. Aus diesen und ähnlichen Versuchen geht hervor, daß in einem gewissen Grade eine Mittheilung der Schwingungen von einem Ohr zum andern stattfindet, keineswegs aber eine solche Combination des rechten und linken Gehöreindrucks, zufolge deren die entgegengesetzten Schwingungen der beiden Trommelfelle einander vertreten können.

Die Fähigkeit des menschlichen Ohrs kleine Tonunterschiede wahrzunehmen, ist für verschiedene Personen verschieden. Einige Physiker schreiben dem Ohr das Vermögen zu einen Unterschied von 1 Schwingung auf 1000 noch zu bemerken, während andere jene Fähigkeit Tonunterschiede wahrzunehmen nur 1 auf 100 schätzen. Um zu entscheiden, wie weit die Schärfe meines Gehörs in dieser Hinsicht gehe, habe ich verschiedene Versuche angestellt, von denen nur folgende zwei, welche mit vieler Sorgfalt ausgeführt wurden, hier erwähnt werden sollen. Aus denselben glaube ich entnehmen zu können, daß mein Ohr die Fähigkeit hat, eine Differenz von 1 Schwingung auf 1000 noch zu bemerken.

Ich brachte eine Messingsaite auf dem Monochord durch Verschieben des Stegs dahin, daß sie mit dem Ton einer Labialpfeife, dessen genau ermittelte Schwingungszahl 192 betrug, vollständig im Einklang stand: es war dies bei einer Länge von 93,3 Cent. der Fall. Hierauf wurde die Saite auf die Länge von 92,815 Cent reducirt, so daß sie einem Ton von 193 Schwingungen entsprach: das Ohr nahm den Tonunterschied recht deutlich wahr. — Ein ähnlicher Versuch wurde mit einer 46,65 Cent. langen Darmsaite angestellt, die den bestimmten Ton von 768 Schwingungen gab. Als die Saite auf eine Länge von 46,4 Cent. gebracht wurde, mithin einen Ton von 769 Schwingungen lieferte, konnte das Ohr ebenfalls noch ziemlich gut erkennen, daß ein Tonunterschied da war.

an den Stellen selbst, wo er den höchsten Grad der Feinheit l
nichts Anderem, als in einer großen Menge dicht nebeneinande
der kegelförmigen Erhabenheiten, Papillen genannt, in welch
zarte, mit Flüssigkeit gefüllte Bläschen liegen, zu deren je
oder drei Nervenfasern treten. Diese Bläschen mit ihren Nerve
führen den Namen Tastkörperchen, weil man denkt, daß d
Vermittelung die Tastempfindung geweckt und hervorgerufen wi
die Frage, in wie fern die Leistungen des Tastsinnes zu s
Empfindungen werden und daran eine räumliche Wahrnehmung
ist, können wir aber wieder keine befriedigende Antwort geben.

Vergleichen wir das menschliche Gehörorgan mit den Ge
zeugen verschiedener Thierarten, so finden wir, daß der zu
wesentliche Theil, nämlich eine mit Nervenmasse überzogene
einer wässerigen Flüssigkeit angefüllte Röhre, keinem mit Gehör
Thiere fehlt. Alles Uebrige am Gehörwerkzeuge ist verände
in den verschiedenen Thierklassen bald mehr, bald weniger au
und den besonderen Verhältnissen derselben angemessen. — Da
Ohr findet sich nur bei Säugethieren, deren Gehörwerkzeuge ü
viel Aehnlichkeit mit dem menschlichen Gehörorgane haben
Trommelfell ist bei den meisten Säugethieren nach Außen co
dem Pferde und dem Maulwurf dagegen flach. Verschieden is
Thieren gegen den Horizont die Ebene geneigt, in welcher sich
fang des Trommelfells befindet; wobei angenommen wird,
Thier desto schärfer hört, je größer diese Neigung und je aus
das Trommelfell ist. Bei allen Säugethieren ist der Gehörga

An den knorpeligen Fischen besteht das Gehörwerkzeug aus drei halbcirkelförmigen Canälen, die in ein Säckchen münden, welches neben einer gallertartigen Feuchtigkeit drei harte Knöchelchen enthält, die an Nervenfasern darin aufgehangen sind. Bei den Schuppenfischen ist das Säckchen in die Seitenwände des Schädels eingesenkt. Von der inneren Seite desselben geht ein Kanal aus, dessen Ende durch ein Häutchen verschlossen wird. Die im Säckchen enthaltenen Knöchelchen sind mit vielem Schleim überzogen. — Unter den Amphibien haben manche ein den Knochenfischen, andere ein den Schuppenfischen gleichartiges Gehörwerkzeug. An Schildkröten und Fröschen kommt außer diesen inneren Gehörwerkzeugen auch ein Trommelfell, eine Trommelhöhle und eine Eustachische Röhre vor.

Die einfachsten Gehörwerkzeuge haben einige Insecten. In den Krebsen ist das Gehörorgan ein bloses Säckchen, eingeschlossen in einem kurzen knöchernen Cylinder. An dem innern Ende dieses Cylinders tritt der Hörnerv ein, der sich zum Säckchen verbreitet; das andere Ende ist mit einer elastischen Membrane verschlossen. An Würmern hat man die Gehörwerkzeuge nur in den Sepien und den Polypen auffinden können. Es zeigen sich zwei Höhlen von ovaler Gestalt, die durch eine Scheidewand von einander getrennt sind. Jede Höhle enthält ein Beutelchen, das mit einer wässerigen Flüssigkeit umgeben ist; eben der breiichen Substanz des Gehörnerven befindet sich darin ein Knöchelchen. Durch Erschütterungen des ganzen Kopfes gelangt hier der Schall zu den inneren Gehörwerkzeugen.

3. Stimmorgan des Menschen.

Nach den Ansichten der vorzüglichsten Physiologen der neuern Zeit, namentlich nach den wichtigen Untersuchungen von Johannes Müller, ist das Stimmorgan des Menschen als eine Art Zungenpfeife zu betrachten. Die eingeathmete Luft gelangt durch Zusammenziehung der Brustwände zunächst in die Luftröhre, welche auf der einen Seite mit dem Schlunde, auf der andern in den Lungen endigt. Diese Röhre ist ein cylindrischer Kanal, der aus knorpeligen Ringen besteht, welche durch häutige Theile unter einander verbunden sind. Am oberen Ende dieses Kanals befindet sich der Kehlkopf, welcher vorzugsweise das Stimmorgan abgibt. Er besteht aus vier Knorpeln, nämlich dem Ringknorpel, dem Schildknorpel und den beiden Gießkannenknorpeln. Diese Knorpel sind mit einander verbunden und können durch verschiedene Muskeln auf mannigfaltige Weise bewegt werden. Die Schleimhaut, welche das Innere der Luftröhre auskleidet, verwandelt sich im Kehlkopfe in ein sehr elastisches Gewebe, das sich in

die zwei Stimmbänder ausspannt. Zwischen ihnen bleibt
Durchgang der Luft nur eine schmale Spalte, die Stimmritze
kleiner oder größer wird, je nachdem die Stimmbänder m
weniger gespannt sind. Ueber den Stimmbändern zieht sich d
des Kehlkopfs in zwei sackartige Höhlungen zurück, so daß jene
frei liegen und schwingen können, und bildet etwas weiter na
gleichsam zwei obere Stimmbänder, über denen der Kehl
liegt, bestimmt den Kehlkopf für Speise und Getränk, welche a
Mundhöhle in die Speiseröhre übergehen sollen, unzugänglich zu m

Sind die Stimmbänder wenig gespannt und ist die Stim
weit geöffnet, so streicht die ausgeathmete Luft lautlos an ihne
über. Sobald aber die Stimmbänder stärker gespannt sind u
Stimmritze enger wird, entsteht der Ton, indem beim Ausström
Luft die Stimmbänder in Schwingung gerathen. Das Stimm
des Menschen läßt sich demnach mit einer Zungenpfeife vergleich
welche die Brust als Blasebalg dient, die Luftröhre als Stiefe
Kehlkopf mit den Stimmbändern als Mundstück und der Mu
Pfeife. Wie bei dem Mundstücke die darüber befindliche Röh
Einfluß auf Tonhöhe und Klang ist, so üben eine ähnliche W
im Stimmwerkzeug des Menschen Mund und Schlund aus, u
große Mannigfaltigkeit von Tönen und Nüancen hervorzubringe
wir in der menschlichen Stimme wahrnehmen. Immerhin bl
jedoch bewunderungswürdig, aus welchen einfachen Mitteln die
ein so umfangreiches, klangvolles musikalisches Instrument gebil

Daß die Schwingung der Stimmbänder einen wesentlichen
zur Entstehung des Tones liefert, dafür können wir mehrere
anführen. Wenn bei einem lebenden Individuum sich unterha
Kehlkopfs eine Fistelöffnung gebildet hat, durch welche die Luf
Ausweg findet und nur in geringer Menge durch die Stimmrit
so kann dasselbe nicht mehr sprechen, es sei denn, daß diese Ö
verstopft wird. — Eine geringe katarrhalische Affection der S
bänder bringt eine auffallende Veränderung in dem Klang der S
hervor und kann unter Umständen denselben selbst bis zum la
herabstimmen. — Die Stimmen der Kinder und Weiber sind
als die der Männer, weil ihre Kehlköpfe und Stimmritzenbänder
und zärter gebaut sind. In dem Jünglingsalter vergrößern s
Stimmbänder und erreichen binnen kurzer Zeit fast das doppelt
vorigen Länge; dadurch tritt in dieser Lebensepoche eine Verän
der Stimme ein, welche man das Brechen oder Mutire
Stimme nennt und eine Unsicherheit im Treffen des Tons n
führt, wie beim Spielen auf einem Instrumente, das man no

hörig zu behandeln versteht. Im höheren Alter verlieren die Stimmnder ihre Elasticität, die weicheren Theile des Kehlkopfs werden öchern und haben nicht mehr ihre frühere Geschmeidigkeit, wodurch r sonore Klang und die Stärke der Stimme sich vermindert, welche ide abhängen von der Dicke der Stimmritzenbänder, dem eigenthümhen Bau des Kehlkopfs, der elastischen Beschaffenheit der Wände id der Kraft, mit welcher die Luft aus den Lungen ausgestoßen wird.

Von der ungleichen Betheiligung der Stimmbänder hängt auch r Unterschied zwischen den Brusttönen und Falsettönen ab. Bei den rusttönen schwingen die Stimmbänder ihrer ganzen Breite nach, die timmritze ist wenig geöffnet; die größere Anspannung der Muskeln rbunden mit dem Ausstoßen stark gespannter Luft erzeugt einen kräfen Ton, der durch das Mitschwingen des Brustkastens verstärkt wird. ei den Falsettönen schwingen bloß die zarten Ränder der Stimmnder, die Stimmritze ist weiter geöffnet, aus welcher die Luft weniger spannt austritt als dies bei den Brusttönen der Fall ist. — Wie cht übrigens der eigenthümliche Klang der Stimme abgeändert werden nn, zeigen folgende zwei Thatsachen. Bei der gewöhnlichen Stimmbung legt sich eine häutige Klappe, das sogenannte Gaumensegel, an e hintere Oeffnung der Nasenhöhlen an und verschließt sie so, daß e Luft nur zum Munde austreten kann. Mittelst einer leichten Anengung läßt sich nur das Anlegen des Gaumensegels an jene Oeffng verhindern, wo dann die Luft aus Mund und Nase zugleich raustritt. Die Stimme bekommt dabei einen besondern Nasenton, is man durch die Nase sprechen nennt. Dieser näselnde Ton wird r Stimme auch dadurch ertheilt, wenn man sich während des Sprens die Nase zuhält.

Die entscheidendsten Versuche hat aber J. Müller an ausgeschnitten Kehlköpfen von Leichen angestellt. Der mit einem Theile der ftröhre herausgenommene Kehlkopf wurde auf eine passende Weise f einem Brettchen befestigt und durch ein in das Luftröhrenstück gecktes Holzrohr zum Anblasen gebracht, nachdem an dem Schildknorpel ie feine Schnur angeheftet worden, die über eine Rolle lief und eine agschale trug, um den Stimmbändern eine bestimmte Spannung zu ben. Die wichtigsten seiner Resultate sind folgende:

1) Die unteren Stimmbänder geben bei enger Stimmritze volle d reine Töne beim Anspruch durch Anblasen von der Luftröhre aus. ieſe Töne kommen denen der menschlichen Stimme sehr nahe und uterscheiden sich von denjenigen, welche man erhält, wenn die oberen timmbänder und der Kehldeckel noch vorhanden sind, darin, daß sie ne geringere Stärke haben, indem diese Theile sonst beim Anspruch

mitſchwingen. — Wird der Kopf der Leiche ſo präparirt, da
Naſe und Mund erhalten bleiben, ſo wird der Klang der men
Stimme noch ähnlicher.

2) Bei gleicher Spannung der Stimmbänder hat die größe
geringere Enge der Stimmritze keinen weſentlichen Einfluß auf d
des Tons; nur ſpricht dieſer bei weiter Stimmritze ſchwerer
iſt weniger klangvoll, indem man das Geräuſch des Durchſtröm
Luft vernimmt. Wenn die Stimmbänder ſich ganz berühren,
die Töne beſonders leicht, namentlich bei ſchlaffen Stimmbänd

3) Durch Aenderung der Spannung der Stimmbänder la
die Töne am Kehlkopf ohngefähr im Umfange von zwei Octa
ändern, innerhalb welcher Grenzen auch das Bereich der men
Stimme fällt. Es zeigt ſich dies ſowohl bei männlichen als
weiblichen Kehlköpfen; die Töne auf den letzteren ſind im Allg
höher als auf den erſteren.

4) Bei ungeänderter Spannung der Stimmbänder läßt
Ton durch ſtärkeres Blaſen bedeutend in die Höhe treiben. S
und Spannung der Stimmbänder können ſich daher in der A
penſiren, daß ſtärkere Spannung mit ſchwächerem Winde denſel
im Piano gibt, welchen ſchwächere Spannung der Bänder bei ſ
Blaſen in Forte erzeugt.

Joh. Müller hat auch zahlreiche Verſuche mit membranöſen
angeſtellt, welche viel Analogie mit dem Stimmorgan haben. Z
Behufe bedeckte er das Ende eines kurzen Rohrs halb mit einer
Platte, halb mit einer Membrane, ſo daß zwiſchen beiden eine
blieb; oder er ſpannte über das Ende des kurzen Rohrs zwei M
ſo, daß jede einen Theil der Oeffnung verdeckte und zwiſchen i
eine Spalte bildete. Auf dieſe Weiſe gelangte er zu folgend
ſultaten:

1) Die Membranen geben, wenn man unten in das Rohr
bläst, einen ſtarken anhaltenden Ton, der um ſo höher wird, j
ſie angeſpannt werden; man kann dabei deutlich die Vibratio
beiden Ränder ſehen, welche die Spalte bilden.

2) Wird das mit der Zunge verſehene Ende des kurzen
des Mundſtücks in das eine Ende einer Röhre eingepaßt, ſo
man an den membranöſen Zungen ein ähnliches Verhalten w
an den ſtarren. Der Ton wird nämlich bei ſtetiger Verlänge
Röhre allmählig tiefer und ſpringt bei einer gewiſſen Länge w
ohngefähr zu dem Ton der Zunge hinauf; dann wird er wie
Neue tiefer, bis er abermals gegen die vorige Höhe ſpringt u

3) Einen gleichen Einfluß äußert das Windrohr, mit welchem die brandöse Zunge angeblasen wird. Bringt man die Zunge blos an Ende eines Windrohrs an, das allmählig verlängert wird; so ver- ſich der Ton bis zu einer gewiſſen Grenze. Bei weiterer Ver- erung ſpringt er wieder auf die frühere Höhe zurück und vertieft von dort aus wieder mit fortſchreitender Verlängerung, worauf er er auf den urſprünglichen hohen Ton zurückſpringt und von da ſich er vertieft u. ſ. w.

4) Die Erſcheinungen werden noch verwickelter, wenn man beide ren zugleich ihre Längen ändern läßt. Hat das Windrohr eine mmte Länge und wird die Zuſatzröhre verlängert, ſo erhält man Vertiefung bis zu einer beſtimmten Grenze, worauf der Ton nach früheren Höhe zurückſpringt, dann wieder fällt bis zu einer Grenze abermals zurückſpringt. Dasſelbe ereignet ſich, wenn bei einer mmten Länge der Anſatzröhre das Windrohr verlängert wird. Iſt tzröhre und Windrohr jedes ſo lang, daß jene mit der vom Munde blaſenen Zunge denſelben Ton gibt, wie die Zunge mit dem vom ren Ende angeblaſenen Windrohr allein; ſo gibt die Verbindung der Anſatzröhre und dem Windrohr jetzt den nämlichen Ton.

4. Stimmwerkzeuge der Thiere.

Bei den Thieren ſind die Stimmwerkzeuge im Weſentlichen von lben Beſchaffenheit, wie beim Menſchen; auch bei ihnen iſt das nmorgan eine Art Zungenpfeife, deren Mundſtück durch die aus Lunge ausgeathmete Luft zum Schwingen gebracht wird, woraus orgeht, daß blos die mit Lungen verſehenen Thiere eine wahre nme beſitzen. Allein in Betreff der Zuſammenſetzung des Stimm- rats finden mancherlei Verſchiedenheiten ſtatt. Bei den Säuge- en iſt wie beim Menſchen ein einziger Kehlkopf vorhanden und der Ton durch die unteren Stimmbänder erzeugt. Der Menſch ag aber allein durch die Biegſamkeit ſeiner Lippen, die Beweglich- ſeiner Zunge und anderweitige Modificationen ſeiner Mundhöhle rticulirten Töne hervorzubringen, welche der untergeordnete thieriſche anismus gar nicht oder nur ſehr unvollkommen zu erzeugen im nde iſt. Die Wiederkäuer haben keine oberen Stimmbänder, wäh- die Affen eigenthümliche reſonirende Theile des Stimmorgans en.

Die Stimme der Amphibien wird wie bei den Säugethieren im opfe hervorgebracht; ſowohl die Fröſche als auch die Krokodile en Stimmbänder. Bei dem männlichen Froſche treten zur Ver- ung des Tones zwei häutige Säcke am Halſe hervor; namentlich

ist dies bei dem in Amerika einheimischen Ochsenfrosch der Fall, der deßhalb eine so starke Stimme hat, daß man sie auf weite Entfernungen hin hören kann.

Der Bau des Stimmwerkzeuges der Vögel bietet verschiedene Eigenthümlichkeiten dar, deren bemerkenswertheste die ist, daß die Stimmritze und die Stimmbänder nicht am oberen Ende, sondern am untern Ende der Luftröhre liegen. Daß dem so sei, ergibt sich daraus, daß ein Vogel, welchem der Hals tief unter dem Kopfe durchschnitten worden ist, noch zu schreien vermag, weil er noch das Instrument besitzt, welches zur Bildung der Stimme am wesentlichsten beiträgt. Wie die Gestalt der den Mundstücken beigefügten Pfeifen auf die Beschaffenheit des Tons von Einfluß ist, so bringt eine Aenderung in der Gestalt der Luftröhre bei den Vögeln analoge Modificationen hervor. Die Vögel mit conischer, nach oben erweiterter Luftröhre haben eine helltönende Stimme; dagegen besitzen die Singvögel eine cylindrische Luftröhre, die ganz aus feinen Ringen zusammengesetzt ist. Daß die größere oder geringere Zartheit im Bau der Luftröhre, die stärkere oder schwächere Elasticität des Stoffes, aus dem sie besteht, die verschiedene Einrichtung des Kehlkopfs mancherlei Abänderungen in Bezug auf die Beschaffenheit des Tons zur Folge haben müssen, ist begreiflich und dem zu schließen, was wir bei Betrachtung der gewöhnlichen Mundstücke erfahren haben.

An lebenden wie an todten Thieren haben die Anatomen zahlreiche Versuche angestellt, aus denen mit Deutlichkeit hervorgeht, daß das Stimmenwerkzeug mit einer Zungenpfeife sich vergleichen läßt. Man beobachtete an der bloß gelegten Stimmritze lebender Hunde, während sie einen anhaltenden Ton gaben, daß bei den tiefsten Tönen die Stimmbänder in ihrer ganzen Länge sich bewegten, sie sich aber in einer immer größeren Strecke aneinander legten, in dem Maße, als der Ton höher ward, dergestalt, daß die Länge des schwingenden Theils immer mehr abnahm und bei der äußersten Grenze der hohen Töne die Stimmritze sich nur noch als eine ganze schmale und kurze Spalte zeigte, durch welche die Luft aus den Lungen gestoßen wurde. — An todten Thieren brachte man die Stimmbänder durch künstliches Einblasen zum Schwingen und erzeugte dadurch Töne von verschiedener Höhe je nach der Länge in der man die Theile schwingen ließ, und dem Grade der Spannung die man ihnen gab. Mit dem Kehlkopf eines Schweines, dessen Luftröhre an den Stiefel eines Blasebalgs gefügt war und dann Luft hineingetrieben wurde, konnte man den Ton so modificiren, daß das Grunzen eines lebendigen Schweins vollkommen nachgeahmt ward.

Vierter Abschnitt:

Schwingungen tropfbarer Körper.

1. Wellenbewegung tropfbarer Flüssigkeiten.

Die Wellenbewegung tropfbarer Flüssigkeiten, bei welcher ein Theil über der Oberfläche der ruhenden Masse erhoben, ein anderer unter ihr vertieft erscheint, drängt sich dem Menschen durch gelegentlich gemachte Erfahrungen von selbst auf. Sie ist jederzeit das Resultat einer Störung des Gleichgewichts, in Folge deren die Theilchen der Flüssigkeit in Bewegung gesetzt werden, die von den benachbarten zu den angrenzenden fortgepflanzt wird. Läßt man ein Steinchen in ruhiges Wasser fallen, so bilden sich um die Einfallsstelle Ringe, die abwechselnd vertieft und erhöht erscheinen und desto unscheinbarer ausfallen, je größer sie werden. Die dergestalt erzeugten Ringe oder Wellen erweitern sich fortdauernd um die getroffene Stelle als Mittelpunkt und bleiben kreisförmig, wenn ihnen kein Hinderniß entgegentritt. Kommt eine Welle beim Fortschreiten auf einen in der Flüssigkeit schwingenden Körper, so hebt oder senkt sie ihn, je nachdem eine Erhöhung oder Vertiefung unter ihm sich fortzieht. Bei Wellen, die im strömenden Wasser vor sich gehen, fließt der Mittelpunkt mit der dem Wasser eigenen Geschwindigkeit fort; denn wirft man ein Stückchen Holz in solches Wasser, so bildet es stets den Mittelpunkt der erregten Welle und wird dabei stromabwärts bewegt. Hieraus können wir schon entnehmen, daß die einzelnen Flüssigkeitstheilchen an der fortschreitenden Bewegung oder Wellenbewegung keinen Antheil haben und nur eine geringe Ortsveränderung erfahren, welche nicht blos an der Oberfläche, sondern auch im Innern der Flüssigkeit stattfindet.

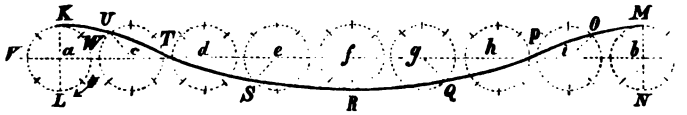
Die genauesten Versuche über die Vorgänge in der Wellenbewegung tropfbarer Flüssigkeiten haben die Gebrüder Weber angestellt. Sie bedienten sich zu diesem Behufe eines rechtwinkligen, schmalen, aber tiefen und langen Gefäßes mit gläsernen Seitenwänden, das sie Wellenrinne nannten. Sie füllten die Rinne bis zu einer gewissen Höhe mit Wasser oder einer andern Flüssigkeit, erregten darin Wellen, indem sie eine Glasröhre an dem einen Ende derselben eintauchten, Flüssigkeit durch Saugen mit dem Munde in die Höhe hoben und sie dann wieder fallen ließen, oder mit einem festen, die ganze Breite der Rinne einnehmenden Körper an einer Stelle gegen die Oberfläche der Flüssigkeit einen Stoß ausübten. Um die Bewegungen im Innern der Flüssigkeit deutlicher beobachten zu können, brachten sie in ihr kleine

des Waſſers, wenn die ganze Rinne nur mit ſolchem angef
weſen wäre.

Auf dieſe Weiſe überzeugt man ſich ſchon mit dem Aug
daß der Wellenberg eine convexe und das Wellenthal eine con
ſtalt hat, und daß die Wellen an der Oberfläche und im Inn
Flüſſigkeit ſich fortbewegen. — Ferner findet man, daß ſich die
keitstheilchen in verticalen Bahnen bewegen, die entweder in ſic
kehren oder nicht, je nachdem die zuſammengehörigen Wellenb
Wellenthäler von gleicher oder ungleicher Geſtalt ſind. Die E
ungsbahnen ſind anſcheinend Ellipſen, deren horizontaler und v
Durchmeſſer mit der Tiefe der Flüſſigkeit abnimmt; auch v
letztere im Verhältniß zu dem erſteren deſto kleiner, je wei
Theilchen von der Oberfläche entfernt iſt. — Die Schwingung
zelnen Flüſſigkeitstheilchen, welche in horizontaler Richtung ſich
fortpflanzt, erfolgt in der Art, daß nie zwei in derſelben hori
Schicht liegende Theilchen, deren Bahnen ſich ſchneiden, zuſamme
mithin in ihrer Bewegung ſich hindern können, deßgleichen
zwei vertical untereinander liegende Theilchen ſich in ihren
ſtören. — Auch hier ſieht man wieder deutlich, daß die ſch
Bewegung der Theilchen die eigentliche wirkliche Bewegung
Welle nur eine Form iſt, welche die Flüſſigkeit an der Oberfl
der einzelnen übereinander liegenden Schichten vermöge der B
ihrer kleinſten Theilchen annimmt. Die Wellenbewegung iſt, wi
nur ein Fortrücken dieſer Form.

Aus der kreisförmigen Bewegung der Flüſſigkeitstheilchen

Fig. 53.



Theilungsdurchmesser jedes Kreises wie KL, MN senkrecht auf der Niveaulinie steht. Wirkt nun die bei a erregte Erschütterung dergestalt, daß das Flüssigkeitstheilchen in der Richtung des beigesetzten Pfeiles fortgetrieben und zugleich die ihm mitgetheilte Bewegung horizontal durch die Flüssigkeit fortgeleitet wird; so wird successiv jedes Theilchen, das am obersten Punkte des verticalen Durchmessers liegt, in dieselbe Bewegung gerathen, und das Theilchen M seine Bahn um b erst beginnen, während das Theilchen K sie schon um a beendet hat. Betrachtet man nun die Stellen, an welchem sich in den verschiedenen Kreisbahnen die ursprünglichen höchsten Wassertheilchen befinden; so hat das Theilchen um i schon 1/8 der Bahn zurückgelegt, während das Theilchen um b in M dazu die Anregung erfährt: dieses Theilchen befindet sich also in O. Deßgleichen hat das Theilchen um h schon 2/8 der Bahn durchlaufen, wenn die Bewegung beginnt; dieses Theilchen befindet sich demnach in P. Das Theilchen um g ist in Q; das um f reisende in R; das um e in S; das um d in T; das um c schwingende in U. Ein durch die Punkte K U T S R Q P O M geführter Zug deutet die Wellenlinie an, welche sich zeigen würde, wenn das Wasser plötzlich erstarrte und die Oberfläche von einer Verticalebene durchschnitten wäre. — Zur Versinnlichung der Wellenbewegung kann man sich folgenden Apparats bedienen. Die Vorder- und Rückseite eines etwa einen Meter langen Kastens enthält in gleichen Abständen zwölf Löcher, in welchen eben so viele Kurbeln sich drehen lassen. Ein hölzernes Verbindungsstück umschließt die einzelnen Kurbeln so, daß, wenn die mittelste von ihnen gedreht wird, alle übrigen die nämliche Bewegung machen. An dem vorderen Ende der Achsen dieser Kurbeln sind kurze Drähte senkrecht befestigt, an deren jedem eine weiße Glasperle gekittet ist. Die Drähte sind so gestellt, daß, wenn der erste Draht z. B. eine verticale

Fig. 54.

Nähe der Oberfläche liegenden Flüssigkeitstheilchen durchlau
Bahnen nicht so schnell, als die senkrecht unter ihnen von de
fläche weiter abstehenden Theilchen; woraus hervorzugehen sche
die Wellenlängen in der Tiefe kleiner sind, als die an der Ol
— Wenn ein Flüssigkeitstheilchen durch irgend eine Kraft in Sch
versetzt worden ist, so vollbringt es nicht bloß diese erste Schw
die durch jene Kraft unmittelbar erregt wird, sondern es macht
holte Schwingungen, die immer kleiner sind und in kürzerer Zei
laufen werden, als die erste Schwingung; es hat diese wiederh
wegung Aehnlichkeit mit den Schwingungen eines Kreispend
immer kleiner ausfallen und in kürzerer Zeit vollbracht wer
Die Geschwindigkeit, mit welcher sich ein jedes Flüssigkeitsthe
seiner Bahn bewegt, hängt unter sonst gleichen Umständen
Größe der wellenerregenden Kraft ab; woher es denn kommt,
weiter die Welle fortschreitet, desto kleiner die Bahnen werden,
die Theilchen sich bewegen, und sie desto mehr Zeit brauchen,
Bahnen zu durchlaufen. — Die Nähe des Bodens vermindert
schwindigkeit, mit welcher die Flüssigkeitstheilchen sich bewegen;
artiger störender Einfluß des Bodens gibt sich dadurch schon zu
daß die kreisförmigen Bahnen der Flüssigkeitstheilchen desto me
einer geraden Linie ähnlich werden, je näher die bewegten
dem Boden des Gefäßes sind.

Die Geschwindigkeit, mit welcher die Wellen fortschreiten,
sich mit der Tiefe der Flüssigkeit, welche in der Rinne enthalte
Das specifische Gewicht der Flüssigkeiten scheint keinen Einfluß

Widerstand der Luft kleinere Abänderungen hervor. Das über die Geschwindigkeit der Wellen Gesagte steht mit dem über die Geschwindigkeit der einzelnen Flüssigkeitstheilchen mitgetheilte im vollkommensten Einklang, wie es auch sein muß, da eine Welle um ihre Länge in der nämlichen Zeit fortrückt, in welcher das in derselben Welle befindliche Theilchen seine Schwingungsbahn durchläuft.

Was die im freien Wasser durch den Wind erregten Wellen anlangt, so scheinen sie aus einer doppelten auf das Wasser ausgeübten Wirkung der Luftstöße hervorzugehen, indem sie es theils niederdrücken, theils in der Richtung fortschieben, in welcher sie sich selbst bewegen. Durch die erste Einwirkung werden kreisförmige Wellen veranlaßt, die sich während ihres Fortschreitens in immer größere Kreise ausbreiten und durch die andauernde Wirkung des Windes dergestalt modificirt werden, daß die Wellenstücke, welche mit dem Winde gehen, an Größe zunehmen, dagegen die Wellentheile, welche ihm entgegen kommen, an Größe abnehmen. Da die Windstöße ziemlich unregelmäßig wiederkehren, bald stärker, bald schwächer sind; so sollte man erwarten, daß auch die Wasserwellen weniger regelmäßig aufeinander folgen würden, als es in der Wirklichkeit der Fall ist. Diese Regelmäßigkeit in der Aufeinanderfolge der Wasserwellen wird dadurch veranlaßt, daß durch eine Anregung jederzeit mehrere Wellen nacheinander gebildet werden. In den größeren Zwischenräumen zwischen zwei Windstößen erzeugt also das Wasser von selbst neue Wellen, die mit den übrigen durch gegenseitige Rückwirkung aufeinander mehr und mehr an Größe gleich werden, je weiter sie mit einander fortschreiten, und so jene Regelmäßigkeit des Wellenschlages hervorbringen, wie wir sie auf dem Meere wahrnehmen. Nicht bloß der stoßweise heftig wirkende Wind, sondern auch der sanfte anhaltende erzeugt Wellenbewegung, die sich aber in unbedeutenden Schwingungen äußert, die unter dem Namen gekräuselter Wellen bekannt sind. Diese kleinere Wellen schreiten langsamer fort, als die größeren Wellen. Bei dem Zusammenwirken beider Wellenarten entsteht dann die Täuschung, als ob die Kräuselwellen ruhten und die großen Wellen unter der ruhenden Oberfläche wie eine Walze unter einem ausgebreiteten Tuch fortrollten.

Die horizontale Ausdehnung der Wasserfläche und die Tiefe der Flüssigkeit sind Bedingungen zur Entstehung großer Wellen. Die horizontale Ausdehnung trägt insofern zur Vergrößerung der Wellen bei, als die Wellen nur dadurch, daß sie weit fortschreiten und dabei immer vom Winde verstärkt werden, eine beträchtliche Größe erreichen. Deßhalb veranlassen heftige Winde auf Teichen Wellen verhältnißmäßig

zum Theil die Erhebung der Wellen an der Oberfläche des M
Stellen, wo in der Tiefe Felsen emporragen, einigen Aufsch
schaffen. So haben erfahrene Seemänner bei heftigen und anh
Stürmen in einer Tiefe von 40 Meter das Wasser trübe und
gefunden, und eine Aenderung in der Größe und Gestalt der
wahrgenommen, wenn dieselben an Felsen anlangten, die noch 1
unter der Oberfläche des Meeres lagen.

Die Kraft der Meereswellen ist so bedeutend, daß nach Bre
Versuchen ein Stein, der über 600 Kilogrammes wog, du
3/4 Meter hohe Meereswelle von einem Damme herabgewälz
Die Geschwindigkeit der Wellen des Meeres hängt sehr von ihr
ab, indem sie desto langsamer fortschreiten, je kleiner sie sin
nimmt die Geschwindigkeit der Wellen bei sonst gleichen U
verhältnißmäßig zur Tiefe des Wassers zu. Nach den Beoba
erfahrener Seeleute zu schließen, kann die Geschwindigkeit, w
Meereswellen bei mäßigem Winde erreichen, auf etwa 10 F
einer Secunde angenommen werden.

Die schon den Alten bekannte Erscheinung, daß die Wogen
eher als der Wind ankommen, findet in dem Vorgange der
bewegung ihre Erklärung. Der Wind ist nämlich keine Undul
Luft, sondern eine Luftströmung, bei welcher die Theilchen
ihren Ort verändern, wie die Theilchen des strömenden Wasse
einer derartigen Strömung erfahren die Lufttheilchen einen W
von der vor ihnen befindlichen Luft und werden so in ihrer B
gehemmt, während die Wellenbewegung, die auf dem Wasser e

Wirkung des Oels, die von dem Winde erregten Wellen zu besänftigen. Diese Eigenschaft des Oels ist durch die Beobachtung vieler Seereisenden, namentlich aber zuerst durch Franklins Versuche bewährt worden. Er goß auf einem großen Teiche, als derselbe vom Winde ziemlich beunruhigt wurde, auf der Seite, von welcher der Wind kam und die Wellen sich zu bilden begannen, nicht mehr als einen Theelöffel voll Oel in das Wasser, das in beträchtlichem Umfange bei Ausbreitung des Oels sichtbar ruhig wurde. Franklin wiederholte zu verschiedenmal diesen Versuch, der jederzeit gelang. Das Oel breitet sich, wie er sagt, auf dem Wasser augenblicklich nach allen Richtungen aus und wird dabei so dünn, daß es auf einer großen Fläche prismatische Farben hervorbringt und über die Grenze dieser Farben hinaus ganz unsichtbar ist und nur noch durch die Wirkung der Wellenbesänftigung erkannt wird.

Die Gebrüder Weber haben über die Wellenstillung durch Oele zahlreiche Versuche angestellt, welche in ihrem klassischen Werke „Wellenlehre auf Experimente gegründet" uns mitgetheilt sind. Aus ihren Untersuchungen geht unzweifelhaft hervor, daß alle Oele, sowohl die fetten als ätherischen, sich mit großer Schnelligkeit auf der Oberfläche des Wassers zu einem dünnen Häutchen ausbreiten. Die Gebrüder Weber erklären sich mit Franklin die wellenbesänftigende Kraft des Oels wie folgt. Denkt man sich die Wirkung des unter einem spitzen Winkel auf das Wasser streichenden Windes in eine verticale und eine horizontale Seitenkraft zerlegt, so wird der bewegende Einfluß der letztern sich nur dahin erstrecken, die Oeldecke weiter zu schieben und dabei das Wasser nicht beunruhigen, weil der Oelüberzug an der Wasserfläche gar nicht haftet. Es bleibt daher nur der vertical wirkende Antheil des Windstoßes übrig, welcher nicht wohl geeignet ist, Wellen zu erregen, insofern er das Emporsteigen der Wellenberge eben so sehr hemmt, als er das Niedersinken der Wellenthäler befördert.

2. Durchkreuzung und Reflection der Wellen.

Wenn zwei Wellen sich durchkreuzen oder interferiren, so treten an der Interferenzstelle eigenthümliche Modificationen ein; nach der Durchkreuzung setzen aber die Wellen ihren Weg ungestört fort, gleichsam als wären sie ungehindert durcheinander gegangen. Man nimmt diese Erscheinung wahr, wenn man zwei Steine in einiger Entfernung von einander in ruhiges Wasser fallen läßt. Die zwei Systeme von Cirkelwellen, welche von den beiden Erregungsstellen ausgehen, durchkreuzen einander ohne sich zu hindern, und jedes Wellensystem erweitert sich wie es der Fall sein würde, wenn es allein vorhanden wäre. Es

ist dies ein Mittel, uns den Vorgang bei Schallwellen zu veranschl lichen, die zugleich stattfinden, ohne sich abzuändern. Die bei dem sammentreffen der Wellen vorkommenden Erscheinungen lassen sich Hülfe der Wellenrinne gut untersuchen, indem man an beiden E der Rinne gleichzeitig zwei Wellen erregt, die sich dann gegen die M der Rinne begegnen, wobei man durch die durchsichtigen Glasw derselben die Vorgänge bei dem Durchkreuzen der Wellen wahrne kann. Die auf diesem Wege gewonnenen Resultate sind folgende:

1) Zwei sich durchkreuzende Wellenberge geben im Augenblick Zusammentreffens einen Berg, dessen Höhe der Summe der Höhen einzelnen Berge fast gleichkommt. Treffen zwei Wellenthäler zusam so entsteht ein fast in demselben Verhältnisse tieferes Thal.

2) Der größere Berg theilt sich sofort in zwei Wellenberge nach den beiden Enden der Wellenrinne fortschreiten. Dasselbe von dem tieferen Thal, dessen zwei einzelnen Thäler vom Punkt Durchkreuzung nach den Enden der Rinne sich bewegen. Die Fl keitstheilchen gehen bei ihrer Begegnung nicht selbst durch einander h sondern nur ein Durcheinandergehen der Wellenformen findet stat

3) Durchkreuzen Wellenberg und Wellenthal von gleicher G einander, so bildet sich eine Aufhebung der einen Wellenerschei durch die andere in der Weise, daß die Oberfläche der Welle Niveau des ruhenden Wassers bleibt. Unmittelbar nach dem Zu menstoßen setzen aber Wellenberg und Wellenthal ihren Weg ung fort, als wenn der eine durch das andere hindurchgegangen wäre.

4) Im Kreuzungspunkte zweier Wellen durchlaufen die Fl keitstheilchen ihre gewöhnlichen kreisförmigen oder elliptischen Ba nicht mehr. Die Bahnen werden nämlich in der Art modificirt, die horizontale Bewegung gegenseitig beschränkt, die verticale Bew dagegen verstärkt wird, dergestalt, daß, wo zwei Wellenberge von gl Größe zusammengetroffen sind, die horizontale Bewegung völlig a hoben wurde und eine sichtbar viel größere senkrechte Bewegung übrig

Eine recht hübsche Erscheinung bringt die Interferenz der W hervor, wenn man auf eine ausgedehnte Quecksilberoberfläche durch Trichter, der zwei gleiche in gewisser Entfernung von dem Ri gleichweit abstehende Ausströmungsöffnungen hat, Quecksilber herabf läßt. Es werden Wellen erregt, welche sich an einigen Stellen Durchkreuzen aufheben, an anderen verstärken. Sowohl die St wo das eine, als diejenigen, wo das andere sich ereignet, lieg hyperbolischen gekrümmten Linien, die man leicht erkennt, wenn in schiefer Richtung auf die Quecksilberoberfläche sieht. Daß Curven Hyperbeln sind, läßt sich durch folgende einfache Betrac

gen. Es seien A, A' die beiden Punkte, von denen fortwährend Wellen eichzeitig ausgehen, die gleiche Höhe a haben. Für eine Stelle M, elche vom Punkte A die Entfernung x und vom Punkte A' die Entrnung x' hat, wird

$$y + y' = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x'}{\lambda}\right)$$

er $$y + y' = 2a \sin \pi\left(\frac{2t}{T} - \frac{x + x'}{\lambda}\right) \cos \pi\left(\frac{x - x'}{\lambda}\right),$$

r Ausdruck für die vereinigte Wellenwirkung sein, wo das positive y s eine verticale Erhebung des Flüssigkeitstheilchen über dem Niveau ıb das negative y als eine Senkung unter denselben anzusehen ist. er Factor $\cos\left(\frac{x - x'}{\lambda}\right)\pi$ wird Null, wenn

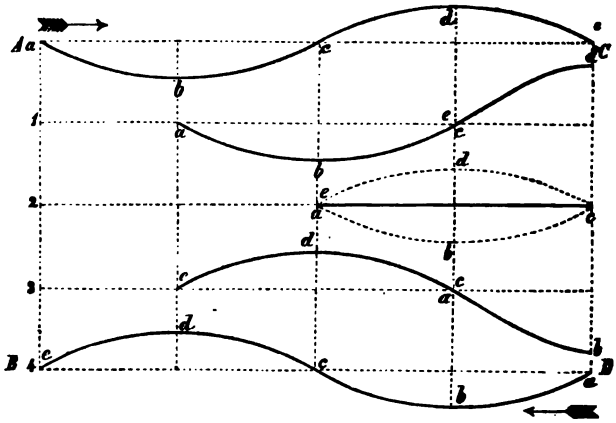
$$x - x' = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2} \ldots \left(\frac{2n - 1}{2}\right)\lambda,$$

h. jeder Punkt bleibt in Ruhe, dessen Entfernungen von den Ergungsstellen der Wellen um eine ungerade Anzahl von halben Wellenngen verschieden sind. Es bildet sich also auf der Oberfläche ein ystem von Hyperbeln, deren große Achsen um eine Wellenlänge zuhmen und welche die Punkte A, A' zu gemeinsamen Brennpunkten ıben.

Für $x - x' = 0, \frac{2\lambda}{2}, \frac{4\lambda}{2} \ldots \frac{2n\lambda}{2}$ erhält man abwechselnd für $+ y'$ bald $2a$ bald $-2a$, wenn t um $\frac{T}{2}$ wächst, d. h. nach Verlauf ner halben Wellendauer befindet sich an dem Orte zwischen zwei tellen, wo die Oberfläche der Wellen im Niveau der ruhenden Flüssigit bleibt, ein Thal, wo vorher ein Berg war und umgekehrt. Ist mlich $x - x' = 0$, so ist der zweite Factor des Ausdrucks von $+ y' = +1$, und der erste geht in $\sin \pi\left(\frac{2t}{T} - \frac{2x}{\lambda}\right)$ über. Soll rselbe $+1$ sein, so muß $\frac{2t}{T} - \frac{2x}{\lambda} = 1/2$ sein; man hat dann $+ y' = 2a$ und die Stelle ist ein Wellenberg. Soll aber $\pi\left(\frac{2t}{T} - \frac{2x}{\lambda}\right) = -1$ sein, so muß $\frac{2t}{T} - \frac{2x}{\lambda} = 3/2$ betragen; es dann $y + y' = -2a$, die Stelle folglich ein Wellenthal. Nennen ir diese Zeit t', so ist $\frac{2t'}{T} - \frac{2x}{\lambda} = 3/2$ und $\frac{2t}{T} - \frac{2x}{\lambda} = 1/2$, aus elchen beiden Relationen sich ergibt $t' - t = \frac{T}{2}$, d. h. der Zeitunterjied zwischen der Umwandelung eines Berges in ein Thal ist der lben Undulationsdauer gleich. Auf das nämliche Resultat werden ir geführt, wenn $x - x' = \frac{2\lambda}{2}, \frac{4\lambda}{2}$ u. s. w. ist.

Der einfachſte Fall der Zurückwerfung der Wellen iſt der, welcher in der Wellenrinne vorkommt, wenn man an einem Ende der Rinne eine Welle von beſtimmter Größe erregt. Dieſe Welle wird, wenn ſie an dem andern Ende der Rinne anlangt, zurückgeworfen, ſo daß ſie in der entgegengeſetzten Richtung nach dem Ende der Rinne zurückkehrt, von welchem ſie ausgegangen war. Wie die Zurückwerfung der Welle vor ſich geht, wird folgende Betrachtung zeigen. Es ſei a b c d e eine

Fig. 55.



in der Richtung des Pfeils gehende Welle mit vorausgehendem Wellenberge c d e und nachfolgendem Wellenthale, welche an die Wand C anſtößt. Nr. 1 bis Nr. 4 machen die Aenderungen der Geſtalt anſchaulich, welche die Welle bei der Reflexion in vier Zeitabſchnitten erfährt, deren jeder ein Viertel der Schwingungsdauer eines Theilchens in der Welle beträgt. Nach Verlauf des erſten Zeitabſchnittes iſt a an die Stelle von d e gekommen und das Wellenſtück d e in einen nach A zurückkehrenden Wellenberg übergegangen. Die vordere und hintere Hälfte des Wellenbergs fallen dadurch zuſammen, ſo daß er noch einmal ſo hoch, aber nur halb ſo breit geworden, wie Nr. 1 zeigt; das Wellenthal iſt um ſeine halbe Breite weiter geſchritten, ohne ſeine Geſtalt zu ändern. Nach Verlauf des zweiten Zeitabſchnittes iſt der Wellenberg wieder um ſeine halbe Breite in der umgekehrten Richtung fortgegangen, wodurch er eine geringere Höhe und größere Breite erhält; zugleich iſt aber auch das Wellenthal vorgeſchritten, ſo daß Wellenberg a d c und Wellenthal a b c, wie Nr. 2 zeigt, ſich gegenſeitig aufheben und für einen Augenblick die Oberfläche der Flüſſigkeit ganz eben wird. Nach Verlauf des dritten Zeitraumes iſt a b an die Stelle von b c getreten, wohin auch das zurückkehrende Wellenſtück b c fällt, ſo daß

adurch das Wellenthal doppelt so tief und nur halb so breit wird, ie es in Nr. 3 zu ersehen ist. Nach Verlauf des vierten Zeittheilchens at die Welle die Lage a b c d e bekommen, wie wir sie in Nr. 4 sehen. Die gegebene Darstellung wird auf das Vollkommenste durch die Veruche bestätigt; denn man bemerkt, daß ein Wellenberg während seines nprallens fast noch einmal so hoch wird, als er vor dem Anprallen ar, und daß ähnliches von der Tiefe des Wellenthals gilt, wenn es n der zurückwerfenden Ebene anprallt.

Die Erscheinungen bei der Zurückwerfung der Wellen sind also anz ähnlicher Art, wie die bei der Durchkreuzung der Wellen; directe nd reflectirte Wellen gehen durcheinander durch, wobei die Erscheinung er Interferenz entsteht. Analog verhält es sich mit der Abänderung er Gestalt der Bahnen, in denen die einzelnen Flüssigkeitstheilchen bei er Reflection der Wellen sich bewegen. Es besteht nämlich gedachte enderung wesentlich darin, daß die horizontale Bewegung der Theilchen n der Nähe der zurückwerfenden Fläche mehr und mehr aufgehoben, ie verticale Bewegung dagegen mehr und mehr verstärkt wird. Die heilchen bewegen sich daher in der Nähe der zurückwerfenden Fläche ast in einer geraden Linie. Je weiter man von dieser Fläche sich enternt, desto schiefer werden die Bahnen, so daß ihr oberer Theil gegen ie zurückwerfende Fläche hingeneigt, ihr unterer Theil davon abgeneigt st. Ob die Welle, welche zurückgeworfen wird, eine Welle mit vorausehendem Berge oder Thale ist, bringt keine weitere Aenderung in der Bewegung der Theilchen mit sich als die, daß wenn die abprallende Welle den Berg als vorausgehenden Theil hat, diese Theilchen zuerst enkrecht in die Höhe steigen und hierauf in derselben Richtung wieder inken, daß sie dagegen, wenn die abprallende Welle das Thal als vorusgehenden Theil hat, zuerst senkrecht abwärts und dann wieder aufwärts in derselben Linie sich bewegen.

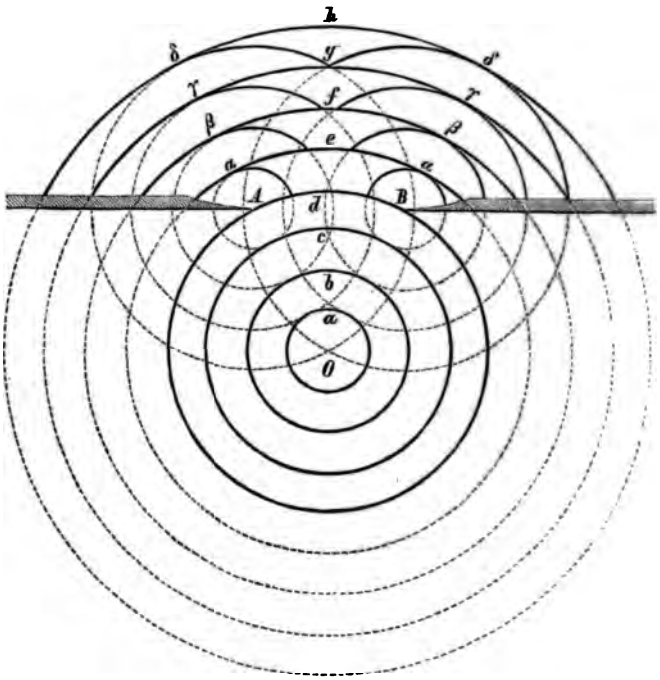
Obschon die Zurückwerfung der Wellen keine Erscheinung der lasticität der Flüssigkeiten ist, so erfolgt sie doch nach dem Gesetze des lastischen Stoßes, d. h. der Winkel unter welchem die Welle an einer läche zurückprallt, ist gleich dem Winkel unter welchem die Welle an ie Fläche anprallt. Folgende zwei Versuche können als Belege für ie Richtigkeit der Aussage gelten. Erregt man in einem runden mit üssigkeit gefüllten Gefäße eine kreisförmige Welle, indem man einen ropfen in den Mittelpunkt des Gefäßes fallen läßt; so sieht man, enn die Welle am Umfange des Gefäßes anlangt, dieselbe als eine reisförmige Welle wieder zurückprallen.

Erregt man in einem genau elliptischen, mit Quecksilber angefüllen Gefäße eine kreisförmige Welle, indem man einen Tropfen Queck-

silber in den einen Brennpunkt der elliptischen Fläche fallen läßt; so vereinigen sich die reflectirten Wellen in dem andern Brennpunkte, bilden dort einen Flüssigkeitskegel, von dem eine neue kreisförmige Welle ausgeht, die wieder von dem elliptischen Gefäße zurückgeworfen wird und in dem ersten Brennpunkte einen Flüssigkeitskegel erzeugt. Auf diese Weise kann die Welle in dem elliptischen Gefäße denselben Weg mehreremal zurücklegen.

Wenn eine Wasserwelle an eine mit einer Oeffnung versehene Wand anstößt, so erleidet sie eine eigenthümliche Modification, welche Beugung oder Inflexion genannt wird. Es sei AB eine Oeffnung

Fig. 56.



in einer Wand, O der Mittelpunkt einer kreisförmigen Wasserwelle. Diese Welle wird sich bei ihrem Fortrücken allmählig vergrößern, nach und nach die Gestalten a, b, c . . . annehmen. In dem Moment, wo die erweiterte Welle d an den Rändern A und B der Wand anlangt, wird das Wellenstück AdB ungehindert durch den zwischen A und B befindlichen Zwischenraum durchgehen und bei allmähligem Fort-

rücken verhältnißmäßig sich vergrößern. Zugleich werden aber an den Rändern A und B durch Reflexion kreisförmige Wellen α entstehen, deren Mittelpunkte A und B sind; indem diese Kreise sich erweitern und die Gestalten β und γ erhalten, werden sie mit den entsprechenden erweiterten Wellenstücken f und g in ununterbrochener Verbindung bleiben. Die durch Beugung entstandenen kreisförmigen Wellen bringen bei ihrer Erweiterung mit den ursprünglichen Wellenstücken besondere Interferenzerscheinungen zu Tage. — Man kann die hier erwähnten Erscheinungen deutlich sehen, wenn man ein mit einer Oeffnung versehenes Brett in Quecksilber taucht und in dasselbe regelmäßig Quecksilbertropfen fallen läßt. Es kommen dann alle jene Wellenformen zu gleicher Zeit zum Vorschein, in welche sich die Hauptwelle und die zwei durch Reflexion entstandenen Nebenwellen während ihres Laufs successiv umwandeln. Die vorwärts schreitende Hauptwelle und die beiden sich erweiternden Nebenwellen durchschneiden einander und setzen so Linien zusammen, die dem Auge als Hyperbeln erscheinen.

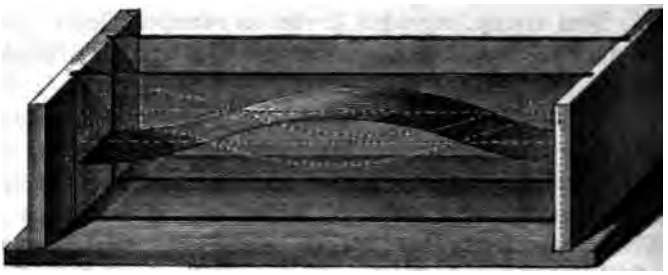
Zu der Klasse der Beugungsphänomene gehören auch die Wirbel, die man öfters im ruhenden wie im fließenden Wasser entstehen sieht. Es sind Wellen, die in einem Punkte spiralförmig zusammenlaufen, von welchem zugleich neue Wellen hervorgehen, die sich mehr und mehr ausbreiten. Man erzeugt dergleichen Wirbel im ruhenden Wasser, wenn man darin einen festen Körper taucht und ihn, nachdem die Flüssigkeit wieder ruhiger geworden ist, durch dieselbe rasch bewegt. Diese Bewegungen halten längere Zeit an, wenn man auch den festen Körper aus dem Wasser herausgenommen hat. Im fließenden Wasser entstehen jene Wirbel, wenn es an einen in demselben feststehenden Körper anprallt; daher kommen die größeren Wirbel auf beiden Seiten an Brückenpfeilern, um welche das Wasser herumfließt, deßgleichen die kleineren Wirbel, die man in Flüssen mit dem Wasser fortströmen sieht.

3. Stehende Schwingung tropfbarer Flüssigkeiten.

Wie die festen Körper einer doppelten Schwingung, nämlich einer fortschreitenden und stehenden Schwingung fähig sind, so können auch die tropfbaren Flüssigkeiten dieser doppelten Schwingungsart theilhaftig werden. Die gewöhnlichen Wellen in den tropfbaren Körpern sind das Resultat einer fortschreitenden Schwingung durch die Kraft der Schwere unterhalten. Eine derartige fortschreitende Oscillation verwandelt sich in eine stehende Oscillation, wenn eine constante regelmäßige Durchkreuzung nach entgegengesetzter Richtung gehender gleich großer Wellen stattfindet, so daß gewisse Punkte in Ruhe bleiben und die Flüssigkeit

in die Wellenrinne an einem Ende ein Brettchen mit dem untern
ſenkrecht auf den Boden aufſetzt, und dann das obere Ende des
chens in der Richtung der Länge des Gefäßes taktmäßig hin
bewegt. Es werden dadurch Wellen veranlaßt, welche man n
lieben verkleinern und vergrößern kann. Erregt man z. B. e
Art Wellen, die aus einem Wellenberge und einem Wellenthale
deren Breite genau mit der halben Länge der Rinne zuſamm
dann in der nämlichen Zeit eine zweite gleich große Welle u. ſ.
entſteht durch die Durchkreuzung der dergeſtalt erregten We
ſtehende Oscillation, wie ſie in Fig. 57 abgebildet iſt, indem

Fig. 57.



der Rinne befindliche bald in die Lage, wie ſie die ſchwarz aus
Linie, bald in die Lage kommt, wie ſie die punktirte Linie an
Ebenſo entſteht die ſtehende Oscillation, wie ſie in der Fig. 5

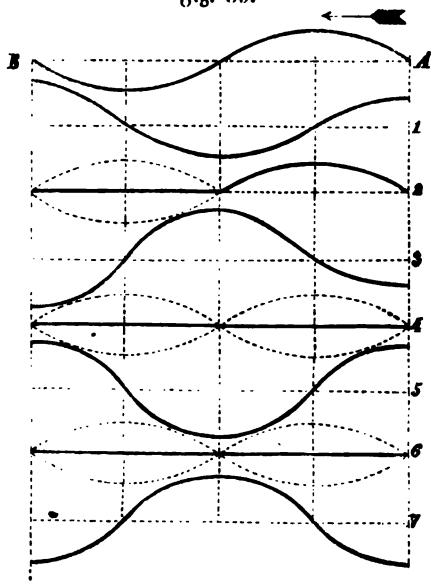
Fig. 58.

wenn Wellen erregt werden, bei denen die Breite der Wellen- b Wellenberge dem vierten Theil der Länge des Gefäßes nt.

andere Methode, stehende Schwingungen in tropfbaren Flüssig- veranlassen, besteht darin, daß man in die Mitte eines mit gefüllten, regelmäßig gestalteten Gefäßes taktmäßig einen nkrecht eintaucht und wieder herauszieht. Von diesem Orte n kreisförmige Wellen aus, die von den Wänden des Gefäßes verden, den directen neuen Wellen begegnen und mit ihnen ide Oscillation erzeugen. — Welche Methode man übrigens nden mag, die stehende Schwingung zu vermitteln, so kommt t darauf an, daß die Wellen gleich groß sind und in regel- Zeitabschnitten erregt werden. Daraus ergibt sich von selbst, breite der erzeugten Wellen oder die Schnelligkeit, mit welcher gerufen werden, von Einfluß auf die Anzahl der entstehenden kte sein muß. Zugleich ist einleuchtend, daß diejenigen dieser elche dem Rande des Gefäßes am nächsten liegen, genau nur veit von gedachtem Rande entfernt sind, als solche zwei be- nach der Mitte des Gefäßes zu liegende, von einander ab-

Verwandlung der fortschreitenden Schwingung in die stehende em, was über das Fortschreiten und über die Durchkreuzung

Fig. 59.



der Wellen gesagt worden, leicht begreiflich. Es sei A B die Oberfläche des ruhenden Wassers in der Rinne; es werde in A eine Welle erregt, die gegen B fortschreitet und eine Gesammtbreite hat, die der Länge der Rinne gleich kommt; es sei ferner t die Zeit, binnen welcher eine Welle den Weg macht, der dem vierten Theil ihrer Breite gleich ist. Nach Verlauf der Zeit t, von dem Augenblicke des Eintreffens des vordersten Punktes der Welle in B an gerechnet, hat daselbst der Wellenberg durch die Reflexion die doppelte Höhe erlangt; so daß nun dieser halbe Wellenberg, das ganze Wellenthal und von der zweiten neuen Welle wieder ein halber Wellenberg erscheint (1). — Nach dem Zeitabschnitte 2t fallen der reflectirte Wellenberg und das entgegengesetzt gehende Wellenthal zusammen und erzeugen für einen Augenblick eine vollkommene Ebene, von der zweiten Welle dagegen ist der ganze Wellenberg vorhanden (2). — Nach dem Zeitraume 3t hat das reflectirte Wellenthal doppelte Tiefe erlangt, der reflectirte Wellenberg der ersten Welle mit dem directen der zweiten einen Berg von doppelter Höhe gebildet, und an der Stelle A das halbe Wellenthal der zweiten Welle sich aufgetragen (3). — Nach Verlauf der Zeit 4t fallen der directe Wellenberg der zweiten Welle und das reflectirte Wellenthal der ersten Welle einerseits, und der reflectirte Wellenberg der ersten Welle und das directe Wellenthal der zweiten Welle anderseits zusammen; jedes Paar vernichtet sich für einen Augenblick durch Interferenz und die Oberfläche der Flüssigkeit ist für einen Moment ganz eben. (4). — Nach dem Zeitabschnitt 5t hat der Wellenberg der zweiten Welle durch Reflexion eine doppelte Höhe erreicht, das Wellenthal dieser Welle

eine der (5) entgegengesetzte Lage. Von nun an wiederholen sich ununterbrochen die drei Formen (5) (6) (7) dergestalt, daß immer ein Wellenberg mit einem Wellenthale wechselt. Jeder Berg ist bei dieser stehenden Schwingung eine Vereinigung von zwei nach entgegengesetzten Richtungen fortschreitenden Wellenbergen, so daß ein solcher Berg aus zwei Hälften besteht, die beide entweder im Steigen oder im Sinken begriffen sind. Ebenso verhält es sich mit den Thälern, deren vereinigte Hälften beide entweder fallen oder steigen.

4. Erregung und Verbreitung des Schalls in Flüssigkeiten.

Auch in tropfbaren Flüssigkeiten lassen sich Töne erzeugen, wie folgender Versuch zeigt. In einem weiten und tiefen Gefäß wird eine Syrene befestigt, diese mit einer vier Meter hohen, unten horizontal gebogenen, mit einem Hahn versehenen Röhre in Verbindung gesetzt, und hierauf in das Gefäß Wasser gegossen, bis die Syrene ganz damit bedeckt erscheint. Läßt man nun in die Röhre aus einem höher liegenden Reservoir Wasser eintreten und öffnet den Hahn, so versetzt das durch die Oeffnungen der Platte hervordringende Wasser die Syrene in eine drehende Bewegung. Man hört dabei einen bestimmten Ton, der offenbar davon herrührt, daß der Wasserstrom bald aus den Oeffnungen tritt, bald zurückgehalten wird und so rasch aufeinander folgende Stöße auf das Wasser ausübt, in ähnlicher Weise, wie sie durch einen Luftstrom auf die äußere Luft ausgeübt werden. Der Ton erscheint desto höher, je größer die Geschwindigkeit ist, mit welcher das Wasser aus den Oeffnungen der Syrene tritt.

Man kann ferner, wie zuerst Cagniard Latour gethan, eine Pfeife mittelst eines Kaoutschouckbeutels, der mit einer Flüssigkeit angefüllt ist, unter derselben Flüssigkeit anblasen. Man findet so, daß die Pfeife in verschiedenen Flüssigkeiten verschiedenartig ertönt und daß der Ton sich nicht nach dem specifischen Gewichte der Flüssigkeiten richtet. Denn Alcohol z. B. gibt einen tieferen Ton als Wasser, dessen Ton höher liegt, als der trompetenartige Ton des Quecksilbers.

Um tönende Schwingungen in tropfbaren Flüssigkeiten hervorzubringen, hat Wertheim in neuester Zeit nachstehenden Apparat gebraucht. Der Apparat besteht aus einem Behälter für die Flüssigkeit, einer Orgelpfeife, einer Pumpe, einem Behälter mit Luft und einem dazu gehörigen Manometer. Der Behälter A für die Flüssigkeit ist ein aus Zinkblech gearbeiteter Cylinder von 52 Cent. Höhe mit einem darauf sitzenden kleinen Bassin. Durch Löthung ist er auf der horizontalen

Fig. 60.

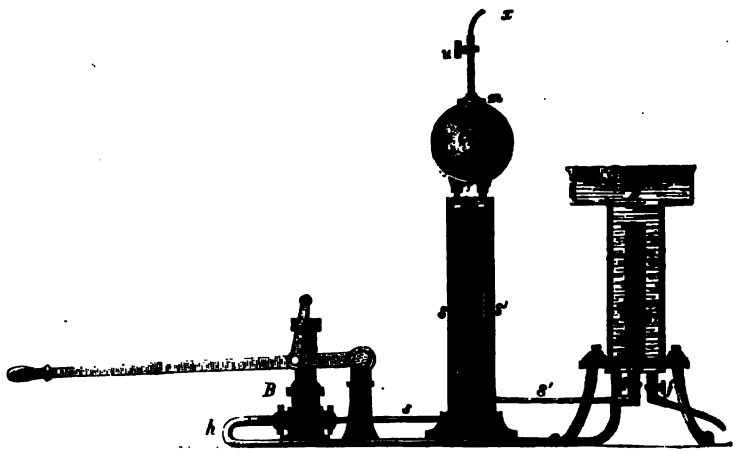


Fig. 60a.

messingenen Platte befestigt, welche die untere Oeffnung des Cylinders verschließt. Die Bodenplatte hat in der Mitte eine Oeffnung c, auf welche die Orgelpfeife geschraubt wird, die sowohl von der Flüssigkeit umgeben, als mit ihr gefüllt ist. — Die Fig. 60a stellt diese Pfeife dar, die aus drei Stücken zusammengesetzt ist. Das erste Stück besteht aus der Schraube c, dem Mundloch und dem ersten Drittel der Länge; es endigt mit dem Schraubengange h. Die beiden Lippen des Mundlochs bestehen aus zwei Platten d und e, die mit Hülfe der beiden Bänder ff in der Entfernung festgemacht werden, welche zur Erzeugung des Tones am geeignetsten ist. Die beiden andern Stücke dienen dazu, die Länge der schwingenden Säule zu verdoppeln oder zu verdreifachen. Der Deckel k, welcher sich auf jedes Stück schrauben läßt, verwandelt die offene Pfeife in eine gedeckte. — Die Pumpe B saugt durch die Röhre h Wasser aus dem Behälter A und treibt es durch das Steigrohr S in den Behälter C. Dieser kupferne Behälter von 20 Cent. im Durchmesser hat oben eine Oeffnung verschlossen durch eine Platte m mit einer Tubulatur zur Aufnahme der Verbindungsröhre x, die zu einem Manometer führt. Die aus dem Behälter C tretende Flüssigkeit wird durch die Röhre s' in das Mundstück getrieben. Die Hähne t und u dienen zur Herstellung oder Unterbrechung der Communication.

zwischen dem Flüssigkeitsbehälter und Luftbehälter, zwischen diesem letztern und dem Manometer; mittelst des Hahnes f entleert man den Apparat. Durch gehörige Regulirung der Geschwindigkeit im Pumpen ist man im Stande, den Druck auf gleicher Höhe zu erhalten, denselben zu vergrößern oder zu verkleinern.

Die Resultate, zu denen Wertheim mit Hülfe dieses Apparats gelangt ist, sind folgende:

1) In tropfbaren Flüssigkeiten kann man von einer Pfeife, wenn man den Druck gehörig abändert, nicht bloß ihren Grundton, sondern auch eine große Anzahl ihrer harmonischen Töne erhalten.

2) Die Töne einer und derselben Wassersäule befolgen in offenen Pfeifen die Reihe der natürlichen Zahlen 1, 2, 3.

3) Die Druckkräfte, die man bei einer mit Flüssigkeit gefüllten Pfeife anwenden muß, damit sie ihre harmonischen Töne gebe, verhalten sich zu einander wie die Quadrate der Ordnungszahlen der entsprechenden Töne.

4) Die Schwingungszahlen von Wassersäulen verschiedener Länge verhalten sich nahe umgekehrt wie diese Längen.

Das Wasser ist die einzige tropfbare Flüssigkeit, bei welcher die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls auf directem Wege bestimmt worden ist. Colladon und Sturm haben dies zuerst in dem Genfersee gethan, indem sie an dem einen Ende desselben einen Schall erzeugten und dann die Zeit zählten, welchen er gebrauchte, um sich im Wasser auf eine Entfernung von 4 franz. Meilen fortzupflanzen. Der Schall wurde vermittelst einer großen an einem Fahrzeuge aufgehangenen und in das Wasser getauchten Glocke hervorgebracht. In dem Augenblick, wo der Hammer auf die Glocke fiel, wurde zugleich Feuer auf einen Pulverhaufen gehalten, wodurch man ein Lichtsignal erhielt, welches den Augenblick des Entstehens des Schalls bezeichnete. Um den im Wasser fortgepflanzten Schall gehörig wahrzunehmen, bedienten sich die beiden Physiker einer hohlen cylindrischen Röhre von Eisenblech, welche bis auf eine kleine am obern Theile befindliche Oeffnung, an die das Ohr gelegt wurde, verschlossen war. Die nach unten sich erweiternde Röhre war an ihrem untern Ende durch eine elastische Scheibe von Blech verschlossen. Die Schwingungen des Wassers theilten sich der elastischen Scheibe mit, welche sie ihrerseits an die in der Röhre befindliche Luft übertrug, durch deren Vermittelung sie zu dem am oberen Ende gehaltenen Ohre gelangten. — Durch eine Reihe genauer Versuche fanden auf diese Weise Colladon und Sturm, daß der Schall sich durch das Wasser in einer Secunde um 1435 Meter fortpflanzt.

Sie unterschieden zwei Laute, von denen der erste durch das Wasser anlangend, kürzer ist und weniger intensiv erscheint, als der durch die Luft gehörte. In größerem Abstande aber ist der erste intensiver als der letztere, und bei großen Entfernungen bleibt jener noch hörbar, wenn der in der Luft fortgepflanzte Schall aufhört vernehmbar zu sein. — Aus den Versuchen schien auch hervorzugehen, daß im Wasser die seitliche Ausbreitung des Schalles geringer sei, als in der Luft; denn eine zwischen dem Erregungspunkte des Schalles und dem Orte des Hörens befindliche feste Scheidewand schwächte den Schall im Wasser mehr als in der Luft. — Bemerkenswerth war noch der Umstand, daß eine anderweitige Bewegung im Wasser auf die Fortpflanzung des Schalles in demselben keinen Einfluß hatte: denn an einem Tage, wo der See so unruhig war, daß die Boote kaum festgehalten werden konnten, fand man die Stärke und die Geschwindigkeit des Schalles unverändert.

Um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Flüssigkeiten zu berechnen, hat La Place die Formel $u = \sqrt{\frac{g}{\beta}}$ aufgestellt, wo g die Erdacceleration, u die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, und β die Verkürzung bezeichnet, welche eine Flüssigkeitssäule von 1 Meter Länge in einer unelastischen Röhre unter einem ihrem Gewichte gleichen Druck erfährt. Diese Größe ist leicht zu bestimmen, wenn man die Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeit durch den Druck einer Atmosphäre kennt. Durch einen solchen Druck wird nun das Wasser um 47,85 Millionstel seines Volumens zusammengedrückt, d. h. eine 1 Meter lange Wassersäule in einer unelastischen Röhre um 47,85 Milliontel Meter durch den Druck einer Atmosphäre zusammengedrückt. Der Druck einer Atmosphäre entspricht aber einem Queckſilberdruck von 0,76 Meter und dem Druck einer Wassersäule von 10,2934 Meter; eine Wassersäule von 1 Meter Höhe würde demnach eine Verkürzung von $\frac{0{,}00004785}{10{,}2934}$ oder 0,0000046486 Metern hervorbringen. Substituirt man diesen Werth von β in die obige Formel, so bekommt man für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Wasser 1453 Meter in der Secunde, welche Zahl von der auf directem Wege gefundenen nur wenig abweicht. Nach der Formel $u = \sqrt{\frac{9{,}8088 . 0{,}76 . 13{,}596}{\delta\beta}}$, wo u die Schallgeschwindigkeit in der Flüssigkeit, δ die Dichtigkeit derselben, β die cubische Zusammendrückbarkeit unter dem Drucke von einer Atmosphäre bezeichnet, ist die Schallgeschwindigkeit noch für nachstehende Flüssigkeiten berechnet worden:

Flüssigkeiten.	Dichtigkeit.	Zusammendrückbarkeit.	Schallgeschwindigkeit.
Aether . . .	0,7529	0,0001002	1259
Alcohol . . .	0,7960	0,0000947	1159
Terpentinöl .	0,8622	0,0000800	1212
Quecksilber . .	13,596	0,0000033	1484.

Berechnen wir dagegen die Schallgeschwindigkeit u in Flüssigkeiten nach der Formel $u = 2 . l . n$, wo l die Länge einer offenen Pfeife und n die Schwingungszahl eines Tons darstellt, wie solche die Beobachtung bei den von Wertheim angestellten Versuchen gibt; so bekommen wir für die Geschwindigkeit des Schalls im Wasser, wenn wir erwägen, daß eine offene Pfeife von 0,52 Meter Länge einen Ton von 1094 Schwingungen lieferte, 2 . 0,52 . 1094 oder 1173 Meter. Nach diesem Versuche zu schließen, ist also die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in tropfbaren Flüssigkeiten, wenn derselbe sich nach allen Seiten ausbreiten kann, größer als in dem Falle, wo er sich nur nach einer bestimmten Richtung fortpflanzt, und zwar verhält sich im Wasser die erstere zur zweiten wie 1435 : 1173, oder wie $\sqrt{3} : \sqrt{2}$, weil 1435 : 1173 nahezu wie $\sqrt{3} : \sqrt{2}$.

Nehmen wir an, daß dieses Gesetz für alle übrigen Flüssigkeiten Gültigkeit behält; so können wir aus der Schallgeschwindigkeit in einer Säule die Geschwindigkeit in einer unbegrenzten Masse der Flüssigkeit berechnen. Wertheim erhielt z. B. aus seinen Versuchen für die Schallgeschwindigkeit in einer Alcoholsäule 947 Meter, welche Zahl mit $\sqrt{\frac{3}{2}}$ multiplicirt 1159,8 gibt und mit derjenigen, wie sie die Compressionsversuche geben, so genau übereinstimmt, als man es nur erwarten kann. Eine ähnliche Uebereinstimmung hat Wertheim bei den übrigen Flüssigkeiten wahrgenommen, woraus er folgert, daß man sich der Zusammendrückbarkeiten der Flüssigkeiten bedienen könne, um die Schallgeschwindigkeit in einer unbegrenzten Masse derselben mit der erwünschten Genauigkeit zu bestimmen.

Indem wir im Begriffe stehen, zu der zweiten Abtheilung unseres Buches, nämlich zur Lehre vom Licht überzugehen, wollen wir uns es nicht versagen, einige der bemerkenswertheren in diesen Abtheilungen aufgeführten Thatsachen am Schlusse derselben nochmals in gedrängter Kürze uns vorzuhalten, namentlich derjenigen unter ihnen, welche auf dem zu bearbeitenden Felde gewissermaßen als Anhaltspunkte gelten können. Die Phänomene der Wellenbewegung fester, tropfbarer und

ausdehnſamer Körper ſtimmen im Weſentlichen mit den Erſch
überein, die dem Schalle als Grundlage dienen und denſelben v
helfen. Nur gibt uns das Ohr keine Auskunft mehr über jene
bewegungen, wenn ſie nicht mit einer gewiſſen Geſchwindigkeit
gehen. Dieſelben Umſtände, welche die bewegten Waſſerwell
oder jene Stelle eines ſchwingenden Seiles zur Ruhe beſtimm
zeugen Stille im Reiche des Tones. Die Geſchwindigkeit, m
die urſprünglich erregte Schwingung fortſchreitet, hängt von
gebenden Medium ab, mögen die Schwingungen zur Klaſſe
gehören oder nicht. Wenn wir darum verwandte Vorgänge
Lichterſcheinungen antreffen, ſo dürfen wir uns wohl veranlaß
ein ätheriſches Element oder einen Aether anzunehmen, dur
Vermittelung die Lichtſchwingungen zu dem Auge kommen,
Schallbebungen durch die Luft zum Ohr gelangen. Auf ſol
hätten wir dann in der Optik eine ähnliche dreifache Aufgab
der Akuſtik zu löſen, nämlich zu unterſuchen, einmal: wie ſch
leuchtende Körper, dann: wie pflanzen ſich dergleichen Schw
in dem Aether fort, und endlich: wie verhält ſich dabei das
in uns die Lichtempfindung hervorzurufen. An verſchiedenen
des Buches werden dieſe Fragen mehr oder weniger ihre Beam
erhalten, wie gerade die Natur der Sache es mit ſich bringt
experimentirende Beobachtung es erheiſcht. Wir werden uns
auf dem einen Gebiete gewonnenen Anſchauungen als Hülfsm
dienen, um uns auf dem andern zu orientiren; es iſt dies ei
gemäßer Gang, den wir in der Akuſtik ebenfalls eingehalten

Zweite Abtheilung.

Die Lehre vom Licht. (Optik.)

Erster Abschnitt:

Von den Eigenschaften des Lichtes, wie sie größtentheils bis zur Entdeckung der Interferenz und Polarisation bekannt waren.

I. Erscheinungen, welche von der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes abhängen (Orthoptik).

1. Geradlinige Fortpflanzung des Lichtes.

Mit dem Worte Helligkeit bezeichnen wir im Allgemeinen jenen eigenthümlichen Zustand der Körper, in welchem sie für unser Auge sichtbar werden. Die Helligkeit läßt mannigfaltige Abstufungen zu; geringere Grade derselben nennen wir Dunkelheit, dagegen Finsterniß die gänzliche Abwesenheit davon. Der objective Grund der Helligkeit wird Licht genannt. Körper, welche die Ursache ihrer Sichtbarkeit in sich selber tragen, heißen selbstleuchtende; dagegen beleuchtete diejenigen, welche zu ihrer Sichtbarkeit der Gegenwart eines leuchtenden bedürfen. Von den beleuchteten Körpern, welche man auch nachleuchtende nennen könnte, sagt man gewöhnlich: sie empfangen bloß das Licht, während die selbstleuchtenden es aussenden. Selbstleuchtende Körper sind die Sonne, die Fixsterne, die brennenden und phosphorescirenden Körper. Der Mond, die Planeten und die meisten Gegenstände auf der Erde sind beleuchtete oder sogenannte dunkele Körper; sie werfen das von selbstleuchtenden Körpern erhaltene Licht zurück, werden dadurch sichtbar und auch wieder leuchtend. — Manche Körper lassen Lichtwirkungen, welche außer ihnen stattfinden, durch sich hindurchgehen, hindern also die Sichtbarkeit eines Gegenstandes nicht, wenn sie zwischen demselben und dem Auge sich befinden: man nennt sie durchsichtig, wie z. B. Luft, Glas. Andere hemmen gänzlich die Lichtwirkungen, d. h. lassen das auf sie fallende Licht in keiner Weise durch sich hindurchgehen: sie werden undurchsichtig genannt, wie

z. B. Holz, Metalle. Es gibt auch Körper, welche das Licht in einem schwachen Grade durchlassen: man nennt sie **durchscheinende**, wie z. B. dünnes Papier, mattgeschliffenes Glas. Im Uebrigen ist kein Körper weder absolut durchsichtig, noch absolut undurchsichtig, weil der durchsichtigste in dicken Schichten undurchsichtig wird, sowie der undurchsichtigste in dünnen Schichten wieder bis zu einem gewissen Grade durchscheinend ist.

Der Raum, in welchem die Lichtwirkung sich fortpflanzt, wird in der Optik gewöhnlich *Mittel* genannt, möge dieser Raum mit Materie, wie z. B. Luft oder Wasser erfüllt, oder von solcher ganz leer sein. In einem homogenen Mittel geht die Wirkung des Lichtes stets in gerader Richtung vor sich. Diesen Satz hat man der Thatsache entnommen, daß ein Punkt eines hellen Gegenstandes nicht mehr sichtbar ist, wenn die von jenem Punkt zum Auge gehende gerade Linie durch einen undurchsichtigen Körper unterbrochen wird. Die geradlinige Fortpflanzungsweise des Lichtes sieht man recht auffallend, wenn man directes Sonnenlicht durch eine kleine Oeffnung in ein dunkeles Zimmer eintreten läßt und darin etwas Staub erregt. Eine solche Art der Fortpflanzung tritt auch deutlich zu Tage, wenn man ganz feine Metallfäden parallel neben einander und in der nämlichen Ebene ausspannt, indem ein in dieser Ebene weit hinter den Fäden liegender Lichtpunkt für das in der Ebene der Fäden befindliche Auge des Beobachters unsichtbar wird, aber sofort sichtbar ist, so wie sich das Auge ein wenig aus dieser Ebene entfernt.

Jede von einem leuchtenden Punkt ausgehende gerade Linie heißt ein *Lichtstrahl*, weil in ihren verschiedenen Punkten, insofern kein Hinderniß entgegentritt, die Wirkung des Lichtes erfolgt. Ein leuchtender Punkt sendet Lichtstrahlen nach allen Seiten aus; ein dunkeler demselben gegenüberstehender Körper empfängt darum, wenn kein undurchsichtiger es verhindert, einen Lichtkegel, welcher jenen Punkt zur Spitze hat und dessen Seitenfläche gedachten Körper ringsum berührt. Bei dem Act des Sehens kommt also von jedem Punkt des betrachteten Gegenstandes in das Auge ein Strahlenkegel, dessen Basis die Pupille ist und an dessen Spitze wir nach geschehenem Eindrucke den entsprechenden Punkt des Gegenstandes versetzen.

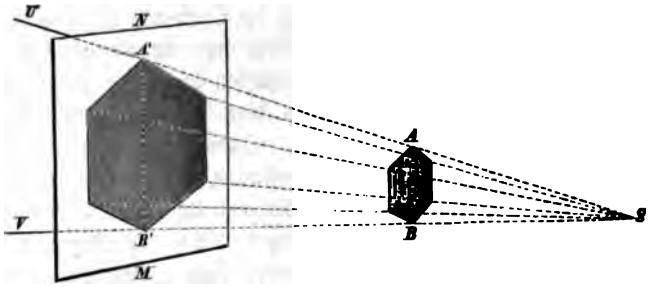
Durch die Lichtstrahlen können auch Bilder von den Gegenständen, von welchen sie ausgehen, erzeugt werden. Man denke sich in dem Fensterladen eines wohl verfinsterten Zimmers eine kleine Oeffnung gemacht und derselben eine weiße Tafel gegenübergestellt. Aus jedem Punkte eines außerhalb des Zimmers befindlichen erleuchteten Gegenstandes gehen nun nach allen Richtungen Lichtstrahlen aus, unter denen

einige durch die Oeffnung in das Zimmer gelangen und so auf die gegenüberstehende Wand fallen. Ist nun die Oeffnung hinlänglich klein, so wird von jedem Punkte des Gegenstandes nur ein einziger Lichtstrahl oder nur ein sehr dünnes Bündel Lichtstrahlen durch die Oeffnung zur Wand gelangen und an der Stelle, wo dies geschieht, ein Bild von dem entsprechenden Punkt hervorbringen. Indem auf solche Weise von jedem einzelnen Punkte des vor der Oeffnung befindlichen leuchtenden Gegenstandes ein Bild entsteht, wird dann von dem ganzen Gegenstande ein Bild auf der weißen Tafel hervorgehen. Die Abbildung wird in Bezug auf den Gegenstand in umgekehrter Lage erscheinen, weil die von den einzelnen Punkten des Gegenstandes herkommenden Lichtstrahlen beim Hindurchgehen durch die Oeffnung sich kreuzen. Hat die Oeffnung am Fensterladen eine merkliche Ausdehnung, so daß von jedem Punkte des beleuchteten Gegenstandes Lichtbündel von bedeutender Dicke hindurchfallen können; so wird jedes dieser Lichtbündel einen größeren Raum auf der Wand einnehmen, wodurch die Bilder der einzelnen Punkte zum Theil übereinander fallen und nicht mehr hinlänglich scharf von einander getrennt sind. Wir sehen aus diesem Versuche mit der optischen Kammer, daß die Deutlichkeit der Bilder desto größer wird, je kleiner der Raum ist, in welchem die von einem Lichtpunkte ausfahrenden Strahlen sich vereinigen; ferner, daß zur Erzielung einer befriedigenden Deutlichkeit für unser Auge es nicht gerade nothwendig ist, daß jeder Punkt im Gegenstande durch einen Punkt im Bilde wiedergegeben wird, sondern eine gewisse Annäherung an die geometrische Schärfe dazu schon hinreichend ist.

2. Vom Schatten und der Perspective.

Fallen die von einem Lichtpunkte kommenden Strahlen auf einen undurchsichtigen Körper, so wird dieser erleuchtet, hinter ihm aber entsteht ein lichtloser Raum, den man Schatten nennt. Die Begrenzung des Schattenraumes beruht auf der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes, weßhalb sie für jeden besondern Fall auf geometrischem Wege ermittelt werden kann, wie aus der Betrachtung nachstehender einfacher Beispiele zu ersehen ist. — Es sei S ein leuchtender Punkt und AB ein undurchsichtiger Körper. Zieht man von S gerade Linien, welche den Rand des undurchsichtigen Körpers streifen, wie SA, SB; so ist UABV der Raum, in welchen von S kein Licht unmittelbar gelangen kann, mithin der Schatten. Wird dieser pyramidenförmige Schattenraum durch eine Fläche MN durchschnitten, so erscheint das Stück A'B' derselben lichtlos, die angrenzenden Räume A'N und B'M aber erleuchtet; es ist also A'B' der Schatten, welchen der Körper AB auf die Fläche

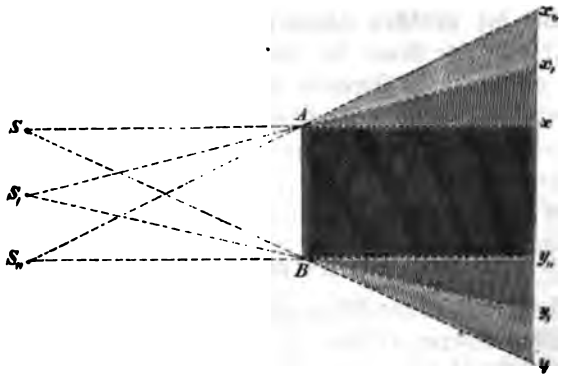
Fig. 61.



MN wirft. Der Durchschnitt des Schattenraumes eines dunkeln K pers mit einer undurchsichtigen Fläche wird gewöhnlich Schlagschat genannt; er ist gleichsam die Abbildung des Schattens des dun Körpers auf der entgegengehaltenen Fläche.

Besteht der leuchtende Körper aus mehreren leuchtenden Pun S, S', S"..., wie es in der Wirklichkeit stets stattfindet, und ist

Fig. 62.

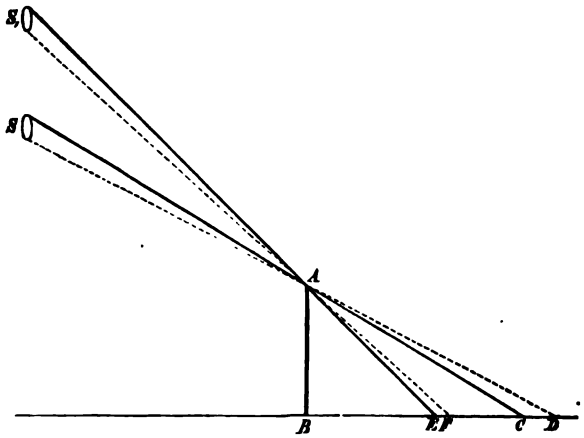


eine undurchsichtige Linie, so ist xABy der Raum, in welchen vo kein Licht gelangt; deßgleichen x'ABy' der Raum, in den von S' Licht kommt; ferner x"ABy" der Raum, in welchen von S" kein L eindringt. Indem diese Schattenräume sich theilweise decken, n hinter der undurchsichtigen Linie ein völlig lichtloser Raum xAy entstehen; er heißt Kernschatten und ist desto kleiner, je mehr L aussendende Punkte vorhanden sind. An diesen Raum schließt sich nächst ein Raum, der von einem leuchtenden Punkt Licht empfä hierauf erscheint ein zweiter, der von zwei Lichtpunkten, und dann derjenige, der von allen drei Lichtpunkten erleuchtet wird. Die Rä xAx' und yBy", zu welchen nur von einigen Lichtpunkten Stra

ngen, machen den sogenannten Halbschatten des undurchsichtigen enstandes A B aus. In Folge der räumlichen Ausdehnung der tquelle wird also hinter einem jeden undurchsichtigen Körper, der derselben Licht empfängt, ein Kern- und ein Halbschatten sich bilden, her letztere durch allmählige Abstufungen in die volle Beleuchtung geht.

Die Länge des Schattens ändert sich mit der Lage des leuchtenden pers gegen den beleuchteten. Ist nämlich A B ein verticaler undurch-

Fig. 63.

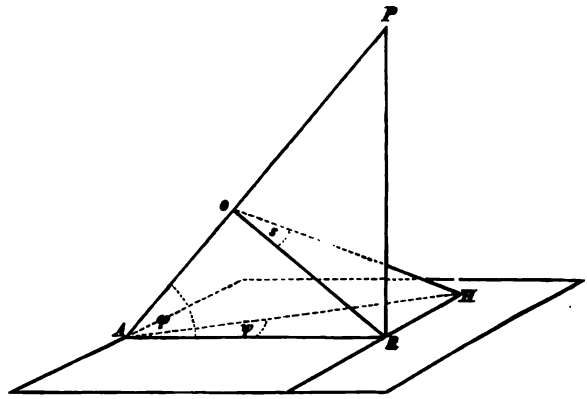


iger, von den Sonnenstrahlen erleuchteter Gegenstand, so wird sich n niedrigen Stand der Sonne in S der Kernschatten von der Länge und bei dem höheren in S' von der Länge B E darstellen. Man t daraus, warum die Schatten am Morgen und gegen Abend lang, Mittagszeit kurz sind; warum sie selbst im Winter zur Mittagszeit jer, im Sommer kürzer als im Frühjahr oder im Herbst erscheinen. len die Sonnenstrahlen senkrecht auf den Horizont, wie es in den penländern an gewissen Tagen zu Mittag der Fall ist; so kann der icale Gegenstand keinen Schatten werfen. — Jederzeit wird die : des Schattens eine Aenderung erleiden, wenn der leuchtende und uchtete Körper ihre Stellung gegeneinander ändern. So sieht man Schatten einer vom Winde bewegten Wolke über die Fluren hin- n und dem Beobachter, den die Wolke erreicht, den Anblick der me entziehen, während ein Anderer, der außer den Grenzen des attens sich befindet, noch von ihr beschienen wird.

Auf der Bewegung des Schattens eines undurchsichtigen Gegen- des in Folge des sich ändernden Sonnenstandes beruht die Ein- ung der Sonnenuhren. Ein mit der Erdachse parallel gestellter

geradliniger Stab wird nämlich, wenn er von der Sonne beſchie
auf der der Sonne entgegengeſetzten Seite einen Schatten werfe
auf einer auf dieſer Seite ſtehenden Fläche, an welcher jener S
der erwähnten Lage befeſtigt iſt, zu derſelben Tagesſtunde imme
ſelbe Stelle einnehmen wird. Wie nun die Lage des Schatten
Stabes auf einer Fläche, wenn dieſe Fläche und der in ihr in ge
Lage befeſtigte Stab gegeben iſt, für jede Tageszeit beſtimmt wird,
im Allgemeinen die Gnomonik oder die Wiſſenſchaft von der Conſtr
der Sonnenuhren. Hier wollen wir nur die Horizontaluhr näh
trachten, deren Schattenlinien auf einer horizontalen Ebene
Es ſei AP der in der Ebene des Meridians RAP befindliche

Fig. 64.



welcher gegen die Mittagslinie AR um den Winkel RAP = φ
iſt, wo φ die Polhöhe oder die geographiſche Breite des Or
welchem die Uhr aufgeſtellt wird, bezeichnet; ferner RH die S
ſchnittslinie des Horizonts mit der durch den Punkt O auf die Ri
des Stabes ſenkrecht gelegten Ebene. Es iſt alſo ARH = A
= ORH = 90°. Für irgend einen Stundenwinkel ROH = s der
iſt AH die Schattenlinie. Nennt man Ψ den Winkel RAH der Sc
linie AH mit der Mittagslinie AR, ſo hat man

$$RH = OR \text{ tang } s \text{ und } RH = AR \text{ tang } \Psi,$$

woraus

$$\text{tang } \Psi = \frac{OR}{AR} \text{ tang } s.$$

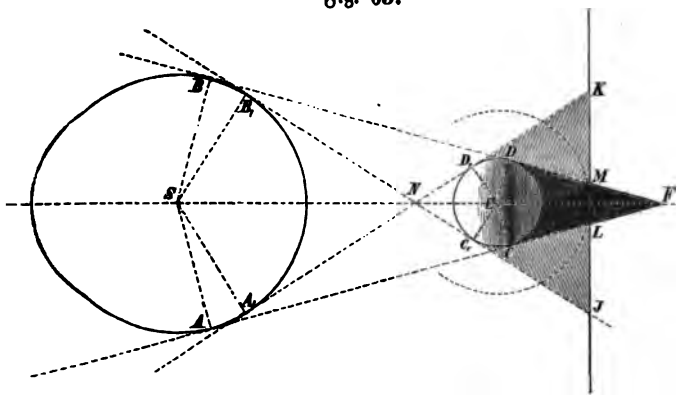
Aber $\sin \varphi = \frac{OR}{AR}$, folglich $\text{tang } \Psi = \sin \varphi \text{ tang } s$,

d. h. die Tangente des Winkels der Schattenlinie AH mit der M
linie AR iſt für jeden gegebenen Stundenwinkel der Sonne gl
Tangente dieſes Stundenwinkels multiplicirt mit dem Sin
geographiſchen Breite des Orts, für welchen man die Sonnenu

chten will. Hat man so den Winkel R A H für jede einzelne Stunde rechnet, so wird man ihn diesseits oder jenseits von der Mittagslinie f die Horizontalebene auftragen, um die Sonnenuhr zu vollenden.

Die Lehre vom Schatten kommt nicht nur bei Beleuchtungen auf serer Erde, sondern auch bei Beleuchtungen im Himmelsraume in tracht, von denen die Mond- und Sonnenfinsternisse hier kurz her- gehoben werden mögen. Es sei S der Mittelpunkt der leuchtenden

Fig. 65.

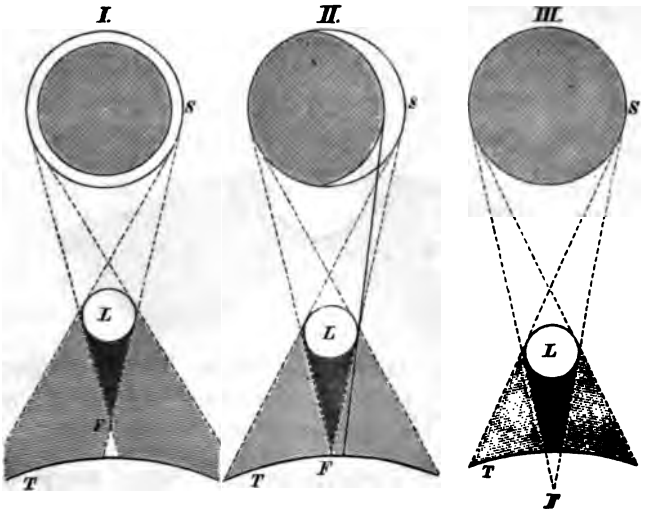


nne, E der Mittelpunkt der von derselben erleuchteten kugelförmigen e. Ziehen wir zu den Kreisen, in welche beide Kugeln von einer ch ihre Mittelpunkte gelegten Ebene geschnitten werden, die zwei einschaftlichen äußeren Tangenten A C und B D, welche verlängert, dem Punkte F zusammentreffen, und denken uns dann die beiden eise sammt ihren Tangenten um die Linie S E F herumgedreht; so rden die beiden Kreise die ihnen entsprechenden Kugeln, die Tan- nten aber einen Kegel beschreiben, dessen Scheitel in F liegt. Es ist m leicht einzusehen, daß der Kegel D C F der Kernschatten der Kugel ist, dessen Länge E F aus der Aehnlichkeit der Dreiecke S B F und E F sich bestimmen läßt; man findet $EF = \frac{ra}{R-r}$, wo R = B S, = D E und S E = a. — Bekanntlich lassen sich zu den zwei Kreisen ch noch zwei innere Tangenten B'C' und A'D' ziehen; diese Tan- nten begrenzen den Halbschatten der Kugel E, der ebenfalls ein Kegel , dessen Scheitel N zwischen die beiden Kugeln fällt. — Der Halb- sser R der Sonne ist nun gleich 112 r, wo r den Erdhalbmesser eichnet; ferner der Abstand a des Mittelpunktes der Sonne von n der Erde gleich 23984 r; mithin die Länge des Kernschattens der de = 216 r, während die Distanz des Mondes von der Erde im

Mittel nur 60 Erdhalbmesser beträgt. Der Mond kann also be
Umlauf in seiner Bahn um die Erde in ihren Kernschatten
und so verfinstert werden. Bevor der Mond den Kernschatten e
muß er zuerst durch den Halbschatten gehen, was daran erkennba
daß anfänglich der volle Mond auf seiner östlichen Seite sich mit
grauen, nach und nach immer dunkler werdenden Schatten üb
bis beim Eintritte in den Kernschatten auf dieser Seite eine v
mene Verfinsterung sich einstellt. — Eine Mondfinsterniß kan
zur Zeit des Vollmondes stattfinden. Allein nicht bei jedem Vo
tritt eine Mondfinsterniß ein, weil die Ebene der Mondsbahn
die Ebene der Ekliptik um mehr als 5 Grade geneigt ist, mi
sich ereignen kann, wie dies auch meistens der Fall ist, daß z
der Opposition der Mond soweit von der Ekliptik absteht, daß
weder über oder unter dem Erdschatten vorübergeht, wo dann
licherweise keine Mondfinsterniß stattfindet. In einer der Dist
Mondes vom Erdmittelpunkt gleichen Entfernung ist der Durc
des Erdschattens gleich 0,72 Erddurchmessern oder gleich 2,9
durchmessern, woraus, wenn der Mond in dem Moment der
sition der Ekliptik hinlänglich nahe gekommen ist, die Möglichke
totalen Mondsfinsterniß erhellet, bei welcher sich der Mond ga
gar in den Kernschatten der Erde einsenkt und dadurch auf ei
lang alles Lichtes von der Sonne beraubt wird. Dagegen w
Finsterniß nur eine partiale werden, wenn der Mond zur Z
Vollmondes so weit von seinem auf- oder niedersteigenden Knot
fernt ist, daß nur ein Theil der Mondsscheibe in den Erdschatte

Die Sonnenfinsternisse treten ein, wenn die Erde durch den
schatten geht, was nur geschehen kann, wenn der Mond zwisch
Erde und der Sonne steht, mithin nur zur Zeit des Neumond
auch nur dann, wenn der Mond in der Nähe der Erdbahn sich b
Die Länge des Kernschattens vom Monde kommt ohngefähr
Entfernung von der Erde gleich, so daß in Folge der Ungleic
in der Bewegung des Mondes um die Erde die Spitze seines
schattens bald unter die Erdoberfläche hinausgeht, bald sie nur
trifft, bald in einigem Abstand von ihr entfernt bleibt. Die S
finsterniß ist eine totale, wenn in der Mitte ihres Verlauf
Sonne gar nicht mehr gesehen wird; sie findet für diejenigen
der Erde statt, welche in den Kernschatten des Mondes treten
Sonnenfinsterniß heißt eine partiale, wenn während ihres Ve
immer nur die eine Seite der Sonne verfinstert erscheint; sie
sich an solchen Orten der Erdoberfläche, welche in dem Halb
des Mondes liegen. Die Sonnenfinsterniß ist eine ringfö

Fig. 66.

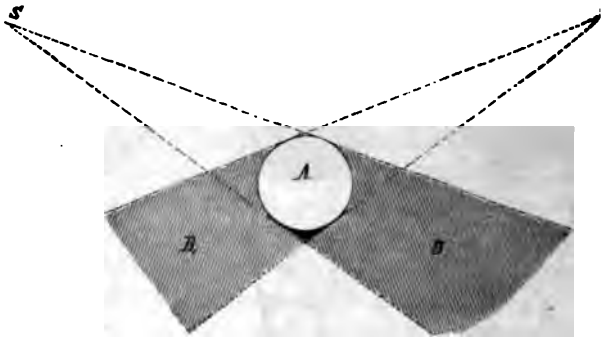


wenn in der Mitte ihres Verlaufes die Sonne nur als ein heller Ring gesehen wird; sie findet statt, wenn der scheinbare Durchmesser des Mondes kleiner ist als jener der Sonne.

Der Anfang und das Ende der Mondsfinsterniß erfolgt für alle Orte der Erde, an denen überhaupt das Phänomen sichtbar ist, in demselben Augenblicke, weil hier in der That der Mond seines Lichtes beraubt wird. Nicht so verhält es sich bei einer Sonnenfinsterniß. Sie beginnt und endet nicht zu gleicher Zeit an allen Orten, wo sie beobachtet wird, weil der Mondsschatten sich mit dem Monde in der Richtung von West nach Ost bewegt, mithin die westlichen Gegenden der Erdoberfläche früher als die östlichen von dem Mondsschatten überzogen werden. Während eine Mondsfinsterniß an allen Orten, für welche der Mond über dem Horizont sich befindet, ganz den gleichen Anblick darbietet, muß bei der Sonnenfinsterniß auf den Stand des Beobachters Rücksicht genommen werden; sie kann an einem Ort eine totale, in benachbarten Gegenden nur eine partiale, in entfernteren gar nicht vorhanden sein.

Der Schatten erscheint durch Contrast desto dunkeler, je stärker die Beleuchtung des angrenzenden Raumes ist; daher wird dem stärksten Lichte der dunkelste Schatten entsprechen. Am Tage nehmen wir eigentlich keine Kernschatten wahr, indem der Schatten eines Körpers von den benachbarten durch das Tageslicht erleuchteten Körpern eine Menge Licht empfängt, was die Entstehung des Kernschattens verhindert. Wird nämlich ein undurchsichtiger Körper A von mehreren leuchtenden Punkten

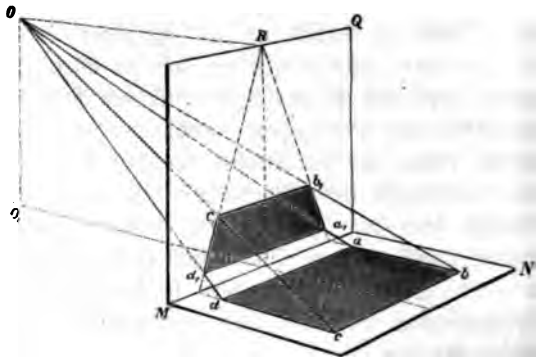
Fig. 67.



S und S' . . . erleuchtet, ſo wirft er einem jeden gegenüb Schatten, wie B und B': dieſe ſind aber bloße Halbſchatten, Schatten B von S' und der Schatten B' von S Licht erhält.

Auf der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes beruht Perſpective, d. h. diejenige Wiſſenſchaft, welche lehrt die ſtände auf einer Ebene ſo abzuzeichnen, wie aus einem Standpunkte betrachtet ſie wirklich uns erſcheinen. Um uns e lichſt klare Vorſtellung von der Entſtehungsart eines perſpe Entwurfes zu verſchaffen, denken wir uns daß die anfred

Fig. 68.

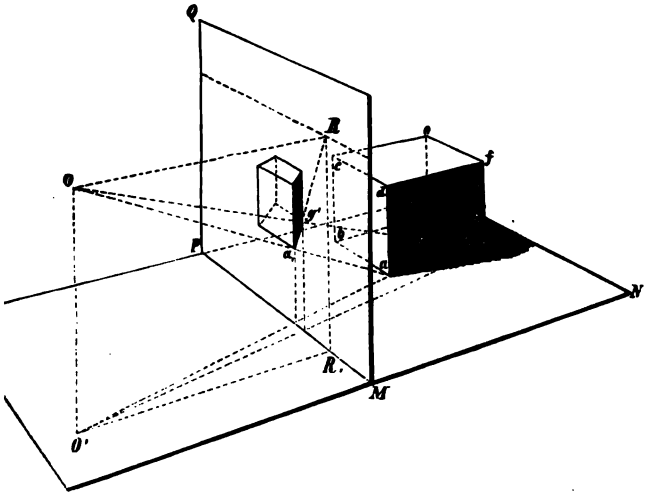


ebene Fläche MQ die Zeichnungstafel ſei, auf welcher das viſche Bild der in der horizontalen Ebene MN liegenden ger Figur, deren zwei Seiten ad, cb zu der Zeichnungstafel par und zwei andere ab, dc darauf ſenkrecht ſtehen, entworfen wer Die von den Eckpunkten a, b, c, d der abzubildenden Figur Auge O des Zeichners gehenden Lichtſtrahlen werden die du gedachte Zeichnungstafel in den Punkten a', b', c', d' durchbr

c'd' die geſuchte perſpectiviſche Abbildung iſt. In derſelben die Linien a'd', c'b' parallel zu einander laufen, dagegen die 'b', c'd' nach oben zu convergiren. — Denkt man ſich aus ge eine Linie lothrecht herabgefällt, welche die wagrechte ebene worauf die zum Abzeichnen beſtimmten Gegenſtände ſtehen, in nkte O' trifft; ſo heißt der letztere der Fußpunkt des Auges, Entfernung des Auges von der Objectivebene die Augenhöhe. nan ſich weiter aus dem Auge eine Linie OR ſenkrecht gegen fläche gezogen, ſo heißt der Punkt, wo jene Linie die Bildfläche er Augenpunkt, und die Diſtanz OR der Augenabſtand. nkt und Augenabſtand dienen alſo um den Ort des Auges zu n, von welchem man den perſpectiviſchen Entwurf zu betrachten mit ein richtiges und kein verzerrtes Bild entſtehe.

s über die perſpectiviſche Darſtellung eben Geſagte läßt ſich f irgend eine körperliche Form anwenden, wie nachſtehendes Beiſpiel zeigt. Es ſei wieder MN die Objectivebene, MQ

Fig. 69.

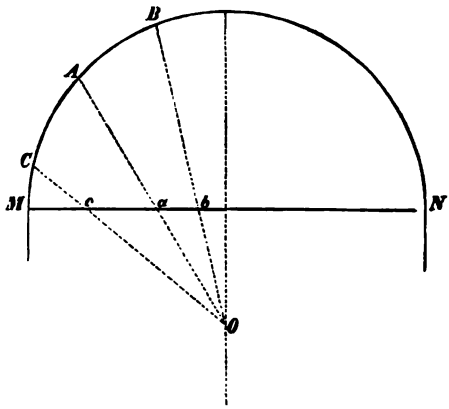


fläche, MP die Grundlinie des Bildes, d. h. der gegenſeitige mitt dieſer beiden Ebenen; O das Auge, R der Augenpunkt, OR der Augenabſtand. Es ſoll die perſpectiviſche Zeichnung rechten Parallelepipeds, deſſen vordere Seitenfläche a b c d mit fläche parallel läuft, auf derſelben entworfen werden. Be= wir zunächſt eine Kante des Körpers, z. B. die Kante a g. en Endpunkten gehen nach dem Auge die Lichtſtrahlen O a, O g, ie Bildflächen in a' und g' durchdringen, wonach ſich a'g' als

das perſpectiviſche Bild von a g ergibt. Auf ähnliche Weiſe w
man bei den drei anderen ſenkrechten Kanten des Körpers, w
die Bilder der acht Ecken deſſelben erhalten werden. Indem ma
die acht Punkte paarweiſe durch gerade Linien verbindet, wird di
ſpectiviſche Zeichnung des Körpers vollendet ſein.

Die unteren Theile eines an einem Gewölbe aufgetragene
mäldes müſſen ausgedehnter gezeichnet werden als die oberen,
ſie dem Auge, das die Zeichnung gleichſam als auf einer horiz
Tafel M N befindlich betrachtet, in richtigen Verhältniſſen erſ
ſollen. Die Bilder der gleich großen Bogen C A, A B ſtellen

Fig. 70.



Tafel ſich in a c, a b dar: ſind nun auch die Winkel A O C,
nach denen die Größe von A C und A B abgeſchätzt wird, ei
gleich, ſo fallen die Stücke a c und a b doch ungleich aus, weil
in dem Dreieck c O b der Winkel bei O halbirt wird, die Pro
c a : a b = c O : b O beſteht. Nun iſt aber c O > b O, mithi
c a > a b; woraus die Richtigkeit der Ausſage erhellt.

Man hat auch Bilder angefertigt, die dem in gewöhnliche
befindlichen Auge verzerrt erſcheinen. Dergleichen Bilder heißen
Anamorphoſen und ſind für eine ungewöhnliche Stellung des
gezeichnet worden, das die Zeichnung wieder in richtigen Verhäl
erkennt, wenn es ſolche von dem derſelben angemeſſenen Stand
aus betrachtet. Die wenigen angeführten Beiſpiele werden hinr
ſein, um einzuſehen, daß die Perſpective, welche auf die Fo
Körper Bezug hat und Linearperſpective heißt, zum Unterſchi
ſogenannten Luftperſpective, welche die Haltung der Farbentön
eine rein geometriſche Wiſſenſchaft iſt. Wenn auch die Verfahr

bei einem oder dem anderen perspectivischen Entwurfe sich ändert, so liegt doch bei allen eine und dieselbe Vorstellungsweise zu Grunde. Zwischen dem abzubildenden Gegenstand und dem Auge befindet sich die aufrechtstehende Bildfläche; von jedem sichtbaren Punkte des Umrisses des abzuzeichnenden Objectes geht nach dem Auge ein Lichtstrahl, welcher in seinem Durchschnitt mit der Bildfläche den entsprechenden Bildpunkt bestimmt. Indem dann die dergestalt gefundenen Punkte durch Linien gehörig verbunden werden, wird die perspectivische Abbildung des Umrisses vollendet sein.

3. Intensität der Beleuchtung.

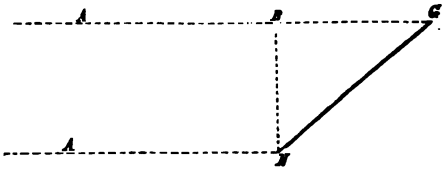
Denkt man sich von einem leuchtenden Punkt in einem und demselben homogenen Mittel Licht in gleicher Weise nach allen Seiten hin strahlenförmig auslaufend, so werden alle Punkte einer Kugelfläche, indem sie gleichzeitig von senkrecht auffallenden Strahlen getroffen werden, ebenmäßig erleuchtet erscheinen. Bei der Verbreitung des in geraden Linien fortgehenden Lichtes auf eine größere Kugelfläche wird diese ebensoviel Licht wie die vorhergehende kleinere erhalten, möge dasselbe aus Theilchen bestehen, welche von dem leuchtenden Punkte ausgeschickt werden, oder möge es von einer Kraft herrühren, die sich allmählig auf größere Entfernungen ausdehnt. Es verhalten sich aber die Kugelflächen ihrer Größe nach wie die Quadrate ihrer Abstände vom leuchtenden Punkte, mithin wird, da jede Fläche gleichviel Licht von dem leuchtenden Punkt empfängt, die Beleuchtungsstärke in verschiedenen Flächen, d. h. die auf eine gleiche Flächengröße kommende Lichtmenge in ihnen, den Kugelflächen selber umgekehrt proportional sein. Wir können also sagen, die Beleuchtungsstärke auf verschiedenen um den leuchtenden Punkt herumliegenden Kugelflächen ist dem Quadrat der Entfernung vom leuchtenden Punkte umgekehrt proportional. — Bezeichnet man mit i die Beleuchtungsstärke der Flächeneinheit bei dem Halbmesser = 1 und mit J jene bei dem Halbmesser r; so ist $J = \frac{i}{r^2}$. Die Größe i ist der Intensität des von dem leuchtenden Punkte ausgehenden Lichtes proportionirt, sie ist das Maß der Erleuchtungskraft desselben und wird dessen wirklicher Glanz genannt.

Ist die Kugelfläche vom leuchtenden Punkte außerordentlich weit entfernt und das ins Auge gefaßte erleuchtete Flächenstück verhältnißmäßig sehr klein, so können sämmtliche vom leuchtenden Punkte nach jenem Flächenstücke hingesendeten Lichtstrahlen als parallel unter sich angesehen werden. In diesem Falle nimmt aber gedachtes Flächenstück die Form einer Ebene an, auf welcher die Lichtstrahlen senkrecht auf-

fallenden Lichtstrahlen als parallel unter sich angesehen werden
selbst dann noch, wenn diese Strecke eine Ausdehnung von
Meilen hätte.

Fallen die parallelen Lichtstrahlen schief auf die Ebene
nimmt der Grad der Helligkeit im Vergleich zu dem, welcher
gegen diese Ebene senkrecht ankommenden Licht stattfindet, in d
lichen Verhältnisse ab, in welchem der Sinus des Neigungswi
auffallenden Strahlen gegen die Einheit abnimmt. Man denk
beleuchtete Ebene durch Ebenen, in denen sich die Lichtstrahle
wegen, in unendlich schmale Streifen zertheilt. Stellt NG ein

Fig. 71.



gegen das Licht geneigten Streifen dar, und denkt man sich
eine Ebene senkrecht auf die Richtung der Lichtstrahlen gelegt,
der Streifen NG von derselben Lichtmenge erleuchtet wie der
Durchschnitt NB. Der Grad der Helligkeit auf dem Str
wird also in dem Maße geringer, als NB kleiner als NG ist;
hat den bei senkrecht auffallendem Lichte gefundenen Grad der
nur mit dem Quotienten $\frac{BN}{NG}$ oder mit dem Sinus des
winkels, unter welchem die Lichtstrahlen auf die u NG gehöri

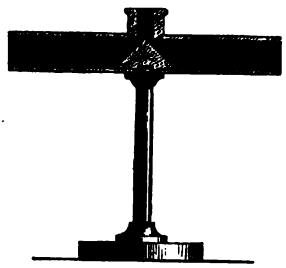
Ist die Lichtquelle nicht ein Punkt, sondern ein Aggregat von vielen htenden Punkten, die einerlei Intensität haben und so nahe bei nder liegen, daß man die Werthe r und φ für jeden derselben als erlei ansehen kann; so nimmt die Erleuchtung offenbar in dem Maße Stärke zu, in welchem die leuchtende Fläche größer wird. Ist daher die Größe dieser Fläche, so erhält man in diesem Falle für die irke der Erleuchtung den Ausdruck: $J = \frac{Ai}{r^2} \sin \varphi$, in welchem man Product Ai die Leuchtkraft der Fläche A zu nennen pflegt.

Theils zur Bestätigung der vorhin ausgesprochenen Gesetze, theils r auch um die Leuchtkraft verschiedener Lichtquellen untereinander vergleichen, bedient man sich besonderer Werkzeuge, welche man ligkeitsmesser oder Photometer nennt. Dergleichen Lichtmessungen en ihre eigenthümliche Schwierigkeiten, weil der dabei zu Grund zu nde Maßstab eine unveränderliche Größe sein muß, wir aber kein t kennen, dessen Intensität zu allen Zeiten unveränderlich bliebe. nn muß der Maßstab, wie bei jeder andern Messung, mit der zu senden Größe gleichartig sein: die zu vergleichenden leuchtenden per dürfen darum kein farbiges Licht verbreiten, weil jede Farben- schiedenheit eine Art von Ungleichartigkeit begründet; wegen der ob- tenden großen Mannigfaltigkeit in der Färbung des Lichtes hält es r schwer, zwei ganz gleichfarbige leuchtende oder erleuchtete Körper erhalten. Ferner geht unserem Auge, mit dessen Hülfe der in Frage ende Grad der Erleuchtung beurtheilt wird, ganz und gar die Fähig- ab, bei der Betrachtung zweier erleuchteter Gegenstände zu entscheiden, vielmal der eine mehr als der andere erleuchtet ist. Wegen dieser stände würden wir deßhalb bei der Lichtmessung oder Photometrie keinem einigermaßen befriedigenden Resultate gelangen können, wenn t auf der andern Seite wieder das Auge das Vermögen besäße, die eichheit oder Ungleichheit zweier gleichzeitig betrachteter Erleuchtungen ziemlicher Sicherheit zu erkennen. Bei allen photometrischen Be- mungen müssen wir also jederzeit dahin trachten, daß die zu ver- chenden Leuchtkräfte so viel als möglich eine gleichstarke Beleuchtung vorbringen. Auch muß man bei dergleichen Untersuchungen Sorge gen, daß die Erleuchtung weder zu stark noch zu schwach sei, damit Auge weder geblendet noch zu sehr angestrengt werde, was zu un- tigen Urtheilen Veranlassung geben könnte. Dann ist dafür zu gen, daß die zwei erleuchteten Flächen bei der Vergleichung von cher Größe genommen werden, damit nicht der überwiegende Ge- mteindruck der einen Fläche gegen die andere eine Unrichtigkeit in Abschätzung verursache. Ferner müssen die erleuchteten Flächen sich

nahe bei einander befinden und solche Dimensionen haben, da
Auge beide gleichzeitig zu überblicken vermöge. Endlich muß
fremde Licht ferne gehalten werden, damit das Licht der verglei
Flächen einzig und allein bei der Abschätzung in Betracht kom
Wir gehen nunmehr zu der Beschreibung der gebräuchlichsten Pho
und einiger damit angestellter Versuche über.

Ritchie's Photometer besteht aus einem rechtwinkligt
zwei Seiten offenen, sonst ringsum verschlossenen und innen
gefärbten Kasten, in dessen Mitte zwei glatte weiße, aus de
Stücke geschnittene Papierflächen gegeneinander um 90° und un

Fig. 72.



gegen die Grundfläche des Kastens l
sind. Gerade über der Kante, in
die zwei Papierflächen einander
schneiden, befindet sich in der Ob
des Kastens eine Oeffnung, deren
messer die halbe innere Breite des
hat und über welcher eine inwen
schwärzte Röhre angebracht ist, v
alles fremdartige Licht vom Auge
schlossen wird. Beim Gebrauche
man das Photometer zwischen die beiden zu prüfenden Lichtquel
daß jede Papierfläche von einer Lichtquelle erleuchtet wird, und v
hierauf das Instrument so lange zwischen beiden Lichtquellen h
her, bis die zwei durch die auf den Kasten aufgesetzte Röhre betr
Papierflächen dem Auge gleich hell erscheinen. Sehr bequem fi
gleichen Versuche ist es, wenn man auf ein zwei Meter langes
2 Decimeter breites Brett eine schmale Leiste anbringt, längs
der Kasten sich leicht verschieben läßt, das Brett in Decimete
Kasten aber von der gemeinsamen Kante der Papierflächen ab i
timeter abtheilt, so daß man die Entfernung jener Kante v
leuchtenden Flächen mit Sicherheit angeben kann. Hat man a
Weise die Entfernungen gemessen, in denen die Papierflächen eine
Beleuchtung zeigen; so ergibt sich das Verhältniß zwischen den
kräften der beiden Lichtquellen aus folgender einfacher Betra
Stellt nämlich A die Größe der einen leuchtenden Fläche, i die
sität ihres Lichtes, r ihre Entfernung von der Mitte des Photo
dar und fällt das Licht unter dem Winkel φ auf die Papierfläch
so wird der Grad der Helligkeit J dieser Fläche durch die Gl
bestimmt: $J = \frac{A\, i \sin \varphi}{r^2}$. Ebenso hat man für den Grad der H
J, der von der andern leuchtenden Fläche im Photometer e

fläche die Gleichung: $J_1 = \frac{A_1 i_1 \sin \varphi_1}{r_1^2}$, wo A_1 die Größe der leuchtenden Fläche, i_1 die Intenſität ihres Lichtes, r_1 deren Entfernung von der Mitte des Inſtrumentes und φ_1 den Winkel bezeichnet, welchem ihr Licht auf der von ihr erhellten Papierfläche auffällt. Im Fall, daß man an beiden Papierflächen eine gleiche Beleuchtung wahrnimmt, hat man:

$$\frac{A\, i \sin \varphi}{r^2} = \frac{A_1\, i_1 \sin \varphi_1}{r_1^2}.$$

Der an dem beſchriebenen Photometer getroffenen Einrichtung iſt immer $\varphi = \varphi_1$; man bekommt ſo: $A\, i : A_1\, i_1 = r^2 : r_1^2$, d. h. die Kräfte der beiden Flächen verhalten ſich, wenn ſie eine gleich ſtarke Beleuchtung hervorbringen, gerade wie die Quadrate ihrer gemeſſenen Abſtände von der Mitte des Photometers. — Will man nicht die Leuchtkraft der beiden Flächen, ſondern blos die Intenſität ihres Lichtes mit einander vergleichen, ſo braucht man nur dicht vor jede einen Schirm mit einer Oeffnung von gleichlichen Größe zu ſtellen und den Verſuch in der angegebenen Weiſe zu wiederholen. Man kann, weil durch die beiden Oeffnungen $A = A_1$ wird,

$$i : i_1 = r^2 : r_1^2$$

ſetzen: zwei Lichtintenſitäten verhalten ſich, wenn an beiden Papierflächen die gleiche Helligkeit hervorgebracht iſt, wie die Quadrate ihrer Abſtände von der Mitte des Photometers.

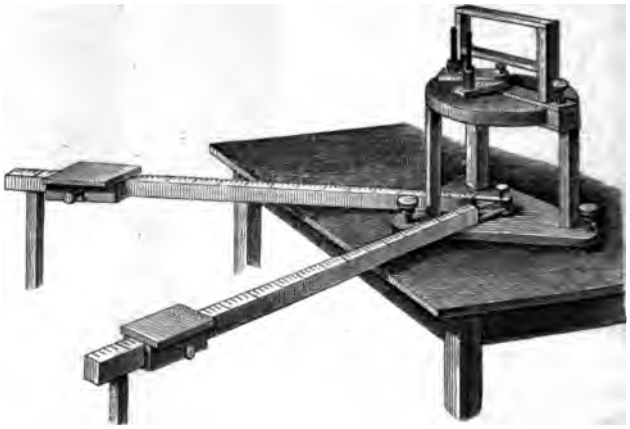
Fig. 73.

Bunſen's Photometer beſteht aus einem inwendig geſchwärzten Kaſten zur Aufnahme einer Argandſchen Lampe, welche den Maßſtab der Vergleichung liefert. An der der Lampe gegenüberſtehenden Wand befindet ſich ein Ausziehrohr, deſſen äußere Oeffnung mit einer weißen Papierſcheibe verſchloſſen iſt, welche bis auf einen kleinen Kreis

in der Mitte mit warmem Stearin durchscheinend gemacht hat. T
Kasten läßt sich auf einer mit einer Maßeintheilung versehenen Le
hin und her schieben. Bei dem Gebrauche des Photometers wird
Papierfläche zu der Lichtquelle, deren Lichtstärke mit der Lichtstärke
Argandschen Lampe verglichen werden soll, in eine solche Entfern
gebracht, daß der ungetränkte Theil der Papierfläche ebenso hell
der durchscheinende erscheint. Bei dieser gleichen Helligkeit wird n
lich das von der Lichtquelle kommende und durch den durchscheinen
Theil der Papierfläche durchgelassene Licht vollkommen durch das L
ersetzt, welches von der Lampe herrührt und durch besagten Theil
Papierfläche durchgelassen wird; eine Compensation, die nur dann
treten kann, wenn die von der Lichtquelle bewirkte Erleuchtung der
der Lampe erzeugten gleichkommt. Um das Verhältniß der Inte
täten beider Lichtquellen zu erhalten, haben wir also nach dem, w
vorhin gesagt worden, nichts weiter zu thun nöthig als das Verh
niß der Quadrate der Abstände der beiden Lichtquellen von der erle
teten Papierfläche aufzusuchen.

Rumford's Photometer vergleicht nicht den Lichteindruck, s
dern die Schatten, welche ein von zwei Lichtquellen zugleich beleucht

Fig. 74.



undurchsichtiger Körper auf einer vertikal stehenden weißen Wand w
Sind die zwei gegen die Wand symmetrisch stehenden Lichtquellen so
stellt daß die Schatten gleiche Dunkelheit besitzen, so ist das Verhäl
der Quadrate, der Distanzen der Lichtquellen von der weißen Fl
jenes ihrer Leuchtkräfte. Haben wir also z. B. bei einer mit Oel
sorgten Argandschen Lampe und bei einer Flamme von Holzgas, w
dem durch Schirme mit Oeffnungen von jeder Flamme nur eine gl

Größe zur Vergleichung zugezogen ward, gefunden, daß die erste Lichtquelle auf eine Entfernung von 92 Centimetern und die zweite auf die von 145,5 Cent. von der weißen Tafel aufgestellt werden mußte, um beide Schatten auf den nämlichen Grad von Dunkelheit zu bringen; so können wir sagen, daß die Intensität des Lichtes vom Holzgase sich zu der des Lichtes von der Argandschen Lampe verhält wie 2,5 : 1.

Um durch das Experiment nachzuweisen, daß bei gleicher Stellung beleuchteter Ebenen gegen die von einer Lichtquelle auf sie auffallenden Lichtstrahlen sich die Leuchtkräfte verkehrt wie die Quadrate der Distanzen dieser Ebenen von der Lichtquelle verhalten, verfuhren wir folgendermaßen. Wir ließen das Licht von einer Argandschen Lampe, welche als Maßstab der Vergleichung diente, durch eine in einem Schirme angebrachte rechtwinklige Oeffnung von 15 Millim. Länge und 9,2 Millim. Breite auf die in einer Entfernung von 122,5 Cent. befindliche weiße Tafel unter einem Winkel von 60° gegen dieselbe auffallen. Unter dem nämlichen Neigungswinkel gegen die Tafel ließen wir dann das Licht von einer zweiten Lampe ebenfalls durch eine in einem Schirm gemachte rechtwinklige Oeffnung einfallen; diese Oeffnung hatte genau dieselbe Länge wie die im ersten Schirme befindliche Oeffnung, dagegen konnte ihre Breite durch ein verschiebbares Blechstück nach Belieben größer oder kleiner gemacht werden, um die beiden Schatten auf den gewünschten Grad der Gleichheit zu bringen. Diese Gleichheit trat ein bei unveränderter Stellung der Vergleichungslampe und in verschiedenen Entfernungen der zweiten Lampe von der weißen Wand, insofern die Breite der Oeffnung die dazu erforderliche Größe erhalten hatte, nämlich: in der Entfernung von 69 Cent. bei einer Breite von 2,4 Millim. und in der Entfernung von 138 Cent. bei einer Breite von 9,6 Millim. In beiden Fällen war also die Beleuchtungsstärke des Lichtes von der zweiten Lampe gleich groß; mithin mußte, da die Lichtintensität i während der kurzen Dauer des Versuchs als constant angesehen werden konnte, die Relation $\frac{2,4}{69^2} = \frac{9,6}{138^2}$ Bestand haben, was wirklich der Fall war und somit das ausgesprochene Gesetz bestätigt wurde. Aehnliche Resultate erhielten wir in andern Entfernungen der Lampe von der Tafel, wenn die Breite der Oeffnung gehörig regulirt war um die Schatten auf einen gleichen Grad der Dunkelheit zu bringen.

Um zu zeigen, daß die Beleuchtungsstärke einer Ebene nach dem gegebenen Verhältnisse des Sinus des Winkels sich richtet, unter welchem das Licht besagte Ebene trifft, verfuhren wir wie folgt. Nachdem wir zuerst die beiden Lichtquellen in solchen Distanzen vor die Tafel ge-

stellt hatten, daß ihre Lichtstrahlen bei dem Durchgange durch gleich große Oeffnungen und bei dem Auffallen unter dem Neigungswinkel von 60° gegen die Tafel gleich starke Schatten gaben, was bei einer Entfernung von 122,5 Cent. der Vergleichungslampe und bei einer Entfernung von 156,6 Cent. der zweiten Lampe sich ereignete, drehten wir die Tafel um eine in ihr enthaltene Achse, so daß das Licht der Vergleichungslampe normal, das der zweiten Lampe unter dem Winkel von 30° gegen die Tafel auffiel. Die Schatten erschienen nun nicht mehr gleich; um es wieder zu werden, mußte man die Breite der Oeffnung an dem Schirme der Vergleichungslampe auf die Hälfte reduciren. Für die Helligkeiten der beiden Schatten zufolge der Art, wie das Photometer gebraucht wurde, mußte also, da statt der Leuchtstärke $\frac{iA}{122{,}5^2}$ der Vergleichungslampe die äquivalente Leuchtstärke $\frac{i'A}{156{,}6^2}$ der zweiten Lampe substituirt werden kann, die Gleichung

$$\frac{i'\frac{A}{2}.\sin 90}{156{,}6^2} = \frac{i'.A\sin 30}{156{,}6^2} \text{ oder } \tfrac{1}{2}.\sin 90^0 = \sin 30^0$$

stattfinden. Da ihr vollkommen Genüge geschieht, so kann das oben ausgesprochene zweite Gesetz über die Intensität der Beleuchtung als ein in der Natur gültiges betrachtet werden.

Um die Anwendung der angeführten Gesetze zu zeigen, wollen wir folgende zwei Aufgaben lösen. Eine kleine weiße Fläche liegt horizontal auf einem Tische und wird von einem Lichte erleuchtet, welches sich in einer gegebenen horizontalen Entfernung a von der Fläche befindet. Man soll die Höhe x der Lichtflamme über dem Tische angeben, damit die Fläche die möglich größte Erleuchtung erhält. Die Erleuchtung der Tafel wird bei einer größeren Höhe des Lichtes wegen des größeren Abstandes einerseits schwächer, wegen des kleineren Neigungswinkels des Strahles anderseits aber wieder stärker. Bezeichnet nun y die Intensität der Erleuchtung bei der Höhe x der Lichtflamme über dem Tisch, so hat man $y = \frac{i.x}{(x^2+a^2)^{3/2}}$, wo i die von der Flamme ausgehende Lichtmenge darstellt. Es kommt also nur darauf an, den Werth von x zu bestimmen, für welchen der Ausdruck $\frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}}$ zu einem Maximum wird. Zu diesem Behufe erheben wir den Ausdruck $\frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}}$ auf's Quadrat und setzen

$$z = \frac{x^2}{(x^2+a^2)^3} = \frac{x^2}{x^6+3x^4a^2+3x^2a^4+a^6},$$

$$z = \frac{4}{27a^4 + \frac{1}{x^2}(4x^6 + 12x^4a^2 - 15x^2a^4 + 4a^6)};$$

$$z = \frac{4}{27a^4 + \frac{1}{x^2}(x^2 + 4a^2)(2x^2 - a^2)^2}.$$

ruch wird am größten, wenn der Nenner am kleinſten, d. h. $2x^2 - a^2 = 0$ iſt; woraus $x = \frac{a}{\sqrt{2}}$. In der Höhe, welche nahe s horizontalen Abſtandes der Fläche von dem Lichte beträgt, wird e Erleuchtung zu einem Maximum.

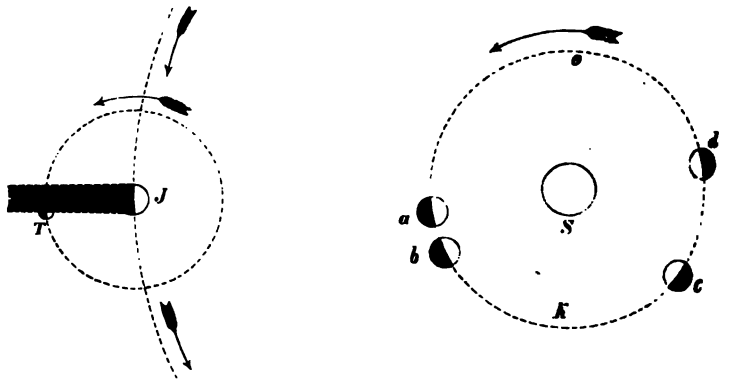
m die von der Sonne und vom Vollmonde bewirkte Beleuchtung gleichen, ließ Bouguer in ein dunkles Zimmer Sonnenlicht durch nſe von 2 Millim. im Durchmeſſer einfallen und fing es in olchen Entfernung auf einer Fläche auf, daß der Durchmeſſer htkreiſes 24,357 Cent. betrug. In dieſem Lichtkreiſe war die tung gleich der von einer 43,29 Cent. entfernten Lichtflamme. ließ er, als der Mond in derſelben Höhe wie vorhin die war, durch die nämliche Linſe Mondlicht einfallen, das er auf fläche in einer ſolchen Entfernung auffing, daß der Lichtkreis Cent. im Durchmeſſer hatte. In dieſem Lichtkreiſe war die Er- ig gleich der von einer 1623,37 Cent. entfernten Lichtflamme. h verhält ſich die Erleuchtung durch die Sonne zu jener durch ond wie $\overline{1623{,}37}^2 . \overline{24{,}357}^2$ zu $\overline{43{,}29}^2 . \overline{1{,}804}^2 = 256288$ zu 1.

4. Geſchwindigkeit des Lichtes.

n das Jahr 1676 herum entdeckte der Däne Olof Römer durch miſche Beobachtungen, daß das Licht eine gewiſſe Zeit braucht n einem Orte zu einem andern zu gelangen. Wie man weiß, Planet Jupiter vier unſerm Monde ähnliche Begleiter oder ten, von denen der ihm nächſte in 42 Stunden, 28 Minuten, unden oder ohngefähr in 42½ Stunden einen Umlauf um den n macht und jedesmal bei ſeinem Eintritte in den Schatten des n verfinſtert wird. Dieſe Zeitdauer muß nun dem Zeitintervall i zwei unmittelbar aufeinander folgenden Eintritten des Tra- in den Schatten, ſowie dem Zeitintervall zwiſchen zwei ſucceſ- austritten des Trabanten aus dem Schatten gleich ſein, während gefunden hatte daß jene Eintrittsmomente wie Austrittsmomente frühten, wenn die Erde in ihrer jährlichen Bewegung dem Ju- ther kam, dagegen ſich verſpäteten, wenn die Erde vom Jupiter fernte. Römer erkannte dieſe Abweichung der Bewegung des

Trabanten von der Regelmäßigkeit des Umlaufs um den Planeten als eine scheinbare und erklärte sie aus dem Umstande, daß die Fortpflanzung des Lichtes nicht augenblicklich erfolge, sondern Zeit erfordere, um einen Raum zu durchlaufen, mithin das vom Trabanten kommende Licht weniger oder mehr Zeit brauche, um von dort aus zur Erde zu gelangen, als sie ihm näher oder entfernter ist. Um die Begründung

Fig. 75.



dieses Schlusses deutlicher einzusehen, sei S der Ort der Sonne, a b c d die Bahn der Erde, J die Lage des Jupiters mit der Bahn seines Trabanten; die Pfeile geben die Richtung der Planetenbewegung an. Der einfacheren Betrachtung halber wollen wir von der Fortbewegung des Jupiters ganz abstrahiren und annehmen er stände still, wiewohl, wenn es sich um genaue Resultate handelt, diese Fortschreitung keineswegs außer Acht gelassen werden darf. Betrachtet man von dem Standpunkt der Erde aus einen Eintritt des Trabanten in den Schatten, so kann man vorher sagen, daß der folgende 10ste ...., 100ste Eintritt genau nach 10 . 42½ Stunden ..., 100 . 42½ Stunden stattfinden wird, und von den Punkten b .... e beobachtet wird, in welchen die Erde alsdann vermöge ihrer fortrückenden Bewegung sich befindet. Die Erfahrung lehrt nun, daß der auf solche Weise berechnete Zeitpunkt des Eintritts des Jupitertrabanten in den Schatten mit dem beobachteten nicht übereinstimmt, weil sich die Erde bei ihrer Bewegung nach b und c mehr und mehr vom Jupiter entfernt, mithin die Intervalle zwischen zwei Eintritten der Verfinsterung fortdauernd zunehmen müssen, indem das Licht mehr Zeit braucht um eine größere als eine geringere Strecke zu durchlaufen. Ist die Erde in d um den ganzen Durchmesser ihrer Bahn vom Jupiter entfernt, so beträgt die Verspätung 16 Minuten 26 Secunden. Das Licht durchläuft also die Entfernung der Sonne

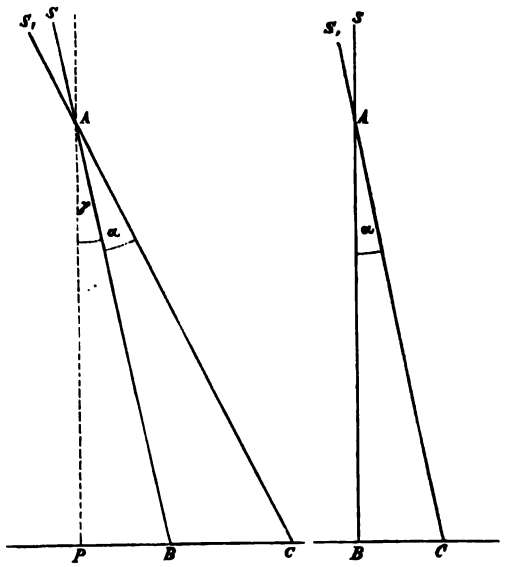
er Erde in 8 Minuten, 13 Secunden. Die Geschwindigkeit des
s oder den Weg, den dasselbe in einer Secunde zurücklegt, findet
demnach, wenn man die Sonnendistanz durch 8′ 13″ oder 493″
rt. Es ergibt sich so für die Geschwindigkeit des Lichtes ohnge-
die Größe von 42000 geographischen Meilen, genauer 41700,
ohngefähr die von 80000 franz. Meilen, jede zu 2000 Toisen.
Bei der Bestimmung dieser Geschwindigkeit wird vorausgesetzt, daß
Licht gleichförmig sich bewege, mithin in gleichen Zeiten gleiche
zurücklege. Die Richtigkeit der Voraussetzung findet darin eine
tigung, daß in der zweiten Jahreshälfte, wo mit der Annäherung
rde an den Jupiter die Zeitintervalle zwischen zwei Eintritten
Verfinsterung fortdauernd kleiner werden müssen, der berechnete
g der Finsterniß mit dem beobachteten genau übereinstimmend
en wird, wenn man die Geschwindigkeit des Lichtes gehörig dabei
schlag bringt. — Die Geschwindigkeit des Lichtes ist also ohnge-
900000 mal größer als die des Schalls und 1½ Million mal
als die einer Kanonenkugel. Eine Kanonenkugel würde 17 Jahre
en um von der Sonne zur Erde zu gelangen; der Schall würde
nur 13 Jahre nöthig haben, während das Licht diesen Weg in
Minuten zurücklegt. — Um uns Entfernungen einigermaßen an-
ch zu machen, die wegen ihrer ungemeinen Größe sich mit einem
t Maßstabe nicht gut vergleichen lassen, bedienen wir uns der
vindigkeit des Lichtes, das in einer Stunde Zeit 148 Millionen
n zurücklegt. Von dem Monde, der von der Erde 51000 Meilen
nt ist, kommt es in das Auge des Erdbewohners in 5/4 Secunden;
er Sonne in einem Abstande von 20 Millionen Meilen in 8½
ten; von dem Jupiter in dem Abstande von 133 Millionen
n in 52 Minuten; vom Uranus in dem Abstande von 400
nen Meilen in mehr als 2 Stunden; vom hellsten Fixstern in
muthmaßlichen Entfernung von 4 Billionen Meilen in 3 Jahren;
en Sternen erster Größe in etwa 12 Jahren; von den Sternen
er Größe in etwa 4000 Jahren. Wir sehen also einen Stern
er Größe nicht so, wie er jetzt ist, sondern wie er vor 4000
n war; und wenn er jetzt erlöschte, würden wir dies erst nach
Jahren wahrnehmen. —

Eine bemerkenswerthe Bestätigung der Geschwindigkeit des Lichtes
en wir in dem unter dem Namen der Aberration der Fixsterne
nten Phänomen, welches zugleich einen Beweis für die Wirklich-
er Bewegung der Erde um die Sonne liefert. Als nämlich der
he Astronom Jakob Bradley in den Jahren 1725—1728 mit
suchungen über die Parallaxe der Fixsterne beschäftigt war, ent-

deckte er, daß alle Fixsterne jährlich scheinbar eine kleine Ellipse durchlaufen, deren größere Achse der Ekliptik parallel liegt und bei allen eine scheinbare Größe von 40½ Secunden hat, deren kleinere Achse aber sich nach der Breite des Sterns richtet und sich zur größeren, wie der Sinus der Breite zur Einheit verhält. Daß diese Erscheinung eine aus der gemeinschaftlichen Bewegung des Lichtes und der Erde hervorgehende Wirkung ist, läßt sich auf folgende Weise darthun. Es sei S

Fig. 76.

Fig. a.



ein Fixstern, dessen Licht mit der ihm eigenthümlichen Geschwindigkeit in einer gewissen Zeit ϑ den Weg AB nach der Verlängerung von SA zurücklegt, während der Beobachter vermöge der progressiven Bewegung der Erde in derselben Zeit den Weg BC macht. Wäre der Beobachter in Ruhe, so brauchte er das Fernrohr nur in die Richtung SA des einfallenden Lichtstrahls zu bringen, um den Stern darin erscheinen zu lassen; ist er aber in der von uns angenommenen Bewegung begriffen, so muß er dem Fernrohr die Lage AC geben, damit das von S ausgehende Licht auf seinem Wege AB ungehindert in das Auge gelangen könne: er sieht also den Stern in der Verlängerung von CA in dem Punkte S' am Himmelsgewölbe und nicht an seinem wahren Orte S. Der Winkel SAS', um welchen der Stern aus seiner Richtung verschoben erscheint, heißt der Aberrationswinkel. Wenn der Lichtstrahl SA die Richtung der Bewegung BC senkrecht trifft, erhält man

e Tangente des Aberrationswinkels α den Ausdruck: $\operatorname{tang} \alpha = \frac{BC}{AB}$,
sie ist gleich der Geschwindigkeit der Erde, dividirt durch die des
s. Da die erstere gegen die letztere sehr klein ist, so kann man
der Tangente den Bogen selbst setzen, wodurch, wenn α Secunden
tet; man bekommt: $\alpha = \frac{BC}{0{,}0000048 \,.\, AB}$ Secunden. Setzt man
BC den Werth 4,113 Meilen, welches die Geschwindigkeit ist,
er sich die Erde um die Sonne bewegt, und statt AB den oben
ebenen Werth 41700 Meilen; so findet man den Aberrations-
l $\alpha = 20{,}25$ Secunden. Fällt der Lichtstrahl SA (Fig. a.) schief
die Richtung BC der Bewegung ein und bildet er mit der auf
enkrecht stehenden Geraden AP den Winkel γ; so hat man, wenn
eder den Aberrationswinkel darstellt:

$$AB : BC = \cos(\alpha + \gamma) : \sin\alpha,$$

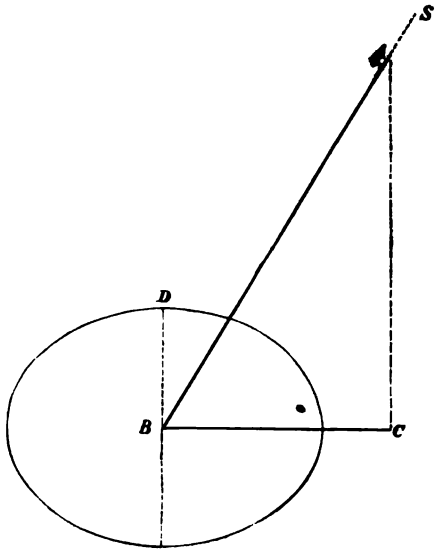
18
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\cos\gamma}{\frac{AB}{BC} + \sin\gamma}.$$

Aberrationswinkel erhält also seinen größten Werth, wenn $\gamma = 0$,
wenn die Strahlen senkrecht auffallen; und wird desto kleiner,
hr γ zunimmt, mithin je schiefer die Lichtstrahlen auffallen. —
Um zu sehen, in wie fern die Verschiedenheit der Lage des Sternes
die Ekliptik bei der kreisförmigen Bewegung der Erde um die
e von Einfluß ist, wollen wir die dabei vorkommenden drei Haupt-
etwas näher in's Auge fassen. Wegen der unermeßlichen Entfer-
der Fixsterne, gegen die selbst der Durchmesser der Ekliptik als
unendlich kleine Größe erscheint, können alle von einem Sterne
ie Ebene der Erdbahn anlangenden Lichtstrahlen als parallele Linien
ehen werden. Liegt nun der Stern in dem Pole der Ekliptik, so
n alle von ihm kommenden Strahlen diese Ebene, mithin auch
Richtung der Bewegung senkrecht treffen, die Erde mag in irgend
m Punkte ihrer Bahn sich befinden. Für gedachten Fixstern wird
ch der Aberrationswinkel während des ganzen Umlaufs der Erde
Werth von 20,25 Secunden behalten; oder mit andern Worten
heinbare Ort S' wird um den wahren Ort S einen zu der Ebene
rdbahn parallelen Kreis beschreiben, dessen Halbmesser 20",25 be-

Kommt dagegen der Lichtstrahl SAB (Fig. 77) von einem dem
er Ekliptik entfernt liegenden Sterne S, so ist der Winkel ABC, den
Strahl mit seiner Projection BC auf der Ebene der Erdbahn macht,
einste unter allen Winkeln, welchen er mit den in gedachter Ebene
den Fußpunkt B gezogenen Linien bildet. Stellen wir diese

Winkel durch x dar und erwägen wir, daß die dazu gehörigen n bezeichneten Winkel der Relation $\gamma = 90 - x$ genügen; so wird γ f

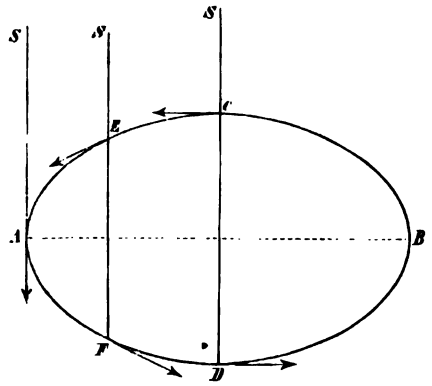
Fig. 77.



größten Werth annehmen, wenn x seinen kleinsten Werth erhält, cher mit der erwähnten Neigung des Strahls gegen die Ekliptik mit der Breite β des Sternes zusammenfällt. Der kleinste A tionswinkel oder der kleinste Abstand des scheinbaren Orts S' vo wahren, eines dem Pol der Ekliptik entfernt liegenden Ortes wird lich durch die Gleichung $\tang \alpha = \frac{CB \,.\, \sin\beta}{AB + CB \,.\, \cos\beta}$ bestimmt w wo die Größen CB und AB die in der Fig. 76 angenommene L tung haben. Die letzte Gleichung verwandelt sich, wenn wieder der Tangente der Bogen gesetzt wird, in die Gleichung $\alpha = \frac{CB}{AB} \sin$ Denken wir uns weiter in der Ebene der Ekliptik die Linie BD recht auf die Projection BC gezogen, so wird jene Linie BD z auf der Richtung AB des Strahls senkrecht stehen, mithin die tung der Bewegung der Erde angeben, für welche der Aberra winkel am größten und gleich 20″,25 ist. Es wird deshalb der f bare Ort eines von dem Pole der Ekliptik entfernt liegenden S um den wahren Ort sich dergestalt bewegen, daß sein Abstan größten erscheint und 20″,25 beträgt, wenn die Bewegung der in der Richtung BD stattfindet; dieser Abstand wird mehr und

abnehmen, je weiter die Richtung der Bewegung der Erde von der der Linie D B abweicht und der Richtung der Linie B C näher kommt, in welcher Richtung jener Abstand seinen kleinsten Werth erreicht. Hieraus ergibt sich, daß die außerhalb des Pols der Ekliptik liegenden Sterne scheinbar eine kleine Ellipse durchlaufen, deren halbe große mit der Ekliptik parallele Achse die Länge von 20″,25 hat und deren kleine Achse im Verhältniß der Sinus der Breite des Sternes steht. — Liegt endlich der Stern in der Ekliptik selbst, so wird die scheinbare Orts-

Fig. 78.

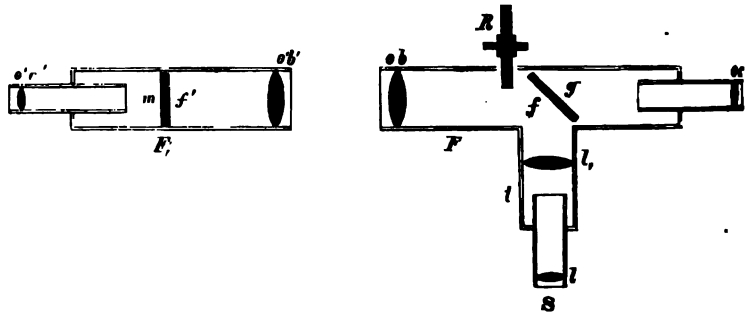


veränderung des Sternes in dieser Ebene vorgehen. Ist die Erde in C und der Lichtstrahl senkrecht auf der Richtung der Bewegung der Erde, so wird der scheinbare Ort von dem wahren um 20″,25 abstehen. Während der Bewegung der Erde von C nach A wird der Aberrationswinkel immer kleiner, weshalb der scheinbare Ort dem wahren sich nähert, den er erreicht, wenn die Erde in A anlangt, wo die Aberration verschwindet. Bei der Bewegung der Erde von A nach D entfernt sich der scheinbare Ort mehr und mehr von dem wahren, weil der Aberrationswinkel im Wachsen begriffen ist. Im Punkt D fällt der Lichtstrahl wieder senkrecht auf die Richtung der Bewegung der Erde, die Aberration erreicht also wieder ihren größten Werth von 20″,25. Die in der Ekliptik befindlichen Sterne werden also während der Bewegung der Erde um die Sonne nur eine gerade Linie von zweimal 20″,25 zu beschreiben scheinen. — Dies sind die Erscheinungen der Aberration des Lichtes, wie sie sich aus der Bewegung der Erde um die Sonne am Himmel darbieten müssen. Jede kleine Aberrationsellipse, welche jeder Stern um seinen wahren Ort zu beschreiben scheint, ist ein getreues Abbild der großen Bahn der Erde von nahe 130 Millionen Meilen im Umfang. Von dem Sternenhimmel wird uns so

wie von einem verkleinernden Hohlspiegel tausendfach ein Vorgang der Erde zurückgeworfen, der durch eine bloße Vergleichung der darauf befindlichen einzelnen Theile nicht weiter erkannt werden kann, indem alle ohne Unterschied auf gleiche Weise daran Theil zu nehmen haben.

In neuester Zeit ist es dem französischen Physiker Fizeau gelungen auch durch bloße terrestrische Beobachtungen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes zu bestimmen. Sein sinnreiches Verfahren ist folgendes. Zwei astronomische Fernröhre F und F′ wurden in einer

Fig. 79.



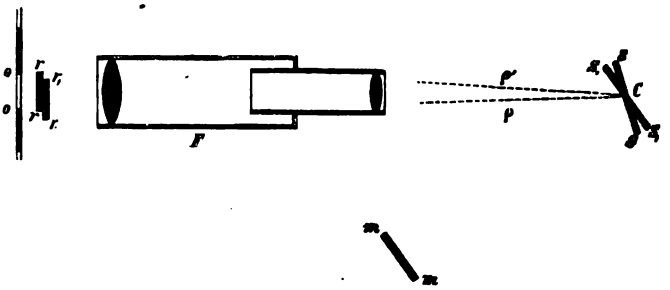
Abstande von einer Meile von einander so aufgestellt, daß das Objectiv des einen mittelst des andern deutlich gesehen werden konnte. An dem einen Fernrohr F befand sich in der Nähe des Brennpunktes f des Objectivs eine Seitenöffnung, durch die das Licht einer intensiven Lampenflamme S fiel, das von einem gegen die Achse des Fernrohrs unter 45° geneigten Spiegelglase g gegen das Objectiv hin reflectirt wurde. In dem seitlichen Rohre t waren zwei Linsen l und l angebracht, welche die Lichtstrahlen nach ihrer Reflection von der Spiegelplatte g zu einem kleinen Bilde der Flamme in dem Brennpunkte f vereinigten. Die von f ausgehenden Strahlen traten aus dem Objectiv ob des Fernrohrs F als ein Bündel paralleler Strahlen aus und fielen, nachdem sie eine Wegstrecke von etwa einer Meile zurückgelegt hatten, auf das Objectiv o′b′ des zweiten Fernrohrs F′, von welchem sie abermals zu einem kleinen Bilde in dem Brennpunkte f vereinigt wurden. Hier befand sich ein senkrecht zur Achse gestellter Metallspiegel m, der die Lichtstrahlen dem ersten Fernrohr F wieder zurückwarf, wo sie, nachdem zum zweiten Mal eine Wegstrecke von etwa einer Meile zurückgelegt worden war, sich in f wieder zu einem kleinen leuchtenden Bilde vereinigten, das durch die Spiegelplatte g hindurch mittelst des Oculars oc des Fernrohrs F betrachtet werden konnte. — Auf der andern Seite dieses Fernrohrs war eine zweite

Oeffnung angebracht, durch welche der Rand einer mit 720 Zähnen drehbaren kreisförmigen Scheibe hineinragte und gerade durch den Brennpunkt f des Objectivs ging. War nun die Scheibe in Ruhe und so gestellt, daß f in einen Zwischenraum ihrer Zähne fiel; so ging das Licht von f nach f', kehrte von f' nach f wieder zurück und wurde daselbst als glänzender Punkt wahrgenommen. Hatte dagegen die Scheibe eine solche Rotationsgeschwindigkeit erhalten, daß die Zeit, welche das Licht braucht um den Weg von f nach f' und wieder zurückzulegen, immer der Zeit gleichkam, in welcher ein Zwischenraum durch einen Zahn ersetzt wird; so blieb der Lichtpunkt dem Beobachter fortwährend unsichtbar. War die Rotationsgeschwindigkeit gerade die doppelte von der vorhin angegebenen, so blieb der Lichtpunkt beständig sichtbar, weil dann das Licht bei seiner Zurückkunft wiederum auf einen Zwischenraum fiel, durch den es zum Auge des Beobachters gelangen konnte. Stieg die Rotationsgeschwindigkeit von dem Doppelten auf das Dreifache ihrer ursprünglichen Größe, so verschwand der leuchtende Punkt in f von Neuem; bei vierfacher Geschwindigkeit erglänzte der Punkt abermals und sofort, so daß bei immer wachsender Geschwindigkeit der Scheibe der Lichtpunkt abwechselnd sichtbar und unsichtbar wurde. — Bei Fizeau's Versuchen betrug die Entfernung der beiden Fernröhre 8633 Meter; die erste Verfinsterung ergab sich bei 12,6 Umdrehungen der Scheibe in einer Secunde. Durch den Punkt f ging folglich ein Zahn oder ein Zwischenraum in $\frac{1}{12{,}6 \cdot 2 \cdot 720}$ Secunde, während das Licht in der nämlichen Zeit den Weg von 2 . 8633 Metern zurücklegte; woraus sich die Geschwindigkeit des Lichtes berechnen läßt. Als Mittelwerth aus 28 Versuchen ergab sich die Geschwindigkeit von 42506 geographischen Meilen, welches Resultat mit dem auf astronomischen Wege erhaltenen verhältnißmäßig genau übereinstimmt.

Foucault, ein anderer französischer Physiker, hat versucht auf experimentalem Wege nachzuweisen, daß das Licht in verschiedenen Mitteln sich mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanze. Das dabei von ihm eingehaltene Verfahren war folgendes: Er ließ das Sonnenlicht durch eine quadratische Oeffnung o o von 2 Millimeter Seite einfallen und dann durch ein senkrechtes feines Drahtgitter r r durchgehen. Das aus dem Fernrohr F kommende Licht fiel hierauf auf einen Spiegel S, der mit Hülfe einer kleinen Dampfmaschine in schnelle Umdrehung um eine senkrechte Achse versetzt werden konnte. Von dem Spiegel S S reflectirt traf das Licht auf einen kleinen Hohlspiegel m m, so ein Bild des Gitters r r entstand, wenn die Linsen des Fernrohrs die gehörige Stellung erhalten hatten. Von dem Spiegel m m aber-

mals reflectirt legte das Licht in entgegengesetzter Richtung denselben Weg zurück, welchen es vorher gemacht, und es zeigte sich ein Bild

Fig. 80.



des Gitters, das mit dem Gitter selbst zur Deckung kam. Eine deutliche artige Deckung fand aber nicht mehr statt, wenn der Spiegel SS eine schnelle Rotation versetzt wurde, sondern das Bild war dann mehr oder weniger verschoben, so daß es etwa in r'r' lag. Der in der Richtung ϱC so einfallende Strahl verfolgt nämlich bei seiner Zurückkehr nicht den Weg Cϱ, sondern die Richtung Cϱ', welche mit jenem den Winkel 2α einschließt, wenn der Spiegel SS um den Winkel α in der Zeit gedreht worden, während welcher das Licht den Weg von SS nach mm und wieder zurück macht. Was von dem Strahl ϱC ausgesagt worden, gilt aber von jedem aus dem Gitter ausfahrenden Strahl, so daß das Bild r'r' des Gitters in Bezug auf das Gitter selbst verschoben erscheint. Bei einer jeden Rotation hält das Bild nur eine äußerst kurze Zeit an, nämlich so lange nur als die von SS zurückgeworfenen Strahlen den Hohlspiegel treffen. Wegen dieser Kürze des Eindruckes würde das Auge bei einer einmaligen Rotation das Bild nicht wahrnehmen; es wird ihm nur dadurch vernehmlich, daß sich in stetiger rascher Drehung jene Eindrücke in vollkommen gleicher Weise schnell wiederholen. — Bei gleicher Winkelgeschwindigkeit steht die Größe der Verschiebung des Bildes in geradem Verhältniß mit der Zeit, innerhalb welcher das Licht den Weg von SS nach mm zurücklegt, oder, was auf eins hinausläuft, in umgekehrtem Verhältniß mit der Geschwindigkeit, mit welcher jener Weg beschrieben wird. Foucault beobachtete nun eine Verschiebung von 0,01 Millimeter, wenn der Spiegel ohngefähr 30 Umdrehungen in der Secunde machte und das Licht zwischen SS und mm einen Weg von 4 Metern zurücklegte. Dagegen betrug die Größe der Verschiebung $0{,}01 \cdot \frac{4}{3}$ Millimeter, als er das von C kommende Licht, bevor es auf mm fiel, durch eine vier Meter lange

ffersäule gehen ließ. Aus diesem Versuche schloß Foucault, daß sich Licht in dem Wasser langsamer als in der Luft fortpflanzt, und sich seine Geschwindigkeit in der Luft zu jener im Wasser verhalte 4:3; oder was der Dioptrik zufolge dasselbe besagt, daß das Hältniß der Geschwindigkeiten in jenen beiden Mitteln zum Ausdruck Quotienten der Lichtbrechung von Luft in Wasser habe.

Von der Zurückwerfung (Reflection des Lichtes).

1. Reflectionsgesetz und Erscheinungen an ebenen Spiegeln.

Läßt man durch eine am Fensterladen angebrachte kleine Oeffnung n Strahl Sonnenlicht im dunkeln Zimmer auf eine horizontale, rte, durchsichtige und gegen seine Richtung geneigte Glasplatte fallen, nimmt man folgende Erscheinungen wahr. Der Lichtstrahl theilt bei dem Eintritt in das neue Mittel in mehrere Theile. Ein eil kehrt in das alte Mittel zurück, wird, wie man sagt, zurückworfen oder reflectirt. Bringt man das Auge in die Richtung, h welcher die Zurückwerfung oder Reflection erfolgt, so sieht n ein lebhaftes Bild der Sonne, welches vom Fußboden herzunmen scheint. — Die Stelle, wo der Strahl auf die Glasplatte ffällt, ist übrigens auch nach allen andern Richtungen sichtbar; nur itzt sie in allen eine geringere Lichtstärke als in der Richtung, in lcher die Zurückwerfung stattfindet; dieser zweite nach allen Seiten ne Unterschied zurückgestrahlte Theil heißt gewöhnlich zerstreutes ht. — Ein dritter Theil des einfallenden Lichtes entgeht der Zerenung und der Reflection und dringt in das neue Mittel ein, wobei zugleich eine Aenderung in seiner Richtung erfährt. — Gebraucht n statt der Glasplatte eine polirte ebene Metallplatte, so nimmt n die beiden ersten Erscheinungen in gleicher Weise, die dritte aber ht mehr wahr. Das polirte Metall wirft mithin einen Theil des fallenden Lichts zurück, zerstreut einen andern Theil, und verschluckt er absorbirt den übrigen Theil. Der letzte Theil ist dem analog, lcher durch den durchsichtigen Körper geht.

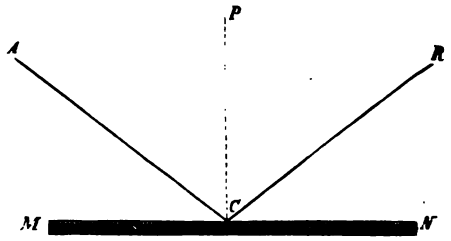
Bleiben wir vorläufig bei den beiden ersten Erscheinungen stehen, elche das zerstreute und das zurückgeworfene Licht angehen. Durch ersteres wir duns der Körper, an dessen Grenze die Zerstreuung attfindet, selbst sichtbar als wäre er ein leuchtender; durch letzteres rblicken wir ein Bild des Licht aussendenden Körpers. Eine Zerstreuung und eine Zurückwerfung tritt jedesmal ein, wenn ein Lichtstrahl an die Grenze zweier heterogener Mittel gelangt; ob erstere oder ztere stattfindet, das hängt bloß von dem verschiedenen Grad der

Politur der vom Lichte getroffenen Fläche ab. Denn je unvollkommener diese Politur ist, desto beträchtlicher wird der Theil des zerstreuten Lichtes und desto mehr tritt die Reflection zurück; während jeder Körper, der im rauhen und unpolirten Zustande bloß selbst sichtbar ist, sofort das Bild desjenigen zeigt, von dem das Licht auf ihn fällt, wenn seine Oberfläche polirt wurde. Polirte Flächen, welche durch reflectirtes Licht die Bilder der Gegenstände zeigen, von denen sie beleuchtet werden, heißen Spiegel. Auch bei der vollkommensten Politur, welche eine spiegelnde Fläche erhalten kann, bleibt noch ein gewisser Grad von Rauhigkeit zurück; es findet deshalb am Auffallungspunkte neben der Reflection immer noch eine Zerstreuung des Lichtes statt, wie der Umstand beweiset, daß man im dunkeln Zimmer die Stelle, wo der Strahl den Spiegel trifft, an allen Orten außerhalb der Richtung des zurückgeworfenen Strahles sieht.

Am besten spiegeln ruhig stehende Flüssigkeiten, weiße gut polirte Metallplatten, namentlich die aus Platin oder aus einer Mischung von Kupfer, Silber und Zinn angefertigten. Minder gut sind die aus schwarzem Glase oder auch aus weißem Glase gearbeiteten Spiegel, bei denen die Rückseite geschwärzt ist. Diesen stehen nach unseren gewöhnlichen Spiegeln aus Glas, die auf einer Seite mit Zinnamalgam überzogen sind, weil sie mehrere Bilder machen: meistens nimmt man deren zwei wahr, wovon eins an der vordern, das andere an der hintern Glasfläche gebildet wird. Eine derartige Vervielfachung der Bilder sieht man leicht, wenn man eine brennende Kerze als Object wählt. Die Spiegel erhalten nach der Gestalt ihrer Oberfläche verschiedene Benennungen; sie heißen insbesondere ebene Spiegel, wenn deren spiegelnde Oberfläche eine Ebene ist.

Um das Reflectionsgesetz in klaren Worten auszudrücken, sei A die Richtung des einfallenden Strahls, C die Stelle wo er den

Fig. 81.



ebenen Spiegel trifft, ferner CP das Einfallsloth, d. h. die aus dem Einfallspunkt C auf die Spiegelebene MN gezogene Senkrechte. Die durch AC und CP gelegte Ebene heißt die Einfallsebene und

Winkel ACP, welchen der einfallende Strahl mit dem Einfalls-
he bildet, der Einfallswinkel. Stellt die Gerade CR den reflec-
ten Strahl vor, so heißt in ähnlicher Weise die Ebene, worin
ſelbe und das Einfallsloth liegen, die Reflectionsebene und der
inkel PCR der Reflectionswinkel. Dieſe Benennungen voraus-
etzt läßt ſich das Reflectionsgeſetz folgendermaßen ausſprechen: Der
nfallende und der zurückgeworfene Strahl liegen auf bei-
n Seiten des Einfalllothes mit demſelben in einer Ebene,
daß der Einfallswinkel und der Reflectionswinkel einan-
r gleich ſind. — Von der Richtigkeit dieſes Geſetzes überzeugt
n ſich leicht mit Hülfe des in Fig. 82 dargeſtellten Apparates. Er
teht zunächſt aus einer kreisför-
gen Ebene MPN, die vertical auf
em feſten Fuß angebracht werden
n. Der Umkreis iſt eingetheilt
d trägt zwei metallene mit feinen
ısſchnitten verſehene Laufer A und

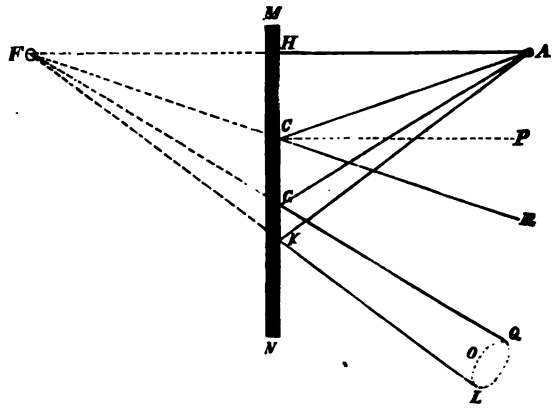
Fig. 82.

Vor der Mitte C wird ein
anſpiegel eingeſetzt, deſſen Lage
rch Stellſchrauben zu einer genau
rizontalen gemacht werden kann.
n oberſten Punkte P des Umkreiſes
ıgt ein am untern Ende fein
ıeſpitzes Loth PC herab, zu deſſen
den Seiten die zwei vorhin er-
hnten Läufer ſich befinden. Stellt
n nun den Läufer A auf einen
eilſtrich des Bogens, den Läufer
auf einen andern vom Punkt P

Theilung ebenſo weit abſtehenden; ſo ſieht das hinter dem
sſchnitte R befindliche Auge an der Stelle des Spiegels, wohin die
itze des Lothes PC weiſet, die feine Oeffnung des Läufers A, die
öße des Bogens mag irgend welche ſein. Der durch den feinen
sſchnitt A nach dem vom Loth bezeichneten Punkt C des Spiegels
gehende Strahl AC bekommt alſo durch Reflection die Richtung CR.
r nach dieſem für jedes Licht gültigen Geſetze zurückgelegte Weg iſt
leich der kürzeſte unter allen, auf denen der Lichtſtrahl von der Licht-
elle A nach dem Punkte R durch Reflection an der Ebene MN ge-
gen kann. Auch ergibt ſich aus dem Geſetze, daß die beiden Nei-
gungswinkel, welche der einfallende und der zurückgeworfene Strahl
t der reflectirenden Ebene bilden, einander gleich ſind.

Es ist leicht aus dem Reflectionsgesetze die allgemeine Wirku
weise eines ebenen Spiegels herzuleiten. Es sei nämlich A ein l
tender Punkt, von welchem Licht auf eine spiegelnde Ebene fällt;

Fig. 83.

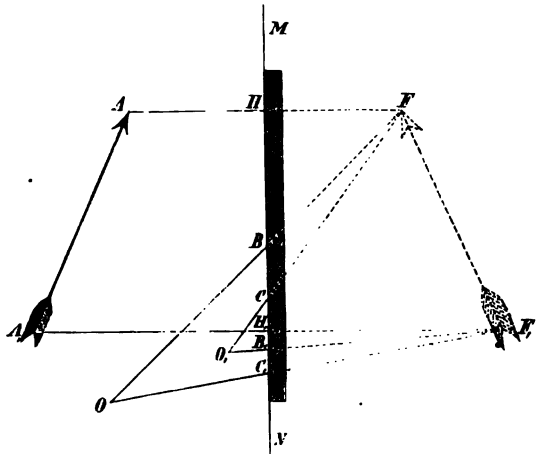


die Richtung des einfallenden Strahls, C die Stelle, wo er den e
Spiegel trifft: ferner CP das zum Punkt C gehörige Einfallslotl
MN der Durchschnitt der durch AC und CP gelegten Ebene mit
Spiegel. Zieht man in der Ebene ACN die Gerade CR so da
Winkel PCR = ACP, so ist CR die Richtung des reflectirten St
Verlängert man die Gerade CR wie die vom Lichtpunkte A auf
gefällte Senkrechte, so schneiden sich diese beiden Geraden in
Punkte F, dessen Abstand von MN gleich dem Abstande AC des
tenden Punktes A vom Spiegel ist, weil die rechtwinkligen Dr
AHC und FHC, denen die Seite HC gemeinschaftlich angehört,
der Gleichheit der Winkel ACH und FCH einander gleich sind, w
folgt daß AH = FH ist. Diese Gleichheit besteht, welche Lage
immer der einfallende Strahl AC in der Ebene AHN oder in
anderen haben mag; stets trifft der ihm zugehörige reflectirte S
CR den Hauptstrahl AH, d. h. die von dem leuchtenden Punkt
die Spiegelebene gefällte Senkrechte in einem Punkte, der eben so
hinter der Spiegelfläche liegt als der leuchtende Punkt sich vor der
befindet. Die von A auf den Spiegel fallenden Strahlen werden
von demselben dergestalt reflectirt, wie wenn sie von dem Pun
ausgegangen wären. Es ist nun Thatsache, daß wir in Folg
Eindruckes, den die von einem leuchtenden Punkte ausgehenden u
unser Auge eintretenden Strahlen auf dasselbe ausüben, den leu
den Punkt an die Spitze des Strahlenkegels versetzen, welchen

Auge empfängt. Befindet sich demnach das Auge in O, so wird ihm die Spitze des durch Reflection entstandenen Strahlenkegels GKLQ in F zu liegen scheinen; es wird mithin den nämlichen Eindruck wie im vorhergehenden Falle erfahren, d. h. in F einen mit A identischen leuchtenden Punkt wahrzunehmen glauben. Der Punkt F heißt darum das Bild des Punktes A. Ein ebener Spiegel erzeugt also von jedem vor ihm befindlichen leuchtenden Punkte ein Bild, welches jederzeit in der Senkrechten liegt, die von dem leuchtenden Punkte auf die Spiegelebene gefällt wird, und zwar eben so weit hinter dem Spiegel, wie weit dieser Punkt vor ihm liegt.

Was von einem beliebigen leuchtenden Punkte eben ausgesagt worden, das gilt auch für irgend welchen Verein vor dem Spiegel befindlicher leuchtenden Punkte. Dem erörterten Gesetze gemäß erscheint das Bild jedes einzelnen Punktes in der Verlängerung der von demselben auf die Spiegelfläche gezogenen Senkrechten ebensoweit hinter dem Spiegel als jener Punkt vor ihm liegt: die Gesammtheit dieser Bilder gibt das Bild des Gegenstandes. Gesetzt der Gegenstand sei ein Pfeil AA',

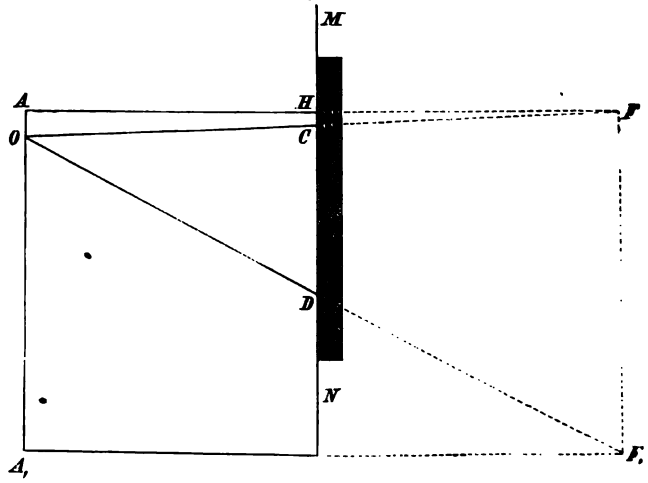
Fig. 84.



so wird die Spitze A des Pfeils ihr Bild in F hervorbringen, die Basis A' das ihrige in F', und die dazwischen liegenden Punkte ihre in der geraden Linie FF'. Der Construction zufolge haben sämmtliche Punkte des Bildes gegen die Ebene des Spiegels genau die nämliche Lage wie die entsprechenden Punkte des Gegenstandes; das Bild stimmt daher der Größe und Gestalt nach mit dem Gegenstande völlig überein, nur findet eine Verwechslung der rechten und linken Seite statt. Die Gegenstände in den ebenen Spiegeln erscheinen also gerade so als wenn

man sie in der Luft erblickte, insofern sie blos von dem Theil zurückgeworfenen Lichtes erhellt wären, aus welchem das Bild entsteht. — Der Unterschied zwischen einem strahlenden Punkt und seinem Bilde besteht nur darin, daß der erste nach allen Seiten Strahlen hinsendet, das andere nur innerhalb eines pyramidalischen Raumes. Das Bild kann man nur sehen, wenn sich das Auge innerhalb dieses vom Spiegel reflectirten Lichtkegels befindet, während man den leuchtenden Punkt an allen Orten sieht, wohin er Licht wirft. Ist O ein Punkt auf derselben Seite des Spiegels, auf welcher der leuchtende Punkt A liegt; so bezeichnet der Durchschnitt B der Geraden OF mit der Spiegelebene den Punkt, wo ein von A ausgehender Strahl den Spiegel treffen muß, damit er nach O reflectirt werde. Dehnt sich der Spiegel nicht soweit aus, daß jene Gerade OF denselben durchschneiden kann, so ist das in O befindliche Auge nicht im Stande das Bild F des Punktes A mittelst dieses Spiegels zu sehen. Es sieht das Bild FF′ mittelst des Stückes BB′ des Spiegels, dessen Größe durch die Durchschnittspunkte B und B′ der von F und F′ nach O gezogenen geraden Linien bedingt wird. Rückt das Auge dem Spiegel näher von O nach O, so reicht ein kleineres Spiegelstück CC′ zur Uebersicht des Bildes FF′ hin. Hat der Spiegel MN eine verticale Lage und ist AA′ die Höhe eines

Fig. 85.

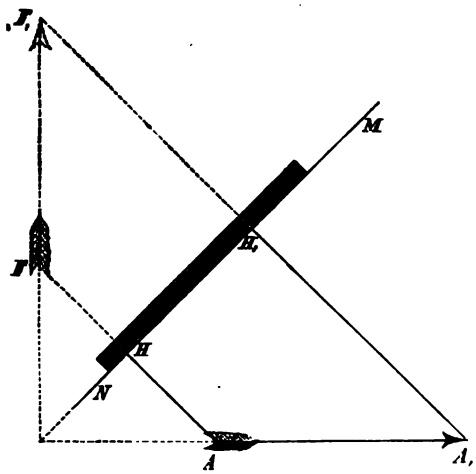


vor demselben stehenden Menschen und O dessen Auge, so beträgt der wirksame Theil CD des Spiegels die Hälfte der Höhe von AA′, wenn er sein Bild darin ganz übersehen soll. Man hat nämlich

$$CD : FF' = OC : OF = AH : AF = 1 : 2.$$

Gegenstand A A′ gegen die Spiegelebene eine Neigung von 45°, auch das Bild F F′ eine Neigung von 45° gegen den Spiegel;

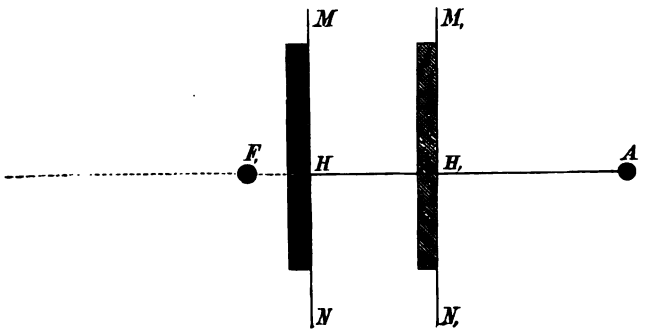
Fig. 86.



daher seine Richtung auf jener des Gegenstandes senkrecht. ithin ein Gegenstand horizontal, so steht das Bild vertical; erscheint das Bild eines vertical aufgerichteten Gegenstandes ontaler Lage. Bewegt sich eine Kugel in der horizontalen Rich- A′, so sieht man sie im Spiegel vertical aufwärts steigen. — er Gegenstand auf der Spiegelebene senkrecht, so ist dies auch n Bilde der Fall; Bild und Gegenstand liegen dann in einer Linie. Daraus erklärt sich, warum am Ufer einer spiegelnden äche das Bild eines vertical stehenden Gegenstandes im Wasser erscheint.

rd der ebene Spiegel M N seiner ursprünglichen Lage parallel

Fig. 87.



nach M'N' bewegt, wodurch das Bild F des in Ruhe bleibenden Punktes A nach F' rückt; so beträgt die Bewegung des Bildes das Doppelte jener des Spiegels. Man hat nämlich $FH = AH$, ferner $F'H' = AH'$; woraus durch Subtraction entsteht: $FH - F'H' = AH - AH' = H'H$. Addirt man auf beiden Seiten HH' hinzu, so kommt

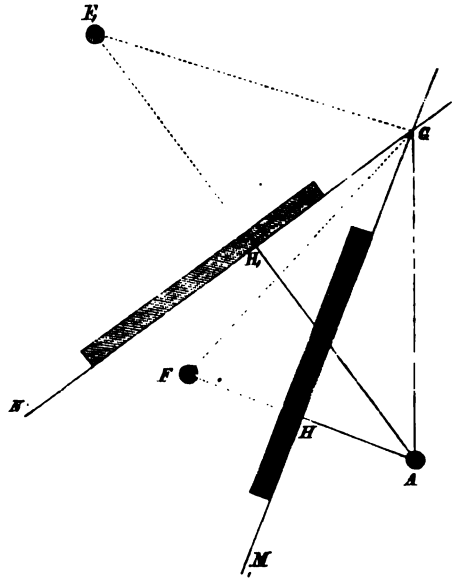
$$FH + HH' - F'H' = 2HH',$$

oder

$$FF' = 2HH'. —$$

Läßt sich ein Spiegel GM um eine in seiner Ebene liegende Achse drehen, wodurch er die Lage GN annimmt; so ist der Drehungswinkel

Fig. 88.



des Bildes doppelt so groß als jener des Spiegels. Es ist nämlich, wenn AF auf GM und AF' auf GN senkrecht steht, ferner $FH = AH$ und $F'H' = AH'$ ist, auch $\mathfrak{W}.FGM = \mathfrak{W}.AGM$ und $\mathfrak{W}.F'GN = \mathfrak{W}.AGN$; woraus durch Subtraction entspringt

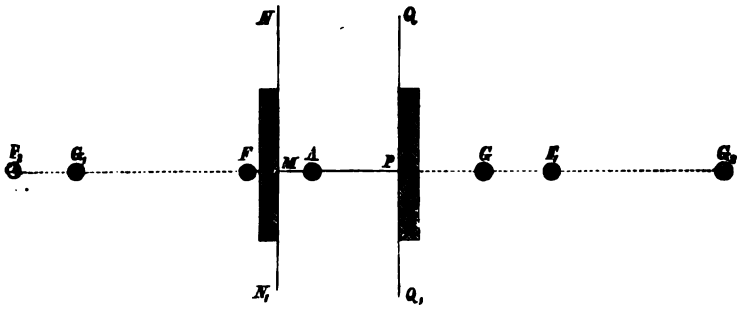
$$\mathfrak{W}.F'GN - \mathfrak{W}.FGM = \mathfrak{W}.AGN - \mathfrak{W}.AGM = \mathfrak{W}.MGN.$$

Addirt man beiderseits den Winkel MGN hinzu, so erhält man

$$\mathfrak{W}.F'GM - \mathfrak{W}.FGM = 2\,\mathfrak{W}.MGN \text{ oder } \mathfrak{W}.F'GF = 2\,\mathfrak{W}.MGN.$$

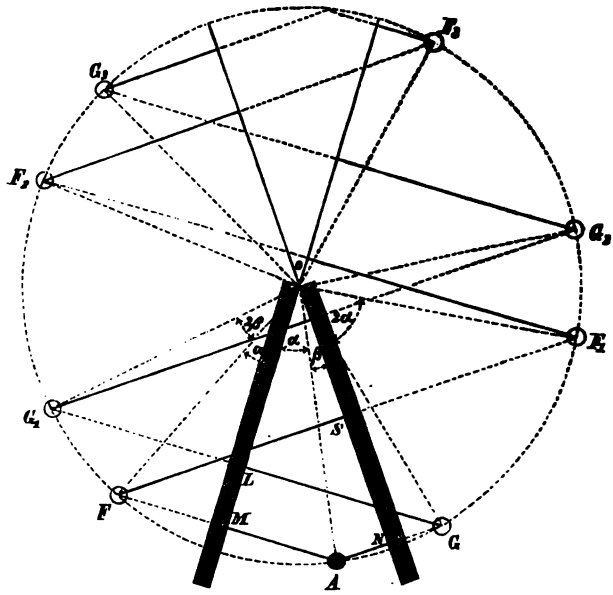
Befindet sich ein Gegenstand A zwischen zwei parallel aufgestellten Planspiegeln NN_1, QQ_1, so haben wir zuvörderst ein Paar Bilder F und G dergestalt, daß $AM = FM$ und $AP = GP$ ist. Das reflectirte Licht, welches diese Bilder erzeugen, fällt aber bezüglich beider Spiegel so auf, als ob es von einem gleichen Gegenstande einerseits in F und anderseits in G herkäme; es entsteht dadurch ein zweites Paar Bilder

Fig. 89.



und F, dergestalt daß $GM = G_1M$ und $FP = F_1P$ ist. Diese zwei der liefern wieder zwei neue Bilder G_2 und F_2 u. s. w. Man sieht)t, daß auf diese Weise hinter jedem Spiegel eine unendliche Reihe Bildern zu Stande kommen würde, wenn nicht bei jeder Reflection Schwächung des Lichtes erfolgte, wodurch die weiter abliegenden der unmerklich werden. Um die Bilder, die aus der ersten Reflec= im Spiegel MN entstehen, von denen zu unterscheiden, welche von erſten Reflection im Spiegel herkommen, kann man den Gegenstand der einen Seite z. B. mit rother, auf der andern Seite mit grüner be anlegen. In beiden Spiegeln wird man dann rothe Bilder mit nen abwechseln sehen. — Schließen zwei einander zugekehrte spiegelnde chen OM und ON einen Winkel ein, was man Winkelspiegel nt; so sieht man von einem innerhalb des Winkels MON liegenden htenden Punkte A eine Anzahl Bilder F, G, F_1, G_1 u. s. w., welche mtlich in der Peripherie eines Kreises erscheinen, der den Scheitel O Winkels zum Mittelpunkt und den Abstand OA des Scheitels r leuchtenden Punkt zum Halbmesser hat. Zunächst entstehen näm= die beiden Bilder F und G, so daß einerseits $FM = AM$ und erseits $GN = AN$, mithin auch $OF = AO = GO$ ist. Diese zwei der erzeugen zwei neue Bilder F_1 und G_1, so daß einerseits $SF = SF_1$ anderseits $GL = G_1L_1$, folglich auch $OF = OF_1 = OG = AO$ d. Die beiden letzten Bilder liegen also mit den beiden vorher= enden und dem leuchtenden Punkte A in gleichem Abstande von dem heitelpunkte O. Auf die nämliche Weise läßt sich zeigen, daß die stände der folgenden Bilder F_2 und G_2 u. s. w. von dem Scheitel O n Abstande OA gleich sind, woraus folgt, daß alle Bilder in der ripherie eines Kreises liegen. Jedes folgende Bild erzeugt so lange eder ein weiteres, als es nicht in den Scheitelwinkel von MON fällt, ll dann von ihm aus kein Licht mehr zu dem Spiegel gelangen kann. ie Bilder erscheinen im Verein mit dem Gegenstand in dem Kreise

Fig. 90.



symmetrisch geordnet. Denn setzt man der Kürze halber Wi
$MOA = \alpha$ und Winkel $NOA = \beta$, so hat man zunächst Winkel

$$AOF = 2\alpha \text{ und Winkel } AOG = 2\beta;$$

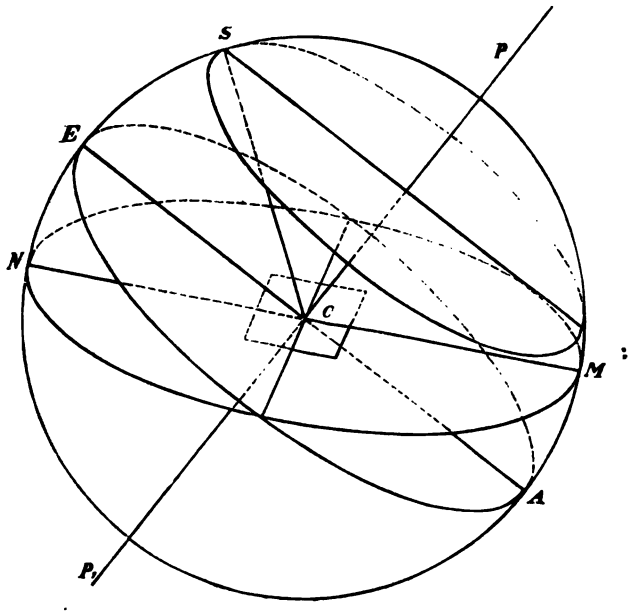
ferner Winkel $FOG_1 = MOG - MOF = \alpha + 2\beta - \alpha = 2\beta$;
und Winkel $F_1OG = NOF - NOG = 2\alpha + \beta - \beta = 2\alpha$; u. s. w
so daß der Abstand zwischen zwei aufeinander folgenden Bildern
wechselnd auf der einen Seite 2α und 2β, auf der andern 2β
2α beträgt. Im Falle A sich genau in der Mitte zwischen bei
Spiegeln befände, würden alle diese Abstände einander gleich s
Die Anzahl der Bilder hängt ab sowohl von der Größe des Wink
welchen die Spiegel mit einander machen, als auch von der Lage
Gegenstandes hinsichtlich der Spiegel; sie wächst wenn der Winkel M
sich verringert und ist, falls A in der Mitte zwischen beiden Spieg
liegt, im Allgemeinen um Eins kleiner als der Quotient, den man
der Division von 360° durch die Anzahl der Grade des Winkels M
erhält. — Auf der Wirkung des Winkelspiegels beruhen die arti
Erscheinungen des bekannten Kaleidoscops. Er besteht aus
schmalen, rechteckigen Planspiegeln, die unter einem Winkel von 36°
60° gegeneinander geneigt in einer inwendig geschwärzten Röhre
festigt sind. Die Röhre hat an einem Ende einen Deckel, worin

ine Oeffnung zum Hineinſehen mit einem Auge ſich befindet; das dere Ende iſt mit zwei parallelen kreisförmigen Glasſtücken verſchloſſen, iſchen welche mehrere feine verſchiedenfarbige Objecte ſo gelegt ſind, ß ſie leicht eine Aenderung in ihrer Lage annehmen, wenn man die ihre in der Hand umdreht. Das nach außen gekehrte Glasſtück iſt tt geſchliffen, damit das Auge beim Hineinſehen durch die kleine effnung blos die in der Röhre befindlichen Körperchen erblicken könne d nicht durch fremdartige Gegenſtände geſtört werde. In dem Winkel- iegel zeigen ſich die feinen Objecte vervielfältigt und in ſymmetriſchen iguren geordnet, die in unendlicher Mannigfaltigkeit variiren.

2. Anwendungen der Planſpiegel.

Bei verſchiedenen optiſchen Verſuchen iſt es nöthig, einen in ein nkeles Zimmer eingetretenen Lichtſtrahl längere Zeit hindurch in einer d derſelben Richtung zu erhalten. Man erreicht dieſen Zweck mittelſt ſogenannten Helioſtats, deſſen hauptſächliche Theile ein ebener ctallſpiegel und ein Uhrwerk ſind, welches den Spiegel in eine ſolche wegung verſetzt, daß der darauf fallende Sonnenſtrahl ungeachtet beſtändigen Bewegung der Sonne in einer unveränderten Richtung ckgeworfen wird. Als Fundamentalrichtung des reflectirten Strahls

Fig. 91.



wählt man am besten die der Weltachse parallele, worauf er dann durch einen zweiten Spiegel jede beliebige Richtung bekommen kann. Die Aufgabe wäre also die richtige Lage für den ersten Spiegel zu ermitteln. Um dahin zu gelangen, sei CP die Richtung der Weltachse und ACE die Aequatorebene, in welche die Ebene des Zifferblattes des Uhrwerks zu liegen kommt, wodurch die auf dem Zifferblatte senkrecht stehende Zeigerachse in die Richtung der Weltachse fällt; ferner sei SC der einfallende Sonnenstrahl, der durch einen Planspiegel MN nach CP reflectirt werden soll, in welchem Falle die Reflectionsebene SCP auf der Ebene des Zifferblattes senkrecht steht und zugleich in jener des Declinationskreises liegt. Stellen nun die Geraden EA, MN die Durchschnittslinien des Zifferblattes und des Spiegels mit der Reflectionsebene dar, so gibt der Winkel ACM die Größe der Neigung des Spiegels gegen das Zifferblatt an. Dieser Winkel ACM ist aber gleich $90^0 - PCM = 90^0 - ACM - ECS$,

woraus folgt $ACM = 45^0 - \frac{1}{2} ECS$.

Der Winkel ECS entspricht der jedesmaligen Declination der Sonne und ist, wenn die Sonne über dem Aequator sich befindet, eine positive, dagegen eine negative Größe, wenn sie unter dem Aequator steht. Der auf den Spiegel fallende Sonnenstrahl wird also unter der Voraussetzung, daß die Uhr gehörig im Gange ist, beständig in der Richtung der Weltachse, deren Lage unveränderlich ist, reflectirt, wenn die Ebene des Zifferblattes der Aequatorebene parallel läuft und die Neigung des Spiegels gegen das Zifferblatt um die Hälfte der Declination der Sonne für den Zeitpunkt des Versuches weniger oder mehr als 45° beträgt, je nachdem die Sonne eine nördliche oder südliche Declination hat. Auf diesem Princip beruht das hier abgebildete Heliostat (Fig. 91a), wie solches das hiesige physikalische Kabinet der höheren Gewerbschule besitzt. Auf einer dreieckigen Basis, die sich mittelst Stellschrauben horizontal stellen läßt, erhebt sich eine verticale Säule, auf welcher die Uhr mit fester Reibung um zwei Achsen beweglich ruht, wovon die eine vertical und die andere horizontal ist. Durch Drehung um die erste Achse vermag man die Ebene des Zifferblattes senkrecht auf den Meridian des Orts zu stellen und vermittelst der Drehung um die zweite Achse jene Ebene in eine der Aequatorebene parallele Lage zu bringen. An der Achse des Zifferblattes befindet sich der Stundenzeiger, den man nach wahrer Sonnenzeit richtet, nachdem das Zifferblatt die Stellung erhalten hat, bei welcher die Zahl 12 genau der Ebene des Meridians entspricht. Um die Ebene des Zifferblattes bequemer in eine der Aequatorebene parallele Lage zu stellen, bedient man sich des mit der Uhr verbundenen Quadranten, auf welchem der durch ein

s Gewicht angeſpannte
cht herabhängende Faden
der Polhöhe des Be-
tungsortes gleichen Win-
ngeben muß, wenn die
e des Zifferblattes dem
ator parallel ſein ſoll.
elſt einer gabelförmigen
ichtung iſt der Spiegel,
er den reflectirten Son-
rahl in der der Welt-
parallelen Richtung er-
n ſoll, oberhalb der Uhr
igt, ſo daß er um eine
iner Ebene liegende, der
e des Zifferblattes parallele
drehbar iſt. Durch einen
ieſer Achſe angebrachten
bogen läßt ſich der Spie-
n ſeine gehörige Neigung
das Zifferblatt genau
llen. Haben auf dieſe
e das Zifferblatt, der
denzeiger und der Spiegel
chtige Stellung bekommen,
ird die Uhr in Gang ge-
wobei der Spiegel ſich
dergeſtalt bewegt, daß
uf ihn fallende Sonnen-

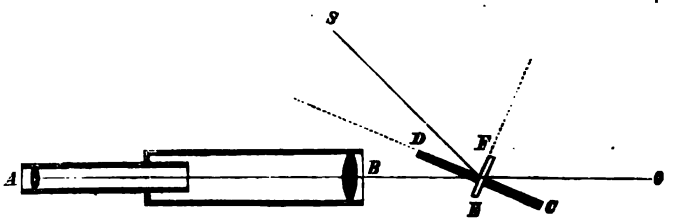
Fig. 91a.

fortwährend nach der Richtung der Weltachſe reflectirt wird. Die
hat dieſelbe Einrichtung wie eine gewöhnliche Federuhr mit dem
en Unterſchiede, daß der Stundenzeiger nicht in 12, ſondern in
Stunden einen Umlauf macht. An dem Uhrgehäuſe iſt endlich noch
ertikal gebogener Stab angebracht, deſſen zwei Enden in Kugeln
ufen, wodurch der Stab nebſt dem daran befeſtigten Spiegel in
beliebige Stellung ſich bringen laſſen und ſo durch dieſen Spiegel
reflectirte Strahl dorthin geleitet werden kann, wohin man ihn
n will.

Gauß's Heliotrop hat zum Zweck das Sonnenlicht nach einem
nten weit entfernten Punkt hinzuwerfen, ſo daß man dadurch bei
dehnten Vermeſſungen ein weit ſichtbares deutliches Signal be-

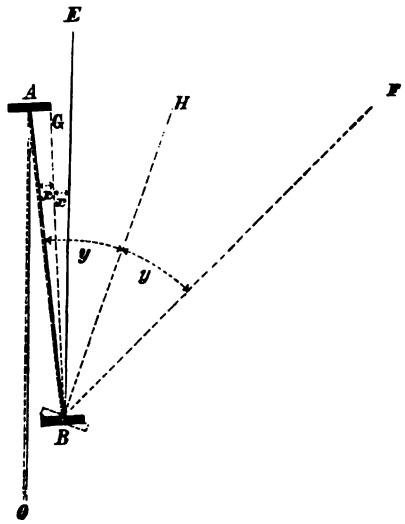
kommt. Das Instrument besteht aus einem Fernrohr AB und zwei damit verbundenen rechtwinklig gegeneinander befestigten Planspiegel

Fig. 92.



CD und EF, wovon der erstere der größere ist. Richtet man nun d Fernrohr auf den entfernten Beobachter O, dem das Signal dargeb werden soll, und bringt die Spiegel in eine solche Stellung, daß m in dem Fernrohr den kleineren Spiegel hell erleuchtet sieht; so erbl der Beobachter in O auf dem andern Spiegel ebenfalls ein deutlic Sonnenbild, welches ihm als Signal dient. Denn ist SH der a den Spiegel EF fallende Sonnenstrahl, so ist SHD der Einfallswi und BHD der Reflectionswinkel, weil DH senkrecht auf EF steht u durch das Fernrohr das Sonnenbild in der Richtung HB gesehen wi folglich W. SHD = W. DHB, oder W. SHD = W. CHO, d. h. H ist in der That der von dem größeren Spiegel gegen den Beobach hin reflectirte Strahl, der mit dem von dem kleineren Spiegel zurü geworfenen HB in der Achse des Fernrohrs liegt.

Fig. 93.



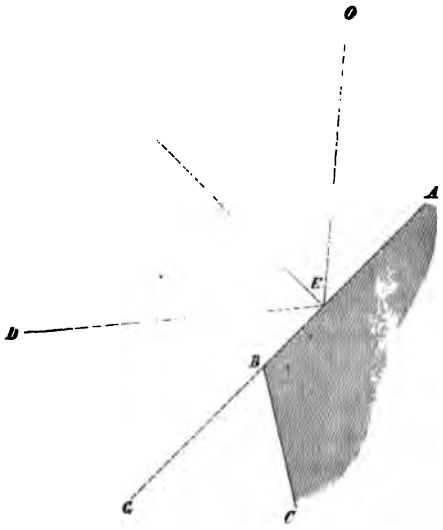
Der Spiegelsextant di zur Messung des Winkels, m chen die von zwei entfern Punkten zum Auge gezoge geraden Linien einschlie Er besteht aus einem in Gr getheilten Bogen von etwa 6 ferner aus einem nur Hälfte belegten Glasspiegel der auf der Ebene des Kre bogens fest steht, und e einem ganz belegten Spiegel der im Mittelpunkt des Bog um eine auf dessen Ebene se rechte Achse drehbar ist. D spiegelnde Fläche von A dem Auge O zugewendet, i

durch die unbelegte Hälfte dieses Spiegels den fernen Gegenstand sehen kann; dagegen ist die spiegelnde Fläche von B dem Gegenstand zugekehrt, auf welchen sich die Winkelmessung bezieht, so daß die von demselben ausgehenden Strahlen von dem Spiegel B nach A und dann vom Spiegel A nach dem Auge O reflectirt werden können. Man kann nun dem beweglichen Spiegel B eine solche Stellung geben, daß man einen entfernten Gegenstand E durch die unbelegte Hälfte von A direct, im belegten Theile aber das Bild desselben Gegenstandes sieht, als wäre gleichsam der ganze Spiegel A unbelegt. In gedachtem Falle hat der Spiegel B eine zu dem unverrückbaren Spiegel A parallele Lage; diese Stellung des Spiegels B mag die Anfangsstellung heißen. Dreht man jetzt den letzteren Spiegel dergestalt, daß man in dem belegten Theile des Spiegels A das Bild eines zweiten Gegenstandes F sieht, während man durch die unbelegte Hälfte noch den ersten Gegenstand E erblickt; so gibt das doppelte des Winkels, um welchen der Spiegel B aus seiner Anfangsstellung zu diesem Behuf gedreht werden mußte und den man mittelst einer Alhidade am Gradbogen abliest, den Winkel an, welchen die nach E und F gerichteten Visirlinien BE und BF einschließen. — Es sei x der Winkel, welchen sowohl der einfallende Strahl EB als der reflectirte Strahl BA mit dem Einfallslothe BG in der Anfangsstellung machen. In der zweiten Lage des Spiegels B, wo BH dessen Einfallsloth ist, wird ABH der Winkel sein, welchen der von B nach A reflectirte Strahl mit dem Einfallslothe BH macht, welcher Winkel durch y dargestellt werden mag. Der Winkel EBF, d. h. der Winkel der nach E und F gerichteten Visirlinien, ist nämlich gleich $2y - 2x$; ferner der Winkel GBH, d. h. der Winkel der beiden Einfallslothe oder der Winkel, den die beiden Stellungen des Spiegels einschließen, gleich $y - x$, woraus die Richtigkeit der Behauptung sich ergibt. Bei dem Instrument selbst ist dem Spiegel A gegenüber an dem Gestell eine Metallplatte befestigt, in der sich ein kleines Loch o befindet, an welches man das Auge hält, um durch den unbelegten Theil des Spiegels A den einen der beiden einzuvisirenden Gegenstände E zu sehen, worauf die Alhidade mit dem senkrecht darauf gestellten Spiegel B gedreht wird, bis das reflectirte Bild von F gerade unter dem Bilde E erscheint. Ist dies erreicht, so stellt man mittelst einer Schraube die Alhidade fest und liest dann ab, um wie viel Grade dieselbe vom Nullpunkte an gedreht worden ist. Zu genaueren Messungen ist statt der kleinen Oeffnung an dieser Stelle ein Fernrohr dergestalt befestigt, daß seine Achse gerade durch die Linie geht, welche den belegten vom unbelegten Theile des Spiegels A trennt. Bei dem Gebrauche faßt man das Instrument an seinem Handgriffe, bringt dann die Ebene

des Sectors in die Ebene des Winkels E O F, und dreht, ini Punkt E in der Achse des Fernrohrs festgehalten wird, die S so lange, bis die Bilder von E und F ganz übereinander falle man bei der Beobachtung durch das Fernrohr nicht mehr wie l mit bloßem Auge den belegten Theil von dem unbelegten zu scheiden vermag.

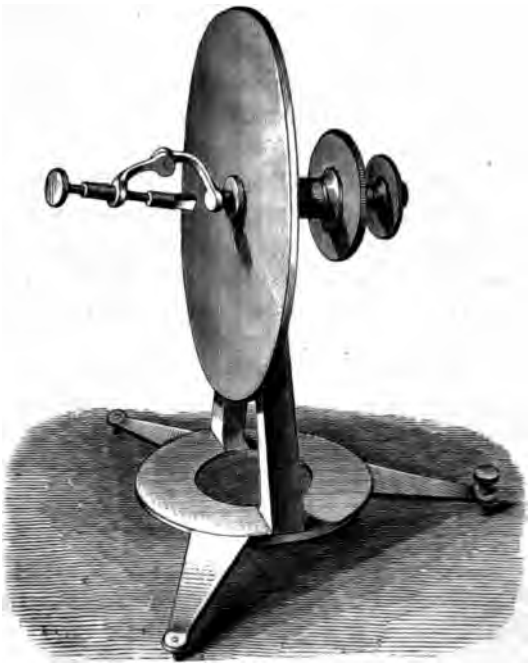
Das Reflectionsgoniometer hat zum Zweck den Ne winkel glänzender ebenen Flächen, mithin auch den Winkel, d Flächen eines Krystalls einschließen, zu messen. Um das Prin welchem die Einrichtung dieses sinnreichen Instrumentes beruht

Fig. 94.



sehen, sei A B C der zu n Winkel. Fällt der von weit entfernten Gegen herkommende Lichtstra auf die spiegelnde Flä so wird er nach E O r Das in O befindlich wird demnach ein Spi von jenem Gegenstand e Wird nun der Winke um B so weit gedre die spiegelnde Fläche B C in die Lage der ersteren so erscheint das reflecti des entfernten Gegen in der nämlichen Richt vorhin. Es kommt a darauf an, den Drehung G B C auf eine gena bequeme Weise zu messen, weil offenbar der Neigungswinkel A = 180° — Drehungswinkel G B C ist. — Zu diesem Zweck ist n Goniometer (Fig. 94a) eigens construirt. Es besteht aus ein Rande eingetheilten verticalen, mit einem Nonius versehenen aus Messing, der von einem verticalen Fuße getragen um ein zontale Achse sich drehen läßt. Diese Achse ist der Länge nach bohrt, um eine zweite innere Achse aufzunehmen, welche mi einer an ihrem vorderen Ende befindlichen Scheibe nach Belie dreht werden kann. Das andere Ende der inneren Achse trä um dieselbe drehbaren Bogen, an welchem wieder ein ähnlicher befestigt ist, der zugleich eine um eine verticale Achse drehende V gestattet. In diesem zweiten Bogen befindet sich außerdem ein v

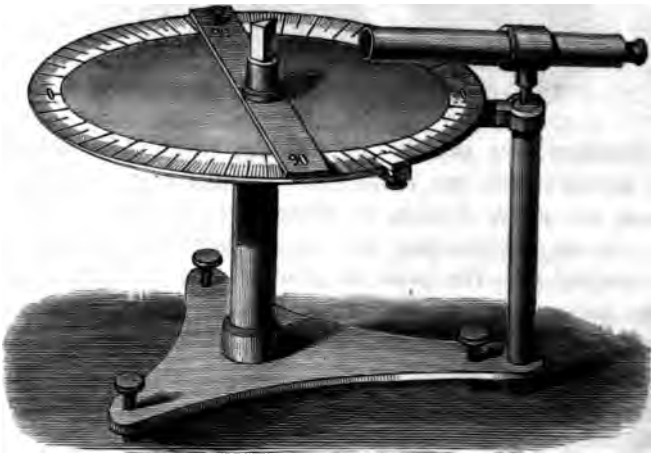
Fig. 94a.



bares Stäbchen, auf welchem der Kryſtall, deſſen Neigungswinkel beſtimmt werden ſollen, mit etwas Wachs befeſtigt wird, ſo daß jedesmal die Kante der beiden Flächen, an welchen der zu meſſende Winkel vorkommt, in die Verlängerung der inneren Achſe fällt oder wenigſtens zu ihr parallel iſt. Um dahin zu gelangen, ſetzt man das Inſtrument auf eine horizontale Unterlage der Vorderfläche eines hinlänglich weit entfernten Gebäudes gegenüber, an welcher mehrere horizontale Linien wahrzunehmen ſind, ſo daß die Ebene des getheilten Kreiſes auf jenen Linien ſenkrecht ſteht. Darauf hält man das Auge nahe hinter den Kryſtall und dreht ihn mittelſt der Scheibe der inneren Achſe ſo lange, bis das reflectirte Bild einer der Horizontallinien mit einer andern direct geſehenen zuſammenfällt. Iſt dieſe Bedingung erfüllt, ſo dreht man wieder die innere Achſe ſo lange, bis das nämliche Zuſammenfallen auf der andern Fläche, deren Neigung gegen die erſte gemeſſen werden ſoll, wahrgenommen wird. Wenn man nach einigen Verſuchen dahin gekommen iſt, ein ſolches Zuſammenfallen ſucceſſiv auf beiden Flächen durch bloße Drehung der inneren Achſe zu bewerkſtelligen, ohne die Stellung des Auges zu ändern und den Kryſtall weiter zu berühren, ſo wird die Kante der beiden Flächen genau horizontal ſein, mithin

eine zur inneren Achse parallele Lage haben. — Nachdem auf solche Weise der Krystall gerichtet ist, schreitet man zur Messung des Winkels. Man stellt deßhalb den eingetheilten Kreis so, daß der Nullpunkt des Nonius mit dem des Kreises zusammenfällt, dreht hierauf die innere Achse so lange, bis an einer der beiden Flächen die erwähnte Coincidenz der zwei Bilder beobachtet wird; alsdann dreht man mittelst einer zweiten größeren Scheibe die durchbohrte äußere Achse, die zugleich die innere Achse, den Krystall und den getheilten Kreis bewegt, bis auch an der zweiten Fläche die Coincidenz der nämlichen zwei Bilder bemerkt wird: der Bogen, um den der Kreis gedreht worden ist, wird durch die auf dem Rande angegebene Eintheilung gemessen und ist, wie oben gezeigt, dem Supplement des Neigungswinkels gleich, den die beiden Flächen miteinander bilden. — Das eben beschriebene, von Wollaston erfundene Goniometer kann nur zur Messung der Winkel an kleinen Krystallen benutzt werden; für große Krystalle ist das Charles'sche Goniometer sehr zweckmäßig. Es besteht aus einem horizontalen ge-

Fig. 94b.



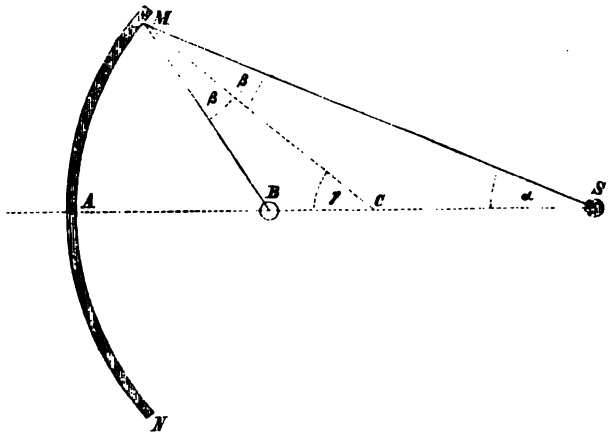
theilten, um eine verticale Achse drehbaren und mit einer Alhidade versehenen Kreise, an dessen Seite ein kleines Fernrohr mit feinem Fadenkreuz aufgestellt ist. Bei dem Gebrauche wird der Krystall auf den horizontalen Kreis so gestellt, daß die Kante der zwei Flächen, deren Neigungswinkel bestimmt werden soll, in die Drehungsachse der Alhidade und den Mittelpunkt der Theilung zu liegen kommt. Hierauf läßt man von einem entfernten Gegenstande Licht auf eine der Flächen fallen, so daß dessen Spiegelbild im Fadenkreuz des Fernrohrs erscheint; dann

wird die Alhidade sammt Krystall so weit gedreht, bis das Spiegelbild des Visirgegenstandes durch die zweite Fläche erzeugt, ebenfalls im Fadenkreuz erscheint. Der Drehungswinkel der Alhidade, welcher am getheilten Kreise leicht abgelesen werden kann, ist wieder gleich dem Supplement des zu bestimmenden Winkels.

3. Erscheinungen an sphärischen Spiegeln.

Unter den Spiegeln mit gekrümmten Oberflächen verdienen vorzüglich unsere Aufmerksamkeit die sphärischen oder Kugelspiegel, weil sie eine häufige Anwendung finden. Wir machen den Anfang mit dem sphärischen Hohlspiegel, dessen hohle oder concave Seite die spiegelnde Fläche abgibt. Es sei MAN ein solcher Spiegel, A seine Mitte, C sein

Fig. 95.



Krümmungsmittelpunkt; die Linie AC und deren Verlängerung heißt die Achse des Spiegels. Befindet sich nun in der Achse ein leuchtender Punkt S, der einen Lichtstrahl SM auf den Spiegel wirft; so gibt der nach dem Einfallspunkt M gezogene Halbmesser CM das Einfallsloth bezüglich jenes Lichtstrahls ab. Wird daher von M aus die Linie MB so gezogen, daß Winkel BMC gleich SMC ist, so wird BM der in M reflectirte Strahl von SM und B der Punkt sein, in welchem er mit der Achse zusammentrifft.

Um die Lage dieses Punktes kennen zu lernen, wollen wir SA = a, CA = r und AB = b setzen; ferner den Winkel MSA durch α, den Winkel SMC oder seinen gleichen BMC durch β und den Winkel MCA durch γ darstellen. Man erhält aus den Dreiecken SCM und BCM:

$$SC : CM = \sin\beta : \sin\alpha \text{ oder } \sin\alpha = \frac{r}{a-r} . \sin\beta;$$

$$CB : CM = \sin\beta : \sin(\gamma+\beta) \text{ oder } b = r - \frac{r \sin\beta}{\sin(\gamma+\beta)}.$$

Die erstere verwandelt sich in: $\sin\gamma \cos\beta - \cos\gamma \sin\beta = \frac{r}{a-r}$; oder wenn auf beiden Seiten mit $\sin\beta$ dividirt wird, in:

$$\sin\gamma \cot g\beta = \frac{r}{a-r} + \cos\gamma.$$

Substituirt man diesen Ausdruck in den Werth von

$$b = r - \frac{r}{\sin\gamma \cot g\beta + \cos\gamma};$$

so bekommt man $b = r\left(1 - \frac{1}{2\cos\gamma + \frac{r}{a-r}}\right)$

Dieser Werth von b bleibt derselbe für sämmtliche von S ausg Lichtstrahlen, welche mit der Achse den nämlichen Winkel α mache durchkreuzen folglich alle vom Punkt S unter gleichem Winkel die Achse laufende Lichtstrahlen, nachdem sie von dem Hohlspieg flectirt worden, einander in einem und demselben Punkte der Die in diesem Punkte zusammentreffenden Strahlen werden ihre linige Richtung fortsetzen und in dem Auge, das sich innerhal von ihnen gebildeten Strahlenkegels befindet, den Eindruck mache wäre der leuchtende Punkt S in B, d. h. es wird in B ein Bi Punktes S wahrnehmen.

Ist γ ein sehr kleiner Winkel, was fast immer eintrifft, so wir $b = r\left(1 - \frac{1}{2 + \frac{r}{a-r}}\right)$ oder $b = \frac{ar}{2a-r}$.

Wird $\frac{r}{2} = f$ gesetzt, so verwandelt sie sich in: $\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f}$. N wir den Abstand b des Bildes vom Spiegel die Bildweite, f diese Relation aus: die Summe aus den reciproken Werthen de standes des leuchtenden Punktes vom Spiegel und der Bildwe gleich dem reciproken Werthe der Hälfte des Krümmungshalbm Nehmen wir in dieser Relation a unendlich groß an, in welchem die den Spiegel treffenden Strahlen der Achse parallel sind; s einigen sich dergleichen Strahlen in einem Punkte der Achse, Entfernung vom Spiegel der Hälfte des Krümmungshalbmessers ist. Der Vereinigungspunkt solcher parallelen Strahlen heißt Br punkt und seine Entfernung vom Spiegel Brennweite, weil Sonnenstrahlen nach ihrer Reflection durch den Hohlspiegel in

ereinigungspunkte eine so bedeutende Hitze entwickeln, daß brennbare örper entzündet werden. Wegen dieses Umstandes wird der Hohl- iegel auch Sammelspiegel und Brennspiegel genannt.

Aus der Gleichung $\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a}$ folgt $\frac{1}{b} < \frac{1}{f}$ oder $b > f$. Zugleich it man, wenn $a > 2f$ ist, $\frac{1}{b} > \frac{1}{f} - \frac{1}{2f}$ oder $b < 2f$. Das Bild nes weit vom Spiegel abliegenden, jedoch nicht in unendlich großer ntfernung befindlichen leuchtenden Punktes fällt demnach zwischen rennpunkt und den Krümmungsmittelpunkt, so daß das Bild vom piegel sich entfernt, wenn der leuchtende Punkt demselben sich nähert. ür $a = 2f$ bekommt man $b = 2f$, d. h. das Bild fällt mit dem uchtenden Punkte zusammen, wenn der letztere im Krümmungsmittel- nkte des Spiegels liegt. — Befindet sich der leuchtende Punkt zwischen m Krümmungsmittelpunkte und dem Brennpunkte, so ist $a > f$ und gleich $a < 2f$; mithin $\frac{1}{a} > \frac{1}{2f}$ und $\frac{1}{a} < \frac{1}{f}$, weßhalb b positiv und ößer als 2f wird; das Bild erscheint alsdann vor dem Krümmungs- ittelpunkt und seine Entfernung vom Spiegel nimmt bedeutend zu, enn der leuchtende Punkt dem Brennpunkte näher rückt. Für $a = f$ ird b unendlich groß, d. h. die Strahlen, welche vom Brennpunkte sgehen, werden durch die Reflection zu einander parallel. Stellt an also eine intensive Lichtquelle genau oder nahe in den Brennpunkt es Hohlspiegels, so werden die Lichtstrahlen zum großen Theil parallel r Achse reflectirt, wodurch sie noch in großen Entfernungen einen nlänglich starken Lichteindruck zu erzeugen vermögen. Aus diesem runde leisten die Hohlspiegel gute Dienste auf Leuchtthürmen, sowie erhaupt als Beleuchtungsspiegel bei Lampen. — Steht endlich der uchtende Punkt innerhalb der Brennweite, d. h. ist $a < f$, mithin $> \frac{1}{f}$; so liefert die Formel $\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a}$ für b einen negativen Werth. ies bedeutet, daß jetzt die Lichtstrahlen dergestalt reflectirt werden, s kämen sie von einem hinter dem Spiegel befindlichen Punkte her: s Bild ist hier wie bei den ebenen Spiegeln kein wirkliches, son- rn bloß ein sogenanntes geometrisches. Setzt man in diesem Falle $b = b'$, so bekommt man $\frac{1}{b'} = \frac{1}{a} - \frac{1}{f}$, d. h. $b' > a$. Das Bild ist mnach von dem Spiegel immer weiter entfernt, als der leuchtende unkt, dessen Annäherung zu dem Spiegel zugleich jene des Bildes r Folge hat.

Besitzt der leuchtende Körper eine gewisse Ausdehnung, so erzeugen le seine Punkte eben so viele wirkliche oder geometrische Bilder, welche

zusammengenommen das wirkliche oder geometrische Bild des Ku ausmachen. Das Bild jedes einzelnen Punktes liegt auf dem den letzteren und durch den Krümmungsmittelpunkt gehenden S oder dem sogenannten Hauptstrahl des Punktes und wird au nämliche Weise bestimmt, wie es für einen auf der Achse befind Lichtpunkt geschieht, so daß die Gleichung

$$b = r\left(1 - \frac{1}{2\cos\gamma + \frac{r}{a-r}}\right) \text{ oder } \frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f}$$

zur Anwendung kommt, wo dessen Hauptstrahl die Stelle der vertritt. Unter der Voraussetzung, daß die auf den Spiegel fall Strahlen kleine Winkel mit der Achse machen, kann der Bildpunkt durch folgendes Verfahren gefunden werden. Es sei SS' eine Di sion eines vor dem Spiegel MN aufgestellten Gegenstandes; man von den Endpunkten S und S' außer den Hauptstrahlen SCN, S' auch die zur Achse parallelen Strahlen SP, SQ; letztere werden dem Brennpunkte reflectirt und vereinigen sich mit ihren betreff Hauptstrahlen in den Punkten B, B', welche die Vereinigungsp sämmtlicher von S und S' auf den Spiegel gelangenden Strahlen, die Bilder dieser Punkte sein werden. Die Bilder der zwischen S S' befindlichen Punkte fallen zwischen B und B'; man wird dah dem Zwischenraum von B und B' eine eben so geordnete Reihe Licht aussendenden Punkten oder ein Bild von SS' wahrnehmen Befindet sich der Gegenstand in einem größeren Abstand als der K mungsmittelpunkt C, so erscheint, wie Fig. 96 zeigt, das Bild zw dem Mittelpunkt und dem Brennpunkt in umgekehrter Lage und k als der Gegenstand. — Befindet sich der Gegenstand zwischen

Fig. 96.

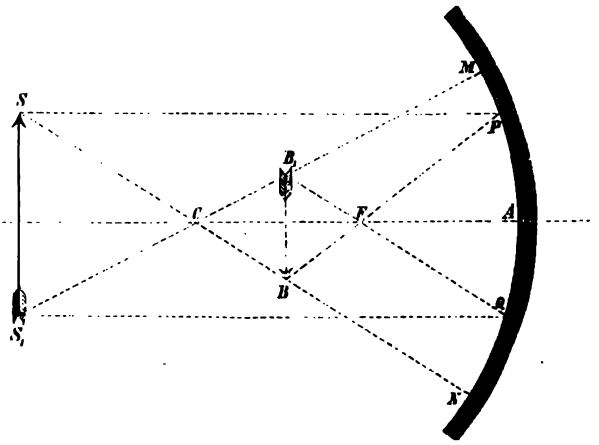


Fig. 96a.

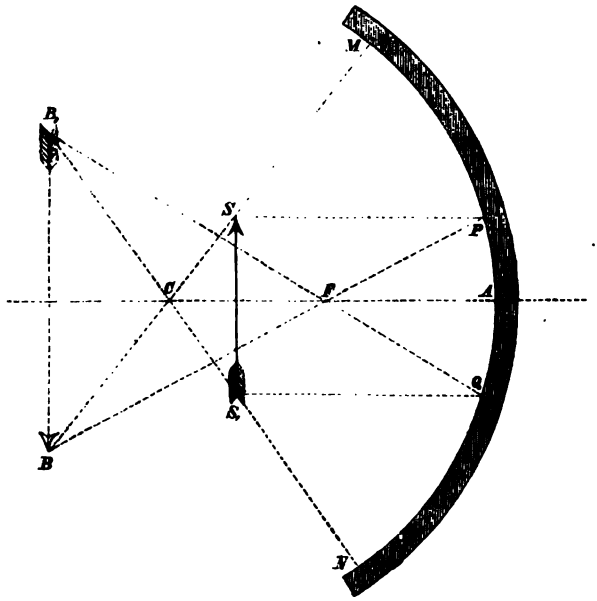
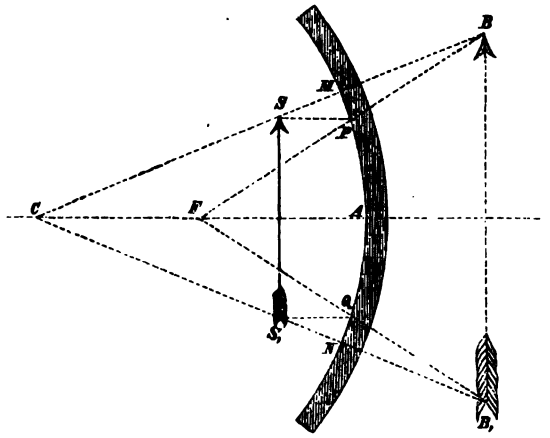


Fig. 96b.



mpunkt und dem Mittelpunkt, ſo erſcheint, wie in Fig. a erſichtlich das Bild vor dem Mittelpunkt wieder in umgekehrter Lage, aber er als der Gegenſtand. — Befindet ſich endlich der Gegenſtand halb der Brennweite, ſo entſteht, wie Fig. b zeigt, ein aufrechtes vergrößertes Bild. Wegen dieſes Umſtandes wird der ſphäriſche ſpiegel auch zuweilen Vergrößerungsſpiegel genannt.

Das Verhältniß zwischen einer Dimension des Bildes und
dazu gehörigen des Gegenstandes, oder der Grad der Vergrößerung
Verkleinerung läßt sich aus der Aehnlichkeit der Dreiecke SS'C
B B'C herleiten (Fig. 96 a). Es ist nämlich $\frac{BB'}{SS'} = \frac{2f-b}{a-2f}$, oder,
statt b dessen Werth $\frac{af}{a-f}$ gesetzt wird, $\frac{BB'}{SS'} = \frac{f}{a-f}$. Daraus
sich, daß, so lange $a > 2f$, das Bild kleiner als der Gegenstand
Für $a = 2f$ haben Bild und Gegenstand die nämliche Größe.
$a < 2f$, aber $a > f$, so erscheint das Bild vor dem Krümmungsmit
punkt größer als der Gegenstand. Für den Fall, daß $a < f$, hat
$\frac{BB'}{SS'} = -\frac{f}{f-a}$, wo das negative Zeichen andeutet, daß das vergrö
Bild kein wirkliches, sondern ein geometrisches ist.

Um die hier angegebenen Resultate durch Versuche zu bestäti
bringe man die Flamme einer Kerze nahe in die Richtung der
des Hohlspiegels in eine im Vergleich zu seinem Halbmesser bedeut
Entfernung. Stellt man dann in den Brennpunkt ein mattgeschliff
Glas oder einen Schirm von weißem Papier und betrachtet sie
ihrer Rückseite, so sieht man in der That ein kleines verkehrtes
der Kerze sich darauf abmalen. Nähert man hierauf die Flamme
Spiegel allmählig, so rückt das Bild dem Krümmungsmittelpunkt n
und nimmt an Größe zu, indem es seine umgekehrte Lage beibe
Rückt die Flamme dem Spiegel noch näher über den Krümmu
mittelpunkt hinaus, so entfernt sich das Bild vor demselben im
größer werdend, ohne seine umgekehrte Stellung zu ändern. Kom
die Flamme in den Brennpunkt, so verschwindet das Bild ganz und
es erscheint aber von Neuem auf der entgegengesetzten Seite des S
gels, wenn die Flamme fortfährt, demselben sich noch mehr zu näh
Man sieht es dann erst sehr groß und aufrecht, und hierauf bei
terer Annäherung der Flamme immer kleiner werden, ohne sich
zukehren.

Bei der Anstellung von Versuchen mit sphärischen Spiegeln ist
nöthig, die Lage ihrer Brennpunkte zu kennen. Will man diesen P
für einen Hohlspiegel ermitteln, so hält man ihn mit seiner Concav
der Sonne gegenüber, so daß seine Achse zu den Sonnenstrahlen para
ist. Darauf bewegt man ein mattgeschliffenes Glas oder ein S
weißes Papier auf der hohlen Seite des Spiegels so lange hin
her, bis das Bild der Sonne darauf am kleinsten und deutlichsten
zeigt. Das Glas oder Papier befindet sich dann im Brennpunkte
Spiegels und sein Abstand von der Mitte des letztern gibt de
Brennweite an.

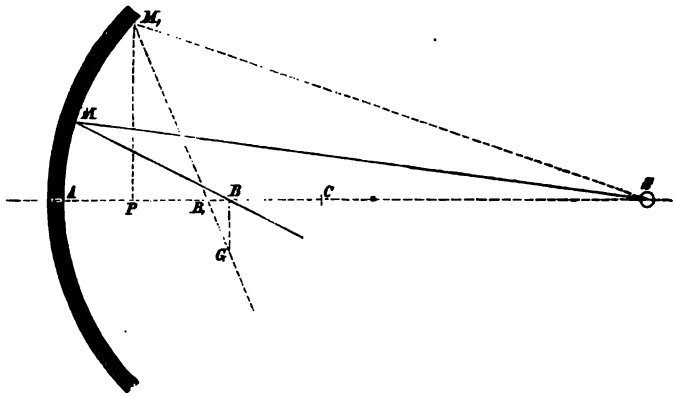
Wir haben gesehen, daß sämmtliche von einem leuchtenden Punkte S, er mag auf oder außer der Achse liegen, ausgehende und mit dem Hauptstrahle einerlei Winkel bildende Lichtstrahlen nach der Reflection vom Spiegel in einem und demselben Punkte B ihres Hauptstrahls zusammenlaufen. Eine solche Vereinigung findet aber für die übrigen von S auslaufenden Strahlen nicht mehr statt, wenn sie mit dem Hauptstrahle einen andern Winkel machen. Betrachten wir nämlich den für die Bildweite

$$b = r\left(1 - \frac{1}{2\cos\gamma + \frac{r}{a-r}}\right)$$

gefundenen Ausdruck etwas näher, so finden wir bald, daß dieser Werth für $\gamma = 0$ seinen größten Werth erreicht und mit dem Wachsen von γ im Abnehmen begriffen ist. Es vereinigen sich mithin unter den von einem leuchtenden Punkt herkommenden und unter verschiedenen Neigungen gegen den Hauptstrahl auf den Spiegel auffallenden Lichtstrahlen die dem Hauptstrahle nahe liegenden Strahlen, welche Centralstrahlen heißen, in einem weiteren Abstande vom Spiegel mit ihrem Hauptstrahle, als diejenigen Strahlen, welche mit dem letzteren einen größeren Winkel bilden, daher am Rande des Spiegels auffallen und deßwegen Randstrahlen genannt werden. Strenge genommen sammeln sich die von einem leuchtenden Punkte kommenden und unter verschiedenen Neigungen zum Hauptstrahle auf den Spiegel fallenden Lichtstrahlen nach der Zurückwerfung in einer Reihe stetig hintereinander liegender Punkte, was zur Folge hat, daß sich das Bild zu einem kleinen Kreise auszieht. Dadurch kommt es denn wieder, daß die Bilder der nächst aneinander liegenden Punkte des ausgedehnten leuchtenden Gegenstandes theilweise aufeinander fallen, was verursacht, daß die einzelnen Bilder nicht mehr so scharf und deutlich gesehen werden können, als dies der Fall sein würde, wenn sämmtliche von einem leuchtenden Punkte abstammende Lichtstrahlen nach der Reflection wieder in einem einzigen Punkte zusammengetroffen wären. Diese aus der Kugelgestalt des Spiegels entspringende Undeutlichkeit des Bildes nennt man die sphärische Aberration oder die Abweichung wegen der Kugelgestalt. Was man zu thun hat, um jene Undeutlichkeit möglichst zu beseitigen, wird sich aus folgender Betrachtung ergeben.

Fällt das Bild der reflectirten Centralstrahlen nach B, (Fig. 97), das Bild der reflectirten Randstrahlen nach B_1; so hat man, wenn der äußerste Werth von γ durch γ_1 bezeichnet wird, nachstehende zwei Ausdrücke:

Fig. 97.



$$AB = \frac{ar}{2a-r} \text{ und } AB_1 = r\left(1 - \frac{1}{2\cos\gamma_1 + \frac{r}{a-r}}\right).$$

Zwischen diesen beiden Abständen liegt die Reihe von Bildern, we von dem einzigen leuchtenden Punkte S herrühren. Wird gedad Raum, welcher in der Optik die Längenabweichung des Spieg heißt, durch l dargestellt; so hat man

$$l = \frac{ar}{2a-r} - r\left(1 - \frac{1}{2\cos\gamma_1 + \frac{r}{a-r}}\right)$$

oder

$$l = \frac{2r(a-r)^2(1-\cos\gamma_1)}{(2a-r)(2\cos\gamma_1(a-r)+r)}.$$

Verlängert man den reflectirten Randstrahl M_1B_1 bis er die in B der Achse CA errichtete Senkrechte in G trifft, so heißt BG die S tenabweichung des Spiegels. Es liegen nämlich sämmtliche S ausgehende rings um die Achse auf den Spiegel auffallende Strah innerhalb eines Kreises, dessen Halbmesser BG ist. Um denselben finden, betrachten wir die ähnlichen Dreiecke BB_1G und M_1PB_1, we uns geben

$$BG : BB_1 = M_1P : PB_1;$$

woraus

$$BG = s = \frac{l \cdot r\sin\gamma_1}{PB_1}.$$

Es ist aber $PB_1 = AB_1 - AP = AB_1 - AC + PC$;

oder

$$PB_1 = r\left(1 - \frac{a-r}{2(a-r)\cos\gamma_1 + r}\right) - r + r\cos\gamma_1;$$

oder

$$PB_1 = r \cdot \frac{2(a-r)\cos^2\gamma_1 + r\cos\gamma_1 - a + r}{2(a-r)\cos\gamma_1 + r}.$$

wir dieſen Werth und den von l in den obigen Ausdruck der abweichung einführen, bekommen wir:

$$s = \frac{2r(a-r)^2(1-\cos\gamma_1)\sin\gamma_1}{(2a-r)(2(a-r)\cos^2\gamma_1 + r\cos\gamma_1 + r - a)}.$$

eide Abweichungen gehen für Strahlen, welche von einem ent- leuchtenden Punkte auslaufen, mithin parallel auf den Spiegel in folgende über:

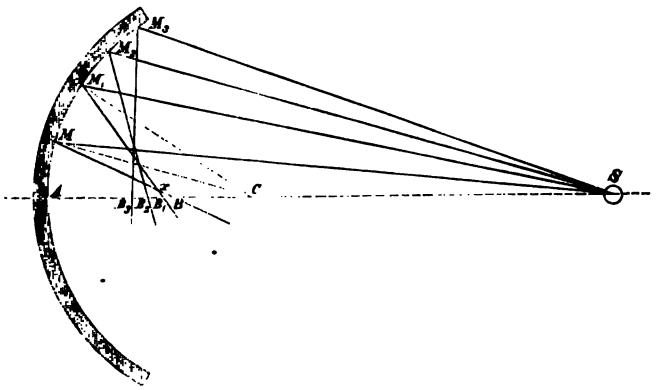
$$l = \frac{r}{2} \cdot \frac{1-\cos\gamma_1}{\cos\gamma_1}$$

$$s = r \cdot \frac{(1-\cos\gamma_1)\sin\gamma_1}{2\cos^2\gamma - 1}.$$

Ausdrücke zeigen, daß die Längenabweichung ſowohl wie die abweichung ſtets ſehr klein ausfallen und die Bilder der einzelnen als ſehr kleine Kreiſe ſich darſtellen werden, wenn man die oder die Oeffnung des Spiegels möglichſt klein nimmt.

)a die von dem Hohlſpiegel zurückgeworfenen Strahlen ſich nicht in einem einzigen Punkt ſammeln, ſondern der näher vom herkommende Strahl $M_1 B_1$ die Achſe in einem kleineren Abſtande

Fig. 98.



r Mitte A des Spiegels trifft als der weiter vom Rand an- de Strahl MB; ſo müſſen nothwendigerweiſe dieſe beiden reflec- Strahlen über der Achſe in einem Punkte x einander begegnen. man ſich nun eine ſtetige Folge von Strahlen SM, SM', SM'', u. ſ. w., welche ſämmtlich in einer und derſelben Ebene von unkte S auf den Spiegel fallen; ſo werden je zwei unmittelbar nder folgende reflectirte Strahlen einander durchſchneiden und eſe Weiſe eine helle krumme Linie bilden, deren Tangenten die rten Strahlen abgeben werden. Eine ſolche Linie wird die **alinie** durch Reflection oder **Katakauſtik** des Punktes S ge-

nannt, während Brennfläche der Inbegriff aller Brennlinien heißt, welche durch die geſammte ſpiegelnde krumme Fläche erzeugt werden. Jede derartige Fläche hat ihre beſonderen Brennlinien, deren Beſchaffenheit von der Natur der reflectirenden Fläche abhängt. — Die Brennlinien, wie ſie durch einen kreisförmig gebogen polirten Metallſtreifen zum

Fig. 98 a.

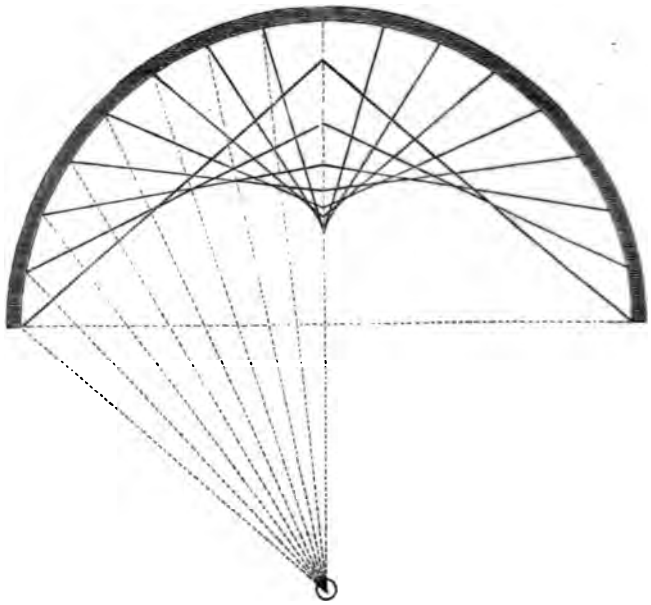
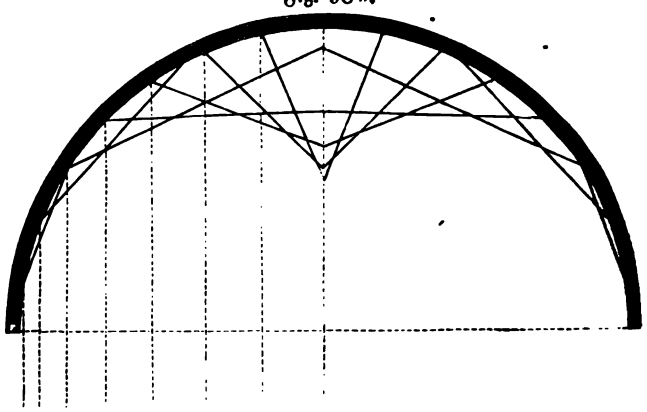


Fig. 98 b.

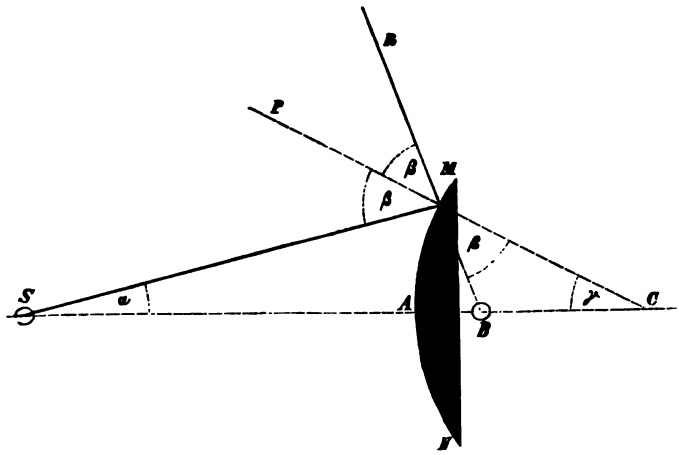


Vorſchein kommt, zeigt Fig. 98 a. Aendert man die Form des Streifens, ſo ſieht man die Katakauſtik eine andere Geſtalt annehmen. — D

Brennlinie, welche man auf der Oberfläche eines mit Dinte angefüllten Glases, das im Sonnenschein steht, beobachten kann, stellt die Fig. 98 b dar.

Ist die erhabene Seite eines Kugelabschnitts die spiegelnde Fläche, so bekommt man einen sphärischen Convexspiegel. Es sei MAN

Fig. 99.



ein solcher Spiegel, auf den die Strahlen eines leuchtenden Punktes S fallen. Um die Richtung des reflectirten Strahles für den einfallenden SM zu erhalten, ziehe man den Halbmesser CM, dessen Verlängerung MP das zugehörige Einfallsloth ist. Macht man nun Winkel PMR = = SMP, so wird MR dem Reflectionsgesetze gemäß die Richtung des reflectirten Strahles sein, der rückwärts verlängert den Hauptstrahl SAC hinter dem Spiegel in dem Punkte B trifft. Die Strahlen werden nach der Reflection vom Spiegel in divergirenden Richtungen auseinander gehen, so daß sie von dem Punkte B herzukommen scheinen und in dem Auge den Eindruck machen, als läge in B das Bild des Punktes S. Die Bildweite findet man auf dieselbe Art wie beim Hohlspiegel. Die Dreiecke CMS und CMB geben nämlich, wenn man erwägt, daß $\sin CMS = \sin PMS$,

ferner $\sin CBM = \sin(180 - MBS) = \sin(2\beta - \alpha) = \sin(\gamma + \beta)$ ist, wo α, β, γ, r, a und b die analogen Größen wie beim Hohlspiegel bezeichnen:

$$a + r : r = \sin\beta : \sin\alpha \text{ oder } \sin\alpha = \frac{r \sin\beta}{a + r},$$

und $$r - b : r = \sin\beta : \sin(\gamma + \beta) \text{ oder } b = r - \frac{r \sin\beta}{\sin(\gamma + \beta)}.$$

Die erstere Relation geht wegen $\alpha = \beta - \gamma$ in:

$$\cos\gamma - \sin\gamma \cot g\,\beta = \frac{r}{a+r} \text{ über,}$$

wodurch die zweite Relation sich verwandelt in:

$$b = r\left(1 - \frac{1}{2\cos\gamma - \frac{r}{a+r}}\right).$$

Berücksichtigt man, daß der Bildpunkt hier immer hinter den Sp fällt, mithin die Bildweite rücksichtlich der bei dem Hohlspiegel neg ist; so kann man auch schreiben:

$$b = -r\left(1 - \frac{1}{2\cos\gamma - \frac{r}{a+r}}\right).$$

Wird der Winkel γ sehr klein angenommen und wieder $\frac{r}{2} = f$ ge so erhält man $\frac{1}{f} = -\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{a}\right)$.

Für parallele Strahlen, wo $a = \frac{1}{0}$ ist, bekommt man $b = -f$: Strahlen scheinen also nach der Reflection von einem in der M des Krümmungshalbmessers liegenden Punkte herzukommen. M nennt diesen Punkt den geometrischen Brennpunkt und die G $-f$ die geometrische Brennweite. Wegen dieser Eigenschaft parallelen Strahlen zu zerstreuen, werden die Convexspiegel auch Z streuungsspiegel genannt. Aendert man für den vorliegenden das Zeichen von b, so erhält man $\frac{1}{b} = \frac{1}{f} + \frac{1}{a}$, woraus hervorg daß je näher der leuchtende Punkt dem Spiegel liegt, desto mehr scheinbare Bild dem Spiegel näher kommt, welchen es für $a = 0$ err

Die Bildweite für den sphärischen Convexspiegel hätte sich unmittelbar aus den für den sphärischen Concavspiegel aufgeste Formeln: $b = r\left(1 - \frac{1}{2\cos\gamma + \frac{r}{a-r}}\right)$ und $\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f}$ ableiten lassen, wenn darin wegen der entgegengesetzten Lage des Kr mungsmittelpunktes das Zeichen von r und f geändert worden w Man würde dann auf der Stelle die Formeln

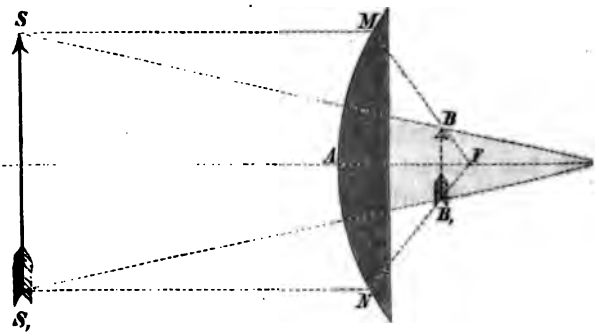
$$b = -r\left(1 - \frac{1}{2\cos\gamma - \frac{r}{a+r}}\right) \text{ und } \frac{1}{b} = -\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f}\right)$$

wie vorhin erhalten haben. Wir gewinnen also an diesem Beis die Ueberzeugung, wie wir dann solche an allen andern uns versch können, daß die zwei obigen für einen besonderen Fall aufgeste

hen Formeln, wo Lichtpunkt, wie Bildpunkt und Krümmungs-
ikt vor dem Spiegel liegen, für alle erdenkliche Fälle Gültigkeit
wo andere Lagen jener Punkte stattfinden, insofern dabei fol-
gel zur Anwendung kommt. Die als positiv betrachtete Größe
. oder r muß in den erwähnten Gleichungen negativ genommen
so oft der Lichtpunkt, oder Bildpunkt, oder Krümmungsmittel-
nter dem Spiegel statt vor ihm liegt, wie dies bei dem zum
gelegten Fall stattgefunden hat. Zugleich deutet die aus jenen
jen berechnete Größe, insofern sie sich als eine negative Zahl
llt, darauf hin, daß der darauf Bezug habende Punkt hinter
egel liegt. Fallen also z. B. die Strahlen auf einen Hohl-
onvergirend auf, mithin dergestalt, daß sie ohne Spiegel in
unkte hinter demselben sich vereinigt haben würden; so muß
egativ nehmen, wodurch entsteht $\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a}$, für den Fall,
Strahlen mit dem Hauptstrahle sehr kleine Winkel einschließen.
betreffenden Falle ist $b < a$, d. h. die Strahlen vereinigen sich
Reflection vor dem Spiegel und zwar früher als dies ohne
n geschehen wäre. — Für den Fall, daß dergleichen Strahlen
n Convexspiegel gelangen, würde man haben $\frac{1}{b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{f}$.
usdruck zeigt, daß für $a = f$ die Vereinigungsweite b unendlich
d; die convergirenden Strahlen werden mithin durch die Re-
n parallel gehende umgewandelt. Für $a < f$ wird b positiv,
Strahlen sammeln sich in einem vor dem Spiegel befindlichen
Für $a > f$ bleibt b negativ, ist aber zugleich größer als f,
agt, daß die Strahlen nach der Reflection divergiren und ihr
r Vereinigungspunkt von dem Spiegel weiter absteht, als der
he Brennpunkt.

das Bild eines vor einem Convexspiegel stehenden ausgedehnten
ides zu finden, verfährt man in ähnlicher Weise wie es bei
lspiegel geschehen ist. Stellt nämlich SS' die Dimension
hen Gegenstandes dar (Fig. 100), so zieht man von den End-
S und S' die dazu gehörigen Hauptstrahlen SC und S'C, ferner
chse AC parallelen Strahlen SM und S'N, welche nach der
n von dem geometrischen Brennpunkt F herzukommen scheinen
ihren Hauptstrahlen in den Punkten B und B' zusammentreffen.
unkte geben die Bilder von den Endpunkten S und S' ab und
gesammte Bild der Dimension SS', das aufrecht und verklei-
er dem Spiegel erscheint. Die Größe des Bildes läßt sich
ver Betrachtung der ähnlichen Dreiecke SS'C und BB'C be-

Fig. 100.



urtheilen, aus denen ſich ergibt: $\frac{BB'}{SS'} = \frac{2f-b}{a+2f} = \frac{f}{a+f'}$, wo
b deſſen Werth $\frac{af}{a+f}$ abgeſehen vom Zeichen eingeführt wir
jeden poſitiven Werth von a erſcheint alſo das Bild immer kle
der Gegenſtand, weßhalb die Convexſpiegel zuweilen auch Verklei
ſpiegel genannt werden.

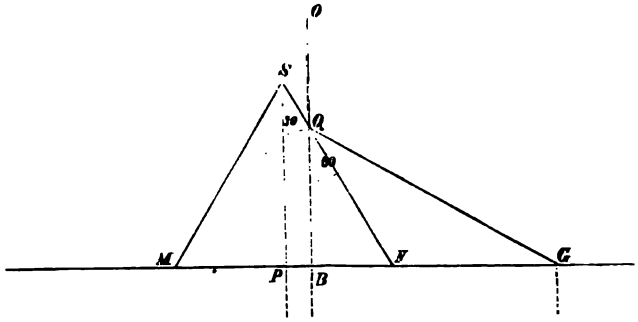
Die ſphäriſche Aberration findet bei den Convexſpiegeln
licher Weiſe wie bei den Hohlſpiegeln ſtatt. Die ſphäriſchen
ſpiegel werden ſelten gebraucht; man bedient ſich derſelben ma
zum Nachzeichnen von Landſchaften oder andern Gegenſtänden,
im verkleinerten Maßſtabe darſtellen will. — Um die Brennwei
ſphäriſchen Convexſpiegels zu beſtimmen, kann man folgend
verfahren. Man bedeckt den ganzen Spiegel mit ſchwarzem
in welchem man zwei kleine kreisförmige Oeffnungen anbri
gegen die Mitte des Spiegels eine ſymmetriſche Lage haben.
ſtellt dann den Spiegel der Sonne dergeſtalt gegenüber, d
Strahlen parallel zur Achſe des Spiegels auffallen. Es kom
dieſe Weiſe aus den beiden Oeffnungen zwei reflectirte Strahl
her, die ihren gemeinſamen Ausgangspunkt in dem Brennpunk
Hierauf bewegt man einen ſchmalen geraden Stab, auf welc
Punkte aufgetragen ſind, deren Abſtand der doppelten Entfern
Mittelpunkte der zwei kleinen kreisförmigen Oeffnungen gleic
ſo lange hin und her, bis ihre Bilder auf jenen zwei bez
Punkten des Stabes ſich befinden. Man kann alsdann an
daß der Stab eben ſo weit von dem Spiegel entfernt iſt,
geometriſche Brennpunkt.

katoptrischen Formeln, wo Lichtpunkt, wie Bildpunkt und Krümmungsmittelpunkt vor dem Spiegel liegen, für alle erdenkliche Fälle Gültigkeit behalten, wo andere Lagen jener Punkte stattfinden, insofern dabei folgende Regel zur Anwendung kommt. Die als positiv betrachtete Größe a oder b oder r muß in den erwähnten Gleichungen negativ genommen werden, so oft der Lichtpunkt, oder Bildpunkt, oder Krümmungsmittelpunkt hinter dem Spiegel statt vor ihm liegt, wie dies bei dem zum Grunde gelegten Fall stattgefunden hat. Zugleich deutet die aus jenen Gleichungen berechnete Größe, insofern sie sich als eine negative Zahl herausstellt, darauf hin, daß der darauf Bezug habende Punkt hinter dem Spiegel liegt. Fallen also z. B. die Strahlen auf einen Hohlspiegel convergirend auf, mithin dergestalt, daß sie ohne Spiegel in einem Punkte hinter demselben sich vereinigt haben würden; so muß man a negativ nehmen, wodurch entsteht $\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a}$, für den Fall, daß die Strahlen mit dem Hauptstrahle sehr kleine Winkel einschließen. In dem betreffenden Falle ist $b < a$, d. h. die Strahlen vereinigen sich nach der Reflection vor dem Spiegel und zwar früher als dies ohne Reflection geschehen wäre. — Für den Fall, daß dergleichen Strahlen auf einen Convexspiegel gelangen, würde man haben $\frac{1}{b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{f}$. Dieser Ausdruck zeigt, daß für $a = f$ die Vereinigungsweite b unendlich groß wird; die convergirenden Strahlen werden mithin durch die Reflection in parallel gehende umgewandelt. Für $a < f$ wird b positiv, d. h. die Strahlen sammeln sich in einem vor dem Spiegel befindlichen Punkte. Für $a > f$ bleibt b negativ, ist aber zugleich größer als f, was aussagt, daß die Strahlen nach der Reflection divergiren und ihr scheinbarer Vereinigungspunkt von dem Spiegel weiter absteht, als der geometrische Brennpunkt.

Um das Bild eines vor einem Convexspiegel stehenden ausgedehnten Gegenstandes zu finden, verfährt man in ähnlicher Weise wie es bei dem Hohlspiegel geschehen ist. Stellt nämlich SS' die Dimension eines solchen Gegenstandes dar (Fig. 100), so zieht man von den Endpunkten S und S' die dazu gehörigen Hauptstrahlen SC und S'C, ferner die zur Achse AC parallelen Strahlen SM und S'N, welche nach der Reflection von dem geometrischen Brennpunkt F herzukommen scheinen und mit ihren Hauptstrahlen in den Punkten B und B' zusammentreffen. Diese Punkte geben die Bilder von den Endpunkten S und S' ab und BB' das gesammte Bild der Dimension SS', das aufrecht und verkleinert hinter dem Spiegel erscheint. Die Größe des Bildes läßt sich mittelst der Betrachtung der ähnlichen Dreiecke SS'C und BB'C be-

d. h. verzerrt erscheinen. Es lassen sich aber auch verunstaltete Zeichnungen construiren, welche unter dem Namen katoptrischer Anamorphosen bekannt sind und als in richtigen Verhältnissen dargestellte Bilder sich zeigen, wenn sie mittelst eines kegelförmigen Spiegels durch Reflection gesehen werden. Um klar einzusehen, nach welchen Regeln eine Anamorphose gezeichnet werden müsse, die im Spiegel betrachtet dem Auge ein bestimmtes Bild darstellen soll, wollen wir einen ganz speciellen Fall zum Gegenstand der Betrachtung wählen. Das Auge hat seine Stellung in einem Punkte O (Fig. 101) in einer solchen

Fig. 101.



Entfernung von dem geraden kreisförmigen Kegelspiegel MSN, dessen Winkel an der Spitze $^2/_3$ von einem Rechten beträgt, daß sämmtliche von der Kegelfläche reflectirte Strahlen zu der Achse des Kegels parallel gehen können. Man soll unter dieser Voraussetzung die um den Spiegel herumliegenden Punkte vermöge der Reflection zu einem in richtigen Verhältnissen gezeichneten Bilde zusammenfügen, das auf der Grundfläche des Kegels zu liegen scheint. Es sei B ein beliebiger Punkt der auf der Grundfläche des Kegels entworfenen Zeichnung, von welchem Punkt der entsprechende G der Anamorphose in der Art zu bestimmen ist, daß der auf die Spiegelfläche herabsehende Beobachter diesen Punkt G in Folge der Reflection des Lichtes in B erblickt. Ist GQ der einfallende Strahl, so hat man nach dem Reflectionsgesetze

$$\text{W. GQN} = \text{W. BQN} = \text{W. PSN} = {}^1/_3\,\text{R},$$

mithin $\text{GQB} = {}^2/_3\,\text{R}$; folglich $\text{QG} = 2\,.\,\text{QB}$.

Weil der Winkel Q halbirt ist, so hat man auch

$$\frac{\text{QG}}{\text{QB}} = \frac{\text{NG}}{\text{BN}} = 2, \text{ d. h. } \text{NG} = 2\,.\,\text{NB}.$$

Der dem Punkte B der entworfenen Zeichnung entsprechende Punkt G der Anamorphose wird also gefunden, wenn man durch B den Radius PB zieht, denselben über den Rand des Grundkreises verlängert und

4. Erscheinungen an einigen andern gekrümmten Spiegeln.

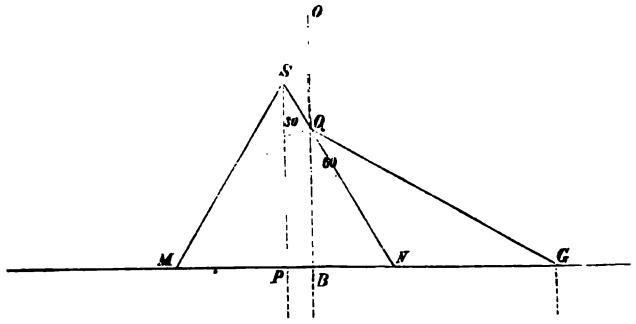
Bei den anderweitig gekrümmten Spiegeln, wie sie auch gestaltet
n mögen, gilt dasselbe Reflectionsgesetz wie bei den ebenen und
ärischen, insofern man unter Einfallsloth die Normale auf der Be-
hrungsebene des Einfallspunktes versteht. Wäre demnach die hohle
äche eines Parabaloids eine spiegelnde, d. h. des durch Umdrehung
es Parabelstücks um seine Achse entstandenen Körpers; so würden
e zur Achse parallel laufenden Lichtstrahlen durch den Spiegel derge-
lt zurückgeworfen werden, daß sie sich in dem Brennpunkte des
raboloids vereinigten. Denn jeder zur Achse parallel einfallende
htstrahl wird in dem Einfallspunkt so zurückgeworfen, als wenn er
Berührungslinie getroffen hätte; er wird mithin die Richtung des
itstrahls annehmen, oder mit andern Worten: er wird durch den
ennpunkt der Parabel gehen, weil vermöge der Eigenschaft dieser
rve der Leitstrahl mit der Berührungslinie denselben Winkel ein-
ließt, wie die durch den Berührungspunkt parallel zur Achse gezogene
rade. Aus gleichem Grunde würden sämmtliche von einem im
ennpunkte des Paraboloids befindlichen Lichtpunkte ausgehende Strah-
parallel zur Achse des Paraboloids zurückgeworfen werden.

Hätte der Spiegel die Gestalt der hohlen Fläche eines Ellipsoids,
h. des durch Umdrehung einer Ellipse um ihre große Achse entstan-
nen Körpers; so würden die aus einem Brennpunkte kommenden
rahlen nach der Reflection sich genau in dem andern Brennpunkte
reinigen, weil die beiden aus den Brennpunkten nach dem nämlichen
unkte der Ellipse gezogenen Leitstrahlen mit der betreffenden Berüh-
ngslinie gleiche Winkel einschließen. — Bei dem paraboliſchen wie
dem elliptischen Spiegel findet für Strahlen, die von außerhalb
Brennpunkte befindlichen Lichtpunkten herkommen, ebenfalls eine
weichung wegen der Gestalt statt. Sie ist Ursache, daß die Bilder
n Gegenständen von einiger Ausdehnung in bedeutendem Grade un-
utlich erscheinen, weßhalb von diesen Spiegeln kein nützlicher Gebrauch
erwarten steht. Aehnliches gilt von den Kegel- und Cylinderspiegeln,
ren hier nur in so weit Erwähnung geschieht, um den Grund der
tischen Täuschungen einzusehen, zu denen dergleichen Spiegel Anlaß
ben.

Konische Spiegel wirken nach der Seite des Kegels als ebene und
der zur Grundfläche parallelen Richtung als convexe Kegelspiegel,
ren Krümmungshalbmesser gegen den Scheitel zu fortwährend abneh-
m: es werden daher in ihnen die Bilder der Gegenstände in ihrer
türlichen Höhe, aber mit stets nach oben abnehmender Breite,

d. h. verzerrt erſcheinen. Es laſſen ſich aber auch verunſtaltete Zeichnungen conſtruiren, welche unter dem Namen katoptriſcher Anamorphoſen bekannt ſind und als in richtigen Verhältniſſen dargeſtellte Bilder ſich zeigen, wenn ſie mittelſt eines kegelförmigen Spiegels durch Reflection geſehen werden. Um klar einzuſehen, nach welchen Regeln eine Anamorphoſe gezeichnet werden müſſe, die im Spiegel betrachtet dem Auge ein beſtimmtes Bild darſtellen ſoll, wollen wir einen ganz ſpeciellen Fall zum Gegenſtand der Betrachtung wählen. Das Auge hat ſeine Stellung in einem Punkte O (Fig. 101) in einer ſolchen

Fig. 101.

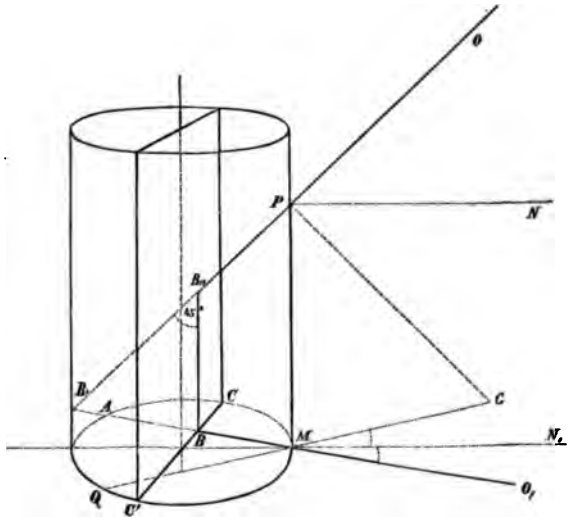


Entfernung von dem geraden kreisförmigen Kegelſpiegel MSN, deſſen Winkel an der Spitze $^2/_3$ von einem Rechten beträgt, daß ſämmtliche

außerhalb desſelben $NG = 2NB$ aufträgt. Auf ſolche Weiſe werden alle übrigen Punkte der Zeichnung auf die Umgebung der Grundfläche übertragen. Aus der Conſtruction ergibt ſich, daß die Punkte, welche dem Umfange der Grundfläche nahe liegen, nur wenig außerhalb des Kreiſes aufzutragen, dagegen diejenigen, welche dem Mittelpunkte des Kreiſes nahe liegen, am entfernteſten vom Umfange des Kreiſes hin zu verlegen ſind. Daraus entſtehen, wie man leicht einſieht, gar ſonderbare Verzerrungen, daß z. B. bei einem abgezeichneten Geſichte, deſſen Mund die Mitte ausmacht, die Lippen das ganze Zerrbild umgeben. —

Cylinderſpiegel wirken in einer zur Achſe parallelen Richtung wie ebene und in einer darauf ſenkrechten wie concave oder convexe Kugelſpiegel, je nachdem die hohle oder erhabene Seite des Cylinders polirt iſt. In dergleichen Spiegeln werden daher die Gegenſtände von derſelben Länge erſcheinen, wie ſie ſolche in der Wirklichkeit haben, der Breite nach aber vergrößert oder verkleinert, mithin mehr oder weniger entſtellt ſich zeigen. Es können jedoch auch unförmlich gezeichnete Bilder durch dergleichen Spiegel in richtigen Verhältniſſen geſehen werden: nach welchen Regeln man bei Anfertigung einer ſolchen Anamorphoſe zu verfahren haben, wird ſich aus folgendem beſondern Beiſpiel ergeben. Angenommen, daß die Spiegelung in der convexen Oberfläche vor ſich geht und daß die im Spiegel geſehene Anamorphoſe als ein auf einer aufrecht ſtehenden Tafel gezeichnetes Bild erſcheinen ſoll, wobei das

Fig. 102.



Auge O in einer solchen Entfernung sich befindet, daß die Strahlen sämmtlich als parallel zu einander betrachtet werden können und unter einem Winkel von 45° gegen den Horizont geneigt sind. Es sei MAQ (Fig. 102) die Horizontalprojection der Cylinderfläche, CC′ die Horizontalprojection der Bildfläche, auf welcher man sich das Bild gezeichnet vorzustellen hat, das sich dem Auge im Spiegel darbieten soll; B die Projection eines beliebigen Bildpunktes $B_{„}$, von welchem der zugehörige Punkt G der Anamorphose dergestalt zu ermitteln ist, daß der auf die Cylinderfläche sehende Beobachter letzkgenannten Punkt in $B_{„}$ erblickt. Ist GP der einfallende Strahl, so gibt das Reflectionsgesetz W. GPN = = W. OPN = W. PB, O,, wo B, O, die Horizontalprojection des Strahles $B_{„}O$ ist. Hieraus folgt MG = MB,; ferner sind die Projectionswinkel GMN, und N, MO, des Einfallswinkels NPG und des Reflectionswinkels OPN einander gleich: man hat also zur Auffindung des Punktes G nichts weiter nöthig, als MQ = MA zu machen, hierauf die Linie QM zu verlängern und auf der Verlängerung das Stück MG = MB, aufzutragen.

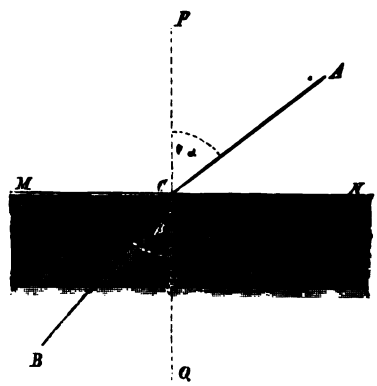
III. Von der einfachen Brechung oder Refraction des Lichtes (Dioptrik).

1. Gesetze der einfachen Brechung.

Wir haben uns in dem vorhergehenden Kapitel mit dem Theil des einfallenden Lichtes beschäftigt, der an der Oberfläche der Körper regelmäßig zurückgeworfen wird. Jetzt wollen wir den andern Theil zum Gegenstand unserer Betrachtung machen, nämlich jenen Theil des Lichtes, welcher beim Auffallen auf einen durchsichtigen Körper in denselben eindringt und in ihm sich geradlinig fortpflanzt. Dieser Uebergang des Lichts von einem Mittel in das andere geschieht jederzeit in der Art, wenn die Incidenz schief ist, daß der Lichtstrahl mit einer andern Richtung in den Körper dringt, als die ist, in welcher er bei demselben angekommen ist. Die Richtungsänderung nennt man die Brechung oder Refraction des Lichtes, so wie das Licht, welches die Brechung erlitten hat, das gebrochene Licht genannt wird. Wie bei der Zurückwerfung heißt auch hier wieder die auf die Grenzfläche beider Medien, wo ein Lichtstrahl auf sie einfällt, errichtete Senkrechte das zu diesem Lichtstrahl gehörige Einfallsloth; ferner der Winkel zwischen dem einfallenden Strahle und dem Einfallslothe der Einfallswinkel und dessen Ebene die Einfallsebene; endlich der Winkel zwischen dem gebrochenen Strahle und dem Einfallslothe der Brechungswinkel und dessen Ebene die Brechungsebene. Das

Gesetz, nach welchem sich die Brechung des Lichtes richtet und das gleichzeitig von Snellius und Descartes entdeckt wurde, besteht nun in Folgendem: Der einfallende und der gebrochene Strahl liegen in der Einfallsebene, aber auf entgegengesetzten Seiten des Einfallslothes, so daß Brechungsebene und Einfallsebene zusammenfallen. Dann besteht zwischen dem Sinus des Einfallswinkels und dem Sinus des Brechungswinkels unter allen Incidenzen das nämliche Verhältniß, so lange das Licht von einem und demselben Körper in einen und denselben andern übergeht. Man nennt dieses Verhältniß in der Physik kurzweg das Brechungsverhältniß. Ist mithin MN die Trennungsfläche beider Mittel, AC der einfallende Strahl, CB der gebrochene Strahl, PCQ das Einfallsloth, und bezeichnet man den Einfallswinkel ACP mit α, den Brechungswinkel BCQ mit β; so ist $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$, wo n die Zahl bedeutet, die einerlei Werth behält, so lange das Mittel, aus welchem der Lichtstrahl kommt, wie auch dasjenige, in welches er übergeht, keine Aenderung erleidet und blos der Einfallswinkel α sich ändert. Aus diesem Gesetz geht hervor, daß ein senkrecht auf die Trennungsebene einfallender Lichtstrahl beim Uebergang in ein anderes Mittel seine Richtung nicht ändert. Ehe wir zur Feststellung dieses Gesetzes mittelst der Erfahrung schreiten, müssen wir bemerken, daß ein gewöhnlicher Sonnenstrahl bei der Brechung öfters in farbige Theile zerlegt wird, welche Erscheinung die Farbenzerstreuung des Lichtes heißt. Vorderhand wollen wir von einer derartigen Zerlegung des Lichtes in farbige Theile absehen und sie in dem folgenden Kapitel näher betrachten. Auch müssen wir noch bemerken, daß es gewisse durchsichtige Körper gibt, in denen ein eindringender Lichtstrahl in zwei abgesonderte und unterschiedene Strahlen gebrochen wird, während in den übrigen Mitteln nur ein einziger gebrochener Strahl zum Vorschein kommt. Man unterscheidet deßhalb die einfache Brechung, welche in den gewöhnlichen durchsichtigen Substanzen wie Glas und Wasser vor sich geht, von der doppelten Brechung, welche nur in gewissen krystallisirten Körpern stattfindet. Das gegenwärtige Kapitel handelt nur von der einfachen Brechung,

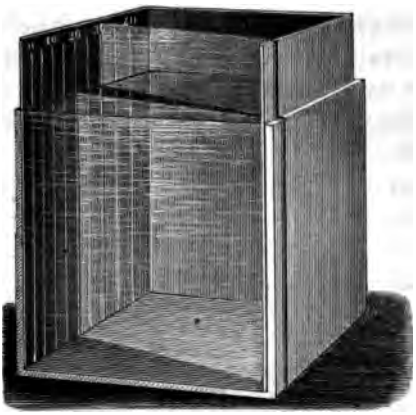
Fig. 103.



für welche das oben ausgesprochene Gesetz gilt, das wir zuvörde einfache Versuche nachzuweisen hätten.

Man stellt einen Glaswürfel in ein aus Pappe ang Kästchen, so daß er den hohlen Raum des letztern gänzlich und zum Theil noch i Rand desselben etwas he Die eine Seitenfläche de würfels ist mit einem ei sie hinausgehenden weiße beklebt, auf welchem Verticallinien aufgetrag In der jener beklebten fläche gegenüber stehenden wand des Kästchens sor in der zwischen ihr u Glaswürfel eingefügten, g über den Rand des letzte hinausgehenden Papiers gerade der ersten der vi

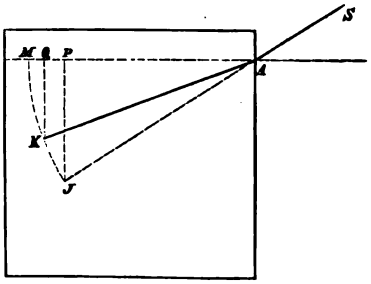
Fig. 104.



wähnten Verticalen gegenüber eine feine Spalte angebracht lang als das Kästchen hoch ist. Die neben die Verticalen benen Zahlen 0, 5, 10, 15, ... 45 geben die Grade der W welche die beziehungsweise nach ihnen von der Spalte aus Geraden mit der zwischen der Spalte und der ersten Verticale Horizontalen einschließen. — Setzt man nun ein Kerzenlicht i Entfernung vor die Spalte, so daß das Licht in einer auf senkrechten Richtung auffällt; so werden die Lichtstrahlen in un halb dem Glase zugleich den Nullpunkt der Theilung treffe man dagegen das Licht schräg hineinfallen, so werden die l Spalte eindringenden Lichtstrahlen in und außerhalb dem Gl mehr die nämliche Verticale decken. Der Theil des Lichtes, durch die obere Hälfte der Spalte geht, setzt seinen Weg i Glase in gerader Linie fort, während der Theil des Lichtes durch die untere Hälfte der Spalte in das Glas tritt, dase andere Richtung erhält und auf diese Weise mit einer andern zur Deckung kommt. Wäre das Licht in einer Richtung ein daß es außerhalb des Glases den Theilstrich 30° getroffen h würde der Theil des Lichtes im Glase auf den Theilstrich 21° haben. Deßgleichen würde es darin auf den Theilstrich 10° gefal wenn es in der Luft bei 15° angelangt wäre. Es sei A (Fig. 1(Punkt der Spalte, wo ein Lichtstrahl S A aus der Luft in da

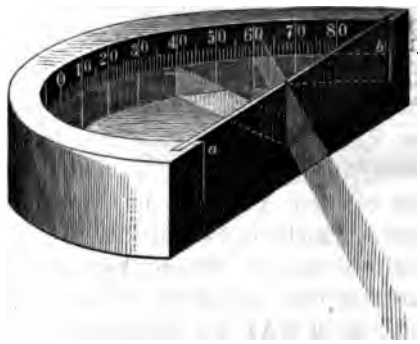
übergeht. Man errichte in A das Einfallsloth AM und lege durch SA und AM eine Ebene; der gebrochene Strahl AK bleibt in dieser Ebene, aber so, daß der Winkel KAM im Glas kleiner ist als der Winkel JAM in der Luft. Denken wir uns nun aus A mit einem beliebigen Halbmesser AM einen Kreisbogen beschrieben und aus den Punkten J und K, wo er den einfallenden und gebrochenen Strahl schneidet, die Linien JP und KQ senkrecht auf das Einfallsloth AM gezogen; so verhalten sich diese beiden Perpendikel wie 3 zu 2, in welcher Richtung auch der einfallende Strahl die Glasfläche treffen mag. Wenn demnach ein Lichtstrahl aus Luft in Glas übergeht, wird er von einer vorigen Richtung in solcher Weise abgelenkt, daß der Sinus des Einfallswinkels JAM und der Sinus des Brechungswinkels KAM in dem constanten Verhältniß von 3 zu 2 zu einander stehen.

Fig. 104 a.



Ein einfacher Apparat, um das Brechungsverhältniß bei dem Uebergang aus Luft in Wasser aufzufinden, ist folgender: Ein drei Centimeter hohes Blechgefäß in der Form eines Halbkreises ist auf der Vorderseite durch eine ebene Glasplatte begrenzt. Diese Platte ist bis auf eine in ihrer Mitte befindliche etwa 2 Millimeter breite Stelle angestrichen, welche dem Nullpunkt der auf der inneren Seite der halbkreisförmigen Rückwand angebrachten Gradtheilung gerade gegenüber liegt. Wird nun dieses Gefäß ohngefähr bis zur Hälfte mit Wasser gefüllt und dann ein Kerzenlicht in einiger Entfernung gerade vor die durchsichtige Stelle gesetzt; so werden die Lichtstrahlen, wofern sie schräg hineinfallen, im obern und untern Theil nicht an dem nämlichen Ort die Rückwand treffen. Im Wasser z. B. wird das Licht auf den Theilstrich 40° fallen, während es in der Luft auf den Theilstrich 60° trifft, oder im Wasser den Theilstrich 22° beleuchten, während es außerhalb auf den Theilstrich 30° fällt. Indem man den Sinus des Einfallswinkels und den Sinus des zugehörigen Brechungswinkels aufsucht, wird man finden,

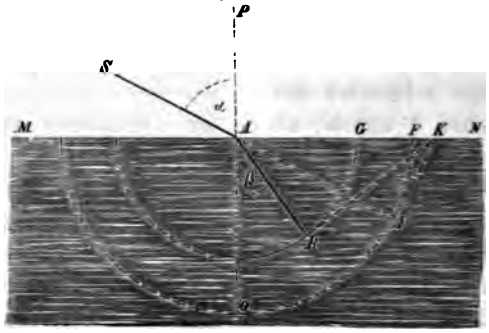
Fig. 105.



daß dieſe Linien das conſtante Verhältniß von 4 zu 3 haben Luft und Waſſer iſt alſo das Brechungsverhältniß nahe $^4/_3$, es für Luft und Gas nahe $^3/_2$ beträgt.

Nach dem Brechungsgeſetze läßt ſich die Richtung des gebr Strahles aus jener des einfallenden mittelſt folgender leichten ge ſchen Conſtruction auffinden. Es ſei MN der Durchſchnitt d

Fig. 106.



fallsebene mit der Trennungsebene beider Medien oder mit der durch welche in dem Einfallspunkte die krumme Fläche berühr im Falle die Medien in einer ſolchen aneinander grenzen. A Punkte A, in welchem der einfallende Strahl die Trennungsebe Medien trifft, als Mittelpunkt beſchreibe man in dem Theile d fallsebene, welcher in dem Innern des brechenden Mediums liegt kreiſe, deren Radium AF, AG ſich zu einander verhalten Brechungsverhältniß n zu 1. Iſt nun SA die Richtung des ei den Strahles, ſo verlängere man ſie, bis ſie den mit AF beſch Halbkreis in J ſchneidet; zu dieſem Punkte ziehe man die Tang und von dem Punkte K, in welchem dieſelbe der MN begegnet, andern Halbkreiſe die Tangente KB. Die von A zu dem Berü punkte B gezogene Gerade AB gibt die Richtung des dem Stra entſprechenden gebrochenen Strahles an. Denn iſt PAQ das E loth, ſo iſt SAP der Einfallswinkel; mithin muß, wenn AB brochene Strahl ſein ſoll, die Proportion beſtehen: sin SAP : sin B = n : 1. Daß dies der Fall iſt, erhellet auf folgende Weiſ Dreiecke AJK und AKB geben

$$\sin AKJ : 1 = AJ : AK, \quad \sin AKB : 1 = AB : AK,$$

woraus

$$\sin AKJ : \sin AKB = AJ : AB.$$

Es iſt aber Winkel AKJ = SAP und Winkel AKB = QAB, AJ = AF und AB = AG; folglich

$$\sin SAP : \sin BAQ = AF : AG = n : 1,$$

was nachzuweiſen war.

)as Brechungsverhältniß wird das gerade umgekehrte, wenn das
unſtatt von dem einen Körper in den andern einzudringen, von
etztern in den erſtern übergeht. Es iſt dies eine nothwendige
davon, daß, falls der Lichtſtrahl rückwärts gehen würde, d. h. der
jene Strahl ſich in einen einfallenden verwandelte, er durch die
ung an der Grenzfläche beider Mittel bei dem Uebertritt in das
e Mittel genau denſelben Weg machen müßte. Wir können alſo

Beim Uebergange eines Lichtſtrahles von einem Medium in ein
s bewegt ſich derſelbe in jedem Mittel in einer ſolchen Richtung,
:e Sinus der Winkel, welche dieſe Richtungen mit dem gemein-
Einfallslothe einſchließen, ein conſtantes Verhältniß zu einander
, inſofern man dabei die beiden Mittel ſtets in der nämlichen
anderfolge nimmt. Obſchon dieſes Reſultat ſich leicht voraus-
ließ, ſo war es doch von Intereſſe, dasſelbe durch die Erfahrung
tellen, was vorläufig durch nachſtehende einfache Verſuche ge-
t ſoll.

Nan ſtelle einen Glaswürfel auf ein Blatt dunkeles Papier, das
älfte mit weißem Papier beklebt iſt, ſo daß der vordere Theil
rundfläche des Glaswürfels
em weißen Papier und der
e Theil derſelben mit dem
n Papier zur Deckung kommt.
man dann in ſchräger Rich-
auf die obere Fläche des
:ls, ſo wird das dem Auge
ſtehende weiße Papier auf
ntferntern dunkeln Papier zu
ſcheinen. Es wird alſo der
rahl bei ſeinem Uebergange
las in Luft von ſeiner Rich-
in der Weiſe abgelenkt, daß
rechungswinkel größer als der
llswinkel wird. Indem man
;eichnung entwirft, in welcher
Winkel M A J dem Winkel α
laſe und der Winkel M A K
Winkel β in der Luft gleich
nd die Sinus dieſer Winkel
mt, wird ſich ergeben, daß

nahe gleich $^3/_2$ iſt.

Fig. 107.

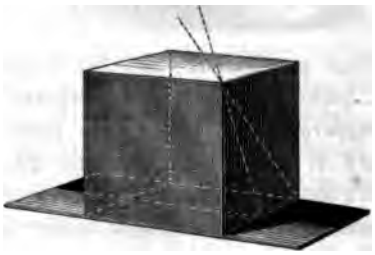
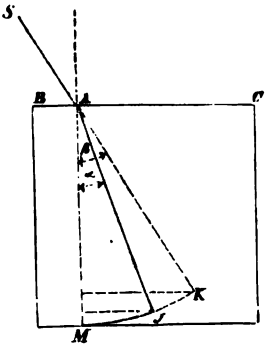
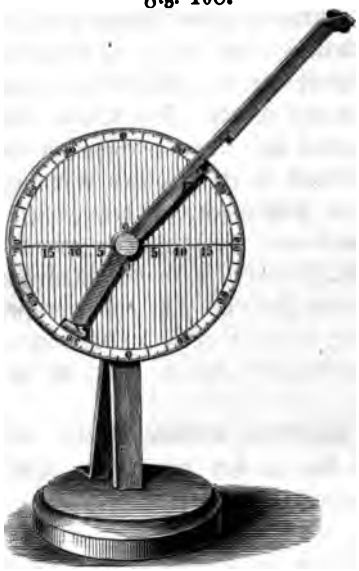


Fig. 107 a.



Um zu zeigen, daß bei dem Uebergange aus Waſſer in L ähnlicher Vorgang ſtattfindet, mithin der Sinus des Einfallswin

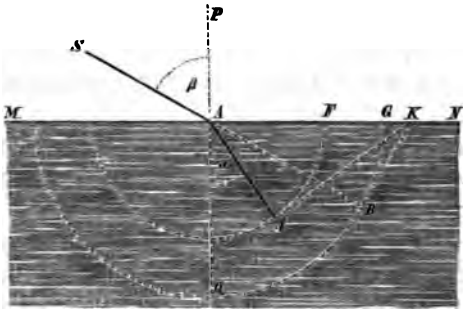
Fig. 108.



zu dem Sinus des Brechungsw β nahe zu ſich wie 3 zu 4 v ſetze man in einem zum Th Waſſer gefüllten Glasgefäß ei einem verticalen Geſtelle r kreisförmige Metallplatte, wel einer Gradtheilung und mit d ſprechenden Anzahl von Sinu ſehen iſt, zur Hälfte unter W ſo daß der Durchmeſſer der den Durchſchnitt mit dem W ſpiegel abgibt. Auf der Meta ſind nun zwei Metallſtreifen bracht, deren jeder an ſeinem Ende einen feinen Stift trä jeder für ſich um eine horiz im Mittelpunkt der Theilung liche Achſe drehbar iſt. Hatt die zwei Metallſtreifen eine Lage zu einander, daß die beiden Stifte mit dem Mittelpun Theilung in einer und derſelben geraden Linie erſchienen, we Apparat außer dem Waſſer ſtand; ſo war dies nicht mehr de als er bis zur Hälfte unter Waſſer geſtellt wurde. Damit d erwähnte drei Punkte dann wieder dem Auge in einer und d geraden Linie ſich zeigten, mußte der außerhalb des Waſſers bef Streifen um einen beſtimmten Winkel gedreht werden, währe unter dem Waſſer liegende Streifen ſeine urſprüngliche Stellung hielt. Machte z. B. der in dem Waſſer befindliche Streifen m auf dem Waſſerſpiegel ſenkrecht ſtehenden Durchmeſſer einen Win 22°, ſo betrug der Winkel des außerhalb des Waſſers liegenden fens mit jenem Durchmeſſer einen Winkel von 30°; dagegen fi letztere Winkel auf 60°, wenn der erſtere Winkel ſich auf 40° kurz, die zu einander gehörigen Winkel im Waſſer und in d haben jederzeit eine ſolche Größe, daß ihre Sinus in dem unve lichen Verhältniß von 3 zu 4 zu einander ſtehen.

Die oben angegebene Conſtruction zur Auffindung des gebr Strahls aus der Richtung des einfallenden, wenn das Brechun hältniß $n > 1$, mithin $AF > AG$, behält auch für den Fall, wo mithin $AF < AG$, ihre Anwendung. Dieſe Conſtruction biete

Fig. 109.



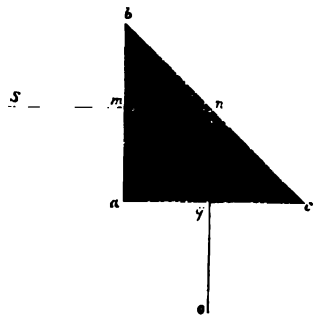
Eigenthümlichkeit der Brechung dar, die ihrer Merkwürdigkeit wegen in nähere Betrachtung gezogen zu werden verdient. In dem ersten Fall nämlich, wo $AF > AG$, liegt der Punkt K jederzeit außerhalb des mit dem Halbmesser AG beschriebenen Kreises, weßhalb es dann immer möglich ist, an denselben eine Tangente von jenem Punkte auszulegen. In dem zweiten Falle dagegen, wo $AF < AG$, kann es sich ereignen, insofern der Einfallswinkel SAP hinlänglich groß genommen wird, daß der Punkt K zwischen F und G fällt; es läßt sich alsdann von diesem Punkte aus keine Tangente mehr an den mit AG als Halbmesser beschriebenen Halbkreis ziehen oder kein Punkt B angeben, durch den die Richtung des gebrochenen Strahles bestimmt wird. Die Größe, welche der Einfallswinkel nicht übersteigen darf, wenn noch eine Brechung erfolgen soll, ergibt sich aus der für die Brechung aufgestellten Fundamentalgleichung. Es besteht nämlich für den Fall, daß der Brechungswinkel β immer größer ist als der Einfallswinkel α die Relation $\sin \alpha = \frac{1}{n} \sin \beta$, wo n eine die Einheit übertreffende Größe bezeichnet. Dieser Relation gemäß wird der Brechungswinkel ein rechter, wenn $\sin \alpha = \frac{1}{n}$, und wenn der Einfallswinkel die aus dieser Gleichung entnommene Grenze überschreitet, der Werth von $\sin \beta$ größer als die Einheit werden, was unmöglich ist. Soll daher das aufgestellte Brechungsgesetz in allen Fällen Gültigkeit behalten, so darf in dem Fall, wo der Brechungswinkel größer als der Einfallswinkel ist, unter solchen großen Einfallswinkeln, welche jene Grenze übersteigen, keine Brechung des Lichtes mehr stattfinden. Auch lehrt die Erfahrung, daß in dergleichen Fällen das Licht nicht mehr gebrochen, sondern in das Mittel, von dem es herkommt, wieder zurückgeworfen wird. Dieser besondere Fall der Reflection heißt die totale Reflection. Die Grenze des Einfallswinkels bei dem Uebergang von Wasser in Luft wird demnach sein 48°35′ und von Glas in Luft ohngefähr 40°30′ betragen. Be-

merkt mag noch werden, daß diese Grenzwinkel zugleich die der Brechungswinkel angeben, welche bei dem umgekehrten Gan lich bei dem Eintritt von Luft in Glas und Luft in Wasser größten Werth des Einfallswinkels $\alpha = 90^0$ vorkommen.

Zwei interessante Beispiele, in denen das Licht in den unter einem größeren Einfallswinkel als der Grenzwinkel Trennungsfläche des Wassers und der Luft fällt, mithin nicht übertreten kann, sind folgende: Man bringe ein leeres so Reagentienglas, wie es in der Chemie häufig gebraucht wird, i Richtung in ein mit Wasser gefülltes Glas. Betrachtet man Reagentienglas von oben herab, so wird es scheinen, als ob i silber enthielte: die von außen herkommenden Lichtstrahlen fal lich auf das eingetauchte Glas unter solchen Winkeln auf, daß aus dem Wasser heraustreten können, sondern vollständig werden. Gießt man etwas Wasser in das Reagentienglas, s sich jener Metallglanz gerade so weit als das eingegossene Was weil dann die totale Reflection aufhört. — Man setze eine P einem brennenden Körper in ein mit Wasser gefülltes Gefäß zum Theil so bedeckt ist, daß die von dem brennenden Kö gehenden Lichtstrahlen, die zu dem nicht bedeckten Theil der W fläche gelangen können, sammt und sonders unter den den Gr von $48^0 35'$ übersteigenden Einfallswinkeln auffallen. Das in über dem nicht bedeckten Theile der Wasseroberfläche befindl wird den brennenden Körper durch das Wasser nicht sehen kö die Strahlen an der Grenzfläche desselben vollständig reflectir

Als Beispiele der totalen Reflection des Lichtes bei dem l des Lichtes aus Glas in Luft mögen folgende zwei dienen. N einen geraden Glascylinder, der an seinem einen Ende von der Achse senkrechten und an seinem andern Ende von einer un

Fig. 110.



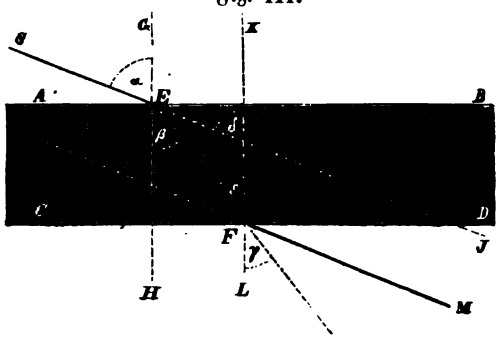
Winkel von $40^1/_2{}^0$ gegen die neigten Ebene begrenzt wird, mit fen Grundfläche vor das Auge. selbe wird durch den durchsichtigen in der Richtung seiner Achse k strahl durchdringen, weil er mit male der schiefen Grundfläche ein von $40^1/_2{}^0$ macht, folglich total worfen wird. — Es sei a b c d schnitt eines rechtwinkligen gleichs Glasprisma's. Der von einem

stande s normal auf die Vorderfläche ab des Prismas auffallende Lichtstrahl sm geht ungebrochen durch und trifft die Rückseite bc unter einem Winkel von 45°, d. h. unter einem den Grenzwinkel für Glas und Luft übersteigenden Einfallswinkel. Der Strahl wird also bei n nicht mehr in die Luft übergehen können, sondern daselbst eine vollständige Reflection erleiden und bei q normal auf der Fläche ac aus dem Prisma treten, so daß ein in o befindliches Auge von dem Gegenstand s ein Bild erblicken wird. Dieses Bild wird, weil die ganze auffallende Lichtmenge eine totale Reflection erfährt, ausnehmend hell erscheinen im Vergleiche zu dem Bilde, welches durch gewöhnliche Glasreflection entstanden ist.

Wenn das Brechungsverhältniß n größer als die Einheit, mithin auch der Einfallswinkel α größer als der Brechungswinkel β ist; so heißt es, die Brechung erfolge zum Einfallslothe. Ist dagegen n kleiner als die Einheit, folglich auch $\alpha < \beta$; so sagt man, die Brechung des Lichtes erfolge vom Einfallslothe. Meistens erfolgt die Brechung bei dem Uebergange des Lichtes aus einem dünneren Mittel in ein dichteres zum Einfallslothe; doch geschieht es zuweilen auch, daß bei einem derartigen Uebergange die Brechung vom Einfallslothe vor sich geht, wie dies bei dem Uebergange des Lichtes aus Terpentinöl in Wasser der Fall ist, obschon Terpentinöl eine geringere Dichte als Wasser hat. Die Ausdrucksweise, daß bei dem Uebergange des Lichtes aus einem dünneren Mittel in ein dichteres zum Einfallslothe, mithin bei dem Uebergange aus einem dichteren in ein dünneres vom Einfallslothe gebrochen werde, ist streng nur richtig, wenn beide Mittel von der nämlichen materiellen Beschaffenheit, von demselben Aggregationszustande und nur in der Dichte von einander verschieden sind.

Geht ein Lichtstrahl durch ein Mittel, welches von parallelen Ebenen begrenzt ist, so ist der austretende Strahl stets dem eintretenden

Fig. 111.



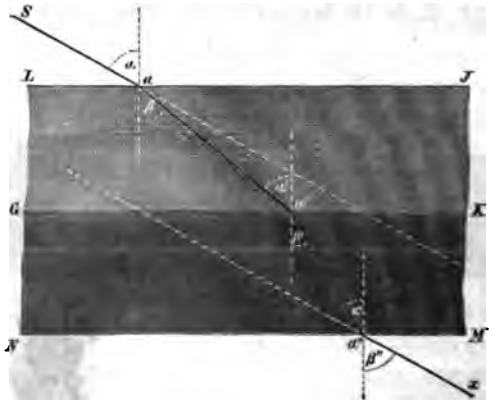
parallel. Es ſeien AB und CD die beiden parallelen Ebenen de
ſichtigen Körpers, SE der einfallende Strahl, EF der gebroch
in F nach FM abgelenkt wird. Man hat, wenn GH und KL
Einfallspunkten E und F zugehörenden Einfallslothe ſind:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n \text{ und } \frac{\sin\gamma}{\sin\varepsilon} = n,$$

woraus $$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin\gamma}{\sin\varepsilon} \text{ oder } \alpha = \gamma,$$

weil Winkel $\beta = \varepsilon$. Zugleich iſt $\alpha = \delta$, d. h. dem Winkel,
Verlängerung des Strahls SE mit dem Einfallslothe KL mach
lich $\gamma = \delta$, d. h. der austretende Strahl FM parallel zu dem ei
den SJ. — Beſitzt der durch parallele Ebenen begrenzte dur
Körper eine geringe Dicke, ſo wird die Abweichung der Linie I
SJ nicht wahrgenommen; ſie wird erſt bemerkt, wenn dieſer
eine gewiſſe Dicke erreicht hat. — Dieſer Parallelismus des au
den Lichtſtrahles mit dem einfallenden hat ebenfalls noch ſtatt,
Erfahrung zeigt, wenn das Licht, nachdem es durch eine Reih
ſichtiger Körper, deren Grenzflächen parallel ſind, gegangen iſt,
in das urſprüngliche Mittel gelangt. Man ſieht nämlich, wen
einen Gegenſtand durch verſchiedene durchſichtige, aber von pa
Flächen begrenzte Subſtanzen betrachtet, genau in derſelben L
ohne dieſe Mittel, in welcher Stellung gegen dieſelben er ſich
finden mag. Mit Hülfe dieſes Erfahrungsſatzes läßt ſich aus
gebenen Brechungsverhältniſſen n und n′ zweier Mittel in Be
den leeren Raum, welche die abſoluten Brechungsverhä
heißen, das relative Brechungsverhältniß μ des oberen Mi
Bezug auf das untere finden, oder aus dem relativen Brechu
hältniſſe μ zweier Mittel das abſolute n′ des untern ableiten

Fig. 112.

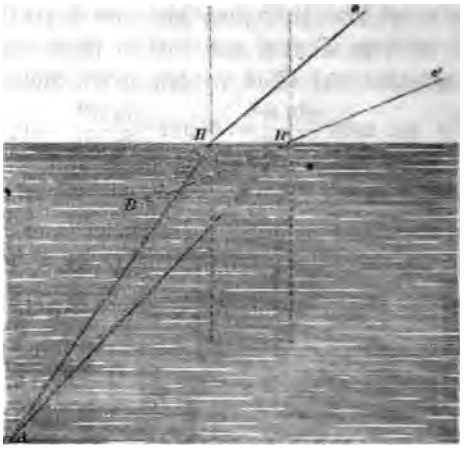


man das absolute n des obern kennt. Denn ist S a der einfallende Strahl, der in a bei dem Uebergang aus dem leeren Raume in Luft nach a a', in a' bei dem Eintritt aus Luft in Glas nach a' a'' und in a'' bei dem Uebergange aus Glas in den leeren Raum nach a'' x gebrochen wird; so hat man $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$ und $\frac{\sin \beta''}{\sin \alpha''} = n'$, woraus $\frac{\sin \alpha'}{\sin \beta'} = \frac{n'}{n}$, weil $\alpha = \beta''$, ferner $\beta = \alpha'$ und $\alpha'' = \beta'$ ist. Aber α' ist der Einfallswinkel und β' der Brechungswinkel an der Trennungsfläche zwischen Luft und Glas; folglich das relative Brechungsverhältniß μ dieser beiden Mittel gleich $\frac{n'}{n}$. Aus der Relation $\mu = \frac{n'}{n}$ folgt $n' = \mu n$, d. h. das absolute Brechungsverhältniß des Glases wird erhalten, wenn man das relative Brechungsverhältniß desselben in Beziehung auf Luft mit dem absoluten Brechungsverhältniß der letzteren multiplicirt. Wie wir bald sehen werden, ist bei dem Uebergange eines Lichtstrahles aus dem leeren Raum in Luft bei der Temperatur von 0^0 und dem Barometerstande von 760 Millim. das Brechungsverhältniß $n = 1{,}000294$. Mithin das absolute Brechungsverhältniß des Glases, wenn das Brechungsverhältniß für Luft und Glas $^3/_2$ beträgt, gleich $^3/_2 \,.\, 1{,}000294 = 1{,}5004$ und das absolute Brechungsverhältniß des Wassers; wenn das Brechungsverhältniß für Luft und Wasser $^4/_3$ ist, gleich $^4/_3 \,.\, 1{,}000294 = 1{,}3336$. Das Verfahren, nach welchem wir hier das Brechungsverhältniß gemessen haben, macht auf keine große Genauigkeit Anspruch; es sollte nur als Mittel dienen, diese Thatsache zuvörderst auf einfachem Wege festzustellen. Schärfere Mittel zur Bestimmung des Brechungsverhältnisses werden wir späterhin kennen lernen, wenn wir die Brechung des Lichtes im Prisma betrachten.

2. Erscheinungen der Brechung.

Auf der Brechung des Lichtes beruhen mancherlei im Leben vorkommende Erscheinungen, von denen einige hier näher angeführt werden mögen. Ein im Wasser befindlicher Gegenstand erscheint nicht an seinem wahren Orte, sondern an einem andern der Oberfläche des Wassers näher liegenden. Es sei A ein leuchtender Punkt im Wasser, (Fig. 113), O O' der Ort des Auges in der Luft; die Strahlen A H, A H' erfahren bei dem Uebergange aus dem Wasser in die Luft eine Brechung von dem Einfallslothe dergestalt, daß sie die Richtungen H O, H' O' annehmen, deren Divergenz stärker ist, als vor der Brechung, indem der Strahl A H' wegen des größeren Einfallswinkels stärker als der Strahl A H abgelenkt wird. Diese größere Divergenz der gebrochenen Strahlen

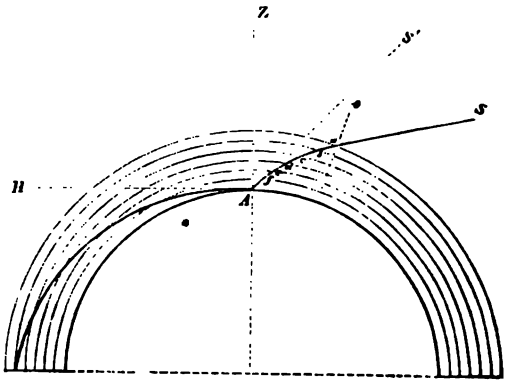
Fig. 113.



verursacht, daß ihre Vereinigung früher erfolgt, oder mit andern
ten, daß die Spitze B des Strahlenkegels, d. h. das Bild des Pun
höher als der letztere liegt. Dasselbe wird bei allen Punkte
Bodens eines mit Wasser gefüllten Gefäßes sich ereignen, weßh
Bassin mit klarem Wasser weniger tief zu sein scheint, als es t
ist. Aus dem nämlichen Grunde wird ein schief in das Wasser
tener gerader Stab aufwärts gebrochen erscheinen.

Wir befinden uns am Boden des Luftmeeres in einer ähn
Lage gegen die Himmelskörper, die in Folge der atmosphärische
fraction nicht in ihrer wahren Stelle, sondern entfernter vom H
erscheinen, als es wirklich der Fall ist. Es möge die ganze Atmo
in eine Reihe concentrischer Schichten zerlegt gedacht werden,

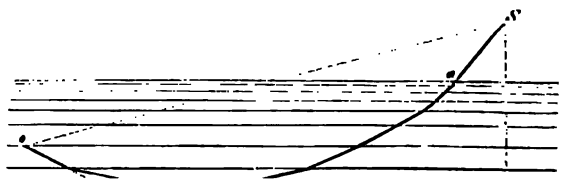
Fig. 114.



Dichtigkeit zunehmen, je näher sie der Erdoberfläche liegen. Trifft nun ein Lichtstrahl Sa in schräger Richtung die oberste Schichte in a, so wird er gegen das Einfallsloth Oa hin gebrochen: in b an der zweiten Schichte anlangend wird er eine zweite Brechung in dem nämlichen Sinne erfahren und dies in ähnlicher Weise von Schichte zu Schichte fort bis zur untersten. Dergestalt bewegt sich dann der Lichtstrahl bei seinem Durchgange durch die Luft wegen der stetig zunehmenden Dichtigkeit derselben in einer Curve abcd...A, deren convexe Seite aufwärts gekehrt ist, so daß ein in A befindliches Auge das Gestirn S, von welchem der Lichtstrahl Sa ausgeht, in der Richtung der in A an die Curve gelegten Berührungslinie AS' sieht: durch den Einfluß der atmosphärischen Refraction wird also die scheinbare Höhe der Gestirne größer als ihre wahre. Diesem Umstande ist es zuzuschreiben, daß die Sonne über dem Horizont erhoben erscheint, wenn sie noch unter demselben steht, so wie daß sie noch einige Zeit sichtbar bleibt, wenn sie schon untergegangen ist. Im Zenith Z findet keine Brechung statt, sie nimmt nach dem Horizonte beständig zu, wo sie ihr Maximum erreicht. Wird die Krümmung der Atmosphäre außer Acht gelassen und dieselbe aus lauter horizontalen Schichten bestehend angesehen, so läßt sich die Wirkung der atmosphärischen Refraction annäherungsweise nach der Formel $\sin\alpha = 1{,}000294 \sin\beta$ berechnen, wo α die wahre Zenithdistanz und β die scheinbare Zenithdistanz bezeichnet. Dieser mit dem Brechungsgesetze identische Ausdruck stützt sich auf zwei vorhin erwähnte Thatsachen, nämlich einmal daß, wenn ein Lichtstrahl eine Reihe durchsichtiger von parallelen Ebenen begrenzte Schichten durchwandert, er in der letzten Schichte genau dieselbe Richtung erhält, als ob er in seiner primitiven Richtung sofort an der letzten jener Schichten angelangt wäre, und dann daß das Brechungsverhältniß für den leeren Raum und die Luft 1,000294 beträgt. Dieses Verhältniß ändert sich aber mit der Dichte der Luft, welche wieder vom Luftdrucke und von der Temperatur abhängt. Um mithin den Einfluß der Strahlenberechnung möglichst genau zu berechnen, wird man den Stand des Barometers und des Thermometers sorgfältigst beobachten müssen. Die mittlere Horizontalrefraction beträgt etwa 35'6" und bei einer Höhe von 45° ist sie ohngefähr 58",36. — Auch bei Höhenmessungen auf der Erde darf zuweilen der Einfluß der Strahlenbrechung nicht unbeachtet bleiben. Denn der Lichtstrahl, welcher z. B. von einem Berggipfel zu dem Auge eines nahe bei der Erdoberfläche stehenden Beobachters gelangt, beschreibt wie im vorhin betrachteten Falle eine krumme Linie, wodurch eine scheinbare Erhebung des Berggipfels veranlaßt wird.

sieht man alle ferne Gegenstände in gewöhnlicher Weise;
der Boden durch die Sonnenstrahlen stark erhitzt wird und
Luftschichten an dieser hohen Temperatur Theil genommen
sich das Phänomen der Luftspiegelung, wenn die Luft ruhig
ist. Der in die Ferne schauende Beobachter sieht die Dörfer
ihnen ihr umgekehrtes Bild, ohne den Boden sehen zu k
welchem sie stehen; sie scheinen ihm wie von einem großer
geben zu sein. Der See weicht aber immer weiter zurück,
Beobachter einem Dorfe sich nähert; nun erkennt er die Ur
Täuschung: es war die über der Sandebene befindliche e
in welcher sich die irdischen Gegenstände sammt dem sie
Himmel scheinbar wie im wirklichen Wasser abgespiegelt h
starker Sonnenhitze und ruhig bleibender Luft kann es sich
eignen, daß die in der Nähe des sandigen Bodens liegenden
eine geringere Dichtigkeit als die höheren kälteren besitzen.
dem Sandboden während dieses Zustandes der Atmosphä
Auge O des Beobachters sieht so einmal den in der Höh

Fig. 115.

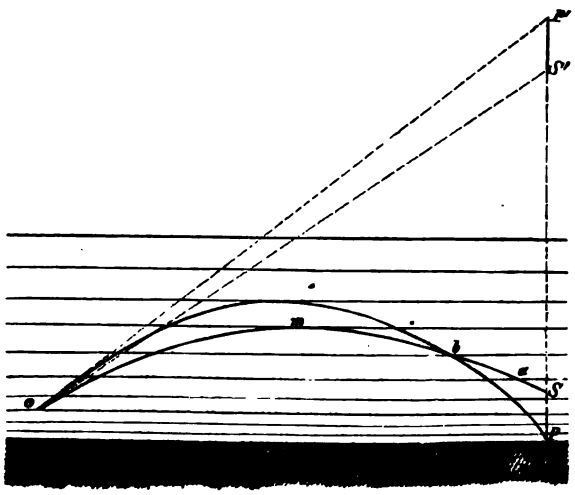


Punkt S vermittelst des directen Strahles SO. Zugleich erblickt es aber auch ein Bild jenes Punktes in der Richtung OS', welche die Tangente in dem Punkte O der Curve abgibt, die ein anderer von S ausgehender Strahl Sn bei seinem allmähligen Eindringen in die erhitzten Luftschichten beschreibt. Gedachter Strahl wird zunächst auf seinem Gange mehr und mehr vom Einfallslothe sich entfernen, endlich an einer Schichte total reflectirt werden, alsdann aufwärts gehen und in jeder höher gelegenen Schichte eine Brechung zum Einfallslothe erleiden, wodurch die oben erwähnte Curve entsteht, deren convexe Seite nach unten gekehrt ist.

Folgender Versuch kann einigermaßen als Bestätigung dieser Erklärung dienen. Man fülle einen Kasten von Eisenblech (von etwa 1 Meter Länge und 16 Centimeter Höhe und Breite) mit glühenden Kohlen und bringe ihn ohngefähr in die Höhe des Auges. Durch die glühende Kohlen bilden sich über dem Kasten Luftschichten, deren Dichte allmählig von unten nach oben abnimmt. Wenn man nun oben über den Kasten hinsieht, so erblickt man von einem entfernten Visirpunkt nicht nur den directen Strahl, sondern auch einen andern, der in schiefer Richtung durch die verdünnten Luftschichten geht, wodurch man in der Tiefe noch ein Bild des Visirpunktes bekommt. Ist der Visirpunkt ein Gegenstand von Ausdehnung, so erscheint dieses zweite Bild in umgekehrter Stellung.

Man beobachtet auch öfters Luftbilder auf dem Meere bei ruhigem Wetter, wenn das Wasser bedeutend kälter als die Luft ist, mithin die Dichtigkeit der Luftschichten nach oben zu viel rascher abnimmt als

Fig. 115 a.



anlangt, wo er eine totale Reflection erleidet und nunmehr
ſich wendet und in jeder nachfolgenden Schichte zum Einfall
brochen wird. Auf dieſe Art gelangt denn der Strahl S a
krummen Linie, deren hohle Seite im vorliegenden Falle
gekehrt iſt, in das in O befindliche Auge, das den Punkt
Richtung der durch O an jene Curve gelegten Tangente OS'
blickte. Der von P ausgehende Strahl dringt in eine höher
bevor er eine vollſtändige Reflection erfährt, weßhalb er übe
S ausgehenden zu liegen kommt, mithin das Auge das Bild
oder das Bild von PS in umgekehrter Stellung wahrnimmt.
ſich ereignen, daß nur das Bild S'P', aber nicht der Gege
geſehen wird, weil derſelbe unter dem Horizonte liegt. Di
gelung auf dem Meere wird auch Erhebung oder das E
genannt. Scoresby hatte häufig Gelegenheit, an der Küſte v
land die Luftſpiegelung zu beobachten. Einmal ſah er das
Bild eines entfernten unter ſeinem Horizonte befindlichen S
ſolcher Deutlichkeit, daß er mittelſt des Fernrohrs die gan
des Schiffes unterſcheiden konnte. Ein anderes Mal ſah er
der, ein aufrechtes und ein verkehrtes von einem Schiffe, w
vollſtändig unter ſeinem Horizonte war. — Wäre das Waſſ
viel wärmer als die Luft, ſo zeigt ſich das umgekehrte Bild
Gegenſtande gerade ſo wie im Waſſer. So ſah Vince einma
ferntes Schiff gerade an ſeinem Horizont und über ihm ein re
umgekehrtes Bild desſelben, ſo daß die Spitzen der Maſten d
und des verkehrten Bildes zuſammenſtießen. Ein anderes V
von einem Schiffe, deſſen Maſten erſt über den Horizont getra

Das Volk betrachtet diese Erscheinungen als das Werk einer Fee Morgana; sie sind nur eine Wirkung der Luftspiegelung, wobei Gegenstände sichtbar werden, die man bei dem gewöhnlichen Zustande der Atmosphäre nicht sehen kann und welche sich zu bewegen scheinen, weil die ungleich dichten Luftschichten in beständiger Bewegung sind.

Ein Versuch zur Bestätigung der hier zur Sprache gebrachten Brechungsweise des Lichtes ist nachstehender. Man fülle ein rechteckiges schmales, ziemlich langes Gefäß, dessen gegenüberstehende schmale Wände durchsichtig sind, zuerst mit reinem Wasser und gieße hierauf mittelst eines gläsernen Trichters, der bis nahe an den Boden reicht, concentrirte Schwefelsäure hinein. Diese wird sich nur langsam mit dem Wasser mischen, wodurch Schichten entstehen, welche von unten nach oben an Dichte abnehmen. Sieht nun das an einer Wand befindliche Auge auf den auf der gegenüberstehenden Wand vorhandenen strahlenden Gegenstand, so wird es denselben vermöge des durch die nämliche Schichte horizontal gehenden Strahles sehen; zugleich aber von dem Gegenstand Strahlen erhalten, die zuerst ihre Richtungen nach oben nehmen und wegen der geringern Dichte der Schichten durch totale Reflection zur Umkehrung genöthigt in einer mit der hohlen Seite nach unten zu gewendeten Curve ins Auge gelangen, wodurch für dasselbe ein zweites Bild entsteht.

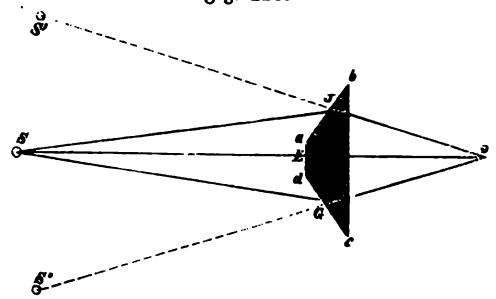
Das scheinbare Zittern der Gegenstände in bewegter oder erhitzter Luft hat seinen Grund in der ungleichen Dichte derselben. Indem die Lichtstrahlen dadurch bald nach der einen, bald nach der andern Seite gebrochen werden, kommen sie nicht immer in derselben Richtung ins Auge, was eine kleine Aenderung in der scheinbaren Lage der Gegenstände zur Folge hat. Auch das sogenannte Funkeln oder Flackern der Sterne, wobei wir sie öfters in einem zitternden Zustande sehen und an ihnen eine scheinbare Veränderung der Stellung wahrnehmen, dürfte der ungleichen Brechung zuzuschreiben sein, welche das Licht in warmer und kalter, in feuchter und trockener Luft erfährt. In der Nähe des Horizonts treten die Luftströmungen häufiger ein und ist der Wechsel in der Dichte der Luftschichten auffallender als gegen den Zenith zu, weßhalb hier das Flackern der Sterne minder lebhaft als dort erscheint. Bei den Fixsternen, die uns nur als Punkte erscheinen, ist die auf solche Weise bewirkte kleine Ortsveränderung leicht wahrzunehmen; anders verhält es sich bei den Planeten, deren scheinbarer Durchmesser die geringe Ortsveränderung übertrifft, welche der augenblickliche Wechsel der Strahlenbrechung hervorzubringen vermag.

Von der atmosphärischen Strahlenbrechung rührt auch die ovale Gestalt her, welche die untergehende Sonne nach heißen Tagen annimmt.

Kugelgestalt und erscheint abgeplattet.

Betrachtet man durch ein Polyederglas einen Gegenstand man mehrere Bilder desselben. Es sei a b c d der Durchsch

Fig. 116.



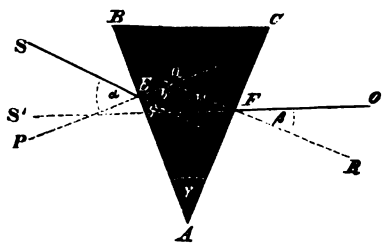
vierflächigen Glases, dessen drei Flächen gegen den leuchtende gekehrt sind. Der auf die parallelen Flächen a d und c b no fallende Strahl S E kommt ungebrochen in das Auge O, wä auf die Flächen a b und c d schief auffallenden Strahlen S J nach einer zweimaligen Brechung in den Richtungen O S' und Auge treffen, welches dergestalt noch die Bilder S' und S" e

Es gibt auch dioptrische Anamorphosen oder verunstalt nungen, die durch ein Polyederglas betrachtet, wohl pro Bilder geben. Sieht man nämlich durch ein solches Glas Tafel, so erscheinen einzelne weit von einander liegende T

3. Von der Brechung durch das Prisma.

In der Optik versteht man unter einem Prisma jedes durchsichtige brechende Mittel, welches von zwei gegeneinander geneigten ebenen Flächen zum Theil begrenzt wird; die gerade Linie, in welcher sich diese Flächen oder deren Verlängerungen schneiden, heißt die Kante; der Winkel, welchen sie einschließen, der brechende Winkel; jeder auf die Kante senkrecht geführte Schnitt ein Hauptschnitt des Prisma. Bei den meisten Versuchen wendet man dreiseitige Prisma an; der Hauptschnitt eines solchen Prismas ist immer ein Dreieck. Um den Weg des Lichtstrahls nach seiner Brechung im Prisma zu verfolgen, braucht man nur das von dem Hauptschnitte gebildete Dreieck zu betrachten, weil der in einen Hauptschnitt fallende Lichtstrahl auch während seines Durchganges in dieser Ebene verbleibt. — Es sei ABC der Hauptschnitt des Prismas, dessen brechender Winkel abwärts gekehrt ist. In dieser Ebene wollen wir uns einen Lichtstrahl SE denken, der auf die vordere Begrenzungsfläche des Prismas im Punkte E auffällt und nach EF gebrochen wird; in F auf die hintere Begrenzungsfläche treffend wird er eine zweite Brechung nach FO erleiden, so daß ein Auge, welches sich in einem Punkt O dieser Richtung befände, den leuchtenden Punkt S in S', also tiefer sehen würde. Wird der einfallende Strahl sowohl wie der austretende verlängert, so gibt der Winkel φ, den sie einschließen, die Abweichung an, welche der Lichtstrahl bei seinem Durchgange durch das Prisma erfährt. Bezeichnen wir den Einfallswinkel SEP mit α, den Brechungswinkel QEF an der Vorderfläche mit b, den Einfallswinkel QFE mit b,, den Brechungswinkel OFR an der Hinterfläche mit β; so haben für die Abweichung φ die Relation: $\varphi = \alpha - b + \beta - b$, oder $\varphi = \alpha + \beta - \gamma$, wo γ den brechenden Winkel des Prismas bedeutet.

Fig. 117.



Bevor wir den Zusammenhang, in welchem die vier Größen nämlich die Richtung des austretenden Strahles, das Brechungsverhältniß, der brechende Winkel des Prismas und der Einfallswinkel an der vordern Begrenzungsfläche zu einander stehen, zum Gegenstand einer nähern Prüfung machen, wollen wir zuvörderst die Bedingungen aufsuchen, unter denen der Austritt des Lichtstrahls aus dem Prisma möglich ist. Denn da das Licht an der hintern Fläche aus Glas in

an der Austrittsfläche hat seinen Grenzwerth erreicht, kann dem Prisma nicht mehr heraustreten. Dasselbe findet auch andern einfallenden Strahle statt, weil für einen solchen $b <$ wegen $b + b, = 2L$ der Einfallswinkel b, an der hintern Fl als L werden muß. Sobald also der brechende Winkel de den doppelten Werth des Grenzwinkels erreicht oder noch wird der Austritt des Lichts aus dem Prisma unmöglich.

Ist der brechende Winkel des Prismas dem Grenzwi so ist $L = b + b,$. Beträgt der Einfallswinkel 90°, so wi folglich $b, = 0$; d. h. der Strahl fällt dann auf die hin senkrecht auf und geht in die Luft über. Wird der Ein kleiner als 90°, dann ist $b < L$ und auch $b, < L$; der S also an der zweiten Fläche des Prismas austreten. Trifft die Vorderfläche unter einem rechten Winkel, so ist $b = 0$ u dieser Strahl wird daher der letzte von denen sein, welche Prisma durchzugehen vermögen. Für alle Strahlen, welc anderen Seite des Einfallslothes liegen, ist der Einfallswinl mithin $L = b, - b$, woraus $b, > L$, d. h. an der Austrittsf die totale Reflection statt. Wenn mithin der brechende W Grenzwinkel gleich ist, können alle auf der einen Seite de lothes liegenden Lichtstrahlen an der zweiten Fläche des Pri treten, dagegen würden alle auf der andern Seite des Ein auffallenden Strahlen daselbst total zurückgeworfen.

Ist $\gamma < L$, so wird $b + b, < L$. Für den in der R Normale auffallenden Strahl ist $b = 0$ und $b, < L$: ein

früher angegebenen Wege ermitteln. Aus den beiden Gleichungen

$$\sin\alpha = n\sin b \text{ und } \sin\beta = n\sin b, = n\sin(\gamma - b)$$

entspringt zuvörderst durch Elimination von n die Gleichung:

$$\cot b = \cot\gamma + \frac{\sin(\varphi+\gamma-\alpha)}{\sin\alpha\sin\gamma},$$

weil $\beta = \varphi + \gamma - \alpha$. Nachdem auf diese Weise der Werth von b aus den Werthen von α, γ und φ bestimmt ist, erhält man den Werth von n mittelst der Relation $n = \frac{\sin\alpha}{\sin b}$. — Es läßt sich übrigens auch leicht eine Formel aufstellen, nach der das Brechungsverhältniß aus jenen drei Winkeln unmittelbar berechnet werden kann. Aus der Relation $b = \gamma - b$, ergibt sich nämlich

$\sin b = \sin\gamma\cos b, - \cos\gamma\sin b,$; oder, weil $\sin\alpha = n\sin b$ ist, $\sin\alpha = n\sin\gamma\sqrt{1-\sin^2 b,} - n\cos\gamma\sin b,$; oder, weil $\sin\beta = n\sin b,$ ist,

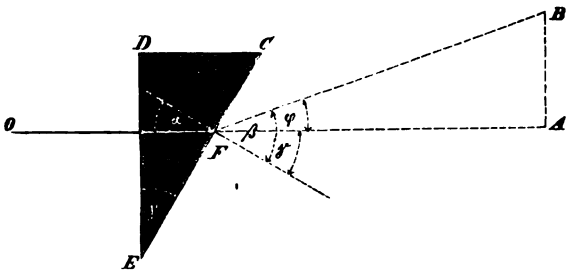
$$\sin\alpha + \cos\gamma\sin\beta = n\sin\gamma\sqrt{1-\sin^2 b,};$$

woraus $$n = \sqrt{\left(\frac{\sin\alpha + \cos\gamma\sin\beta}{\sin\gamma}\right)^2 + \sin^2\beta}$$

oder $$n = \sqrt{\left(\frac{\sin\alpha + \cos\gamma\sin(\varphi+\gamma-\alpha)}{\sin\gamma}\right)^2 + \sin(\varphi+\gamma-\alpha)^2}.$$

Einfacher gestaltet sich die Rechnung, wenn der Lichtstrahl auf die Vorderfläche des Prismas senkrecht auffällt. Man hat dann nämlich auf der Stelle $n = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{\sin(\gamma+\varphi)}{\sin\gamma}$, weil in diesem Falle $\alpha = \gamma$

Fig. 118.



ist, so daß das Brechungsverhältniß blos von dem brechenden Winkel γ des Prismas und von der Abweichung φ abhängt. Um nach dieser Verfahrungsweise das Brechungsverhältniß n zu ermitteln, kommt es also nur darauf an, nachdem der brechende Winkel γ des Prismas bestimmt worden ist, die Größe der Abweichung φ aufzufinden. Man richtet deßhalb ein Sehrohr OF senkrecht gegen die Vorderwand des Prismas, auf dessen entgegengesetzter Seite ein mit jener Wand paralleler verticaler Stab AB, der in gleiche Theile getheilt ist, aufgestellt

wird. Sieht nun das Auge bei O durch das Sehrohr den Nullpunkt A der Scala, wenn das Prisma entfernt wurde; so erblickt es, wenn das Prisma vor dem Sehrohr steht, einen höher gelegenen Punkt B durch dasselbe, weil nunmehr der Lichtstrahl im Prisma gebrochen wird. Nachdem der Winkel φ aus der Gleichung $\tang \varphi = \frac{AB}{FA'} = \frac{h}{a}$ hergeleitet worden, ergibt sich der Werth von n aus der Gleichung: $n = \frac{\sin(\gamma + \varphi)}{\sin \gamma}$. Ein speciell hierher gehöriger Versuch ist folgender: Man füllte ein hohles Glasprisma, dessen brechender Winkel 25° 15′ betrug, mit Brunnenwasser und ließ von einer entfernt stehenden Lampe einen Lichtstrahl durch eine kleine Oeffnung senkrecht auf das Wasserprisma fallen. Als man die Richtung des gebrochenen gelben Strahles einvisirt hatte, fand man für die Höhe h des Auges über dem Horizont h = 146,8 Centimeter und für die Entfernung a der horizontalen Projection von dem Schnittpunkt des gebrochenen Lichtstrahls mit dem Horizont a = 920 Centimeter. Hieraus ergibt sich $\tang \varphi = \frac{h}{a} = \frac{146{,}8}{920}$ oder $\varphi = 9^0 4'$; mithin das Brechungsverhältniß n des Brunnenwassers $= \frac{\sin 34^0 19'}{\sin 25^0 15'} = 1{,}3216$.

Die Abweichung φ ändert sich, wie die Relation $\varphi = \alpha + \beta - \gamma$ zeigt, mit dem Einfallswinkel und erreicht ihren kleinsten Werth, wenn der Lichtstrahl auf das Prisma so auffällt, daß der Eintritts- und Austrittswinkel einander gleich sind. Um uns von der Wahrheit dieser Aussage zu überzeugen, stellen wir nach v. Ettingshausen folgende Betrachtung an. Außer der vorerwähnten Gleichung bestehen noch die Gleichungen: $b + b_1 = \gamma$, $\sin \alpha = n \sin b$ und $n \sin b_1 = \sin \beta$. Untersuchen wir, welchen Einfluß eine unendlich kleine Aenderung von α auf diese Winkel und dadurch auf die Abweichung β ausübt. Um die Begriffe zu fixiren, wollen wir annehmen, daß α im Wachsen begriffen ist; es wird mithin auch b wachsen, dagegen b_1 nun eben so viel abnehmen, weil $b + b_1 = \gamma$, welcher letztere Winkel sich nicht ändert, und auch β sich vermindern. Es sei α' die Zunahme von α; b' die von b, folglich zugleich die Abnahme von b_1; ferner β' die Abnahme von β und φ' die Aenderung von φ, welche sich als eine positive oder negative Größe bewähren wird, je nachdem sie sich als eine Zunahme oder als eine Abnahme herausstellt. Es ist also $\varphi' = \alpha' - \beta'$; ferner $\sin(\alpha + \alpha') = n \sin(b + b')$ und $n \sin(b, - b') = \sin(\beta - \beta')$. Daraus erhalten wir, weil wegen der Kleinheit der Winkel α', b' und β' gesetzt werden darf: $\sin \alpha' = \alpha'$, $\cos \alpha' = 1$, $\sin b' = b'$, $\cos b' = 1$, $\sin \beta' = \beta'$ und $\cos \beta' = 1$, die beiden Gleichungen:

$\alpha' \cos \alpha = n b' \cos b$ und $\beta' \cos \beta = n b' \cos b_,$. Dividirt man die erste Gleichung durch die zweite, so entsteht: $\frac{\alpha'}{\beta'} = \frac{\cos b \cos \beta}{\cos \alpha \cos b_,}$. Es ist folglich α' größer oder kleiner als β', je nachdem das Product $\cos b \cos \beta$ größer oder kleiner ist als $\cos \alpha \cos b_,$, oder je nachdem $n^2 \cos^2 b \cos^2 \beta$ größer oder kleiner als $n^2 \cos^2 \alpha \cos^2 b_,$, d. h. je nachdem die Differenz $n^2 \cos^2 b \cos^2 \beta - n^2 \cos^2 \alpha \cos^2 b_,$ positiv oder negativ erscheint. Es ist aber

$$n^2 \cos^2 b \cos^2 \beta - n^2 \cos^2 \alpha \cos^2 b, = (n^2 - 1)(\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta).$$

Diese Differenz erhält das Zeichen + oder —, je nachdem $\alpha > \beta$ oder $\alpha < \beta$ ist. So lange daher α kleiner als β ist, erscheint $\alpha' < \beta'$, mithin φ' negativ, d. h. φ nimmt ab; sobald aber $\alpha > \beta$ wird, ist $\alpha' > \beta'$, mithin φ' positiv, d. h. φ nimmt zu. Ist also $\alpha = \beta$, d. h. erfolgt der Austritt des Lichtes unter demselben Winkel wie der Eintritt, so hat φ seinen kleinsten Werth. Bezeichnet k diese kleinste Abweichung, so ist $k = 2\alpha - \gamma$, woraus $\alpha = \frac{k + \gamma}{2}$. Aus $\alpha = \beta$ folgt $b = b,$; mithin $b = \frac{\gamma}{2}$. Für das Brechungsverhältniß n hat man daher die Formel: $n = \frac{\sin \frac{(k + \gamma)}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}}$, vermittelst welcher dieses Verhältniß leicht bestimmt werden kann, wenn man die kleinste Ablenkung k und den brechenden Winkel des Prismas gemessen hat.

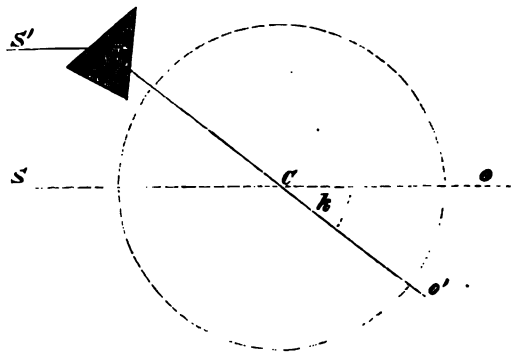
Die Stellung des Prismas für die kleinste Abweichung läßt sich auf folgende Art finden. Nachdem man das Prisma mit dem brechenden Winkel nach unten gekehrt horizontal gestellt hat, halte man das Auge so, daß man einen bestimmten Punkt durch das Prisma und zugleich mit dem freien Auge sehen kann: das mittelst des Prisma gesehene Bild wird um die Abweichung tiefer erscheinen als das mit freiem Auge wahrgenommene. Hierauf drehe man das Prisma um seine Achse sehr langsam nach der Richtung, bei welcher das mittelst des Prismas gesehene Bild dem Gegenstande näher kommt, bis man wahrnimmt, daß es einige Augenblicke beim Drehen unveränderlich still steht: diese Lage ist diejenige, bei welcher das Bild vom Gegenstande am wenigsten abgelenkt erscheint, die Abweichung mithin ein Kleinstes ist. — Ein von uns angestellter Versuch ist folgender: Einem rothen Sonnenstrahl, der mittelst des Heliostats in constanter Richtung erhalten wurde, setzten wir ein Glasprisma, dessen brechender Winkel $46^0\,14'$ betrug, dergestalt aus, daß er ein Minimum der Ablenkung erlitt. Um den Ablenkungswinkel k zu messen, wurden seine beiden Schenkel,

der an der brechenden Kante noch vorbei streifende directe und der hinter dem Prisma deutlich sichtbare gebrochene Strahl in einiger Entfernung hinter dem Prisma durch einen Stab, dessen Länge = 103,2 Cent. verbunden, so daß die beiden sichtbaren Strahlen die zwei anderen Seiten eines Dreiecks bildeten. Der directe Strahl hatte eine Länge von 167,2 Cent., der gebrochene die von 217,5 Cent. Hieraus ergibt sich der der Seite 103,2 Cent. gegenüberliegende Winkel $k = 26^0 48'$. Folglich das Brechungsverhältniß für rothes Licht $n = \frac{\sin 36^0 31'}{\sin 23^0 7'} = 1{,}516$.

4. Brechungsverhältniß und Brechungsvermögen der Körper.

Um das Brechungsverhältniß eines festen durchsichtigen Körpers zu bestimmen, verschafft man sich davon ein dreiseitiges Prisma mit möglichst ebenen Flächen. Den brechenden Winkel γ des Prismas ermittelt man, wenn man das Prisma mit seiner auf der Kante senkrecht stehenden Grundfläche auf eine Tafel stellt, dann längst den Seitenlinien, welche den brechenden Winkel einschließen, Linien zieht und sie verlängert bis sie zusammentreffen, worauf der in Frage stehende Winkel γ auf der Tafel gemessen wird. Noch genauer bestimmt man diesen Winkel mit Hülfe eines Goniometers. — Zur Messung des Winkels der kleinsten Abweichung verfährt man folgendermaßen: Man richtet das Fernrohr eines Theodolithen auf einen entfernten Licht-

Fig. 119.



punkt S und merkt sich die Stellung o c des Rohrs gegen die Theilung des Kreises. Indem man hierauf vor das Objectiv des Fernrohrs das zu untersuchende Prisma bringt, kann man den gewählten Lichtpunkt S wegen der Brechung nicht mehr wahrnehmen. Man muß nun dem Fernrohr eine andere Lage o' c geben, bis jener Lichtpunkt wieder zum Vorschein kommt. Indem man dann das Prisma und das Fern-

rohr langsam dreht, um das Bild zu verfolgen, wird man nach einigen Versuchen die kleinste Ablenkung k erhalten, deren Maß der Winkel ist, welchen die optischen Achsen des Fernrohrs in seinen beiden Lagen mit einander bilden. Wird dieser Werth k und der Werth γ in die Formel

$$n = \frac{\sin\left(\frac{k+\gamma}{2}\right)}{\sin\frac{\gamma}{2}}$$

substituirt, so kann die unbekannte Größe n daraus berechnet werden. Bei einem derartigen mit einem Flintglasprisma, dessen brechenden Winkel 60° betrug, mit Sorgfalt angestellten Versuch ergab sich eine Ablenkung von 44° 46′ für die gelben Strahlen: mithin das Brechungsverhältniß für diese Strahlen

$$= \frac{\sin\left(\frac{44^0 46' + 60^0}{2}\right)}{\sin\frac{60^0}{2}} = \frac{\sin 52^0 23'}{\sin 30^0} = \frac{0{,}7921}{\frac{1}{2}} = 1{,}5842.$$

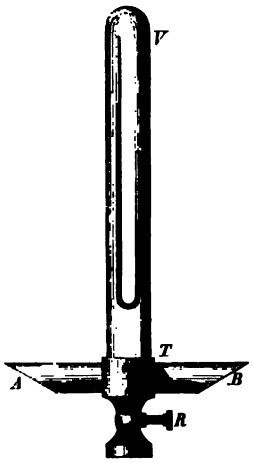
Bei den tropfbaren Flüssigkeiten befolgt man ganz dasselbe Verfahren, indem man sie in prismatische Gefäße bringt, deren Wände aus parallelen Spiegelplatten bestehen. Denn da dergleichen Platten die Richtung der Lichtstrahlen ungeändert lassen, so rührt die wahrgenommene Ablenkung blos von der Flüssigkeit her. Nach Biot gibt man dem tropfbaren Körper die prismatische Form auf folgende Weise: Man durchbohrt ein Glasprisma von einer Grenzfläche zur andern und verschließt die Durchbohrung auf beiden Seiten durch Auflegen von ebenen Parallelgläsern. Um die Flüssigkeit in die Höhlung bequem eingießen zu können, führt dahin ein vom Rücken des Prismas eingearbeiteter und durch einen eingeriebenen Stöpfel verschließbarer Kanal. Auf solche Art kann man an der Flüssigkeit die Untersuchung genau so vornehmen, als wenn sie ein fester Körper wäre, insofern man Sorge trägt, daß der Lichtstrahl durch die Höhlung hindurchgeht, worin die Flüssigkeit enthalten ist. — Für das Brechungsverhältniß zwischen Luft und Wasser bei einer Temperatur von 14,4° C., indem letzteres in ein prismatisches Gefäß mit einem brechenden Winkel von 59° 22′ gefüllt war, erhielten wir für die gelben Strahlen eine Ablenkung von 23° 25′: hieraus das fragliche Brechungsverhältniß

$$= \frac{\sin\left(\frac{59^0 22' + 23^0 25'}{2}\right)}{\sin\frac{59^0 25'}{2}} = \frac{\sin 41^0 24'}{\sin 29^0 42'} = \frac{0{,}66131}{0{,}49521} = 1{,}3356.$$

Das Brechungsverhältniß der Gasarten wird auf die nämliche Weise wie das der tropfbaren Flüssigkeiten bestimmt, indem man sie in prismatische Gefäße einschließt, die von parallelflächigen Spiegelplatten

begrenzt sind. Da die Brechung der Gase sehr gering ist, so m
den brechenden Winkel γ des Prismas groß nehmen, um sie be
zu machen. Aus den Relationen $\varphi = \alpha + \beta - \gamma$ und $b +$
ergibt sich nämlich, wenn der brechende Winkel γ des Prism
größert wird, während α und b ungeändert bleiben, daß der W
um ebensoviel als γ wächst, dagegen wegen $\sin \beta = n \sin b$, de
trittswinkel β im stärkeren Verhältniß als γ zunimmt, folglich
lenkung φ größer wird. Arago und Biot nahmen zu ihren V
über das Brechungsverhältniß der luftförmigen Stoffe ein
dessen Winkel 143° 7′ 28″ betrug. Es besteht aus einer dicken c

Fig. 120.



schen Glasröhre, deren beiden Enden
B schief gegen die Achse des Cylinde
schnitten und durch parallelflächige
platten verschlossen sind. Die Röhre
der untern Seite senkrecht auf der Achs
bohrt und mit einem Hahne R versel
das Prisma luftleer machen und mit
prüfenden Gasarten füllen zu könne
der obern Seite steht eine verticale
TV mit dem Prisma in Verbindung
ein Heberbarometer sich befindet, dessen
Schenkel hinreichend lang ist, damit da
silber bei bewirkter Luftleere im Pris
dem Queckſilber im andern Schenkel
veau kommen kann. Die Höhe, in
das Queckſilber dieses Barometers di
innere Gas erhalten wird, mißt den
Zwei empfindliche Thermometer hängen auswendig am Pris
nahe an seinen Flächen und dienen dazu, die Temperatur der
bestimmen. Das Prisma ruht auf einem auf seiner Länge se
Fuße in einer horizontalen Lage. Der Ort der Beobachtung
Visirpunkt müssen so gewählt sein, daß beide in der Horizon
liegen, welche durch die Mitte des Prismas geht. Man rid
Fernrohr des Winkelinstruments unmittelbar auf den entfernte
punkt durch die Luft hindurch, bringt hierauf das Prisma da
wodurch das Bild verrückt wird. Ist die Ablenkung gemessen
mit der größten Genauigkeit geschehen muß, weil sie blos 5 bis
nuten beträgt; so läßt sich aus derselben und dem brechenden
des Prismas das Brechungsverhältniß nach der früher aufg
Formel berechnen, wenn das Prisma die der kleinsten Ablenku
sprechende Lage hat.

Zunächst wäre die Brechung der atmosphärischen Luft zu untersuchen. Man läßt zu diesem Behuf den Lichtstrahl aus der Luft in das luftleere Prisma übergehen. Durch genaue oft wiederholte Versuche, wobei zugleich wegen der im Prisma zurückgebliebenen Luft die nöthige Correction vorgenommen und die zur Ergänzung des vollständigen Parallelismus der Flächen der beiden Spiegelplatten die erforderliche Sorge getragen wurde, haben Biot und Arago dargethan, daß das Brechungsverhältniß der Luft in Bezug auf den leeren Raum bei der Temperatur 0^0 und bei dem Drucke von 76 Centimetern gleich 1,000294 ist.

Um sich zu vergewissern, ob die Flächen der Spiegelplatten bei der Bearbeitung zum vollkommenen Parallelismus gebracht worden sind, gestatte man der äußern Luft einen freien Zutritt zu dem Prisma. Hierauf beobachte man die Ablenkung auf die nämliche Art, wie man mit dem luftleeren Prisma erfahren hat. Sind die Flächen der Spiegelplatten genau zu einander parallel, so wird der Zielpunkt durch Umkehren des Prismas keine Verrückung erfahren dürfen, weil die Luft innerhalb und außerhalb des Prismas von derselben Art ist. Zeigt sich aber eine Ablenkung, so wird solche dem unvollkommenen Parallelismus zuzuschreiben sein, deren Größe bei den übrigen Beobachtungen in gehörige Berücksichtigung gezogen werden muß.

Aus dem Minimum der Ablenkung k, welche ein durch ein mit verdünnter Luft gefülltes Prisma gehender Lichtstrahl erfährt, läßt sich das Brechungsverhältniß der Luft gegen den luftleeren Raum ermitteln, wenn man von dem von Biot und Arago gefundenen und durch Dulongs sorgfältig angestellte Untersuchungen bestätigten bemerkenswerthen Gesetze ausgeht, zufolge dessen das um die Einheit verminderte Quadrat des Brechungsverhältnisses n dividirt durch die Dichtigkeit δ des Gases oder $\frac{n^2-1}{\delta}$ eine constante Größe a ist. Es sei δ' die Dichte der äußeren, δ'' die Dichte der im Prisma befindlichen verdünnten Luft, und γ der brechende Winkel des Prisma; ferner n das Brechungsverhältniß zwischen der äußeren und inneren Luft, so daß $n = \frac{\sin\left(\frac{\gamma+k}{2}\right)}{\sin\frac{\gamma}{2}}$.

Bezeichnet n' das Brechungsverhältniß zwischen der äußeren Luft und dem leeren Raum, n'' dasselbe für die innere Luft und den leeren Raum, so ist $n = \frac{n'}{n''} = \frac{\sin\left(\frac{\gamma+k}{2}\right)}{\sin\frac{\gamma}{2}}$. Da aber

$a = \frac{n'^2 - 1}{\delta'} = \frac{n''^2 - 1}{\delta''}$, so ist $n' = \sqrt{1 + a\delta'}$ und $n'' = \sqrt{1 + a\delta''}$ mithin auch $\sqrt{\frac{1 + a\delta'}{1 + a\delta''}} = \frac{\sin\left(\frac{\gamma + k}{2}\right)}{\sin\frac{\gamma}{2}}$. Hat man mit Hülfe dieß Gleichung die Größe a bestimmt, so berechnet man das Brechungsverhältniß der Luft gegen den leeren Raum, wenn ihre Normaldichte $= \delta$ ist nach der Formel: $n = \sqrt{1 + a\delta}$. Da k eine sehr kleine Größe ist so bestimmt man a am leichtesten, indem man

$$\sin\frac{k + \gamma}{2} = \sin\frac{\gamma}{2} + \cos\frac{\gamma}{2}\sin\frac{k}{2}$$

setzt, also $\cos\frac{k}{2} = 1$ annimmt und die höheren Potenzen von sin vernachlässigt. Es ergibt sich auf diese Weise $a = \frac{2\cot g\frac{\gamma}{2}\sin\frac{k}{2}}{\delta' - \delta''}$.

Arago und Biot beobachteten bei einem Luftprisma, dessen brechender Winkel $\gamma = 143^0\,7'\,28''$ ein Minimum der Ablenkung $k = 5'45''$, Die Glasscheiben des Prismas ergaben an sich eine Ablenkung von $-16'',6$, so daß die wahre Ablenkung $k = 6'2'',4$ betrug. Bei einer Temperatur von $-1^0,5$ war die Spannung der inneren Luft gleich 2 Millim., die der äußeren gleich 756,3 Millim.; also die Dichte der äußeren und inneren Luft, wenn diejenigen der atmosphärischen Luft bei 0° Temperatur und 760 Millim. Spannung $\delta = 1$ gesetzt wird:

$$\delta' = \frac{756{,}3}{760\,(1 - 0{,}00\,366\,.\,1{,}5)} = 1{,}0007, \text{ und}$$

$$\delta'' = \frac{2}{760\,(1 - 0{,}00\,366\,.\,1{,}5)} = 0{,}00264.$$

Mittelst dieser Werthe findet man

$$a = \frac{2\cot g\,71^0\,33'\,44''\,.\,\sin 3'\,1'',2}{0{,}9971} = 0{,}0005875;$$

woraus $n = \sqrt{1{,}0005875} = 1{,}000294$ folgt.

Um das Brechungsverhältniß für andere Gasarten als die atmosphärische Luft anzustellen, muß man erst das Prisma von der letzteren so viel als möglich entleeren und hierauf die Gasart hineinbringen alsdann abermals evacuiren und das zu untersuchende Gas wieder eintreten lassen, bis der in dem Prisma bleibende Rückstand der atmosphärischen Luft als verschwindend angesehen werden kann. Das Einfüllen der Gase geschieht über einer pneumatischen Wanne mit Wasser oder mit Queckſilber, wenn das Gas von dem Wasser absorbirt wird

Um im Prisma trockene Gase zu erhalten, ist es nöthig, sie über einer gewissen Menge kaustischen Kalis hinstreichen zu lassen, welche alle Feuchtigkeit einzusaugen vermag. Das Brechungsverhältniß wird zuletzt auf die nämliche Weise wie bei der atmosphärischen Luft bestimmt.

Bei den erwähnten Versuchen theilt sich der gebrochene Lichtstrahl in eine große Menge farbiger Strahlen, was zur unmittelbaren Folge hat, daß sich das Brechungsverhältniß für jeden durchsichtigen Körper mit der Farbe des Lichtstrahls ändert. Dazu kommt noch, daß in den geschiedenen Lichtbündeln die verschiedenfarbigen Parthien, obschon sie stets in derselben Ordnung in Betreff der Farbe aufeinanderfolgen, verschiedene Ausdehnungen haben, welche von der Substanz des Prismas abhängen, so daß man niemals sicher ist, bei dergleichen Versuchen das Auge auf die nämliche Farbennüance zu bringen. Weiterhin werden wir, wenn von der Zerstreuung des Lichtes die Rede ist, Mittel kennen lernen, wodurch diese Schwierigkeit vollständig gehoben wird. In der Regel bezieht sich der Werth von n auf den Strahl von mittlerer Brechbarkeit, der dem gelben Farbenantheil angehört.

Bewegte sich das Licht im leeren Raume mit der Geschwindigkeit u und in einem durchsichtigen Körper mit der kleineren Geschwindigkeit u', so würde das Licht bei dem Uebergange aus dem leeren Raum in den betrachteten durchsichtigen Körper einen Verlust an lebendiger Kraft erleiden, der sich zu der zurückgebliebenen lebendigen Kraft wie $u^2 - u'^2$ zu u'^2 verhalten würde, oder wie $n^2 - 1$ zu 1, wenn $\frac{u}{u'} = n$ wäre. Unter einer derartigen Voraussetzung kann daher der Werth $n^2 - 1$ als das Maß der größeren oder geringeren Wirkung gelten, welcher der durchsichtige Körper auf das ihn hindurchgehende Licht auszuüben vermag; sie ist um so bedeutender, je mehr das Brechungsverhältniß von der Einheit abweicht und würde sich auf Null reduciren, wenn jenes Verhältniß diesen letzteren Werth erreichte. Man nennt deßwegen die Größe $n^2 - 1$, d. h. das um die Einheit verminderte Quadrat des Brechungsverhältnisses eines Mittels seine *lichtbrechende Kraft* oder *sein absolutes Brechungsvermögen*. Ist δ die Dichtigkeit des Mittels, so heißt $\frac{n^2 - 1}{\delta}$ *sein specifisches Brechungsvermögen*.

In folgender Tabelle sind die Werthe genannter Größen für einige Körper zusammengestellt:

Namen der Körper.	Dichte.	Brechungsverhältniß.	Absolutes Brechungsvermögen.	Sp Br ver
A. Feste Körper.				
Flußspath	3,180	1,436	1,061	0
Flintglas	3,723	1,639	1,687	0,
Krownglas	2,520	1,533	1,353	0,
Alaun	1,720	1,457	1,122	0,
Bernstein	2,230	1,552	1,409	0,
Steinsalz	2,143	1,557	1,424	0,
Eis	0,905	1,310	0,716	0,
Zucker	1,606	1,554	1,415	0,
Diamant	3,521	2,487	5,185	1,
Phosphor	1,770	2,424	3,946	2,
B. Flüssige Körper.				
Schwefelsäure . . .	1,841	1,440	1,074	0,
Salpetersäure . . .	1,480	1,406	0,977	0,
Salzsäure	1,156	1,376	0,893	0,
Wasser	1,000	1,336	0,785	0,
Alcohol	0,825	1,374	0,885	1,
Aether	0,715	1,358	0,846	1,
Olivenöl	1,470	1,161	0,915	1,
Terpentinöl	0,885	1,476	1,178	1,
Schwefelkohlenstoff . .	1,263	1,678	1,816	1,
Cassiaöl	1,080	1,641	1,693	1,

Die hier angegebenen Brechungsverhältnisse beziehen sich a
Uebergang des Lichtes aus dem leeren Raume in jeden dieser
Aus den absoluten Brechungsverhältnissen n und n′ zweier Mitt
sich dann leicht ihr relatives Brechungsverhältniß μ mittelst der
tion $\mu = \frac{n'}{n}$ bestimmen. — Dividirt man das absolute Brechu
mögen eines Mittels durch das eines andern, so bekommt m
relatives Brechungsvermögen. So sind z. B. 1,326 und
die absoluten Brechungsvermögen des Glases und des Wassers; d
man mithin die erstere Zahl durch die zweite, so erhält man 1,
das relative Brechungsvermögen des Glases rücksichtlich des Wass
Ebenso entspringt das relative specifische Brechungsvern
zweier Mittel aus dem Quotienten ihrer specifischen Brechungsver
So sind z. B. 0,533 und 0,785 die specifischen Brechungsver

des Glases und des Wassers; folglich $\frac{0{,}533}{0{,}785} = 0{,}679$ das relative specifische Brechungsvermögen des Glases in Bezug auf Wasser.

Wenn man feste und flüssige Körper von verschiedener Natur hinsichtlich ihres Brechungsvermögens miteinander vergleicht, so zeigt sich alsbald, daß dasselbe sich nicht proportional mit der Dichte ändert; was zu dem Schlusse berechtigt, daß jeder Körper eine von seiner Natur besonders abhängende Wirkung auf das Licht ausübe. Ein starkes Brechungsvermögen besitzen die brennbaren Stoffe, wie Harze und Oele, so daß zu seiner Zeit Newton die Vermuthung aussprach, der Diamant müsse wegen seiner starken lichtbrechenden Kraft brennbare Stoffe enthalten: eine Vermuthung, welche in der Folge zur Gewißheit erhoben wurde, indem nachgewiesen ward, daß der Diamant krystallisirter Kohlenstoff ist. Ebenso hat die starkbrechende Kraft des Cassiaöls den Physiker Brewster auf den Gedanken gebracht, daß dieses Oel noch einen besondern Stoff enthalten müsse, den die chemische Analyse auszumitteln hätte. Im Allgemeinen scheint das specifische Brechungsvermögen eines Stoffes constant zu bleiben, so lange derselbe nicht in den luftförmigen Zustand übergeht. Was die Größe der Brechungsverhältnisse anlangt, so liegen dieselben für die Flüssigkeiten zwischen den Grenzen $n = 1{,}05$ bis $n = 1{,}45$; und für die festen Körper zwischen $n = 1{,}4$ bis $n = 3$, indem bis jetzt für das größte Brechungsverhältniß beim chromsauren Blei die Zahl 2,974 gefunden wurde. Von genauen mit Sorgfalt angestellten Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen der brechenden Kraft durchsichtiger Mittel und ihrer chemischen Beschaffenheit dürfte vielleicht eine reiche Ernte von wichtigen Resultaten zu erwarten sein.

Dulong hat ein einfaches Verfahren zur Bestimmung des Brechungsvermögens der Gase angegeben. Es stützt sich auf die oben erwähnte Thatsache, daß das absolute Brechungsvermögen eines Gases genau proportional den Veränderungen seiner Dichtigkeit bleibt. Er brachte demnach die in dem hohlen Prisma eingeschlossenen verschiedenen Gase auf einen solchen Grad der Dichtigkeit, daß sie alle dieselbe Ablenkung des Lichtes geben, wie die atmosphärische Luft bei dem Drucke von 76 Centimeter, folglich dasselbe Brechungsverhältniß und dasselbe absolute Brechungsvermögen besaßen. Hat also z. B. die Kohlensäure im Prisma unter einem Drucke von 49,8 Cent. bei derselben Temperatur das Licht ebensoviel abgelenkt, wie die Luft unter einem Drucke von 76 Cent.; so hat man, da sich die absoluten Brechungsvermögen wie die Dichtigkeiten verhalten, die Proportion $1 : x = 498 : 760$. Daraus folgt das absolute Brechungsvermögen der Kohlensäure $x = 1{,}526$

bei gleicher Temperatur und unter gleichem Drucke, wenn das der atmosphärischen Luft zur Einheit angenommen wird.

Durch solche mit großer Genauigkeit angestellte Versuche hat Dulong das Brechungsvermögen der Gase im Vergleich zu jenem der Luft bestimmt. Die von Dulong erhaltenen Resultate sind in folgender Tabelle zusammengestellt. Die Zahlen der ersten Columne sind directe Beobachtungsresultate; multiplicirt man sie mit 0,000589, dem absoluten Brechungsvermögen der Luft, so erhält man die Zahlen der zweiten Columne oder die Werthe von $n^2 - 1$; addirt man zu diesen Zahlen die Einheit hinzu und zieht dann die Quadratwurzel aus, so bekommt man die Zahlen der dritten Columne oder die Brechungsverhältnisse; die vierte Columne endlich gibt die Dichtigkeit der Gase, die der Luft als Einheit angenommen:

Namen der Gase.	Brechungsvermögen im Vergleich mit jenem der Luft.	Absolutes Brechungsvermögen.	Brechungsverhältnisse.	Dichtigkeit.
Atmosphärische Luft . .	1,000	0,000589	1,000294	1,000
Sauerstoffgas	0,924	0,000544	1,000272	1,1026
Wasserstoffgas	0,470	0,000277	1,000138	0,0685
Stickstoffgas	1,020	0,000601	1,000300	0,976
Ammoniakgas	1,309	0,000771	1,000385	0,591
Kohlensäuregas	1,526	0,000899	1,000449	1,524
Chlorgas	2,623	0,001545	1,000772	2,47
Wasserdampf	1,000	0,000589	1,000294	0,625
Schwefeläther dampf . .	5,197	0,003061	1,00153	2,58
Schwefelkohlenstoffdampf	5,110	0,003010	1,00150	2,644

Aus der Vergleichung dieser Zahlen lassen sich nachstehende Folgerungen ziehen:

1) Die Brechungsvermögen der Gase scheinen in keiner Beziehung zu deren Dichtigkeiten zu stehen. So z. B. ist der Schwefeläther dampf sehr wenig dichter als Chlorgas, sein Brechungsvermögen dagegen das doppelte des vom Chlor. Das Chlorgas ist mehr als viermal so dicht als das Ammoniakgas, während das Brechungsvermögen des Chlorgases nur doppelt so groß ist, als das Brechungsvermögen des Ammoniakgases. —

2) Das absolute Brechungsvermögen eines Gasgemenges ist gleich der Summe der absoluten Brechungsvermögen seiner Bestandtheile

So z. B. besteht die Luft aus 0,21 Sauerstoff und 0,79 Stickstoff; multiplicirt man das specifische Brechungsvermögen des Sauerstoffs 0,924 mit 0,21 und das des Stickstoffs 1,02 mit 0,79; so bekommt man die Produkte 0,19404 und 0,8058, deren Summe 0,99984 sehr wenig von der Einheit verschieden ist. Ein Gemenge aus Wasserstoffgas und Kohlensäuregas zu gleichen Theilen hatte nach der Beobachtung das Brechungsvermögen 1,0017. Nun ist das Brechungsvermögen des Kohlensäuregases = 1,526 und das Brechungsvermögen des Wasserstoffgases = 0,47; mithin das Brechungsvermögen des Gemenges nach der Rechnung = $1{,}526 \cdot 0{,}5 + 0{,}47 \cdot 0{,}5 = 0{,}998$, welches nur um 0,0037 kleiner ist als das beobachtete Brechungsvermögen.

3) Das absolute Brechungsvermögen einer Gasverbindung ist bald größer bald kleiner als die Summe der Brechungsvermögen der Bestandtheile. — Für Ammoniakgas z. B. ist das absolute Brechungsvermögen = 1,309. Dieses Gas besteht nun aus 0,8235 Stickstoffgas und 0,1765 Wasserstoffgas, deren Brechungsvermögen beziehungsweise = 1,02 und = 0,47 sind; das berechnete Brechungsvermögen ist demnach gleich $0{,}8235 \times 1{,}02 + 0{,}1765 \times 0{,}47 = 0{,}9229$, welches um 0,386 kleiner als das beobachtete ist. — Für Salzsäuregas ist das beobachtete Brechungsvermögen = 1,527. Dieses Gas besteht aber aus 0,9725 Chlorgas und 0,0275 Wasserstoffgas, deren bezügliche Brechungsvermögen 2,623 und 0,47 sind. Die Rechnung gibt daher das Brechungsvermögen des Salzsäuregases gleich $0{,}9725 \cdot 2{,}623 + 0{,}0275 \cdot 0{,}47 = 2{,}56379$, welches um 1,0367 größer ist als das beobachtete Brechungsvermögen.

4) Die Wärme ändert das Brechungsvermögen eines Gases nicht, wenn nicht zugleich die Dichte eine Aenderung erleidet, da das specifische Brechungsvermögen bei jeder Temperatur constant befunden wurde.

Das specifische Brechungsvermögen einer Substanz im tropfbar flüssigen Zustande ist größer als das specifische Brechungsvermögen derselben Substanz im ausdehnsamen Zustande, wie dies aus folgendem Dulong's Untersuchungen entlehnten Beispiele zu ersehen ist. Das specifische Brechungsvermögen des Schwefelkohlenstoffdampfs in Beziehung auf die Luft ist gleich $\frac{5{,}11}{2{,}644} = 1{,}932$. Der tropfbar flüssige Schwefelkohlenstoff dagegen hat ein specifisches Brechungsvermögen gleich 1,438. Da aber die Luft ein absolutes Brechungsvermögen 0,000588 und eine Dichtigkeit in Bezug auf Wasser gleich 0,001299 besitzt; so ist ihr specifisches Brechungsvermögen gleich 0,453. Folglich das Brechungsvermögen des tropfbar flüssigen Kohlenstoffs in Beziehung auf Luft gleich $\frac{1{,}438}{0{,}453} = 3{,}176$. Der Schwefelkohlenstoff hat also im

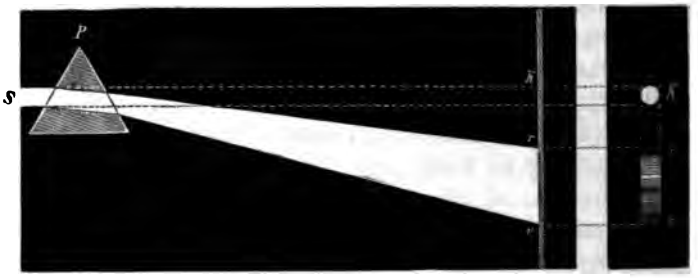
tropfbar flüssigen Zustande ein specifisches Brechungsvermögen größer als 3, und im ausdehnsamen Zustande ein specifisches Brechungsvermögen kleiner als 2.

IV. Von der Zerstreuung oder Dispersion des Lichtes. (Dioptrische Chromatik.)

1. Zerlegung und Wiederherstellung des weißen Lichtes. Homogene und complementäre Farben.

Bisher war nur kurz der Thatsache Erwähnung geschehen, daß das fortschreitende Sonnenlicht sich bei der Brechung in verschiedenfarbige Strahlen spaltet. Jetzt wollen wir uns ausführlicher mit dieser Erscheinung beschäftigen, welche man die Zerstreuung oder die Dispersion des Lichtes nennt und deren vollständige Untersuchung wir insbesondere dem Scharfsinn Newtons verdanken. Um jene neue Eigenschaft des Lichtes in ihrer Reinheit und ganzen Schönheit beobachten zu können, lasse man mit Hülfe eines Heliostats durch eine kleine Oeffnung am Fensterladen in ein vollkommen dunkeles Zimmer einen Sonnenstrahl einfallen, den man daselbst auf einem ihm senkrecht entgegen gehaltenen weißen Schirme auffängt. Es zeigt sich ein rundes

Fig. 121.



ungefärbtes Sonnenbild k, dessen Glanz in der Mitte am stärksten ist und von da nach den Rändern zu immer schwächer wird, wo er zuletzt ganz und gar verschwindet. Man bringe jetzt ein horizontal liegendes Prisma, dessen brechender Winkel nach oben gekehrt ist, nahe vor die Oeffnung, damit alles durch dieselbe eintretende Licht von ihm aufgefangen werden könne. Statt des vorhin wahrgenommenen kreisförmigen Sonnenbildes zeigt sich nunmehr auf dem weißen Schirm ein längliches Farbenbild rv, welches zwei verticale gerade Linien zu Seiten hat und an seinen beiden Enden abgerundet ist. Die Breite dieses prismatischen Farbenbildes oder Sonnenspectrums

kommt dem Durchmesser des dem ungebrochenen Lichte entsprechenden Sonnenbildes gleich, dagegen ändert sich seine Länge mit dem Einfallswinkel und dem brechenden Winkel des Prisma. In dem prismatischen Farbenbilde zeigt sich, wenn man es seiner Länge nach betrachtet, eine Reihe unzähliger, allmählich ineinander übergehenden Farbenabstufungen, unter denen folgende sechs Hauptfarben bemerkbar sind, nämlich: Roth, Orange, Gelb, Grün, Blau, Violet. Ist der brechende Winkel des Prisma abwärts gekehrt, so ist die Ordnung der Farben im Spectrum, welches durch den zum Prisma geleiteten Sonnenstrahl erzeugt wird, die umgekehrte; es wird also stets das Roth am wenigsten, das Violet am weitesten von dem Orte abgelenkt, wo das weiße Sonnenbild liegt, wenn das Prisma nicht zur Anwendung kommt. Um zwischen den Farben des Spectrums und den sieben Tönen einer Octave eine gewisse Analogie herzustellen hat Newton die unendlich vielen Farbenabstufungen des Spectrums in sieben Hauptgattungen eingeschlossen, indem er zwischen Blau und Violet noch Indigo einschaltete. — Die prismatischen Farben werden auch Regenbogenfarben genannt, weil man sie ebenfalls im Regenbogen wahrnimmt. Die Farbentrennung wird vollständiger, wenn man die Oeffnung im Fensterladen möglichst klein macht, ein Prisma wählt, dessen brechender Winkel wenigstens 60° zählt, und das Spectrum in einiger Entfernung von etwa 5—6 Meter auffängt. Wenn der Schirm in die Nähe des Prisma gerückt wird, erscheint das Spectrum in der Mitte weiß und nur an den Rändern gefärbt. Auf eine ähnliche Weise wie ein Prisma aus Glas wirkt auch ein Prisma aus irgend einem andern durchsichtigen Stoffe; die Farben kehren immer in derselben Ordnung wieder, obschon die Länge des Spectrums wie die der einzelnen farbigen Parthien von der Beschaffenheit der Substanz des Prisma abhängt.

Der vorstehende Versuch führt uns sofort auf folgende Ergebnisse:

1) Das directe Sonnenlicht besteht aus verschiedenen farbigen Bestandtheilen, welche verschiedene Grade der Brechbarkeit besitzen.

2) Mit einer Strahlengattung von eigenthümlicher Brechung steht eine Art von Farbe in Verbindung, so daß man jeden Strahl nach der Farbe benennen kann, deren Empfindung er uns zu erregen vermag. Es werden also die Strahlen, welche am wenigsten brechbar sind, die Empfindung des Roth hervorbringen; und die Strahlen, welche die größte Brechbarkeit haben, die Empfindung des Violet hervorrufen. Damit soll jedoch keineswegs gesagt sein, daß diese Strahlen an sich roth oder violet sind, ebenso wenig wie wir von dem schallenden Körper behaupten, daß der Ton in ihm liege; es solle damit nur

die Empfindung bezeichnet werden, welche jene Strahlen hervorzubringen vermögen.

3) Bei Strahlen derselben Farbegattung ist die Brechbarkeit nicht genau dieselbe; denn offenbar wird das am Ende des Spectrums liegende Roth weniger abgelenkt als das mittlere Roth und noch weniger als das an das Orange grenzende Roth. Aehnliches gilt von den anderen Lichtgattungen in der ganzen Ausdehnung des Spectrums, so daß diese stetig zunehmende Brechbarkeit vom äußersten Roth bis zum äußersten Violet uns zu dem Ausspruche berechtigt, daß das weiße Licht kein Einfaches, sondern ein aus unendlich vielen farbigen Lichtarten zusammengesetztes ist.

4) Das prismatische Spectrum läßt sich auf folgende Art entstanden denken. Nehmen wir für einen Augenblick an, daß das weiße Licht blos aus zwei Theilen bestände, nämlich dem äußersten Roth und dem äußersten Violet; so würden wir statt des Spectrums nur zwei von einander getrennte runde gefärbte Bilder erblicken, von denen das eine roth und das andere violet wäre. Gleichwie nun jeder dieser beiden Strahlen sein besonderes Bild liefert, so wird auch jede andere Strahlengattung ein eigenes Bild geben, deren jedes an einem andern ihrer Brechbarkeit angemessenen Orte liegen wird. Indem auf solche Weise jede Strahlengattung, in welche der weiße Strahl zerlegt wird, ein rundes Bild darstellt, kommen unendlich viele kreisförmige Bilder zum Vorschein, welche zum Theil übereinander fallen und deren Gesammtheit das längliche prismatische Farbenbild ausmacht. Aus dem Umstand, daß das Spectrum an den Seiten von parallelen Linien begrenzt wird, geht hervor, daß die Anzahl der verschiedenfarbigen Strahlen, aus denen der weiße Sonnenstrahl besteht, unendlich groß angenommen werden muß. Daß die Anzahl der Farben für unser Auge nur als eine endliche sich herausstellt und Verschiedenartiges hier unter einem Namen zusammengefaßt wird, hat seinen Grund in dem Mangel der Unterscheidungsfähigkeit des Auges, insofern es erst den Unterschied in der Farbenempfindung wahrnimmt, wenn der Unterschied der Brechbarkeit einen gewissen Grad erreicht hat. Die Akustik bietet ganz analoge Erscheinungen, wenn wir z. B. den beiden Tönen cis und des, oder den beiden Tönen fis und ges, welche sehr wenig von einander abweichen, in der Ausübung gewöhnlich nur einen Werth beilegen.

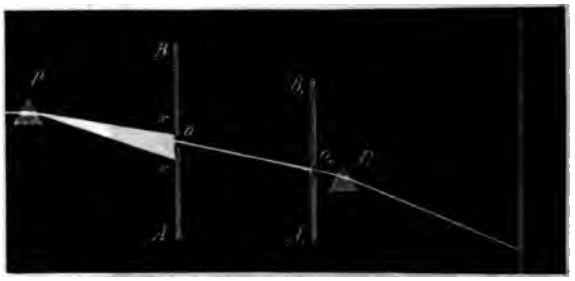
Die verschiedene Brechbarkeit der verschiedenfarbigen Strahlen ist eine denselben wesentlich angehörende Eigenschaft, welche sie bei jeder folgenden Brechung unveränderlich beibehalten. Um diese schon aus der länglichen Form des Spectrums sich ergebende Wahrheit durch den

Fig. 122.

Verſuch zu bewähren, ſtellte Newton hinter das horizontale Prisma, welches auf dem Schirme ein verticales Spectrum r v hervorbringt, ein zweites verticales Prisma auf, das dem erſten in jeder Hinſicht gleich und gegen das einfallende Licht auf die nämliche Weiſe geneigt iſt, mithin ſeine Wirkung bei jedem Strahle genau ſoviel beträgt wie jene durch das erſte Prisma hervorgebrachte. Es wird alſo der rothe Antheil r' des zweiten Bildes vom entſprechenden Roth des erſten ebenſoweit abgelenkt erſcheinen, als das letztere bei der erſten Brechung vom directen Blide k abgelenkt war. Dasſelbe gilt auch in Bezug auf die übrigen Parthien des erſten Bildes, woraus folgt, daß das zweite Bild noch zwiſchen den nämlichen Horizontallinien enthalten iſt als das erſte ohne an Breite zugenommen zu haben. Der rothe Antheil, welcher durch das erſte Prisma die geringſte Ablenkung erlitten, bildet den rothen Antheil des zweiten Bildes und hat die ſchwächſte Ablenkung erfahren; das entgegengeſetzte Ende, welches ebenfalls violet erſcheint, iſt am meiſten abgelenkt worden. Wegen der Gleichheit von k r und r r' muß die Achſe r' v' des zweiten Bildes gegen die Verticale k v um 45° geneigt ſein und durch die Mitte k des directen Bildes gehen. Die Erfahrung beſtätigte dieſe Folgerungen aufs Vollkommenſte, wodurch die Wahrheit der oben ausgeſprochenen Sätze auf das Unzweifelhafteſte dargethan iſt.

Nachſtehender gleichfalls von Newton zuerſt angeſtellter Verſuch führt zu demſelben Reſultate. Man fängt das Farbenbild auf einer Tafel A B auf, welche eine ganz kleine Oeffnung O hat, (Fig. 123), ſo daß durch dieſelbe ein kleiner Kegel von ziemlich gleichfarbigem Licht hindurchgeht, welches bei ſeinem Auffallen auf einer zweiten Tafel A'B' ein kleines Bild der Oeffnung O daſelbſt erzeugen wird, deſſen Farbe eine einzige dem auf die Oeffnung fallenden Theil des Farbenbildes ent-

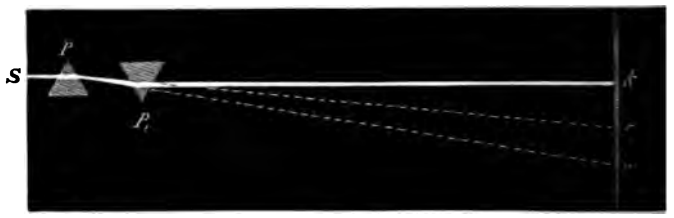
Fig. 123.



sprechende ist, mithin z. B. roth, wenn die Oeffnung O in den Theil des Spectrums fällt, blau wenn sie im blauen Lichte Durch Drehen des Prismas P kann man nach und nach alle durch die Oeffnung O gehen lassen, und so gewissermaßen sich überzeugen, daß jede Gattung der farbigen Strahlen ein eigenes ständiges Sonnenbild darstellt. Nachdem nun auf solche Wei Strahlengattung vom übrigen Theil des Spectrums abgesond lasse man es durch eine in der zweiten Tafel angebrachte kleine nung O' hindurchgehen, hinter der man in einer bestimmten L zweites Prisma P' aufgestellt hat. Durch dieses zweite Prism wohl jeder Strahl gebrochen und zwar desto stärker, je näher Farbenbilde dem Violet liegt, wird aber durch diese zweite Br nicht mehr in der Farbe verändert werden.

Obschon durch vorstehende Versuche die zusammengesetzte des Sonnenlichtes hinlänglich dargethan worden ist, so wird ma noch mehr von dieser Wahrheit überzeugt, wenn man durch lenkung der farbigen Strahlen des Spectrums in dieselbe R oder durch Vereinigung dergleichen Strahlen in demselben Pun weiße oder farblose Licht wieder entstehen sieht. Läßt man näm

Fig. 124.

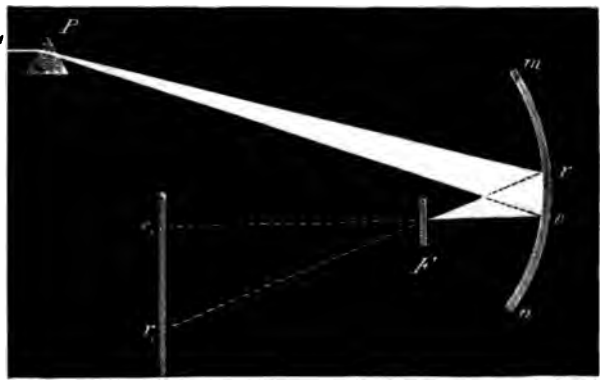


durch ein Prisma P getrennten Strahlen durch ein zweites Pri von demselben Stoffe und von demselben brechenden Winkel, ab

einer entgegengesetzten Lage wieder in dieselbe Richtung bringen; so wird man das Lichtbündel, welches zwischen den beiden Prisma noch gefärbt erscheint, bei dem Austritte aus dem zweiten Prisma weiß sehen und beim Auffangen mit dem Schirme ein weißes rundes Bild der Sonne erblicken. Durch das zweite Prisma wurde die Ablenkung, welche jeder Strahl im ersten erlitten hatte, wieder aufgehoben, so daß die verschiedenfarbigen Strahlen in dieselbe Richtung gebracht wurden, welche Wirkung die Wiederherstellung des weißen Lichtes zur Folge hat.

Man lasse das Spectrum auf einen Hohlspiegel m n fallen, dergestalt daß die Strahlen nach unten reflectirt werden, wie die Figur

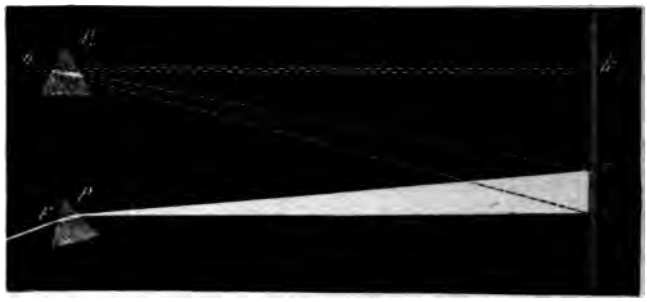
Fig. 125.



angibt. Die verschiedenfarbigen Strahlen, in welche das weiße Licht im Prisma gesondert wurde, werden nach der Reflection in einem Punkte F zusammentreffen, so daß, wenn man daselbst eine weiße Tafel aufstellt, auf ihr ein weißes Sonnenbild entsteht, wie es von directen Sonnenstrahlen gebildet worden wäre. Indem man also die verschiedenfarbigen Strahlen des Spectrums in einem Punkte vereinigt, wird man die weiße Farbe hervorbringen. Wenn man das zurückgeworfene Licht nicht in dem Brennpunkte selbst, sondern in einem dem Spiegel nähern oder entferntern Punkte auffängt; so wird die Wiedervereinigung unvollständig sein, und zwar werden die äußersten Farben des Spectrums in ihrer gewöhnlichen Ordnung sich zeigen, wenn das Bild näher beim Spiegel ist, dagegen in der umgekehrten Ordnung, wenn es weiter davon aufgefangen wird. Aus diesem Versuche können wir zugleich die Folgerung ziehen, daß die verschiedenartigen farbigen Strahlen durch die Reflection, ihre Eigenschaft, eine bestimmte Farbenempfindung zu erregen, weder verlieren noch ändern.

. Daß die prismatischen Farben durch Vereinigung wieder We geben, zeigt uns auch folgender interessanter, abermals von Newt

Fig. 126.



zuerst angestellter Versuch. Man fange den in das dunkele Zimm eingelassenen Strahl SF, nachdem er durch das Prisma P gebroch worden, auf einer weißen Tafel auf. Hierauf halte man ein zweit Prisma P', das aus dem nämlichen Stoff besteht und den nämlich brechenden Winkel hat, so vor die Augen, daß die verschiedenfarbig von verschiedenen Stellen des Spectrums r v ausgehenden Lichtstrahl auf dieses Prisma möglichst genau unter denselben Winkeln auffalle unter denen sie aus dem ersten Prisma ausgetreten sind. Die Strahl werden dann im zweiten Prisma das nämliche Verhalten wie im erst Prisma befolgen, nur in umgekehrter Ordnung hindurchgehen, d. h. a dem zweiten Prisma in paralleler Richtung austreten, wie es bei ihre Ankommen an dem ersten Prisma der Fall gewesen. Das Auge wi darum in jener Richtung ein kreisförmiges weißes Bild statt des fa bigen Spectrums sehen. Durch einige Versuche läßt sich leicht für d Prisma P' die Stellung ausmitteln, bei welcher die in Frage stehen Erscheinung mit der gewünschten Genauigkeit zu Tage tritt.

Die Vereinigung der farbigen Strahlen oder die Wiederherstellu der weißen Farbe bewirkt man auch dadurch, daß man das Pris durch irgend ein Mittel in eine rasche oscillirende Bewegung versetz Durch eine derartige Bewegung macht man das auf dem Schirm au gefangene Spectrum rasch hin und her gehen, wobei sich ein weiß Lichtstreifen zeigt, der nur an den Enden etwas farbig erscheint. D Auge empfängt nämlich von dem Schirm schnell aufeinander die Ei drücke von allen Farben des Spectrums, durch deren gleichzeitige Wi kung das weiße Licht hervorgeht; oder das Auge empfindet dasselb als wenn unzerlegtes Sonnenlicht auf den Schirm fiele.

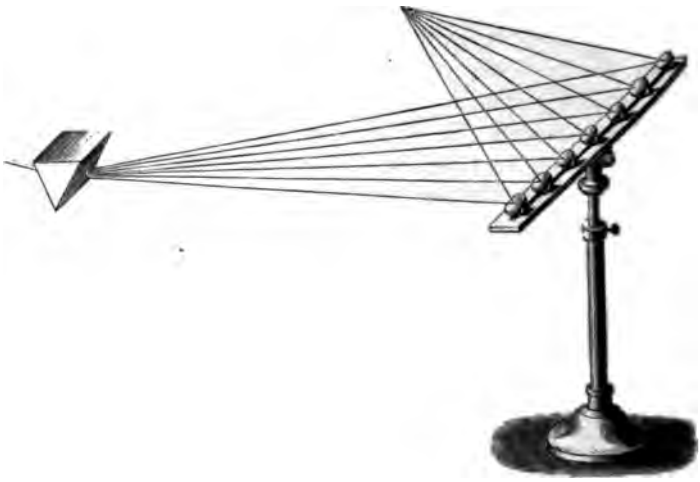
Da jeder einzelne farbige Strahl des Spectrums seine besond farbige Eigenschaft, d. h. das Vermögen, den Eindruck einer bestimm

Farbe hervorzubringen, weder durch spätere Brechung noch spätere Reflection verändert; so sind wir zu dem oben gethanen Ausspruche berechtigt; daß jedes solches Licht ein Einfaches oder Homogenes sei, während das weiße Licht als ein Zusammengesetztes oder Heteroenes angesehen werden müsse. Eine weitere Bestätigung für die ichtigkeit dieser Aussage finden wir darin, daß, wenn blos ein einges farbiges Lichtbündel, z. B. rothes auf irgend einen Körper von ner andern Farbe, z. B. gelben oder blauen fällt, der letztere roth h zeigt und seine ursprüngliche gelbe oder blaue Farbe verliert, welche m eigenthümlich zu sein schien. Ebenso erscheinen die Körper im gen Lichte gelb, im blauen blau, gleichsam als wenn diese Farben nen angehörten. Wären daher die an den Körpern gewöhnlich wahrnommenen Farben vorhanden wie die prismatischen Farben, so würn sie in einer anders farbigen Beleuchtung auch ihre besondere farbige genschaft in auffallender Weise geltend machen als dies in der Wirkhkeit der Fall ist: ihre gewöhnliche Farbe entsteht erst in der weißen eleuchtung. Von selbst wirft sich hier die Frage auf, wie wird denn s Licht an den Körpern und durch die Körper farbig; eine interesnte Frage, die an verschiedenen geeigneten Stellen später ihre Beantwortung erhalten wird und hier theilweise nur insoweit Berücksichtigung erhält, als die gegebene Antwort aus den oben angeführten ersuchen unwiderleglich hervorgeht. Die Farbe ist keineswegs den örpern etwas eigenthümlich Angehörendes, nicht in ihnen als etwas sonders Vorhandenes; sie ist nur dem Lichte ursprünglich eigen und tritt hervor, wenn es durch das Prisma geht oder mit den Körpern Berührung kommt. Ohne das Licht haben die Farben keine wirkhe Bedeutung. Daher ändert sich die Farbe des Körpers, wenn er in einem gefärbten Lichte beleuchtet wird. Der blaue Himmel macht ne blaue Farbe stärker blau, eine rothe mehr oder weniger violet, ährend bei dem Lichte einer Wachskerze Blau von Grün nicht zu nterscheiden ist. Das Lampenlicht, das am Abend weiß erscheint, igt deutlich die gelbe Färbung, sobald wir es bei Tage betrachten. ie verschiedenartig gefärbt erscheinen nicht weiße Körper, wenn man e verschiedenen prismatischen Farben auf sie fallen läßt.

Wir nennen die Farbe eines leuchtenden Körpers homogen, wenn i ihrer Beleuchtung alle nicht leuchtenden Körper nur Abstufungen n stärkerer oder schwächerer Helligkeit darbieten und sich aus dem cht kein anderer Farbeneindruck entwickeln läßt als der, welchen selbst hervorbringt. In einem homogenen Roth verlöschen mithin e übrigen Farben und diejenigen Körper erscheinen in ihm am hellsten, lche in weißer Beleuchtung weiß oder mit dem nämlichen Roth sich

zeigen, wie jene rothe Flamme im Dunkel. Eine derartige Flamme heißt monochromatisch, wie auf ähnliche Weise eine Flamme dichromatisch genannt wird, in deren Beleuchtung zwei im weißen Lichte verschiedene Farben nicht verlöschen. Ebenso ist die Farbe eines nicht leuchtenden Körpers homogen, wenn sie nur in einer homogenen Beleuchtung nicht verschwindet, aber in allen andern. Dieselben Bestimmungen gelten auch für durchsichtige Körper. So z. B. ist ein homogen rothes Glas undurchsichtig für alle homogenen Farben, Roth ausgenommen, desgleichen eine homogen blaue Flüssigkeit, wie z. B. eine Lösung von schwefelsaurem Kupferoxydammoniak für alle homogenen Farben undurchsichtig, mit Ausnahme des Blauen. — Sehr bemerkenswerth ist es aber, daß jedes farbige Licht nicht immer ein homogenes ist: denn durch das Zusammenwirken verschiedener Farben des Spectrums kann man in dem Auge den nämlichen Eindruck hervorbringen, den eine einzige Farbe erregt. Um durch den Versuch die Farben zu bestimmen, welche durch Mischung mehrerer homogenen Farben hervorgehen, kann man einen aus sieben kleinen Spiegeln bestehenden Apparat anwenden. Man stellt diesen Apparat in einer hinlänglichen

Fig. 127.

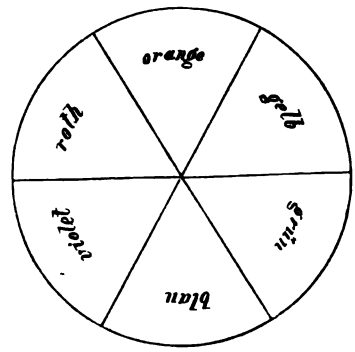


Entfernung von dem Prisma auf, so daß jede einzelne Strahlengattung des Spectrums allein auf einen jener Spiegel fällt. Indem man dann den Spiegeln die gehörige Neigung gibt, kann man nach Belieben die eine oder die andere Art von Strahlen in demselben Punkte einer weißen Tafel vereinigen und so die Farbe beobachten, welche aus ihrer Mischung hervorgeht. Man findet solchergestalt zuvörderst daß auf

der Mischung aller einfachen Farben das Weiß sich ergibt, wie es zu erwarten war. Dann zeigt sich, daß jede einzelne Farbe durch die Vereinigung ihrer beiden angrenzenden Farben nachgeahmt werden kann. So entsteht aus der Vermischung des Roth und Gelb das Orange; aus der Vereinigung des Blau und Gelb das Grün. Denkt man sich die sechs Farben des Spectrums nach ihren Abstufungen im Kreis herumgelegt, so wird das Roth an das Violet anstoßen, das zugleich durch Mischung von Blau und Roth sich zu erkennen gibt, während durch die Vereinigung des äußersten Roth und Violet eine neue Farbengattung hervorgerufen wird, die man mit dem Namen purpurroth zu bezeichnen pflegt. Dergleichen Mischungen lassen sich übrigens auf die mannigfaltigste Weise abändern und in den verschiedensten Verhältnissen ausführen, wodurch ebenso viele Farbennüancen zu Tage treten, welche durch das Prisma betrachtet in ihre einfachen Farben sich auflösen. Ob eine Farbe also homogen sei oder nicht, darüber vermag das Auge für sich allein nicht zu entscheiden; um ein sicheres Urtheil darüber abzugeben bedarf es dazu des Prisma's. — Jene Uebereinstimmung des gemischten Farbeneindrucks mit dem durch eine homogene Farbe hervorgerufenen erinnert uns unwillkührlich an eine analoge auf dem Gebiete der Töne besprochene Erscheinung, wir meinen den Tartinischen Ton, der aus der Combination zweier von einander verschiedener Töne entsteht. Wie hier also z. B. aus dem gleichzeitigen Ertönen des Grundtones und seiner Quint das Ohr die tiefere Octave heraushört, so sieht in ähnlicher Weise das Auge durch den zusammenfallenden Eindruck des Blauen und Gelben das zusammengesetzte nicht homogene Grün.

Zur Entstehung des farblosen Lichtes ist nicht gerade die Vereinigung von sämmtlichen Farben des prismatischen Spectrums nöthig; schon zwei Farbengattungen allein bringen Weiß hervor, insofern sie in dem richtigen Verhältniß miteinander verbunden werden. Die zwei Farbengattungen, durch deren Vereinigung Weiß entsteht, kann man sich am klarsten vor Augen führen, wenn man sich wieder die sechs Farben des Spectrums nach ihrer Ordnung in einen Kreis eingetragen denkt, so daß dadurch ein farbiges regelmäßiges Sechseck gebildet wird. Je zwei in diesem Sechsecke einander

Fig. 128.



gegenüberstehende Farben bringen dann das Weißlicht hervor: der P
nennt dergleichen Farben Ergänzungsfarben oder compleme
So correspondiren Roth und Grün, ferner Orange und Blau, dan
und Violet einander als complementäre Farben. Uebrigens h
Farbe, von welcher Beschaffenheit sie auch sein mag, ihre Ergä
farbe; denn ist sie nicht weiß, so fehlen ihr einige Bestandthe
Weißlichts, die in ihrer Mischung die complementäre Farbe gebe
entsteht, nachdem die rothe Farbe aus dem Spectrum ausgeso
durch Vermengung der übrigen eine Art Grün; deßgleichen lie
Farben des Spectrums nach Ausscheidung des Grün eine Ar
Die Eigenschaft der Ergänzungsfarben sich in Weiß aufzulösen,
im Leben auf mannigfaltige Weise zur Anwendung. So ben
Blauen der Wäsche um das Vergilben derselben zu verhüten, au
Andrem als dem gegenseitigen Verhalten der complementären
Die Lösungen der Kobaltoxydulsalze zeigen sich in einer rothen,
Nickeloxydsalze in grüner Farbe; mischt man beide in gehörige
hältnisse mit einander, so erhält man eine ganz farblose S
Um die grün färbende Wirkung des in der Glasmasse enth
Eisenoxyduls aufzuheben, setzt man dem Glase beim Schmelzen
stein hinzu, wodurch das Glas fast farblos erscheint. Die Farb
der in der Natur vorkommenden Mineralien ist in vielen Fäl
neutralisirenden Wirkung der Ergänzungsfarben zuzuschreiben.

Brewster und mehrere Andere nehmen drei Grundfarbe
primäre Farben an, nämlich Roth, Gelb und Blau und hei
übrigen Farben Nebenfarben oder secundäre, weil diese aus der V
jener gebildet werden können. Nach ihrer Ansicht ist aus vorer
Hauptfarben auch das Sonnenspectrum zusammengesetzt, das a
Farbenbildern von gleicher Länge, einem rothen, gelben und bla
stehen. Jedes dieser drei besondern Spectra hat an verschiedenen
eine verschiedene Intensität, die außerdem bei jeder Farbe a
andern Ort fällt: für die rothe Grundfarbe liegt die größte
gegen die Mitte des Roth im prismatischen Sonnenbilde, für d
in der Mitte des Gelb, für die blaue zwischen dem Blau und
In jedem Punkte des Spectrums wäre demnach Roth, Gelb u
vorhanden, aber in verschiedenen Theilen mit verschiedenen Inte
graden. Da nun das Weißlicht aus einer gewissen Menge Rot
und Blau besteht, so läßt sich die Farbe irgend eines Punk
Spectrums als eine Mischung der an diesem Punkte vorherr
Farbe mit dem weißen Lichte betrachten. Wenn man mithin a
einem Punkte des Spectrums jenen Antheil der hier vorherr
Farbe unterdrückt, so wird an jenem Punkte ein weißes Licht zu

schein kommen: dem Physiker Brewster ist es gelungen, dieses Licht an verschiedenen Stellen des Farbenbildes herzustellen, indem er dieselben der verdunkelnden Wirkung verschiedenfarbiger Medien unterwarf. Ob bei Anstellung dergleichen delicaten Versuchen nicht hier und dort auch eine Vermischung des gebrochenen Lichtes mit zerstreutem stattgefunden hat, ob bei der Beurtheilung der Farbe der eine oder andere Mangel der Unterscheidungsfähigkeit des Auges für feine Farbenunterschiede nicht von Einfluß gewesen ist, darüber vermögen wir nicht zu entscheiden. Wie vorsichtig man übrigens mit seinem Ausspruche auf dem Gebiete sein müsse, wo es sich darum handelt über gewisse Farbeneindrücke ein bestimmtes Urtheil abzugeben, werden wir sehen, wenn von den subjectiven Farbenerscheinungen und dem Contraste der Farben die Rede ist.

2. Frauenhofer'sche Linien. Das Licht von andern leuchtenden Körpern.

Wir haben gesehen, daß ein weißer Sonnenstrahl eine unendliche Anzahl verschiedener Lichtsorten enthält, welche nach ihrem Austritte aus dem Prisma von einander gesondert und sichtbar werden. Die Reihenfolge dieser aneinander grenzenden Strahlengattungen des Sonnenlichtes ist aber keine stetige, da bei genauen Untersuchungen wenn das Prisma sehr vollkommen und der Sonnenstrahl möglichst dünn ist, sich an verschiedenen Stellen im Farbenbilde Lücken zeigen, wo Strahlen, denen eine gewisse Brechbarkeit zukommen würde, fehlen. Das auf einer weißen Tafel aufgefangene Spectrum gewährt so den Anblick eines mit allen prismatischen Farben schattirten Bandes, dessen Breite durch eine sehr große Menge dunkeler Linien durchzogen ist. Man nennt diese lichtlosen Stellen nach ihrem Entdecker Frauenhofer'sche Linien. Mit dem bloßen Auge vermag man nur die vorzüglichsten derselben deutlich zu erkennen. Um den Frauenhofer'schen Versuch anzustellen, läßt man den Sonnenstrahl durch eine verticale Spalte von ohngefähr 1 bis 2 Cent. Höhe und 1 bis 2 Millim. Breite in ein verfinstertes Zimmer eintreten, dann in einiger Entfernung auf ein reines Prisma aus Flintglas auffallen und fängt ihn zuletzt auf einer weißen Tafel auf. Das auf solche Weise erhaltene Spectrum ist nicht optisch gleichartig, weil einmal das eingetretene Lichtbündel aus mehreren Strahlen besteht, deren jeder durch die Brechung im Prisma eine Zerlegung und sein eigenes Farbenbild gibt; ferner wegen des scheinbaren Durchmessers der Sonne jede Strahlengattung ein kreisförmiges Sonnenbild liefert und das Spectrum aus der Gesammtheit dieser Bilder besteht. Wegen obenerwähnter Umstände fallen demnach auf denselben Theil des Farbenbildes Strahlen von verschiedener Brech-

barkeit, ſo daß das Auge die einzelnen Farben keineswegs vollkommen homogen erhält. Zur Erzielung eines optiſch gleichartigern Farbenbildes

Fig. 129.

ſtellt man darum hinter das Prisma eine achromatiſche Linſe L von 25 bis 75 Cent. Brennweite, welche das aus dem Prisma divergirend austretende Strahlenbündel auffängt. Iſt nun das Prisma, deſſen Kante vertical ſteht, ſo gegen das einfallende Licht aufgeſtellt, daß die Ablenkung der Strahlen ein Kleinſtes wird; ſo werden dieſelben eine Zerſtreuung in horizontaler Richtung erfahren und beim Austritte aus dem Prisma parallel zu einander laufen, dergeſtalt, daß die äußerſten rothen r und r', welche aus der Zerlegung der Strahlen S und S' entſtehen, unter ſich und die den letzteren zugehörigen violetten v und v' wieder unter ſich parallel ſind, obſchon ſie einen von der der erſteren verſchiedene Richtung befolgen. Indem nun die zerſtreuten Strahlen auf die Linſe L fallen, werden die rothen Strahlen in einem Punkte R, die violetten im Punkte V und diejenigen, deren Brechbarkeit zwiſchen jenen äußerſten liegt, in den zwiſchen R und V befindlichen Punkten vereinigt. Der Schirm A B wird in ſolcher Entfernung von der Linſe aufgeſtellt, daß darauf ein deutliches Bild der Oeffnung entſteht, wenn nur vollkommen homogenes Licht durch dieſelbe eindringt. — Statt der objectiven Darſtellung kann man auch die ſubjective gebrauchen, bei welcher das Auge die auffangende Tafel abgibt. Zu dieſem Behufe ſtellt man in gehöriger Entfernung von der Oeffnung ein Fernrohr ſo auf, daß man die Oeffnung deutlich durch daſſelbe ſehen kann. Hierauf bringt man vor das Fernrohr das Prisma in eine ſolche Stellung, daß ein Theil des aus demſelben austretenden Strahlenbündels auf das Objectiv des Fernrohrs fällt. Mittelſt der Ocularlinſe des Fernrohrs wird das ſo erzeugte Farbenbild betrachtet, welches namentlich ſehr vergrößert erſcheint, und dadurch ſeine Eigenthümlichkeiten mehr hervortreten läßt.

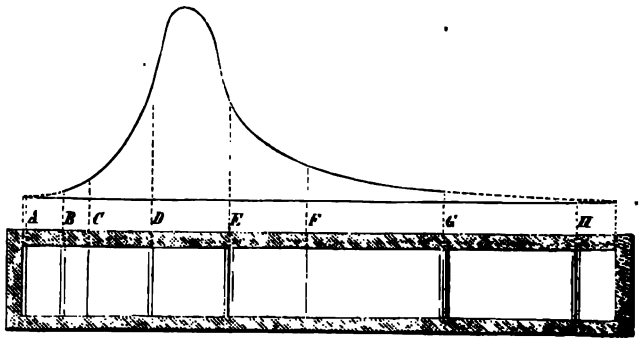
Fig. 130.

Unter dieſen Umſtänden bemerkt man in dem Sonnenſpectrum eine große Menge dunkler Linien, die unregelmäßig über das ganze Spectrum verbreitet ſind. Einige dieſer Streifen ſind ſehr fein und erſcheinen als iſolirte kaum wahrnehmbare dunkle Linien, während andere ſehr nahe beiſammen liegen und eher einem Schatten als getrennten Linien ähnlich ſind; endlich gibt es darunter einige, welche bei etwas merklicherer Ausdehnung ſchwarz begrenzt erſcheinen. Um für die Erſcheinung einige feſte Anhaltspunkte zu gewinnen, hat Frauenhofer die am leichteſten erkennbaren dunklen Linien vom rothen gegen das violette Ende hin mit den Buchſtaben A, B, C, D, E, F, G, H bezeichnet. A iſt eine Linie nahe am Anfange des Spectrums im dunkeln Roth; B und C ſind ſcharfe ſchwarze Linien im lichtern Roth; D eine Doppellinie im Orange; E eine Gruppe feiner Linien im Grün; F eine ſtarke einfache Linie im Blau; G eine Gruppe feiner Linien im Indigo; H ein ſtarker Streifen im Violet. Außer dieſen Linien finden ſich noch viele andere vor, ſo daß ihre Geſammtanzahl in der ganzen Ausdehnung des Spectrums wohl auf 600 beläuft.

Nicht alle Theile des Farbenbildes beſitzen eine gleiche Lichtſtärke. Wenn z. B. das Auge das Licht des grünen oder blauen Theils recht gut vertragen kann, ſo iſt dies nicht mehr bei dem rothen, noch weniger bei dem gelben der Fall. Frauenhofer hat die relativen Lichtſtärken der einzelnen Theile des Farbenbildes dadurch näher beſtimmt, daß er die eine Hälfte des Geſichtsfeldes eines Fernrohrs durch eine kleine Flamme und die andere Hälfte desſelben durch eine

Farbe des prismatischen Farbenbildes beleuchten ließ. Durch Annäherung oder Entfernung der Flamme konnte er es dann dahin bringen, daß jene beide Hälften gleich stark erschienen. Da nun die Intensität der Beleuchtung der Flamme dem Quadrate ihrer Entfernung umgekehrt proportional ist, so war er im Stande, aus den verschiedenen Entfernungen, in welche die Flamme bei den einzelnen Theilen des Farbenbildes gestellt werden mußte, um auf beiden Hälften eine gleiche Erleuchtung zu erhalten, die erleuchtende Kraft jener Theile zu bestimmen. In der nebenstehenden Figur sind diese Intensitäten graphisch dargestellt,

Fig. 131.



indem sie durch die Ordinaten der Curve ausgedrückt werden, welche an jeder einzelnen Stelle aufgetragen sind. Auf diesem Wege bekam er folgende Zahlenwerthe für die Intensität der farbigen Theile des Spectrums:

bei B = 0,032,	bei E = 0,48,
bei C = 0,094,	bei F = 0,17,
bei D = 0,64,	bei G = 0,031,
Maximum zwischen D und E = 1,	bei H = 0,006.

Obschon die Anordnung der dunklen Linien in dem Spectrum des Sonnenlichtes unregelmäßig ist, so bleibt sie doch stets die nämliche, aus welchem Stoffe das angewendete Prisma auch bestehen mag. Man kann daher annehmen, daß jene dunklen Linien dem Sonnenlichte eigen sind und nicht durch eine Einwirkung des Prismas auf das Licht erzeugt werden. Uebrigens ändert sich das Spectrum des Sonnenlichtes mit dem Stande und mit dem Zustande der Atmosphäre; wodurch es nicht unwahrscheinlich wird, daß die Frauenhofer'schen Linien im Sonnenspectrum von der gewisse Strahlen absorbirenden Kraft der Atmosphäre herrühren. Beim Auf- und Untergange der Sonne entstehen gewöhnlich im Blau und Roth Linien, welche beim hohen Sonnenstande nicht

wahrgenommen werden. So erhielt man an einem heitern Tage des Sommers um die Mittagszeit ein Spectrum, worin alle Farben deutlich zu erkennen waren, während bei dem Untergange der Sonne, als sie gelb erschien, das Spectrum an Länge bedeutend abgenommen hatte und ein Theil des Violet und des Roth verschwunden war. Deßgleichen sah man an einem Wintertage Mittags gut alle Farben des Spectrums, dagegen konnte man darin nur Roth, Orange und Grün wahrnehmen, als die Sonne bei ihrem Untergange roth erschien.

Durch die Mittel, durch welche das Sonnenlicht der Prüfung unterzogen wird, läßt sich auch das Licht anderer leuchtenden Körper analysiren. Im Prisma betrachtet, erweist sich dasselbe bei den meisten als vielfarbig, wiewohl es einige gibt, die homogenes Licht aussenden. In dem Spectrum des Kerzenlichtes findet man keine dunklen Linien, man bemerkt aber im gelben Theile einen lichteren Streifen, welcher von einem in dem Lichte enthaltenen Ueberschusse an homogenen gelben Strahlen herrührt; einen ähnlichen jedoch minder scharfen Streifen nimmt man im Grünen wahr. Die Flamme des Wasserstoffgases zeigt in dieser Hinsicht dasselbe Verhalten wie die Oelflamme. — Das Licht des Mars und der Venus gibt dieselben dunklen Linien, wie das Sonnenlicht, nur sind sie gegen die Enden des Spectrums weniger leicht zu unterscheiden. In dem Lichte anderer Gestirne zeigen sich ebenfalls dunkle Streifen, welche aber von denen verschieden sind, die das Licht der Sonne und der Planeten gibt. So konnten im Spectrum des Sirius keine dunklen Linien im Orange und Gelb gesehen werden, aber ein starker Streifen im Grün und zwei im Blau. Andere Sterne erster Größe geben Farbenbilder, wo die dunklen Linien anders als im Lichte der Sonne oder des Sirius geordnet erscheinen.

Das Licht einer Weingeistflamme, deren Docht mit Salz eingerieben ist, erscheint homogen gelb; mit einem reinen Prisma betrachtet zeigt sich an dem Gelben auch eine blaue Lichtmasse, die an der Grenze desselben grün wird. In der Beleuchtung eines derartigen Lichtes erscheinen die gelben Körper lebhaft gelb, die anders gefärbten Körper dagegen in einem düstern gelben Lichte. — Lithion und Strontian theilen der Flamme eine rothe Farbe mit, die dem bloßen Auge gleichartig vorkommt; durch ein Prisma gesehen enthält die Strontianflamme außer einem orangefarbigen und einem hellblauen Streifen eine große Anzahl rother, die durch dunkle Zwischenräume getrennt sind, während die Lithionflamme nur einen einzigen rothen Strahl zu erkennen gibt. — Kalisalze geben violettes, Barytsalze grünes, Kupfersalze blaues, salzsaures Eisen orangefarbiges Licht, welches das Auge für homogen er-

klären würde, im Prisma betrachtet, sich aber mehr oder weniger ungleichartig erweist. — Phosphor mit Salpeter verbrannt liefert ein Farbenbild, worin keine Farbe vorherrscht und keine durch dunkle Linien unterbrochen ist; ähnlich verhalten sich die Farbenbilder, welche glühender Kalk oder Platin geben. — Schwefel mit Salpeter verbrannt gibt an der rothen Grenze des Spectrums eine bemerkenswerthe rothe Linie, die davon durch einen dunklen Zwischenraum getrennt ist; ihr Licht ist weniger brechbar als der am wenigsten brechbare Theil des Sonnenlichtes. — Die meisten Körper, bei denen die Verbrennung unvollkommen ist, liefern ein Licht, in welchem die gelben Strahlen vorherrschen und dies in desto größerer Menge, je feuchter diese Körper sind. — Von den eben genannten Flammen geben mehrere, wie wir gesehen, ein angenähertes homogenes Licht; um dasselbe zu einem vollständig monochratischen umzuwandeln, muß das Verschiedenfarbige beseitigt werden, was durch Vorhalten von gefärbten Gläsern oder Flüssigkeiten geschehen kann. Die Einen wie die Andern sollen später, wenn von der Absorption des Lichtes die Rede ist, namhaft gemacht werden. Immerhin gibt die Dispersion des Lichtes uns das beste Mittel an die Hand, homogenes Licht darzustellen. Man braucht zu diesem Behuf das Spectrum nur auf einen Schirm fallen zu lassen, in welchem eine kleine Oeffnung angebracht ist. Indem man den Schirm verrückt oder das brechende Prisma dreht, dringen durch die Oeffnung immer andere Strahlen des auffallenden Lichtes, welche der Homogeneität desto näher kommen werden, je kleiner jene Oeffnung wird.

3. Zerstreuungsverhältniß und Zerstreuungsvermögen.

Eine ursprünglich sehr schmale weiße Linie legt sich nach dem Austritte ihres Lichtes aus dem Prisma in einen vielfarbigen Streifen von beträchtlicher Breite auseinander, was zur Folge hat, daß das Brechungsverhältniß für jeden anders gefärbten Strahl auch einen andern Werth bekommt. Um das einer jeden Farbe eigenthümlich zugehörige Brechungsverhältniß aufzufinden, war es also nöthig, die derselben entsprechende Ablenkung von der ursprünglichen Richtung zu messen. Allein im prismatischen Farbenbilde fließen die verschiedenen Farben in unendlich kleinen Abstufungen in einander über und ihre Grenzen treten nicht scharf genug hervor; man ist darum nicht sicher, ob man in jedem besondern Falle dieselbe Stelle im Spectrum festgehalten habe, was doch nothwendig ist, wenn es sich um eine möglichst genaue Bestimmung des Brechungsverhältnisses handelt. Frauenhofer's dunkle Linien gaben das geeignete Mittel an die Hand, das Problem zur gewünschten Lösung zu bringen. Statt nämlich für ein gewisses brechendes Mittel das

Brechungsverhältniß des Roth, des Gelb . . . anzugeben, sucht man dasselbe für die sich gleichbleibenden dunklen Linien B, C, D, E, F, G, H. Der Versuch läuft mithin darauf hinaus, mit Hülfe eines Theodolithen den Winkel zu bestimmen, den der fehlende Strahl mit dem directen einschließt und nach den oben angeführten Formeln das Brechungsverhältniß zu berechnen. Man kann auch bei diesen Messungen dem Prisma eine solche Stellung geben, daß für jeden besondern Fall die Abweichung ein Minimum wird; für jede Stelle des Farbenbildes muß deßhalb der Einfallswinkel etwas abgeändert werden, weil das Minimum der Ablenkung die Gleichheit des letzteren Winkels mit dem Austrittswinkel erheischt.

Für die Brechungsverhältnisse bei dem Uebergange aus der Luft in untengenannte Mittel für die den Linien B, C, D, E, F, G, H im Sonnenspectrum entsprechenden Strahlen hat Frauenhofer aus sehr genau angestellten Versuchen folgende Werthe erhalten:

Brechende Mittel.	Dichte.	Brechungsverhältnisse der verschiedenen Farben.						
		B. Roth.	C. Roth.	D. Orange.	E. Grün.	F. Blau.	G. Indigo.	H. Violet.
Wasser . .	1	1,330935	1,331712	1,333577	1,335851	1,337818	1,341293	1,344177
Terpentinöl	0,885	1,470496	1,471530	1,474434	1,478353	1,481736	1,488198	1,493874
Crownglas	2,235	1,525832	1,526849	1,529587	1,533005	1,536052	1,541657	1,546566
Flintglas .	3,723	1,627749	1,629681	1,635036	1,642024	1,648260	1,660285	1,671062

Der Unterschied der Brechungsverhältnisse für die am wenigsten brechbaren und für die am meisten brechbaren Strahlen, oder der Unterschied $n_v - n_r$, wo n_v und n_r beziehungsweise die Brechungsverhältnisse für diese Strahlen bezeichnen, dient als Maß der *Farbenzerstreuung*: ein Stoff zerstreut folglich das Licht um so stärker, je größer diese Differenz ist. Nach der vorhergehenden Tafel wäre mithin für untenbenannte Stoffe die Zerstreuung des Lichtes durch folgende Zahlen ausgedrückt:

Wasser . . . . . 0,013242.
Terpentinöl . . . . 0,023378.
Crownglas . . . . . 0,020734.
Flintglas . . . . . 0,043313.

Unter jenen Substanzen erzeugt demnach das Wasser die kleinste und das Flintglas die größte Zerstreuung des Lichtes. — Dividirt man die Zerstreuung eines Mittels durch die eines andern, so erhält man das *Zerstreuungsverhältniß* der beiden Mittel. Bei dem oben erwähn-

ten Flintglase und Crownglase wäre mithin das Zerstreuungsver dieser beiden Körper nahe gleich 2.

Nimmt man den Unterschied der Brechungsverhältnisse zwi zwei benachbarten dunklen Streifen, so bekommt man die soge partiellen Zerstreuungen der einzelnen Farben. Für die en vier Stoffe hätten also nach der oben angeführten Tabelle di zelnen partiellen Farbenzerstreuungen folgende Werthe:

Brechende Mittel.	Zwischen B u. C	C u. D	D u. E	E u. F	F u. G	G
Wasser . .	0,000777	0,001865	0,002274	0,001967	0,003475	0,(
Terpentinöl	0,001034	0,002904	0,003919	0,003383	0,006462	0,(
Crownglas	0,001017	0,002738	0,003418	0,003047	0,005605	0,(
Flintglas .	0,001932	0,005355	0,006988	0,006236	0,012025	0,(

Wenn man die von einer Substanz bewirkte partielle Zerstreuun die entsprechende partielle Zerstreuung einer andern Substanz so erhält man das partielle Zerstreuungsverhältniß dieser beiden Auf solche Weise ist aus der vorhergehenden Tabelle die nach für die partiellen Zerstreuungsverhältnisse nachbenannter Su abgeleitet worden.

Brechende Mittel.	Partielle Zerstreuungsverhältnisse der ein Farben.				
	Zwischen B u. C	C u. D	D u. E	E u. F	F u. G
Flintglas u. Crownglas	1,900	1,956	2,044	2,047	2,145
Flintglas und Wasser	2,487	2,871	3,073	3,170	3,460
Crownglas und Wasser	1,309	1,468	1,503	1,549	1,613
Terpentinöl und Wasser	1,331	1,557	1,723	1,732	1,860

Aus dieser Tafel ergibt sich, daß die den verschiedenen Substan sprechenden partiellen Zerstreuungsverhältnisse der einzelnen gattungen von der rothen bis zu der violetten im Allgemeinen zu Jedoch ist das Zerstreuungsverhältniß zweier Mittel keineswegs farbigen Strahlen einerlei, weßhalb man aus dem für irgen farbigen Strahl gegebenen Verhältnisse weder auf das für einen Strahl noch auf das totale Zerstreuungsverhältniß der beiden schließen darf. So war das totale Zerstreuungsverhältniß des und Flintglases nahe gleich 2, während das partielle Zerstreu hältniß der rothen und gelben Strahlen kleiner, dagegen i übrigen Strahlen größer als 2 ist.

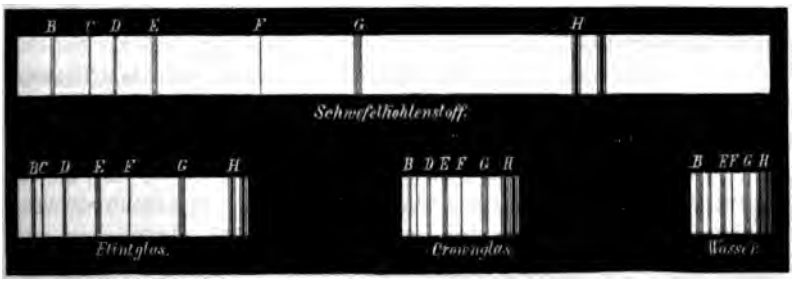
Unter dem Zerſtreuungsvermögen einer Subſtanz verſteht man den Quotient, welchen man erhält, wenn man die ihr zugehörige totale Zerſtreuung durch das um die Einheit verminderte mittlere Brechungsverhältniß n dividirt, welches letztere der mittleren Farbe des Spectrums oder der dunklen Linie E entſpricht. Folgendes ſind die Werthe des Zerſtreuungsvermögens einiger Körper:

Brechende Mittel.	Dichte δ.	Mittleres Brechungsverhältniß n.	Zerſtreuung $n_v - n_r$.	Zerſtreuungsvermögen $\frac{n_v - n_r}{n - 1}$
Diamant	3,521	2,487	0,056	0,038
Saphir	4	1,794	0,021	0,026
Flintglas	3,723	1,642	0,032	0,053
Crownglas . . .	2,235	1,533	0,021	0,036
Schwefelkohlenſtoff.	1,272	1,643	0,031	0,048
Terpentinöl . . .	0,991	1,478	0,020	0,042
Alcohol	0,825	1,374	0,011	0,029
Waſſer	1,000	1,336	0,012	0,035

Das Zerſtreuungsvermögen des Glaſes wird durch einen Zuſatz von Blei bedeutend vermehrt, wie dies bei dem Flintglaſe der Fall iſt. Edelſteine brechen das Licht ſtärker als Flintglas, beſitzen aber ein weit geringeres Zerſtreuungsvermögen. Crownglas und Diamant haben faſt einerlei zerſtreuende Kraft, dagegen iſt die des Terpentinöls faſt doppelt ſo groß als jene des Alcohols.

Um die Verſchiedenheit der zerſtreuenden Kräfte der Subſtanzen zur deutlichern Anſchauung zu bringen, haben wir in den vier untenſtehenden Figuren die Spectra verzeichnet, wie ſie von vier gleichen Prismen aus verſchiedenem Stoffe unter denſelben Umſtänden gebildet

Fig. 132.



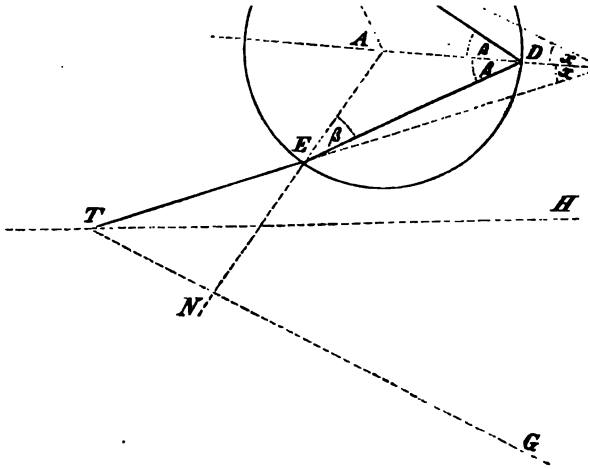
und violettes Ende im Vergleich zu dem rothen und gelben ausgebreitet als beim Waſſerprisma. — Die dritte Figur f Flintglasprisma an. Bei ihm hat das Spectrum eine n Länge und der blaue wie violette Antheil iſt in einem n Verhältniſſe als der rothe und gelbe Theil zerſtreut worden bei dem Crownglas der Fall geweſen. — Die oberſte Fig Schwefelkohlenſtoffprisma an. Dieſe Flüſſigkeit, welche eine Farbloſigkeit und eine große Durchſichtigkeit und ein faſt gl ungsverhältniß mit dem Flintglaſe hat, lieferte ein ſchönes a Spectrum, deſſen blaue und violette Strahlen wieder in ein Verhältniſſe als die rothen ausgebreitet waren, ſo daß wi meinen annehmen können, ein Mittel zerſtreut deſto mehr und violetten Theil des Farbenbildes im Vergleich zum ſtärker ſeine mittlere Brechbarkeit iſt.

Die Eigenthümlichkeit des Farbenbildes, in Folge der zelnen Farbenſtreifen bei einem Stoffe mehr zuſammengezo andern wieder mehr ausgebreitet werden, zeigt ſich recht deu vergleichenden Zuſammenſtellung zwei gleich langer Farben denen das eine durch ein Caſſiaölprisma, das andere durch felſäureprisma erzeugt iſt. In dem von Caſſiaöl bewirkte nehmen die rothen und gelben Strahlen einen kleineren, blauen und violetten Strahlen einen größeren Raum ein von Schwefelſäure erzeugten Farbenbilde; es ſind mithin i die am wenigſten brechbaren Strahlen zuſammengezogen zweiten auseinander gebreitet, während die am meiſten Strahlen in dem erſten auseinander gebreitet und in dem

lität findet aber, wie wir gesehen, nicht mehr statt, wenn sich die Natur des Mittels ändert. Ist nämlich in einem Mittel n größer als in einem andern, so ist zwar auch n_r und n_v in jenem größer als in diesem; aber es wachsen die Größen n_r und n_v nicht mehr in demselben Verhältnisse, in welchem sich die Größe n ändert. Die Eigenschaft, daß die farbigen Räume den Längen der Farbenbilder nicht proportional sind, wird die Irrationalität des Spectrums genannt. Newton war der Ansicht, daß die Zerstreuung des Lichtes jederzeit der Brechung proportional sei: es ist in der That ein bemerkenswerther Umstand, wie dem großen Mann, der die tiefsten Geheimnisse der Natur ergründete, die einfache Thatsache hat entgehen können, daß verschiedene Mittel bei gleicher mittlerer Brechbarkeit Farbenbilder von ungleicher Länge geben.

4. Vom Regenbogen.

Nachdem wir auf dem Wege des Experiments der Erscheinung der Dispersion des Lichtes hinlänglich nachgegangen sind, wenden wir uns zur Erscheinung des Regenbogens, in welchem die Natur ohne unser Zuthun ihren prismatischen Versuch vor Augen führt. Das Phänomen zeigt sich als ein mit den prismatischen Farben gezierter, über dem Horizont gespannter kreisförmiger Bogen, wenn dem Auge des Beobachters eine Regenwand gegenübersteht, welche durch die Strahlen der hinter seinem Rücken am entgegengesetzten Theile des Himmelsgewölbes befindlichen Sonne beleuchtet wird. Zuweilen sieht man noch einen zweiten concentrischen Bogen, der größer, aber minder lebhaft ist und bei dem die Farben in umgekehrter Ordnung aufeinander folgen, so daß das Roth unten und das Violet oben erscheint, während bei dem inneren heller gefärbten Bogen am untern Rande Violet, am oberen Roth vorkommt. Der tiefer stehende Bogen heißt Hauptregenbogen, der andere Nebenregenbogen. Hat die regnende Wolke eine zu geringe Ausdehnung, so erscheinen bloß Stücke des einen oder des andern Regenbogens, sogenannte Regengallen. — Die Entstehung des Regenbogens beruht auf der Brechung und Reflection des Lichtes und der sie begleitenden Farbenzerstreuung, wie aus nachstehender Darstellung zu ersehen ist (Fig. 133). Es sei SB ein Sonnenstrahl, der bei B auf einen kugelförmigen Regentropfen fällt, dessen Mittelpunkt A ist. Der in den Regentropfen eindringende Theil des Sonnenstrahls SB nimmt die Richtung BD an, indem er bei B zum Einfallslothe BA gebrochen wird. Hiervon erleidet wieder ein Theil bei D eine Reflection nach DE, dessen einer Theil, auf den es hier ankommt, nach der Richtung EF aus dem Tropfen heraustritt und in das Auge F eines



Beobachters gelangen kann. Den solchergestalt nach zwei
und einer Reflection aus dem Tropfen heraustretenden
wollen wir näher untersuchen. Verlängert man diesen Str
dem einfallenden SB in C begegnet, so wird der Winkel SC
der aus dem Tropfen austretende Strahl mit dem eintretend
macht, die Größe der erlittenen Ablenkung angeben. Der P
welchem jene beide Strahlen einander schneiden, liegt in der
rung von AD. Denn wegen der Kugelgestalt des Tropfens
und des Reflectionsgesetzes anderseits sind die vier mit β
Winkel einander gleich, was die Gleichheit der Winkel BAD
nach sich zieht. Nach dem Refractionsgesetze entspringt aus
heit der Winkel ABD und AED die der Winkel SBM und

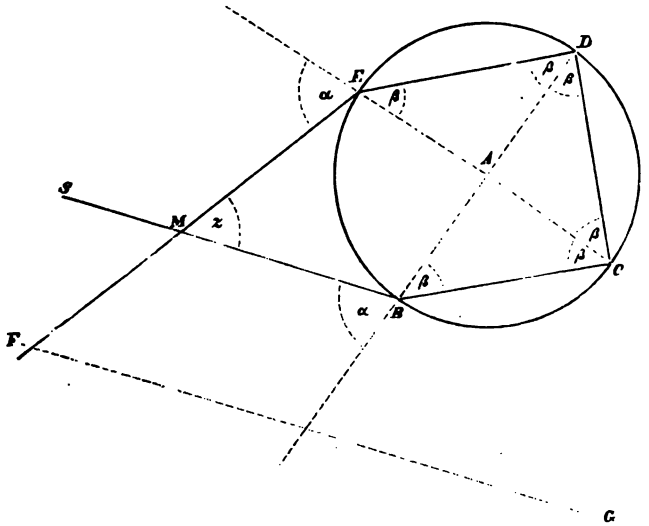
en Beobachters keinen merklichen Lichteindruck zu erzeugen vermögen, ımal da das Licht durch die zweimalige Brechung und eine Reflection n Tropfen schon sehr geschwächt ist. Eine Lichtwirkung in der Rich= ıng ET auf das Auge des Beobachters wird erst dann erfolgen, wenn ie dicht nebeneinander einfallenden Sonnenstrahlen unter einerlei Ab= ıkungswinkel, also in parallelen Richtungen aus dem Tropfen heraus= ːeten. Dergleichen Strahlen, welche auf das Auge des Beobachters, ı welchem sie gelangen, einen bei weitem stärkeren Lichteindruck hervor= ıbringen vermögen als die übrigen in andern Richtungen austretenden Strahlen, heißen die wirksamen Strahlen; nur solche sind es, welche ie Erscheinung des Regenbogens veranlassen. Die Untersuchung läuft lso darauf hinaus, die Bedingung anzugeben, unter welcher der Fall er wirksamen Strahlung stattfindet. Lassen wir darum den Einfalls= ›inkel α um die sehr kleine Größe α' sich ändern und bezeichnen wir ie Aenderung von β mit β' und jene von x mit x'; so besteht die Gleichung $x + x' = 2\beta - \alpha + 2\beta' - \alpha'$, woraus für den Fall der wirksamen Strahlung entspringt: $2\beta' = \alpha'$, da für diesen Fall sich x ls eine constante Größe herausstellen, mithin x' Null sein muß. Das Brechungsgesetz gibt aber $\sin\alpha = n\sin\beta$, und $\sin(\alpha+\alpha') = n\sin(\beta+\beta')$, der, weil wegen der Kleinheit von α' und β' gesetzt werden darf in $\alpha' = \alpha'$, $\cos\alpha' = 1$, $\sin\beta' = \beta'$ und $\cos\beta' = 1$, die Relation: in $\alpha + \alpha'\cos\alpha = n\sin\beta + n\beta'\cos\beta$, oder endlich $\alpha'\cos\alpha = n\beta'\cos\beta$. Eliminirt man α' und β' mittelst der Relation $2\beta' = \alpha'$, so kommt $\cos\alpha = n\cos\beta$, woraus folgt $\sin\alpha = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$. Nach dieser For= tel berechnet man den Einfallswinkel α für die wirksamen Strahlen; us demselben ergibt sich der Werth von β mittelst der Formel in $\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$ und daraus $x = 2\beta - \alpha$. — Wegen der Verschiedenheit es Werthes von n für die verschiedenfarbigen Strahlen wird die wirk= ıme Strahlung für jede Farbegattung in einer andern Richtung er= ›lgen. Bezüglich des Ueberganges aus der Luft in Wasser ist für othes Licht $n = \frac{108}{81}$ und für violettes Licht $n = \frac{109}{81}$. Man findet arnach für ersteres $\alpha = 59^0 23'$; $\beta = 40^0 12'$; $x = 21^0 1'$ und $x = 42^0 2'$; für letzteres $\alpha = 58^0 40'$; $\beta = 39^0 24'$; $x = 20^0 8'$ und $x = 40^0 16'$.

Um nun die Entstehung des Regenbogens zu begreifen, denke man ch durch T die mit SB parallele Linie TG gezogen. Macht nun die inie TE mit dieser letztern einen Winkel von $42^0 2'$, welches der Ab= nkungswinkel für die wirksamen rothen Strahlen ist, und denkt man ch jene Linie bis zur Regenwolke verlängert, so wird sie einen Regen=

an, in welcher die wirksamen violetten Strahlen aus d
austreten und zum Auge gelangen; dasselbe wird an der
einen violet gefärbten Kreisbogen erblicken, den man sic
Gerade TE daselbst bei der Rotation des Winkels ETM =
die Achse TG beschrieben denken kann. Zwischen dem roth
letten Bogen erscheinen die Bögen mit den übrigen prismati
genau in der Aufeinanderfolge, in welcher sie im Spectrum
Die Breite des ganzen Regenbogens beträgt offenbar 42°2′
= 1°46′, wozu wegen des scheinbaren Durchmessers der S
eine demselben gleiche Breite hinzugefügt werden muß, wo
Breite des Hauptregenbogens gleich 2°18′ ergibt. Die äu
treten an dem Bogen deutlicher hervor, als die mittlere
letzteren durch theilweise Deckung einander schwächen.

Die Höhe des Regenbogens über dem Horizont wi
man sich die Ebene CTG in einer verticalen Lage denkt,
Horizont in der Geraden TH schneidet, gemessen durch
CTH = CTG - HTG = 42°2′ weniger der jedesmaligen
Die Höhe des Regenbogens nimmt demnach zu, wenn d
Sonne sich vermindert; sie erreicht ihren größten Werth b
und Untergang, wo die Höhe der Sonne nahe gleich Null
diesem Falle die Linie TG eine horizontale Lage bekommt,
dann der Regenbogen in der Form eines Halbkreises. Ha
die Höhe von 42°2′ erreicht, so ist für den auf einer
Ebene stehenden Beobachter der Regenbogen nicht sichtbe
Regenbogen kann am Morgen nur am westlichen, Nachmitt

Fig. 134.



den Winkel EMB = z bildet. Um diesen Ablenkungswinkel zu bestimmen, betrachten wir das Viereck EMBA, welches gibt: z = 4R — MEA — MBA — EAB. Aus dem Reflectionsgesetze folgt, daß die mit β bezeichneten Winkel einander gleich sind, und aus dem Refractionsgesetze, daß der Einfallswinkel α beim Eintritt in den Tropfen gleich dem Brechungswinkel beim Austritte ist. Hiernach wird Winkel A = 4R — 2(2R — α) — (6β — 2R) oder z = 2α — 6β + 2R. Daraus ergibt sich, wenn α die sehr kleine Aenderung α′ erfährt, dabei β in β + β′ und z in z + z′ übergeht, durch eine ähnliche Betrachtung wie oben: α′ = 3β′. Substituirt man diesen Werth in die aus der Relation sin (α + α′) = n sin (β + β′) hergeleitete Gleichung cos α′ = n β′ cos β; so bekommt man 3 cos α = n cos β, woraus sin α = $\sqrt{\frac{9 - n^2}{8}}$ entspringt. Hiernach findet man für die rothen Strahlen α = 71°52′ und für die violetten α = 71°39′; woraus der Ablenkungswinkel für die wirksamen rothen 50°58′ und für die wirksamen violetten 54°10′ sich ergibt. Denkt man sich zwei gerade Linien FE und FE′, deren eine einen Winkel von 50°58′ mit der Geraden FG macht und andere einen Winkel von 54°10′ mit dieser Linie einschließt; so werden gedachte Linien an der Regenwand zwei kreisförmige Bogen beschreiben, von denen der untere roth, der obere violet ist und zwischen denen die übrigen prismatischen Farben in natürlicher Auf-

einanderfolge liegen. Die Breite des Nebenregenbogens erhält wenn man zu der Differenz der Winkel 54° 10′ und 50° 58′ = den scheinbaren Sonnendurchmesser, d. h. 32′ hinzufügt, was 3° 44′ Die Breite des Nebenregenbogens ist also größer als die des H regenbogens; er erscheint aber weniger lebhaft als dieser, we Sonnenstrahlen erst nach einer zweimaligen Reflection zum Au langen.

Der Zwischenraum zwischen dem Hauptregenbogen und dem N regenbogen beträgt 50° 58′ — 42° 2′ = 8° 56′. Dieser Raum er dunkler als die beiderseits an die Regenbogen grenzenden Räume aus jenem Raume bloß an der Vorderseite der Tropfen zurückgewo Licht und kein in dieselben eingedrungenes und an deren inneren zerstreutes Licht zu dem Beobachter gelangen kann, wie solches b andern erwähnten Räumen der Fall ist Um von der Richtigkeit Aussage überzeugt zu sein, haben wir einmal nachzuweisen, da diejenigen Strahlen, welche aus den in jenem Raume liegenden T tropfen nach einer einmaligen inneren Reflection herausgetrete Ablenkung größer als 42° 2′ erfahren mußten, um ins Auge langen, eine solche Ablenkung nicht stattfinden kann; dann zu daß für diejenigen Strahlen, welche aus den in gedachtem Raum findlichen Tropfen nach einer zweimaligen inneren Reflection her treten eine Ablenkung kleiner als 50° 58′ erleiden müßten, um ins zu kommen, eine solche Ablenkung ebenfalls nicht möglich ist. hätten also mit andern Worten einerseits nachzuweisen, daß wirksame Strahlung des Hauptregenbogens der Werth von x ein mum, und anderseits zu zeigen, daß für die wirksame Strahlu Nebenregenbogens der Werth von z ein Minimum sei. Wir bet zu diesem Behufe zuvörderst die beiden oben gefundenen Relat $x' = 2\beta' - \alpha'$ und $\alpha' \cos \alpha = n\beta' \cos \beta$, wo die Winkel α, β z wachsen und abnehmen, mithin α' und β' einerlei Zeichen haben, gegen das nämliche oder das entgegengesetzte Zeichen bekommt, je dem $2\beta' > \alpha'$ oder $2\beta' < \alpha'$ ist. Der zweiten Relation zufolg aber $2\beta'$ größer oder kleiner als α', je nachdem $2\cos\alpha$ größe kleiner ist als $n\cos\beta$, oder je nachdem die Differenz der Q dieser Größen, d. h. $4\cos^2\alpha - n^2\cos^2\beta = 4(1-\sin^2\alpha) - n^2(1-\sin$ $= 4 - n^2 - 3\sin^2\alpha$ das positive oder das negative Zeichen d. h. je nachdem $\sin\alpha$ kleiner oder größer ist als $\sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$. E hieraus, daß mit jedem höheren Grade des Einfallswinkels Winkel x wächst, so lange $\sin\alpha$ kleiner ist als $\sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$, d

wieder abnimmt, wenn der Sinus des Einfallswinkels diese Grenze überschreitet. Der Winkel x erhält folglich seinen größten Werth, wenn $\sin\alpha = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$. — Wir betrachten weiter die zwei Relationen $z' = \alpha' - 3\beta'$ und $\alpha' \cos\alpha = n\beta' \cos\beta$. Die Größe z ist positiv oder negativ, je nachdem α' größer oder kleiner ist als $3\beta'$, oder je nachdem die Differenz der Quadrate der Größen $n\cos\beta$ und $3\cos\alpha$, d. h. $n^2\cos^2\beta - 9\cos^2\alpha = n^2 - 9 + 8\sin^2\alpha$ positiv sich herausstellt, oder je nachdem $\sin\alpha$ größer oder kleiner ist als $\sqrt{\frac{9-n^2}{8}}$. Der Winkel z erhält also seinen kleinsten Werth, wenn $\sin\alpha = \sqrt{\frac{9-n^2}{8}}$.

Es können auch durch mehr als zwei Reflectionen der Sonnenstrahlen im Innern der Wassertropfen Regenbogen gebildet werden: das Licht dergleichen Bogen ist aber zu schwach, um auf unser Gesichtsorgan wirken zu können, weßhalb sie nicht leicht wahrgenommen werden. — Das Mondlicht kann ebenfalls einen Regenbogen hervorrufen; allein wegen der großen Lichtschwäche dieses Lichtes erscheint der Bogen sehr matt und die prismatischen Farben sind selten zu unterscheiden. — Wenn die Sonne in der Nähe des Horizonts sich befindet, und die Regenwand dem Beobachter nahe steht, wie dies bei Springbrunnen und Wasserfällen sich ereignet: kann der Regenbogen als vollständiger Kreis erscheinen. — Ein solcher ganzer mit Regenbogenfarben geschmückter Kreis kann sich dem Beobachter auch darstellen, wenn derselbe sich auf der Spitze eines hohen Berges befindet, die Sonne am Horizonte oder noch etwas darunter steht und die Regenwolke dem Beobachter sehr nahe ist.

Von der Haltbarkeit dieser Theorie des Regenbogens überzeugt man sich durch die genaue Uebereinstimmung der aus derselben entnommenen Abmessungen und Folgerungen mit denen, welche man bei dem Phänomen wahrnimmt. Auch läßt sich die Richtigkeit jener Theorie mit Hülfe einer Glaskugel oder durch ein mit Wasser gefülltes cylindrisches Glas nachweisen, indem man sie von der Sonne erleuchten läßt und im dunklen Zimmer die innerhalb reflectirten Sonnenstrahlen auf einer weißen Wand auffängt. Werden jene brechenden Körper in verschiedene Höhen rücksichtlich des Beobachters gebracht, so ändern sich die Spectra, die bloß bei einem bestimmten Einfallswinkel in der gewünschten Deutlichkeit zum Vorschein kommen.

V. Von der Absorption oder Auslöschung des L (Absorptive Chromatik.)

1. Dioptrische Farben.

Von dem in das Innere eines durchsichtigen Körpers eingeb Licht bleibt immer ein gewisser Theil darin zurück oder wird, zu sagen pflegt, von dem Körper absorbirt. Es ist dies bildlicher Ausdruck, wodurch angedeutet werden soll, daß die birten oder eingesogenen Strahlen für die unmittelbare wahrnehmung verschwunden sind. Die Schwächung, welche l beim Durchgange durch ein Mittel vermöge der Absorption wird desto größer, je länger der Weg ist, den es in demselbe gelegt hat. Die einfachste Hypothese, welche sich über die Weise vor sich gehende Auslöschung des Lichtes aufstellen läßt daß für jede gleiche Dicke des zu durchlaufenden Mittels ein gle quoter Theil des eindringenden Lichtes absorbirt wird. Nin daher die Einheit für die Menge des einfallenden Lichtes an die Menge, welche zurückbleibt, nachdem die Einheit des Weg laufen ist; so drückt r^n die übrigbleibende Lichtmenge für den legten Weg n aus, wobei vorausgesetzt wird, daß jede Sch durchsichtigen Mittels dem eindringenden Lichte den nämliche stand darbietet. Die Größe r ist offenbar ein ächter Bruch, mit der Natur des Mittels und mit der Brechbarkeit des Lichte Bezeichnet man demnach mit a die Menge des äußersten Rotl diejenige der nächstliegenden Farbe von größerer Brechbarkeit fort, so ist $ar^n + a'r'^n + a''r''^n + \ldots$ die Menge des durch Lichtes, nachdem es die Dicke n durchlaufen hat, wo r, r', r'' ziehungsweise die Werthe von r bezeichnen, welche den verschiede Strahlen zukommen, aus denen der weiße Strahl zusammen der dann in dem Ausdrucke $a + a' + a'' + \ldots$ seine Darstelli wird. — Wenn das Mittel eine unendlich kleine Dicke hat, nahe gleich Null ist, wird $r^n = 1$, wie auch der Werth von r sein mag. Das Mittel wird dann alle Farben ungeschwächt d oder farblos erscheinen. Deßhalb sind alle dünne Glasblasen färbtem Glase unfarbig, deßgleichen auch die Dünste von Flüssigkeiten. — Hätte in einem durchsichtigen Mittel für all Strahlen die Größe r einerlei Werth, so würde ein durch das durchgegangener weißer Strahl bei seinem Heraustreten die proportionale Lichtmenge aller gefärbten Strahlen enthalten, farblos erscheinen. Allein in der Natur bemerkt man selten artige vollständige Farblosigkeit, weßhalb wir annehmen dürf

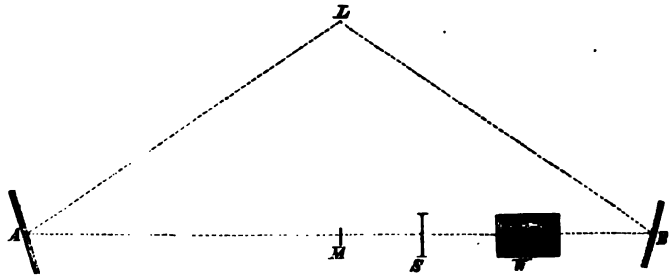
jeder besondere Strahl des Farbenbildes für jedes durchsichtige Mittel sein besonderes Durchsichtigkeitsverhältniß hat, gleichwie das Brechungsverhältniß für verschiedene Strahlen und verschiedene Mittel ein anderes ist. Durch nachstehenden Versuch läßt sich die Verschiedenheit der Absorptionskraft bei einem und demselben Mittel für verschiedenfarbige Strahlen nachweisen. Man betrachte durch ein ebenes und polirtes Smalteglas von blauer Farbe in einem dunkeln Zimmer eine feine Lichtlinie, deren Licht durch ein Prisma gebrochen wird. Mit einem sehr dünnen Glase sieht man alle Farben; dagegen zeigt sich bei einem Glase von mäßiger Dicke das Spectrum aus verschiedenen Theilen zusammengesetzt, die durch breite, völlig schwarze Zwischenräume getrennt sind, indem die Strahlen fehlen, welche diesen Stellen im vollständigen Farbenbilde angehören. Gebraucht man eine geringere Dicke, so sind die Räume nicht mehr schwarz, sondern schwach und unregelmäßig erleuchtet; vermehrt man hingegen die Dicke, so nehmen die schwarzen Räume an Breite zu, bis endlich alle Farben zwischen dem äußersten Roth und dem äußersten Violet völlig ausgelöscht sind.

Läßt das Mittel auch nur im geringsten Grade einige Farbestrahlen leichter durchgehen als andere, so kann man durch eine schickliche Wahl der Dicke diese oder jene Farbe verschwinden machen und dem durchgelassenen Lichte jede beliebige Färbung ertheilen. Denn ist z. B. r nur etwas kleiner als r', so kann durch Vermehrung von n die Größe r^n auf jeden beliebigen Grad der Kleinheit gebracht werden, so daß sie in Bezug auf die Größe r'^n vernachlässigt werden darf. Eine derartige Aenderung der Farbe durch Vermehrung der Dicke haben wir in einer starken Auflösung von Saftgrün oder noch besser von salzsaurem Chrom, wenn wir dieselbe zwischen zwei unter einen spitzen Winkel gestellten Glasplatten bringen. Betrachtet man das weiße Wolkenlicht durch den dünnsten Theil dieses Prisma, so erscheint es mit einer grünen Farbe, die in eine schwarzgelbe, dann in eine bräunliche Färbung und zuletzt in Blutroth übergeht, wenn man nach und nach durch die dickeren Theile der Flüssigkeit hindurchsieht. Die besagte Substanz hat nämlich die Eigenschaft, das Grün und das äußerste Roth leichter als die andern Farben durchzulassen. Nun ist das äußerste Roth ein schwaches Licht, während das Grün viel Lebhaftigkeit besitzt: in dünnen Schichten wird darum das letztere vorherrschen, dagegen in den dickeren Schichten das Roth die Oberhand gewinnen, weil daselbst die grünen Strahlen in einem höhern Grade absorbirt worden sind.

Weißes Glas, reines Wasser absorbirt eine verhältnißmäßige Menge von allen Lichtsorten, aus denen das weiße Licht besteht; das durchgelassene Tageslicht tritt nämlich in der Regel unfarbig aus diesen zwei

Körpern hervor. Sie schienen uns deßwegen vor allen andern Su stanzen geeignet zu sein, das oben ausgesprochene Gesetz über die A nahme der Lichtstärke beim Durchgang durch ein durchsichtiges Mit einer näheren Prüfung zu unterwerfen. Das zu diesem Zweck v uns eingehaltene Verfahren, zu dessen Verdeutlichung die Figur 13 dient, war Folgendes: In L befand sich eine Argand'sche Lampe, den

Fig. 135.



Licht auf die gleichweit entfernten Spiegel A und B fiel, die dann da selbe in der Richtung der geraden Linie A B reflectirten. In der Mit M war ein geölter Papierschirm aufgestellt, um von beiden Seiten gle beleuchtet zu werden. Wurden jetzt zwischen M und B mehrere au einandergelegte Spiegelglasscheiben gebracht, so mußte natürlicherwei der Schirm S nach B hinzu gerückt werden, wenn man wieder a beiden Seiten derselben einerlei Beleuchtung erzielen wollte. Setzt m nun $AL + AS = a$ und $BL + BS = b$, nennt ferner R die Inte sität des blos durch die Luft gegangenen Lichtes und ϱ die Intensit des durch die Luft und die Glasplatten durchgelassenen Lichtes, so h man $\frac{\varrho}{R} = \frac{b^2}{a^2}$, insofern auf beiden Papierflächen die gleiche Erleuchtu zu Stande gekommen ist. – Bezeichnet nun m den Theil des Licht welcher jedesmal bei dessen Uebergang aus Luft in Glas verloren ge so tritt das Licht in die Glasplatte ein mit der Intensität $\varrho_1 = (1-m)$ Angenommen daß der Lichtverlust beim Durchgange durch Körper v übrigens gleicher chemischer Constitution der Dichtigkeit proportional s so wird das Licht aus der Glasplatte mit der Intensität $\varrho_2 = (1-m)^2 R r^{\delta}$ heraustreten: in diesem Ausdrucke bezeichnet c_1 die Dicke der Glasplatt δ die Dichtigkeit derselben und r den Theil des Lichtes, welcher a eine der Einheit gleichen Strecke vom Glas durchgelassen wird. M der letzteren Intensität gelangt das Licht an der Vorderfläche der zwei ten Glasplatte an, wo wieder der mte Theil durch Reflection verlore geht; es tritt also in diese zweite Platte ein mit der Intensität

$\varrho_3 = (1-m)^3 R r^{\delta c_1}$, und aus derselben heraus mit der Intensität $\varrho_4 = (1-m)^4 R r^{\delta(c_1+c_2)}$, in welchem Ausdrucke c_2 die Dicke der zweiten Glasplatte darstellt. Allgemein wird demnach das Licht bei seinem Austritte aus der nten Glasplatte die Intensität haben: $\varrho = (1-m)^{2n} R r^{\delta(c_1+c_2+c_3\ldots+c_n)} = (1-m)^{2n} R r^{\delta c}$, wo die Dicke aller Scheiben zusammen genommen gleich c gesetzt ist. Bei einem unserer Versuche, bei welchem sechs Glasplatten aufeinander gelegt waren, betrug die Gesammtdicke 2,9 Cent.; war ferner $a = 2{,}81$ Meter, $b = 2{,}27$ Meter. Bei einem zweiten Versuche, bei dem ebenfalls sechs Glasplatten aufeinander gelegt waren, deren Dicke zusammen genommen 1,5 Centimeter ausmachte, hatte man $a = 2{,}79$ Meter und $b = 2{,}29$ Meter. Wir erhalten hiernach folgende zwei Gleichungen: $\frac{2{,}27^2}{2{,}81^2} = (1-m)^{12} r^{2{,}5\,.\,2{,}9}$ und $\frac{2{,}29^2}{2{,}79^2} = (1-m)^2 r^{2{,}5\,.\,2{,}9}$; aus denen entspringt $r = 0{,}9904$ und $m = 0{,}02956$. Wir können also annehmen, daß für Spiegelglas beim Einfallen des Lichtes etwa $^1/_{35}$ durch Reflection verloren gehe und 0,9909 von demselben durchgelassen werde, wenn der vom Licht durchlaufene Weg einen Centimeter beträgt. — Nach einem von Bouguer angestellten Versuche (Traité d'optique pag. 88) wurde das Licht, wenn es durch sechs aufeinander gelegte Spiegelglasscheiben gegangen war, im Verhältniß von 10 : 3 vermindert; die Dicke aller Glasplatten betrug 11,5 Linien. Mit Zugrundlegung dieses Versuches würde bei Beibehaltung des oben angegebenen Werthes von m, welcher mit dem von Bouguer aufgefundenen ziemlich übereinstimmt, für r der Werth 0,867 sich herausstellen, wenn wir erwägen, daß 11,5 Linien = 2,36 Cent. Der fragliche Werth von r ist kleiner als der, wie wir ihn gefunden haben; woraus vielleicht gefolgert werden kann, daß das Glas, mit welchem Bouguer experimentirte, ziemlich undurchsichtig gewesen sein mußte.

Um die Schwächung des Lichtes durch das Wasser ausfindig zu machen, wurden zwischen M und B nach und nach vier verschiedene lange rechtwinklige mit Wasser gefüllte Behälter aus Holz aufgestellt; die Behälter hatten sämmtlich einerlei Höhe und Breite von 2 Decimeter, während ihre Länge beziehungsweise war: 0,25 Meter; 0,5 Meter; 1,25 Meter; 1,5 Meter; bei allen vier waren die schmäleren Seitenwände durch gleichdicke Spiegelglasscheiben ersetzt. Für die in Rede stehende zweite Reihe von Versuchen verwandelt sich die vorhin entwickelte Formel in folgende: $\frac{\varrho}{R} = (1-m)^4 r^{c\delta} r_1^l$, in welcher die Buchstaben m, r, c, δ, R die oben ihnen beigelegte Bedeutung behalten; ϱ die Intensität des durch die Luft sammt Glasscheiben und einer Wasserschichte

$\frac{5,5}{4,5^2} = \overline{0,97044}^4 \cdot \overline{0,99095}^2 r,^{50}$. Aus derselben ergibt si

Werth 0,9958. Nach Bouguer (Traité d'optique pag. 6
Licht im Wasser nach einem Wege von 10 Fuß im V
5 : 3 vermindert, was, wenn wir die einfache Formel $\frac{\varrho}{R} = r$
legen und erwägen, daß 10 Fuß ohngefähr 325 Centimete
uns die Gleichung $\frac{3}{5} = r_1^{325}$ liefern würde; aus welcher

Werth 0,9984 sich ergibt. Dieser Werth weicht von dem v
fundenen nicht so bedeutend ab, wie solches bei den zwei
gegebenen Verhältnißzahlen der Fall gewesen ist; er i
größer als der unserige, was darin seinen Grund hat,
mit Meerwasser experimentirte, das bekanntlich durchsich
Brunnenwasser, welches wir bei unseren Untersuchungen
haben. Aus den eben erwähnten und andern mehrfach ang
suchen ergibt sich also, daß das durch die Formel $\varrho = R r^{l\delta}$
Gesetz über die Schwächung des Lichtes beim Durchgang
seine Gültigkeit behält, so lange die Dichtigkeit δ in der
dehnung des Weges l dieselbe bleibt; die Constante r
für jeden lichtabsorbirenden Körper durch Beobachtung bes

Kann der Lichtstrahl in einer Substanz einen m mal g
durchlaufen als in einer andern, ehe er in demselben Ma
wird; so können wir sagen, daß die erste Substanz m mal
als die zweite ist. Unter einer derartigen Voraussetzun
das Glas und das Meerwasser hinsichtlich der Durchsichtig

Dividirt man das relative Durchsichtigkeitsverhältniß des Glases durch das specifische Gewicht 2,5, so könnte der Quotient $\frac{2,1}{2,5}$ das relative specifische Durchsichtigkeitsverhältniß des Glases heißen; d. h. würde man das Glas bis zur Dichtigkeit des Brunnenwassers ausdehnen, so könnte das Licht in einem solchen Glase, vorausgesetzt daß seine chemische Beschaffenheit sich nicht änderte, einen etwas größeren Weg zurücklegen als im Wasser, ehe es in gleichem Maße geschwächt würde. — Um das relative Durchsichtigkeitsverhältniß für Meerwasser zu ermitteln, haben wir wieder nur die Gleichung $0,9958^x = 0,9984$ aufzulösen; sie liefert $x = 0,3804$: d. h. das Meerwasser ist beinahe dreimal durchsichtiger als das Brunnenwasser. Dividirt man 3 oder genauer 2,631 durch 1,03, das specifische Gewicht des Meerwassers; so bekommt man 2,55 für das relative specifische Durchsichtigkeitsverhältniß des letzteren.

Der in das Mittel eingedrungene Lichtantheil wird bei seinem Durchgange durch dasselbe desto weniger geschwächt, je mehr die einzelnen Theilchen des Mittels hinsichtlich ihres Brechungsvermögens übereinstimmen oder, wie man sich auch auszudrücken pflegt, je optisch gleichartiger sie sind. Diese Eigenschaft des Mittels ist ein wesentliches Erforderniß, wenn es einen gewissen Grad von Durchsichtigkeit besitzen soll, wie wir dies an vielen Erscheinungen wahrnehmen können. Das Papier wird durchsichtiger, wenn man die in seinen Poren enthaltene Luft durch stärker brechendes Oel ersetzt und solchergestalt das Papier in seinen Theilen optisch gleichartiger macht. Der weiße Hydrophan wird durchsichtig und farblos, wenn man die in seinen Poren befindliche Luft durch Wasser vertreibt. Zwei Glasplatten sind durchsichtiger, wenn sich Wasser, als wenn sich Luft zwischen ihnen befindet; am durchsichtigsten aber, wenn sie mit einem aus Canadabalsam und Guajakharz bestehenden Firniß zusammengekittet werden, der das Licht beinahe so stark bricht wie das Glas. Ein inniges Gemenge von zwei durchsichtigen Substanzen, welche das Licht recht verschieden brechen, entbehrt der Durchsichtigkeit. Luft und Wasser gemengt bilden Wolken, Luft und Eis zusammen machen zusammen Schnee, zerstoßener Bergkrystall wird Sand, ein Gemenge kleiner Glastheile mit Luft erscheint als weißes Pulver.

Einen vollkommen durchsichtigen Körper gibt es in der Natur nicht; denn selbst die atmosphärische Luft, der durchsichtigste aller bekannten Körper, hat in großer Masse eine blaue Farbe, was nicht der Fall sein würde, wenn sie ein vollkommen durchsichtiger Körper wäre, da ein solcher Körper gar nicht gesehen werden kann. Aber es gibt auch keinen Körper, wie schon gleich im Anfang bemerkt worden, der

nicht wenigstens in geringem Grade eine gewisse Durchsichtigkeit
Gold sieht in dicken Stücken gelb aus; zu ganz dünnen Blätt
schlagen zeigt es im zerstreuten Lichte dieselbe Farbe, dagegen e
es grünlich gefärbt im durchgelassenen. Das Wasser an der Ob
des Meeres sehen wir von grüner Farbe, Taucher sahen aber
Meere Gegenstände, welche von den durchs Wasser gegangenen S
strahlen erleuchtet waren, roth gefärbt. Gelbes Glas zeigt im
tirten wie im durchgelassenen Lichte die nämliche Farbe; in
Fällen sind also die gelben Strahlen in geringstem Maße al
worden. Eine besondere Klasse von dioptrischen Absorptionserschei
nehmen wir bei einer großen Anzahl der in der Natur krystallis
kommenden Mineralien wahr, indem sie einen Farbengegensatz
wenn wir ihre Stellung gegen das Licht verändern. Der Dich
in einer bestimmten Richtung eine röthliche, und wenn wir den
vor unserem Auge drehen, eine bläuliche Farbe. Nach dieser Eig
hat das Mineral seinen Namen erhalten, wie denn überha
Fähigkeit mancher Körper, nach verschiedenen Richtungen eine vers
Färbung zu zeigen, mit dem Namen Dichroismus bezeichnet wo

In welchem Verhältnisse ein Mittel die verschiedenfarbigen
eines weißen Lichtstrahles absorbirt, erfährt man am sichersten
man dicht hinter die feine Oeffnung, durch welche die Sonnen
in das dunkle Zimmer eintreten, das mit parallelen Wänden b
fragliche Mittel bringt, z. B. eine farbige Glasplatte oder eine
parallelen farblosen Glasplatten befindliche farbige Flüssigkeit,
dem durchgelassenen Lichte mittelst eines reinen nicht absorb
Prismas ein Farbenbild erzeugt. Da werden natürlich jene
des Spectrums, deren Licht in höherem Grade absorbirt wo
minder hell erscheinen als sonst, ja wenn einiges Licht gänzlich
löscht worden, an den entsprechenden Stellen des Spectrum
dunkle Räume sich zeigen. — Dergleichen Absorptionserschei
lassen sich auch in folgender Weise beobachten. Man bringt d
ein Lampenlicht einen Schirm, der eine 1 bis 2 Millimeter
Oeffnung hat, und betrachtet solche durch ein in einer Entfern
etwa einem Meter aufgestelltes Prisma, nachdem man den zu
den durchsichtigen Körper dicht vor die Oeffnung oder auch
das Auge und das Prisma gebracht hat. Die dergestalt bis jet
suchten durchsichtigen farbigen Körper liefern kein homogenes,
mehr oder weniger zusammengesetztes Licht. — Das durch Kupfe
kirschroth gefärbte Glas, sowie das durch Goldchlorid rosenroth
Glas geben kein homogenes Roth, sondern Roth von versc
Brechbarkeit, was aus der namhaften Breite des Spectrums her

— Das durch Antimonoxyd unter gleichzeitiger Anwendung von Menning und etwas Eisenoxyd gelb gefärbte Glas, sowie das durch Uranoxyd oder Chlorsilber gelb gemachte Glas lassen außer den gelben auch orange, rothe und zum Theil grüne Strahlen durch. Bei zunehmender Dicke werden diese Gläser orangefarbig und endlich roth. — Das Licht, welches durch grünes Glas gegangen ist, das diese Färbung dem beigemengten Chromoxyd oder Eisenoxydul verdankt, gibt ein Spectrum, in welchem die beiden Enden des Farbenbildes vorzugsweise verschluckt sind, jedoch mehr das rothe, wenn die Färbung ins Bläuliche spielt, mehr das violette, wenn sie gelblich ausfällt. — Das Spectrum des durch kobaltblaues Glas durchgelassenen Lichtes zeigt eine starke Auslöschung der hellrothen und grünen Strahlen, und eine schwache Wirkung auf die stärker brechbaren Parthien des Farbenbildes.

Geht ein Lichtstrahl a des Spectrums durch eine Verbindung mehrerer Mittel, deren Dicken m, n, p und Durchsichtigkeitsverhältnisse beziehungsweise x, y, z sind; so hat dieser Strahl nach seinem Durchgange durch jene Mittel die Größe $a x^m y^n z^p$ zum Ausdrucke, insofern nichts durch die Zurückwerfung an der Oberfläche verloren geht. Der Rest des weißen Lichtes, nachdem es der absorbirenden Kraft jener Mittel unterworfen war, wird demnach sein $a x^m y^n z^p + a' x'^m y'^n z'^p + \ldots$; aus welchem Ausdrucke hervorgeht, daß die Ordnung, in welcher die Mittel aufeinander folgen, von keinem wesentlichen Einfluß ist. — Der vorstehende Ausdruck enthält zum Theil auch die Erklärung, warum das Licht, welches durch einen durchsichtigen Körper von bestimmter Farbe gegangen ist, anders farbig sich zeigt, wenn es noch durch einen zweiten durchsichtigen Körper von einer andern Farbe gegangen ist. So erscheint das Licht, welches zuerst durch ein rothes und dann durch ein gelbes Glas gegangen ist, orange; hingegen violet, wenn letzteres Glas blau ist. — Die Verbindung mehrerer durchsichtiger Mittel setzt uns in den Stand, verschiedenes homogenes Licht in ziemlicher Reinheit zu erhalten. Legt man z. B. auf ein Glas von blauer Smalte ein rothes Glas von dunkeler Farbe, so bekommt man eine Zusammensetzung, welche nur die äußersten rothen Strahlen durchläßt. Dieselbe Glasart mit einem grünen Glase verbunden, liefert einen breiten Streifen von homogenem Gelb. — Der geschickte Optiker Soleil hat auf diese Weise einen einfachen Apparat angefertigt, der den Namen Chromaskop führt. Er besteht aus sechs gefärbten Gläsern, deren Farben mit den sechs Farben des Spectrums möglichst genau übereinstimmen. Durch die sechs aufeinander gelegten Gläser sieht man die Sonne zu einer weißen Scheibe ohne allen Glanz verdunkelt. Ein lebhaftes weißes Licht erscheint immer weiß, wenn man es durch zwei übereinan-

in prismatische Gefäße, deren Wände aus ebenen paralle
gläsern bestehen, eingeschlossen werden, in welchem Fall
weiteres Prisma zur Zerlegung der Farben nöthig ist. Un
zusammenzufügen und ein Gefäß daraus zu bilden, welches
zu enthalten vermag, muß man bei wässerigen Flüssigkeite
platten mit Schellack und bei alkoholischen oder ätherisch
mit Hausenblase zusammenkitten. — Eine Lösung von sd
Indigo gibt ein Spectrum, welches außer dem Blau noch
und einen hellrothen Streifen enthält, der von dem Blau
vollkommen dunklen Zwischenraum getrennt ist. — In der
der schönen blauen Lösung von schwefelsaurem Kupferox
finden wir Blau und das äußerste Violet. Diese Eigensc
dem Stoffe einen großen Werth bei optischen Untersuchu
eine Röhre mit jener Flüssigkeit gefüllt ein bequemes M
Hand gibt, um Versuche über die violetten Strahlen an
Eisenchlorid läßt die grünen und mittleren rothen, oxalsaure
Nickel dagegen die blauen und äußersten rothen Strahlen

Von eigenthümlicher Art ist die Wirkung, welche auf d
spectrum oxalsaures Chromoxydkali ausübt, sowohl im fes
als in einer wässerigen Lösung. Schon bei der kleinsten Di
es die gelben Strahlen. Bei zunehmender Dicke verschwin
Violet, das Orange, das weniger brechbare Grün; bei ne
nehmender Dicke erlischt auch das Grün an der blauen Se
Blau an der violetten Seite, bis zuletzt nur noch Roth
In dem Spectrum des durch diesen Körper gegangenen

erscheint, wenn man das Licht durch ein mit Salpetersäuredampf gefülltes Glasgefäß leitet und den durchgegangenen Lichtstrahl wie beim Frauenhofer'schen Versuch durch ein Prisma und ein dahinter befindliches Prisma betrachtet, von einer Reihe dunkler Linien durchschnitten, welche vom Violet an nach dem Roth hin an Schärfe und Dunkelheit abnehmen und mit den Frauenhofer'schen Linien viel Aehnlichkeit haben. Bei zunehmender Dicke der Schichte werden die Streifen im Violet immer breiter und dunkler, die im Roth deutlicher. Aehnlich wie Verdichtung wirkt Erwärmung. Die Farbe des Gases wird intensiver roth und zuletzt vollständig schwarz, daß nicht ein Strahl der hellsten Sonne durchzudringen vermag.

Analog den Wirkungen des Dampfes der Salpetersäure sind die des Joddampfes, Bromdampfes und des Dampfes von Unterchlorsäure. Bei dem Joddampfe erscheinen zuerst in dem blauen Lichte gleichweit abstehende dunkle Linien, welche beim Dichterwerden des Dampfes in allen Theilen des Spectrums auftreten und bei noch größerer Intensität des Dampfes das ganze Spectrum ausfüllen, einen geringen Theil des Roth ausgenommen, das aber gänzlich von schwarzen Strichen erfüllt ist. — Nicht alle farbigen Gase und Dämpfe zeigen dergleichen dunkle Linien; Chlorgas löscht z. B. das Blau im Spectrum aus, ohne dunkle Streifen zu erzeugen; ebenso fehlen sie im rothen Dampf des Indigo. In farblosen Gasen und Dämpfen hat man noch keine andern als die Frauenhofer'schen Linien wahrgenommen. Die hier zur Sprache gebrachten Erscheinungen dürften der oben ausgesprochenen Vermuthung als Unterstützung dienen, daß nämlich die dunklen Linien im Spectrum des Sonnenlichtes durch atmosphärische Absorption entstehen.

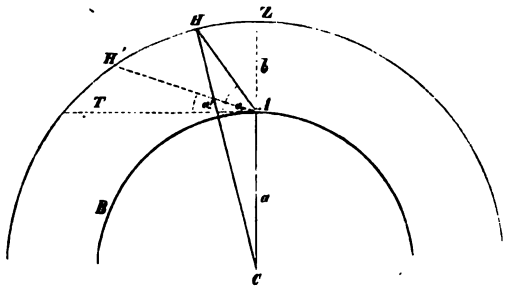
Die atmosphärische Luft ist, wenn sie keine fremdartige Stoffe enthält, wie schon bemerkt, ein im hohen Grade durchsichtiger Körper, der uns gestattet, selbst sehr weite entfernte Gegenstände zu sehen. Wegen der unvollkommenen Durchsichtigkeit der Atmosphäre wird an jeder Stelle derselben ein Theil des einfallenden Sonnenlichtes aufgehalten und nach allen Richtungen zerstreut, so daß wir am Tage die ganze Atmosphäre stark erleuchtet erblicken. Diese namhafte Erleuchtung der Atmosphäre oder die allgemeine Tageshelle ist Ursache, daß wir die schwach leuchtenden Gestirne am Tage nicht mehr wahrnehmen, aber auch solche Orte erleuchtet finden, welche nicht unmittelbar den Sonnenstrahlen ausgesetzt sind. — In höheren Regionen, wo die Luft dünner und reiner ist als in der Tiefe, wird sie auch durchsichtiger; deßhalb sehen wir auf hohen Bergen mehr Sterne als in der Ebene an ihrem Fuße. Die Gestirne sind schwach leuchtend, wenn sie nahe an dem

unſern Klimaten erreicht die Luft ihre größte Durchſicht
nach lang anhaltendem Regen ſich der Himmel ſchnell erheiter
Falle man dann eine klare Fernſicht hat. Zu einer ſolchen D
tragen ohnſtreitig die Dünſte viel bei, die nach andauernd
den Zwiſchenräumen der Atmoſphäre ſchweben; daher pfl
große Durchſichtigkeit der Luft, bei welcher ferne Berge
ſcheinen, als ein Zeichen von großer Feuchtigkeit der Luft
ein Vorbote des bald eintretenden Regens anzuſehen. S
des Aequators iſt die Luft viel durchſichtiger als in unſe
ſo daß dort die Sterne weit heller erſcheinen. Humboldt ſa
Augen deutlich auf den Hochebenen der Cordilleren ein i
des großen Bären befindliches Sternchen, das bei uns nu
dann noch nicht recht beſtimmt von den benachbarten Stern
ſcheiden iſt.

Um die Schwächung des Lichtes durch die atmoſphä
ermitteln, gehen wir zunächſt von einer von Bouguer anç
obachtung aus, (Traité d'optique page 80), in Folge de
das Licht des Vollmondes, als er eine Höhe von 66° 1
Horizont hatte, eine weiße Fläche eben ſo hell erleuchte
Lichtflamme in einer Entfernung von 10,25 Meter; und i
anderſeits, wo der Mond nur 19° 16′ hoch ſtand, die Er
ſo groß herausſtellte, wie die derſelben Lichtflamme in de
von 12,5 Meter. Bezeichnen wir die Intenſität des M
der erſten Beobachtung durch e und durch e_1 die Intenſität

bei der zweiten Beobachtung; ſo haben wir zunächſt $\frac{e}{e_1}$ =

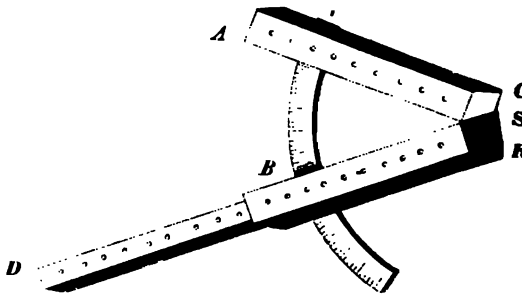
Fig. 135 a.



jede einen Meter Dicke hat; so können wir die Dichte der Luft in jeder einzelnen Schichte als gleichförmig ansehen, eine Voraussetzung, welche in der Wirklichkeit zwar nicht stattfindet, da höhere Stellen in der Atmosphäre eine geringere Dichte haben als tiefer liegende, hier aber, wo es sich blos um ein approximatives Resultat handelt, gemacht werden darf. Es seien β, β_1, β_2, β_3 ... die Zahlen, welche angeben, in welchem Verhältniß das Licht weniger geschwächt wird, wenn es in Schichten gelangt, die von unten nach oben an Dichte abnehmen im Vergleich zu der untersten, deren Dichte δ ist. Wir haben dann, wenn R die anfängliche Intensität des Mondlichtes an der äußersten Oberfläche bezeichnet, einerseits: $\varrho = R\, r^{c\delta} \beta^{\beta, \beta_2 \ldots}$ und anderseits $\varrho_1 = R\, r^{c_1 \delta} \beta^{\beta_1 \beta_2 \ldots}$, wo c die Länge des Weges HA und c_1 die des Weges H'A bezeichnet und r die Intensität des durch die Luft austretenden Lichtes darstellt, wenn der von ihm durchlaufene Weg einen Meter beträgt und die Dichtigkeit derselben gleich δ ist. Setzen wir den Halbmesser der Erde $AC = a$, die Höhe der Atmosphäre $= b$; ferner den Winkel HAT der Höhe des Gestirns über dem Horizont $= \alpha$; so gibt uns das Dreieck HAC die Gleichung $(b + a)^2 = a^2 + c^2 + 2\,a\,c \sin \alpha$. Aus dieser Gleichung ergibt sich: $c = \frac{b}{\sin \alpha}$, weil der Halbmesser a der Erde sehr groß ist im Vergleich gegen die Höhe b der Atmosphäre, mithin die höheren Potenzen der Größe $\frac{b}{a \sin \alpha}$ weggelassen werden können. Auf dieselbe Weise hat man $c_1 = \frac{b}{\sin \alpha_1}$. Hiernach verwandelt sich die Relation $\frac{\varrho_1}{\varrho} = r^{(c_1 - c)\delta}$. in $\frac{\varrho_1}{\varrho} = r^{\delta b}\left(\frac{1}{\sin \alpha_1} - \frac{1}{\sin \alpha}\right)$, welche Formel übrigens nur so lange Gültigkeit behält, als $a \sin \alpha$ gegen b bedeutend erscheint, mithin z. B. bei $\alpha = 5^0$, wo $\frac{b}{a \sin \alpha} = \frac{1}{11}$ wird, nicht mehr angewendet werden darf. — Für die Werthe $\alpha = 66^0\,11'$ und $\alpha_1 = 19^0\,16$,

es durch Luftschichten von gleicher Dichte geht, wie solche a
fläche der Erde stattfindet, legen wir folgende zweite von
machte Beobachtung zu Grunde. In Folge gedachter Beob
das Licht in dem Verhältniß von 100 : 99 vermindert, wer
Oberfläche der Erde einen Weg von 368 Meter durchlaufe
dies ausfindig zu machen, bediente er sich zweier im Inner
ten Röhren C A und R D (Fig. 135 b), die an zwei ihrer E

Fig. 135 b.



eines Charniers S mit einander verbunden waren. Di
nungen R und C dieser Röhren hatten einen Durchmess
9 Millimeter und waren durch zwei Stücke von sehr
weißem Papier geschlossen, während die beiden anderen C
und D offen blieben und einen Durchmesser von ohngefäl
meter hatten. Die eine dieser Röhren R D besteht aus zw
der verschiebbaren Stücken, so daß durch ihre Verlängerun

tung hervorzubringen. Wenn eine und dieselbe Erleuchtung zu Stande gekommen ist, braucht man bloß noch das umgekehrte Verhältniß der Quadrate der Längen der beiden Röhren zu nehmen um das gesuchte Verhältniß der Lichtintensitäten zu erhalten. — Die solchergestalt von Bouguer angestellte Beobachtung liefert uns also die Relation: $r^{\delta.368} = 0{,}99$, aus welcher entspringt $r = 0{,}9792$. Dieser Werth ist kleiner als der oben gefundene Werth 0,99679, wie es zu erwarten war. Um das relative Durchsichtigkeitsverhältniß der an der Oberfläche der Erde befindlichen Luft zu finden, haben wir zuvörderst die Gleichung: $0{,}99 = 0{,}9958^x$ aufzulösen; sie gibt $x = 2{,}38$. Die Luft ist folglich $\frac{36800}{2{,}38} = 15415$ mal durchsichtiger als Brunnenwasser oder 5131 mal durchsichtiger als Meerwasser; weil das Licht in der Luft nach einem Wege von 368 Meter in gleichem Grade geschwächt wird wie im Brunnenwasser nach einem Wege von 2,38 Centimeter und das Meerwasser ohngefähr dreimal durchsichtiger als das Brunnenwasser ist. Bouguer hält die Luft blos 4575 mal durchsichtiger als das Meerwasser, weil er von der Voraussetzung ausging, daß das Licht in der Luft nach einem Wege von 189 Toisen (368,3679 Meter) in gleichem Grade geschwächt würde, wie in dem Meerwasser nach einem Wege von 0,2479 Fuß (8,0527 Centimeter). (Bouguer Traité d'optique page 258.)

Wenn der Himmel nicht durch Wolken oder Nebel bedeckt ist, erscheint er bekanntlich bald von einer helleren bald von einer dunklern blauen Färbung. Dies ist dem Umstande zuzuschreiben, daß die Luft vorzugsweise die blauen Strahlen durchläßt, wie es in ähnlicher Weise bei einer Lackmuslösung der Fall ist. Die Lichtmenge, welche ein einzelnes Luftpartikelchen zurückwirft, ist allerdings sehr gering und unfähig einen Eindruck auf das Sehorgan zu erzeugen; allein wenn wir auf einen bestimmten Punkt des Himmelsgewölbes sehen, so liegen in der geraden Linie zwischen dem Auge und jenem Punkte unzählig viele Lufttheilchen, die sammt und sonders uns schwaches blaues Licht zusenden und so durch ihr gleichzeitiges Zusammenwirken den betrachteten Punkt blau erscheinen lassen. Die sichtbar gewordene Luft macht also das blaue Firmament aus, welches als die innere Fläche einer die Erde umgebenden Hohlkugel erscheint, weil kein Grund vorhanden ist, eine Stelle für näher zu halten als die andere. Diese Eigenschaft der Luft, die blauen Strahlen in höherem Grade als die übrigen durchzulassen ist auch die Ursache der blauen Färbung, in welcher wir entfernte Berge und Wälder, namentlich bei geringerer Durchsichtigkeit der Luft erblicken. — Daß die Farbe selbst des wolkenlosen Himmels wechselt von einem mehr oder weniger gesättigten Blau durch die mannigfaltigsten Ab-

stufungen bis zum völligen Weiß hat hauptsächlich seinen Grun
dem Wassergehalte der Luft. Die in derselben zerstreut schwe
Wasserdünste mengen nämlich das von ihnen reflectirte weiße Lich
Blau der Luft bei, wodurch der Himmel ein mehr weißes Ansehe
hält, das desto stärker hervortreten wird, in je größerer Menge
gleichen Nebelbläschen vorhanden sind, so daß es unter Umstände
Anschein hat, als wäre das reine Blau des Himmels mit einem l
weißen Schleier überzogen. — Man hat eigene Instrumente, soge
Cyanometer, um die Intensität der blauen Färbung des Himmel
näherungsweise zu bestimmen. Das von Saussüre construirte
aus einer Platte mit etwa 50 Feldern, deren Farben eine Reihe
förmig fortschreitender Zwischenstufen vom reinen Weiß bis zum
kelsten Blau bilden. Durch Vermischung des Blau mit Weiß
Zusatz von Tusch in verschiedenen Verhältnissen erhält man dies
bennüancen, welche vom Weiß anfangend durch Blau zum S
gehend Grade genannt werden. Die Zahl des Feldes, dessen
mit dem jeweiligen Blau des Himmels übereinstimmt, wird a
der Färbung des letztern entsprechende Grad angesehen. — Eine e
Betrachtung des wolkenlosen Himmels zeigt uns, daß er zu de
Zeit nicht überall von einerlei Beschaffenheit ist. Im Zenith
blaue Färbung desselben am intensivsten, von da nimmt sie geg
Horizont hin mehr und mehr ab, wo sie am weißesten wird.
Ursache dieser Verschiedenheit liegt wieder hauptsächlich in den
bläschen, welche in der Nähe des Horizonts in größerer Meng
handen sind als am Zenithe. Auch zeigt sich deutlich der Einflu
gleichen Nebelbläschen auf die Färbung des Firmaments an den
ländern, wo der Himmel auf der Landseite blauer erscheint
gleicher Höhe auf der Seeseite. Auch wird die Bläue des Hi
intensiver, wenn die Tageswärme zunimmt und die Nebelbläsch
in der Luft feiner vertheilen.

Beim Sonnenuntergange, wenn der westliche Himmel heite
blos mit dünnen Wölkchen bedeckt ist, haben wir die Erscheinu
Abendröthe, deren Farbe nach Beschaffenheit des Firmamentes z
Gelb und Roth wechselt. Das Phänomen rührt aller Wahrsch
kelt nach von dem in der Atmosphäre enthaltenen Wasserdunst
welcher in einer besondern Verdichtungsstufe vorzugsweise dem o
farbigen Lichte, nämlich den rothen und gelben Strahlen den Dur
gestattet. In diesen eigenthümlichen Zustand, der in der Ueber
periode von der ausdehnsamen Aggregationsform in die tropfbar
tritt, können bei Annäherung der Sonne an den Horizont die i
unteren Schichten befindlichen Wasserdünste in Folge einer hier r

als an andern Stellen vor sich gehenden Abkühlung gelangen. Eine Bestätigung für die Richtigkeit dieser Behauptung erhalten wir in folgender von Forbes angeführten Thatsache. Sieht man nämlich durch die aufsteigende Dampfsäule, welche aus dem Sicherheitsventil einer Dampfmaschine in großer Menge strömt, nach der Sonne, indem man das Auge etwa einen halben Meter über dem Ventil hält; so wird die Sonne orangeroth, in größerer Entfernung davon aber, wo die Nebelbläschen vollständiger verdichtet sind, in natürlicher Farbe erscheinen. In vollkommener Gasform ist demnach der Wasserdampf äußerst durchsichtig und farblos, in einem besondern Stadium seiner Verdichtung ist er durchsichtig und orangefarbig, bei vollständigerer Verdichtung ist er in geringer Menge durchscheinend und farblos, bei mäßiger Dicke aber vollkommen undurchsichtig. — Am östlichen Himmel, wenn die Sonne dem Untergange ziemlich nahe und leichte Wolken am Horizonte stehen, erscheinen dieselben von rother Färbung, welche noch stärker hervortritt, nachdem die Sonne unter den Horizont getreten ist. Diese Färbung rührt von den nach jener Gegend hingehenden Sonnenstrahlen, die größtentheils nur rothes Licht enthalten, welches auf seiner Rückkehr vom östlichen Himmel die wenigen noch übrig gebliebenen blauen Strahlen verliert. Am Zenith erscheint das gewöhnliche Blau des Firmaments, wenn in der Luft wenig Dunst vorhanden; besaß aber der Himmel am Tage eine weiße Färbung, so erscheint fast der ganze Himmel mit Purpur bekleidet. Im Uebrigen finden in der Farbe der Abendröthe gar mancherlei Abstufungen statt, deren mehr oder weniger deutliches Hervortreten abhängt von der Stellung der Wolken, von der Durchsichtigkeit der Luft und selbst von den am westlichen Horizont befindlichen irdischen Gegenständen. — Am Morgen zeigt sich vor Sonnenaufgang unter ähnlichen Bedingungen am östlichen Himmel dieselbe Erscheinung, die man nun Morgenröthe heißt. Sie ist in der Regel weniger lebhaft als die Abendröthe, weil bei heiterem Himmel zur Nachtzeit viel Dünste niedergeschlagen werden und sie nicht zu jener bestimmten Verdichtungsstufe gelangen, bei welcher das orangefarbige Licht zum Vorschein kommt. Eine lebhafte Morgenröthe ist ein Zeichen, daß die Dünste in den unteren Luftschichten nahe daran sind, in dichte Nebelbläschen überzugehen; daher werden sich am Tage durch Hinzukommen von neuen Dünsten und durch deren Aufsteigen in höhere kältere Regionen leicht Wolken bilden, die sich in Regen umwandeln können.

Die fälschlich so genannte Naturerscheinung des Wasserziehens der Sonne zeigt sich öfters, wenn die Sonne hinter einem dichten Gewölke steht, das einige Oeffnungen darbietet, durch welche die Sonnenstrahlen ungehindert durchgehen können. Diese müssen die auf ihrem gerad-

linigen Wege befindlichen Lufttheilchen sammt den Dunstbl
ähnlicher Weise erleuchten, wie dies der Fall ist, wo ein Lich
einem dunkeln Zimmer die feinen in der Luft schwebenden S
sichtbar macht. Der erleuchtete Weg der Sonnenstrahlen er
der Gestalt von lichten Streifen, die auf dem dunkeln Grun
hervortreten und gegen die Sonne hin zu convergiren scheine
so wie eine parallele Baumreihe gegen das von uns entfernt
zusammenzulaufen den Anschein hat. Das Phänomen ereigne
Sommer häufiger als im Winter und in der Regel nur bei
Sonnenstande. An heiteren Tagen und in trockener Luft ver
die Wolken bei Annäherung an den Horizont; wenn darum z
mittagszeit die Erscheinung des Wasserziehens der Sonne
wird, so ist das ein Zeichen von einer großen Feuchtigkeit de
sphäre; man kann deßwegen die Erscheinung dann als Vorbo
bevorstehenden Regenwetters betrachten.

2. Katoptrische Farben.

Ein Theil des auf undurchsichtige Körper fallenden Lich
von denselben nach allen Seiten hin unregelmäßig zurückgestr
wie man auch sagt, zerstreut oder diffundirt. Durch dies
Oberfläche jener Körper theilweise vor sich gehende Zurückstrahl
Diffusion sind wir im Stande solche zu sehen, während de
Theil des auffallenden Lichtes durch Absorption für das Auge
geht. Körper, welche dem weißen Lichte ausgesetzt, alle in l
vorkommenden Strahlengattungen gleich gut zerstreuen, nen
weiß; dagegen schwarz, wenn sie das auffallende Licht vollständ
biren oder so wenig davon zurückstrahlen, daß es für das E
verschwindend anzunehmen ist. Farbige Körper im Vergleich z
erscheinen bei gewissen Beleuchtungen hell, bei andern dunkel,
allen Beleuchtungen dunkler als weiße und heller als schwar
schon früher bemerkt, zeigt ein Körper, von welcher Beschaffen
Farbe im vollen Sonnenlichte auch sein mag, wenn man ihn
schiedenen Farben des Spectrums aussetzt, jederzeit diejenige
welcher er sich gerade befindet: nur ist der Grad der Erleuc
anderer. Er erscheint recht lebhaft erleuchtet, wenn er in d
des Spectrums liegt, welche mit der ihm natürlichen oder ei
lichen oder sogenannten objectiven Farbe übereinstimmt; dagege
erleuchtet, wenn man ihn in andere Theile des Farbenbildes h
finden wir rothes Papier im rothen Theil des Spectrums leb
im gelben minder lebhaft gelb, im grünen sehr dunkel grün,
letten fast schwarz. Deßgleichen erscheint blaues Papier im blau

des Farbenbildes sehr glänzend, im grünen weniger lebhaft grün, im rothen beinahe völlig schwarz.

Mit den katoptrischen Farben, d. h. den Farben welche vermöge Diffusion oder Zerstreuung zum Auge gelangen, verhält es sich wie mit den dioptrischen Farben, welche vermöge Durchlassung in das Auge dringen. Bei dem einen wie dem andern dieser Vorgänge wird nämlich ein gewisser Theil des Lichtes absorbirt und ausgelöscht, so daß die Farbe des Körpers aus dem nicht absorbirten Antheil des Lichtes hervorgeht. Beide Theile werden also zur Farbe der Beleuchtung einander ergänzen, mithin für weiße Beleuchtung sogenannte Complementärfarben zu einander sein. Welche Farben und in welchem Grade dieselben ausgelöscht werden, hängt von der besondern Anordnung der kleinsten Theilchen ab, aus denen die Körper zusammengesetzt sind. Wenn diese besondere Zusammensetzung sich ändert, wird auch das eigenthümliche Verhalten des Körpers gegen das Licht sich ändern und seine Farbe eine andere werden. Ohne uns der Pigmente oder Farbenstoffe zu bedienen, können wir darum auf chemischem Wege gar mancherlei Färbungen hervorbringen. Auch steht häufig die Farbe der chemischen Verbindung durchaus in keiner Beziehung mit den Farben ihrer Bestandtheile. So hat der Zinnober, eine chemische Verbindung von schwach gelb gefärbtem Schwefel und farblosem Queckſilber, eine hochrothe Farbe. Kobaltoxydul ist grau, seine Verbindung mit Wasser wird blaßroth. Die Mischung einer farblosen Eisenchloridlösung mit einer wasserhellen Lösung von Schwefelcyankalium erhält eine intensiv blutrothe Farbe. Eine Mischung von süßem Mandelöl, Seife und Schwefelsäure ist zuerst gelb, dann orange, hierauf roth und zuletzt violet.

Schon die Temperatur allein vermag die Farbe mancher Stoffe zu ändern. Queckſilberoxyd ist im kalten Zustande roth, im heißen beinahe schwarz, nimmt aber durch Abkühlung seine rothe Farbe wieder an. Dünner Stärkekleister mit Zusatz von Jodlösung hat eine blaue Farbe, die beim Erwärmen verschwindet, beim Erkalten jedoch wieder ganz zum Vorschein kommt. Schriftzüge, welche mit einer stark verdünnten farblosen Lösung von Chlorkobalt auf Papier geschrieben sind, erscheinen violet, wenn das Papier erwärmt wird, und verschwinden abermals gänzlich beim Erkalten. Durch Zusatz von schwefeliger Säure läßt sich die blaue Farbe der Indigolösung in eine bräunliche verwandeln. Erwärmung stellt die ursprüngliche blaue Farbe wieder her, welche bei der Abkühlung wieder verschwindet. In genannten Stoffen hat keine chemische Aenderung stattgefunden, die Substanz ist im chemischen Sinn genau die nämliche geblieben und doch ist die Farbe eine andere geworden. Möglich daß bei dem Temperaturwechsel in allen Stoffen

dergleichen Farbenänderungen vorkommen, wir solche aber wegen ihrer zu großen Feinheit nicht zu erkennen vermögen.

Im Uebrigen bietet das gewöhnliche Leben schon vielfältig Gelegenheit dar, wahrzunehmen, zu welcher reichen Mannigfaltigkeit von Farbenabstufungen das Licht bei seinem Zusammentreffen mit den Körpern sich gestaltet. Wir erinnern an den unendlichen Reichthum von Farben, in welche die Pflanzenwelt sich kleidet, an den auffallenden Farbenwechsel, welchen eine und dieselbe Pflanze in verschiedenen Perioden ihrer Entwickelung zeigt. Wir erinnern an die prachtvollen Farben, in welcher verschiedene Glieder der thierischen Schöpfung prangen, wie Pfauen, Schmetterlinge, Paradiesvögel und Papageien. Diese ins Unendliche gehende Mannigfaltigkeit von Farbennüancen, welche in allen Graden der Lebhaftigkeit von der tiefsten Färbung bis zur hellsten durch die verschiedenartigsten Abstufungen erscheinen, hängt also, wie hier und dort schon angedeutet worden, in letzter Instanz blos von dem Mischungsverhältnisse ab, welches die für das Auge übrig gebliebenen wirksamen Strahlen in dem Augenblicke eingegangen haben, in welchem das Licht mit der Körperwelt in Berührung getreten ist.

Die katoptrischen Farben erweisen sich eben so wenig optisch homogen wie die dioptrischen Farben, wenn man sie mit Hülfe des Prismas analysirt. Ein derartiges Resultat ließ sich zum Voraus erwarten, da das von den Körpern reflectirte Licht als ein besonderes Gemisch der in dem auffallenden Lichte vorhandenen verschiedenfarbigen Strahlen anzusehen ist, die durch die Wirkung des Prismas nothwendigerweise wieder von einander gesondert werden müssen. Um einen einfachen Versuch darüber anzustellen, klebe man auf ein Stück schwarzes Papier mehrere verschiedenfarbige Papierstreifen, die ohngefähr 1 Centimeter lang und 1 Millimeter breit sind, nebeneinander, z. B. einen rothen, gelben, grünen und einen blauen. Betrachtet man nun diese farbigen Streifen aus einer Entfernung von etwa einem halben Meter durch ein Prisma, dessen Kante zu der Längenrichtung der Streifen parallel läuft; so erkennt man alle diese Farben als im optischen Sinne zusammengesetzte. Denn der rothe Streifen zeigt außer Roth noch etwas Orange; der gelbe liefert alle prismatischen Farben außer Blau und Violet; mehr oder weniger findet dies auch bei dem grünen und blauen Streifen statt, die nur äußerst schwach Roth enthalten. Ganz ähnliche Erscheinungen bieten uns die übrigen körperlichen Farben dar, die wir jedoch den prismatischen Farben keineswegs besonders gegenüber zu stellen, sondern vielmehr aus den letzteren unmittelbar entstanden, zu betrachten haben. Denn eine unbestreitbare Thatsache ist

es, wenn wir behaupten, daß ein Körper nur solche Farben zeigen kann, welche schon in dem auffallenden Lichte vorhanden sind. Wenn er hier und dort in einer von jener der Beleuchtung verschiedenen Farbe erscheint, so ist dies, wie schon gesagt, einzig und allein dem Umstande zuzuschreiben, daß von ihm dieser oder jener Antheil des auffallenden Lichtes in stärkerem oder geringeren Maße absorbirt worden ist.

Die Absorptionsfarben oder die natürlichen Farben der Dinge werden also hinsichtlich ihrer Grundeigenschaften mit den Brechungsfarben oder prismatischen Farben aufs Vollkommenste übereinstimmen. Es wird mithin im Lichte, das gefärbte Körper dem Auge zusenden, der nämliche Zusammenhang zwischen dem Grade der Brechbarkeit und der Fähigkeit eine bestimmte Farbenempfindung hervorzurufen, wie beim directen Sonnenlichte obwalten. Man überzeugt sich leicht davon, wenn man auf eine weiße Tafel zwischen zwei parallelen Linien zwei verschiedenfarbige schmale Rechtecke aufträgt, z. B. das eine mit rother, das andere mit violetter Farbe. Betrachtet man dann die beiden Rechtecke durch ein Prisma, dessen brechender Winkel aufwärts gekehrt ist; so erscheint das violette höher als das rothe, zum Beweise daß die violette Farbe mehr als die rothe gebrochen wird. — Hätte man die beiden schmalen Rechtecke mit einem Gemenge aus beiden Farben bemalt und dergestalt ein größeres einfarbiges schmales Rechteck erzeugt, welches eine Art Purpurfarbe hat; so würde dasselbe durch das Prisma gesehen zwei verschiedene getrennte Bilder geben, wovon das eine roth, das andere violet wäre. Durch die Wirkung des Prismas werden also die beiden Farben, die in ihrer Mischung die Purpurfarbe bilden, von einander getrennt und zwar geschieht dies bei jeder dieser Farben nach dem ihr zukommenden Gesetze der Brechung.

Sowie man durch Vereinigung der Brechungsfarben wieder weißes Licht und durch das Aufhalten eines Theils des Farbenspectrums gemischte Farben hervorbringen kann, indem man den andern Theil vereinigt; so läßt sich auch durch zurückgestrahltes farbiges Licht ein Eindruck erzeugen, der dem des weißen Lichtes oder einer gemischten Farbe ähnlich ist. Zur Hervorbringung dergleichen Erscheinungen dient der sogenannte Farbenkreisel. Derselbe besteht einfach aus einer kreisförmigen Scheibe, die in schnelle Rotation versetzt werden kann und so eingerichtet ist, daß Pigmente verschiedener Art und in verschiedenen Verhältnissen auf die rotirende Scheibe aufgetragen werden können. Die Wirkung des Farbenkreisels beruht darauf, daß, wenn verschiedenfarbige Strahlen schnell hintereinander ins Auge gelangen, aus ihrem Gesammteindrucke eine Farbe hervorgeht, die von der Folge und der Entwickelung der aneinander grenzenden Eindrücke, mithin auch von der

erhält man beim Rotiren der Scheibe den Eindruck vo
dagegen der Kreisel mit jenen drei Farben in sehr ung
bemalt worden, so hat man beim Umdrehen des Kreisels
der im Ueberschuß vorhandenen Farbe, jedoch in einem
Theilt man die Scheibe in zwei Sectoren und bemalt ein
Gummigutte, den andern mit Berlinerblau; so erscheint a
Weiß und Orange, wenn man sie nicht so schnell dreht,
förmiger Farbenton hervorgeht: wird die Scheibe aber
dreht, daß sie gleichförmig gefärbt erscheint, so zeigt
Farbe. Bemalt man aber mit einem gehörigen Gemenge
blau und Gummigutte ein weißes Papier, so erscheint
Aus diesem Versuche geht also hervor, daß verschiedenfar
wenn sie bei einerlei Beschaffenheit auf einmal oder schne
der ins Auge kommen, in beiden Fällen nicht immer die
erzeugen. — Mit anderen Pigmenten erhält man analoge
jedoch tritt der Unterschied in den Farbentönen nicht ü
hervor, wie in dem eben angeführten Beispiele. So z.
aus der Combination des Rothen und Blauen eine viole
bei dem materiellen Gemenge der beiden Pigmente, wie
der roth und blau bemalten Scheibe als eine und diesel
kennen gibt.

Man hat auch ein Verfahren angegeben, um die
von einem Körper zurückgestrahlten farbigen Lichtes
Dergleichen Bestimmungen sind jedoch sehr mangelhaft u
men, weil die Vorstellung vom Weiß in uns keine feststeh

gleich 1/4, wenn der vierte Theil des auffallenden Lichtes zurückgeworfen würde. In ähnlicher Weise ließe sich das in dem Sonnenlichte enthaltene Roth zum Maßstabe der Röthe, das darin vorkommende Blau zum Maßstabe der Bläue, u. s. w. annehmen. Die rothe, blaue u. s. w. Färbung eines Körpers hätte hiernach zum Ausdrucke wieder einen Bruch, welcher angibt, den wievielten Theil der im Weiß befindlichen rothen oder blauen u. s. w. Strahlen besagter Stoff zurückstrahlt. So z. B. bestimmte der Mathematiker Lambert die Röthe von Siegellack dadurch, daß er eine Stange desselben nebst einem Streifen weißes Papier auf ein schwarzes Papier legte und sie vom Sonnenlichte gleich stark beleuchten ließ. Während er dann das Siegellack mit einem Auge ansah, betrachtete er zugleich mit Hülfe eines dreiseitigen Prismas den weißen Streifen und verglich dessen Roth mit dem Roth des Siegellacks. Er wählte ein mehr oder weniger weißes Papier und wechselte damit so lange, bis er ein Papier von einer gewissen Weiße gefunden hatte, das ebenso intensiv roth erschien wie das Siegellack. Die Röthe desselben stimmte dann mit der Weiße des Papiers überein und würde so als gefunden zu betrachten sein, insofern die letztere aus andern Versuchen als bekannt anzunehmen wäre. Auf ähnliche Art kann mit allen farbigen Körpern verfahren werden. Da die natürlichen Dinge nicht bloß die ihnen eigenthümliche Farbe, sondern auch andersfarbiges Licht zurückstrahlen, wiewohl dies in einem geringeren Grade; so kann man wohl von dieser oder jener Färbung eines farbigen Körpers sprechen, z. B. von der Röthe eines blauen und von der Bläue eines rothen Körpers. Im Uebrigen werden solche Farbentöne durch ähnliche Versuche bestimmt wie der eben angeführte war. Nach Lamberts Versuchen ist die Weiße eines Blattes weißen Papiers = 0,154; die des Fließpapiers = 0,083; die Röthe des mit Menning gefärbten Papiers = 0,293; jene des mit Zinnober gefärbten = 0,336.

Wenn man einen auf schwarzem Grunde liegenden sehr schmalen weißen Streifen durch ein Prisma ansieht, so bewirkt die ungleiche Brechbarkeit der verschiedenartigen Strahlen, daß mehrere von einander abgesonderte gefärbte Streifen zum Vorschein kommen, die in der Ordnung übereinander liegen, welche ihre Farben im Spectrum einnehmen. Die Streifen erscheinen nicht mehr geradlinig, sondern bogenförmig, weil die Strahlen der seitwärts liegenden Punkte des Streifens stärker gebrochen werden als die Strahlen, welche den dem Auge gerade gegenüber liegenden Punkten angehören. — Wenn man anstatt des sehr schmalen Streifens einen breiten weißen Streifen betrachtet, so erblickt das Auge eine stetige Folge von Farbenlinien, die zum Theil überein-

ander fallen, dergestalt, daß sie an den Stellen, wo sie sich verm
Weiß hervorbringen. Nur an den Rändern findet keine vollko
Vereinigung aller elementaren Strahlen statt, weßhalb das Bi
der einen Seite roth und gelb, auf der andern Seite hingege
und violet gefärbt erscheint.

Wenn man einen breiten schwarzen Streifen auf einem
Grund durch das Prisma anschaut, so beobachtet man bei de
Stellung des Prisma das Umgekehrte der vorhergehenden Erscheim
nämlich die Mitte des Bildes ist schwarz, dagegen auf der Sei
das Bild früher roth und gelb geziert war, ist es nunmehr bla
violet gefärbt, und auf der Seite, wo es einen röthlichgelben
hatte, erscheint solcher nunmehr von bläulichvioletter Farbe. Von
umgekehrten Erscheinung wird man sich leicht Rechenschaft a
können, wenn man erwägt, daß hier die Farben von dem dem sch
Streifen angrenzenden Weiß herrühren. — Ein sehr schmaler sch
Streifen auf weißem Grunde erscheint in der Mitte nicht mehr s
sondern hat einen rothvioletten Farbenton, der auf der einen
etwas Gelb und auf der andern Seite etwas Blau enthält. D
scheinung hat ganz das Ansehen, als hätte in dem vorherge
Versuche das in der Mitte befindliche Schwarze nach und nach bi
Verschwinden abgenommen.

Auf die Frage, warum die Körper nicht alle farbigen St
in gleicher Stärke absorbiren, sondern gewisse Gattungen me
andere afficiren, wodurch das von ihnen zurückgestrahlte oder d
lassene Licht mehr oder weniger modificirt wird, können wir v
Hand keine befriedigende Antwort ertheilen. Im Uebrigen sin
auf dem Gebiete der Klanglehre auf ganz analoge Erscheinung
stoßen, die auf verwandte Vorgänge bei der Fortpflanzung des
und des Schalles schließen lassen und uns auf den Gedanken b
als wäre die Farbe beim Lichte was der Ton beim Schalle ist.
erste gedachter Thatsachen betrifft die gehinderte Fortpflanzung des
wenn derselbe gezwungen ist, aus einem Mittel in ein anderes ü
gehen. Dasselbe ereignet sich bei dem Lichte, wenn es aus einem
sichtigen Mittel in ein anderes von verschiedenem Brechungsver
austreten will. Wie der Laut bei Nacht, wo die Luft gleichfö
erwärmt ist als bei Tage, auch besser gehört wird, so erscheint
ähnlicher Weise die Luft zur Zeit, wo in ihren Zwischenräumen W
dünste sich vorfinden, deren Brechungsvermögen dem der Luft
gleich kommt, durchsichtiger als zur Zeit, wo sie dergleichen W
dünste nicht enthält. Verschiedenartige Gemengen von Gase

Dünsten üben selbst derartige schwächende Wirkungen auf den Ton aus, die, wenn bei unseren Versuchen keine Täuschung stattgefunden hat, für alle Töne von allen Höhen sich nicht gleich herausstellen.

Schon in der Sprache des gewöhnlichen Lebens hören wir von dem Tone der Farbe und der Farbe des Tones reden, was darauf hinzudeuten scheint, daß zwischen Tönen und Farben eine gewisse Verwandtschaft bestehe. Sollte auf dem Gebiete der zusammengesetzten Farben der Farbenton nicht vielleicht etwas Aehnliches darstellen, was in dem Reiche der Töne der Klang bedeutet. Der Ton von derselben Höhe auf verschiedenen Instrumenten hervorgebracht, wird als ein verschieden klingender von dem Ohr wahrgenommen. Das Licht, wenn es mit den natürlichen Dingen zusammentrifft, wird von dem Auge als verschiedenfarbiges erkannt. Das Ohr, wenn es mit Aufmerksamkeit verschiedenartigem Geräusch nachgeht, vermag aus demselben mancherlei Töne herauszufinden. Das Auge, wenn schärfere Prüfungsmittel ihm zu Gebote stehen, ist im Stande, im Grau verschieden gefärbtes Licht zu unterscheiden. Wie darum in der Akustik die reinen Tonverhältnisse zuvörderst einer näheren Prüfung unterzogen werden mußten und der Standpunkt der gewöhnlichen Wahrnehmung, wo die Erscheinung in minder einfacher Form zu Tage trat, verlassen wurde, so werden wir auch in gleicher Weise in einer wissenschaftlichen Chromatik voranzugehen haben. Die eine oder die andere dahin gehörige Erscheinung wird mithin zunächst im homogenen Lichte zu untersuchen sein, um daraus ihr besonderes Auftreten im zusammengesetzten Lichte beurtheilen zu können. Diesen Weg werden wir in der Folge an verschiedenen Stellen auch einschlagen, namentlich wenn wir dahin gekommen sind, von dem verschiedenen Eindrucke der Farben auf unser Auge zu reden und das Verhältniß der Farben zu den Tönen in bestimmteren Worten anzugeben, als es hier geschehen konnte.

Zweier interessanter und belehrender akustischer Versuche thut Herschel gelegentlich an dem Orte Erwähnung, wo er von der Absorption des Lichtes durch farbige Mittel redet. Der eine gedachter Versuche soll uns vor Augen führen, wie verschiedene Töne bei ihrer Fortpflanzung durch das nämliche elastische Mittel nach und nach zum Verschwinden oder zur Absorption gebracht werden können. Wir denken uns zu diesem Behufe in dem Mauerwerk einer den Schall sonst völlig aufhaltenden Scheidewand zweier aneinander stoßenden Zimmer mehrere Pfeifen auf passende Weise eingefügt, welche alle einen musikalischen Ton von gegebener Höhe nicht weiter zu tragen, aber andere Töne fortzuleiten vermögen. Eine solche Pfeife wird anfänglich ein einfaches Rohr bilden, das sich in seinem weiteren Verlauf in zwei ungleiche

Arme spaltet, die sich später wieder zu einem einfachen Rohr vereinigen. Der längere dieser Arme wird also den kürzeren um eine Größe übertreffen, die der halben Wellenlänge des in Rede stehenden musikalischen Tones gleich kommt. Eine ähnliche Verrichtung denken wir uns bei der hinter den beiden ersten Zimmern liegenden Reihe von Zimmern zur Ausführung gebracht, mit dem einzigen Unterschiede, daß die Röhrensysteme, durch welche zwei aneinander stoßende Zimmer in Verbindung stehen, zur Fortleitung ebenso vieler verschiedener Töne unfähig gemacht worden sind. Läßt man nun in dem ersten Zimmer diese verschiedenen Töne zu gleicher Zeit hervorrufen, so wird in dem zweiten Zimmer ein Ton, im dritten werden zwei Töne, und in dem letzten alle Töne fehlen. Auf dem Gebiete des Schalles hätten wir demnach einen Vorgang nachgeahmt, wie solcher beim Durchgange des zusammengesetzten Lichtes durch ein absorbirendes Mittel stattfindet, das für verschieden gefärbte Strahlen eine verschiedene Kraft der Auslöschung zeigt.

Der zweite akustische Versuch entspricht dem Falle, wo ein Strahl von bestimmter Farbe durch ein Mittel geht, dabei aber eine allmählig zunehmende Auslöschung erfährt. Man nehme mehrere, z. B. vier in Einklange stehende Stimmgabeln und bringe an jeder derselben an der Außenseite einer ihrer Zinken eine Kartenscheibe von 1—2 Centimeter im Durchmesser. Diese vier Gabeln denke man sich in eine Reihe gestellt, die zweite mit der dritten und diese wieder mit der vierten dadurch in leichte Berührung gesetzt, daß an der freien Zinke ein Häkchen von feinem Drahte befestigt ist und dasselbe mit seinem gebogenen Theile an der beschreibten Zinke der andern Gabel anliegt. Die erste Gabel, welche mit ihrer Scheibe jener der zweiten Gabel gegenübersteht, werde hierauf durch Angeben eines musikalischen Tones, der mit dem der Gabel von gleicher Höhe ist und dicht vor deren Scheibe erregt wird, längere Zeit hindurch in Vibration erhalten. Die so erregten Vibrationen werden durch sämmtliche Stimmgabeln bis zur letzten fortgeführt, jedoch mit abnehmender Intensität. Man überzeugt sich davon durch den Ton, welchen man von ihnen hört, wenn man die andern Gabeln anhält, sowie durch das fühlbare Zittern, wenn man sie mit den Fingern leicht berührt.

3. Fluorescenz und Phosphorescenz durch Insolation.

Bemerkenswerthe Umänderungen des Lichtes finden bei manchen Körpern statt, insofern das von ihnen reflectirte oder durchgelassene Licht eine von der des auffallenden Lichtes verschiedene Farbe hat. Bei diesem Phänomen, welches mit dem Namen „Fluorescenz“ bezeichnet wird, gibt sich das eigenthümliche Verhalten der Körper gegen das Licht

auf eine mehr charakterisirende Weise zu erkennen, als bei den früher vorgeführten Erscheinungen. Was hier und dort gelegentlich an verschiedenen Stellen in der Dioptrik und in der absorptiven Chromatik gesagt wurde und nur als eine individuelle Ansicht, nur als eine bloße Vermuthung gelten konnte, scheint nunmehr zu einer richtigen Auffassung und zu einer klaren Erkenntniß der Sache sich gestalten zu wollen. Zugleich wird uns die Ueberzeugung, daß der zu seiner Zeit gethanene Ausspruch, daß das Licht bei allen Modificationen, die es erleiden kann, die Eigenschaft der bestimmten Brechbarkeit nicht verliere, nicht mehr allgemein gültig ist. Wenn damals jener Ausspruch in einer größern Ausdehnung vielleicht genommen wurde, als ihm in der Wirklichkeit gestattet werden konnte; so war derselbe insofern gerechtfertigt, als er den bekannten Thatsachen völlig zu entsprechen schien. In wie weit der Ausspruch beschränkt werden muß und welche Aenderungen in der Brechbarkeit des Lichtes die sogenannten fluorescirenden Körper hervorzubringen im Stande sind, darüber vermag nur das Experiment zu entscheiden. Wir schreiten jetzt zu diesen Experimenten, die wir dem Untersuchungsgeiste der englischen Physiker Herschel, Brewster und Stokes, namentlich des letzteren unter ihnen, zu verdanken haben.

Eine wässerige Lösung von schwefelsaurem Chinin, der man ein Paar Tropfen Schwefelsäure zugesetzt hat, ist klar und farblos, zeigt aber von gewissen Seiten betrachtet einen eigenthümlich bläulichen Schimmer, welchen man besonders gut wahrnimmt, wenn man die in einem Glas befindliche Flüssigkeit von oben herab ansieht, während helles Tageslicht oder noch besser directes Sonnenlicht von vorn auf die Flüssigkeit fällt. — Ein alkoholischer Auszug von Stechapfelsamen bietet ähnliche Erscheinungen dar; der Unterschied besteht nur in der Farbe: die Flüssigkeit hat eine bräunlichgelbe Färbung und zeigt einen lebhaften grünlichen Schimmer. — Ein ätherischer oder alkoholischer Auszug von Blattgrün (Chlorophyll) ist schön smaragdgrün und gibt einen rothen Schiller. Man erhält einen solchen Auszug, wenn man frische Pflanzenblätter mit Aether extrahirt oder in gelinder Wärme mit Alkohol digerirt: am besten eignen sich dazu die Blätter vom Wasserpfeffer, Epheu u. s. w. — Die gelbe Curcumatinctur zeigt einen grünen, der bräunliche Roßkastanienrindeauszug einen hellblauen, die blaue Lackmustinctur einen orangefarbigen Schiller. — Unter den festen Körpern sind der grüne Flußspath und das durch Uran gelblichgrün gefärbte Glas, welches unter dem Namen des Kanarienglases oder des Uranglases bekannt ist, diejenigen welche die in Rede stehende Lichterscheinung am merklichsten zeigen. Ein Würfel von solchem Glas liefert einen lebhaften grünen Schimmer, während beim Flußspath ein

um über die Natur des Lichtes, welches fluoresci
liefern, näheren Aufschluß zu erhalten, untersuchte Stockes
im farbigen Lichte. Er wendete deßhalb verschiedene f
oder farbige Flüssigkeiten an, die erst vor die fluorescir
und dann vor das Auge gestellt wurden. In beiden F
das Licht meistens verschiedenartig modificirt, je nachdem
Mittel so gestellt waren, daß sie das einfallende oder i
fluorescirenden Körper gegangene auffangen mußten. Lä
die Sonnenstrahlen vor ihrem Eintritt in das Urangl
blaue Lösung von schwefelsaurem Kupferoxydammoniak ge
der grüne Lichtkegel in dem Uranglas doch sichtbar, obglei
und violettes Licht auf den Glaswürfel fällt. Dagegen
jener grüne Lichtkegel, wenn man ihn durch die fragliche
betrachtet. Das Uranglas hat demnach die Eigenschaft, d
blaue Licht in grünes umzuändern. — Hält man die grün
Chlorkupfer vor die Linse, so wird der Lichtkegel im Ura
grün, während er unverändert bleibt, wenn man ihn dur
von Chlorkupfer betrachtet. Das auffallende grüne Licht
hin im Uranglas das grüne Lichtbüschel nicht hervorzul
trachtet man deßgleichen durch die grüne Lösung von Cl
grünen Lichtkegel, welcher mittelst einer Sammellinse in den
Auszug von Stechapfelsamen erzeugt worden ist; so er
eben so hell wie vorher. Gehen aber die Sonnenstrahle
Eintritt in die Linse durch die Lösung von Chlorkupfer,
Lichtkegel in der Stechapfeltinctur die Farbe der Lösung.

und farbigen Mittel. Die Resultate, welche wir bei einer Reihe darüber angestellter Versuche erhalten haben, finden sich in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Fluorescirende Flüssigkeit.	Farbiges Mittel.	Vor dem Auge.	Vor der Linse.
Roßkastanienwasser.	Chlorkupfer.	blau.	grün.
	Schwefelsaures Kupferoxydammoniak.	hellblau.	dunkelblau.
	Blaues Glas.	hellblau.	dunkelblau.
	Rothes Glas.	roth.	roth.
Schwefelsaures Chinin.	Chlorkupfer.	blau.	grün.
	Schwefelsaures Kupferoxydammoniak.	hellblau.	dunkelblau.
	Blaues Glas.	blau.	blau.
	Rothes Glas.	roth.	roth.
Curcumatinctur.	Chlorkupfer.	grün.	grünlichgelb.
	Schwefelsaures Kupferoxydammoniak.	blau.	grün.
	Blaues Glas.	blau.	grün.
	Rothes Glas.	roth.	roth.
Lösung von Blattgrün.	Chlorkupfer.	grün.	roth.
	Schwefelsaures Kupferoxydammoniak.	violet.	roth.
	Blaues Glas.	violet.	roth.
	Rothes Glas.	roth.	roth.

Aus diesen Versuchen ersehen wir, daß zwischen den Farben der gewöhnlichen Körper und denen der fluorescirenden ein wesentlicher Unterschied besteht. Die ersteren Körper zeigen nämlich nur solche Farben, welche in dem auffallenden Lichte schon enthalten waren, während die fluorescirenden Körper Farben zerstreuen können, welche dem auffallenden Lichte ganz oder theilweise fehlen. Rothes Tuch z. B. erscheint roth, mag man es durch ein rothes Glas betrachten oder die Strahlen auf dasselbe fallen lassen, welche durch jenes rothe Glas gegangen sind; schwarz erscheint aber das Tuch, wenn es durch die grüne Kupferlösung angesehen oder blos von grünen Strahlen getroffen wird. Das blaue Licht, welches durch die Lösung von schwefelsaurem Kupferoxydammoniak gegangen ist, vermag im Uranglas einen grünen Lichtkegel hervorzubringen, welchen die gesammte Lösung wieder absorbirt. Die grünen Strahlen, welche durch eine Lösung von Chlorkupfer gegangen sind, können hingegen im Uranglas den grünen Lichtschimmer nicht mehr erzeugen, obschon er, wenn er durch blaues Licht entstanden ist, durch die Lösung von Chlorkupfer gut hindurchgeht. — Vorzugsweise sind es die blauen und die violetten Strahlen, welche in fluorescirenden Körpern die eigenthümlichen Lichterscheinungen zu Stande bringen. Deßhalb

enthalten, bei den meisten Substanzen eine entschiedene Wi

Bemerkenswerthe Eigenthümlichkeiten stellen sich heraus
das prismatische Farbenspectrum durch einen fluorescir
auffängt. Das Spectrum wird gerade so erzeugt, als
Frauenhofer'schen Linien auf einem Papierschirm beobachte
die Stelle des Schirmes wird aber der fluorescirende K
Um fluorescirende Flüssigkeiten diesem Versuch zu unter
man sie in längliche Gefäße, deren vordere und hintere W
schliffenen Glasplatten bestehen. Bequem zu dergleichen
Papierstreifen, welche mit fluorescirenden Flüssigkeiten
ferner eine Platte von Uranglas. — Das auf fluorescire
aufgefangene Spectrum erweist sich aus zwei wesentlich
Theilen bestehend. Der erste oder der durch Licht von g
barkeit erzeugte Theil enthält die helleren Farben des
ihrer natürlichen Ordnung. Der zweite Theil dagegen, f
fluorescirende Körper an verschiedenen Stellen des gewöh
trums beginnend, erstreckt sich noch weit über die violette
selben hinaus und zeigt in dieser Verlängerung eine A
Linien, von denen man bei der gewöhnlichen Betrachtu
Spur wahrnehmen kann. Was die Farbe dieses Spectre
langt, welches das modificirte Spectrum heißen mag,
verschiedene fluorescirenden Substanzen eine andere und b
einen eigenthümlichen Farbengrund, auf welchem die Fr
Linien zum Vorschein kommen. — Bei der Stechapfeltin

ein bläulichweißes Licht hervor. — In einer Lösung von Blattgrün erscheint das modificirte Spectrum als ein Lichtstreifen von rother Farbe, zwischen den Frauenhofer'schen Linien B und C schon beginnend. Die schwarzen Linien haben in der Lösung von Blattgrün einen dunkelrothen Hintergrund, weßhalb sie hier nicht so gut wahrnehmbar sind, wie in den vorhin genannten Flüssigkeiten. — Ein mit Curcumatinctur bestrichenes Papier ins Spectrum gehalten, gibt ein modificirtes Spectrum von schmutziggrüner Farbe, das in der Gegend des Streifens F beginnt, auf welchem die dem ultravioletten Theile des Spectrums angehörigen schwarzen Linien mit großer Deutlichkeit sichtbar sind.

Noch mehr Aufschluß über die Natur des Phänomens bekommt man, wenn man den horizontal liegenden, durch die fluorescirenden Körper modificirten Spectralstreifen durch ein zweites horizontal gehaltenes Prisma der Analyse unterwirft. In Fig. 136 stelle AN das

Fig. 136.

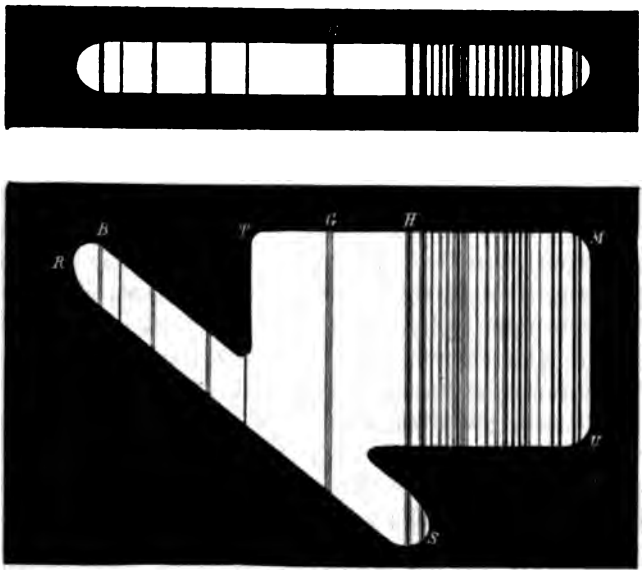


Fig. 136a.

auf Curcumapapier aufgefangene Spectrum sammt den wichtigsten der darauf sichtbaren Frauenhofer'schen Linien dar; von F bis N hat dasselbe eine schmutziggrüne Farbe. Das gewöhnliche Spectrum würde nicht über H hinausgehen und zwar würde die Färbung von F an allmählig immer dunkler werden und in der Nähe von H violet erscheinen. Durch das horizontal gehaltene Prisma betrachtet wird ein solches ge-

wöhnliche Spectrum AH als ein gewöhnliches schrägstehendes Spect
RS, wie Fig. 136a darstellt, sich zeigen, während der auf dem C
cumapapier befindliche Spectralstreifen AN auf diese Weise unter
neben dem normalen Spectrum RS noch ein zweites ganz eigenth
liches Spectrum TU liefert. In dem letzteren Spectrum liegen
prismatischen Farben in horizontaler Richtung übereinander, wo
hervorgeht, daß die grünliche Färbung, welche sich auf dem Curcu
papier da zeigt, wo die blauen, violetten und ultravioletten Stra
auffallen, eine zusammengesetzte ist, die rothe, gelbe, grüne und b
Strahlen enthält. Die Frauenhofer'schen Linien sind in dem zw
Spectrum TU recht gut wahrnehmbar, jede derselben geht aber n
wendigerweise durch alle Farben hindurch. — Das Verhältniß
farbigen Bestandtheile des zweiten abgelenkten Spectrums TU ä
sich nach dem Farbentone des durch den fluorescirenden Körper m
ficirten Spectrums AN. Bei der Chininlösung z. B. wird das L
vorherrschen, dagegen bei der Lösung von Blattgrün das Roth v
walten. Das erste abgelenkte Spectrum RS ist bei der Chininlösu
wie bei der Stechapfeltinctur äußerst schwach, während es bei Anwend
des Curcumapapiers hell ist; dieser Unterschied rührt daher, daß
solches Papier noch viel unmodificirtes Licht zerstreut, was bei d
zwei andern genannten fluorescirenden Substanzen nicht der Fall ist.

Da das zweite abgelenkte Spectrum TU jederzeit ganz oberh
des ersten abgelenkten Spectrums RS zu liegen kommt, welche fluore
cirende Substanz man auch angewendet haben mag, so folgt daraus
daß die ultravioletten neben den violetten und blauen Strahlen dur
Fluorescenz in rothe, gelbe, grüne und zum Theil in blaue Strahl
umgewandelt werden können. Eine derartige Umänderung findet ab
nicht bei den rothen, gelben und grünen Strahlen statt, welche niemals
blaue und violette übergehen: denn wenn dies der Fall wäre, so müß
ein Theil des zweiten abgelenkten Spectrums links unter RS liegen, w
nie eintritt. Wir dürfen also sagen, daß fluorescirende Körper das a
sie auffallende Licht von bestimmter Brechbarkeit in zerstreutes Licht von
geringerer Brechbarkeit umzuwandeln vermögen. — Die zuletzt beschrie
bene Beobachtungsweise gibt zugleich ein geeignetes Mittel an die Hand,
um zu untersuchen, ob ein Körper die Eigenschaft der Fluorescenz be
sitze oder nicht. Ist Ersteres der Fall, so wird, wenn man das auf
den fraglichen Körper aufgefangene Spectrum durch ein zweites Prisma
betrachtet, das abgeleitete zweite Spectrum TU mehr oder weniger
sichtbar werden, dagegen dasselbe gänzlich fehlen im andern Falle. —
Auf diese Weise hat man sich überzeugt, daß viele Gegenstände, wie
weißes Papier, weiße Federn, Muscheln, Knochen u. s. w. die Eigen-

schaft der Fluorescenz oder die Eigenschaft besitzen, eine Brechbarkeitsveränderung im einfallenden Lichte hervorzubringen.

Lichtstrahlen, welche durch eine Chininlösung gegangen sind, vermögen nicht mehr in einer zweiten Lösung desselben Körpers die Fluorescenz zu erzeugen. Die Strahlen, von denen die Erscheinung herrührt, müssen darum von der Chininlösung absorbirt worden sein. — Fängt man auf Curcumapapier ein Spectrum auf, in welchem die im ultravioletten Theile liegenden Streifen ganz deutlich erscheinen, und läßt dann die Strahlen des Spectrums durch ein mit Schwefelkohlenstoff gefülltes Gefäß gehen; so verschwindet der ultraviolette Theil des Spectrums vollständig. Der Schwefelkohlenstoff absorbirt also die ultravioletten Strahlen, während er die sichtbaren alle in gleichem Grade durchläßt. Ebenso gehen auch beim Durchgange durch Glas die unsichtbaren Strahlen zum Theil verloren, dagegen der Quarz dergleichen Strahlen in geringerem Maße absorbirt. Läßt man daher die Sonnenstrahlen durch einen Metallspiegel ins dunkle Zimmer reflectiren und wendet statt des Flintglasprismas ein Quarzprisma, ferner eine Quarzlinse statt der Glaslinse an; so wird die Verlängerung des ultravioletten Theils des Spectrums auf fluorescirenden Papieren bedeutender und lichtstärker, als wenn man den Versuch mit einem Glasprisma und einer Glaslinse anstellt. — Körper, welche vorzugsweise stark brechbare Strahlen liefern, können unter Umständen eine Menge unsichtbarer Strahlen enthalten. In dem von solchen Körpern herkommenden Lichte wird darum das Phänomen der Fluorescenz besonders auffallend sich zeigen. Leitet man durch einen Metallspiegel einen Lichtstrahl ins dunkle Zimmer, der durch blaues oder violettes Kobaltglas gegangen ist, und läßt das blaue Licht auf das mit einer fluorescirenden Substanz bestrichene Papier fallen; so wird dasselbe hell erleuchtet erscheinen. Substanzen, welche auf diese Weise dem blauen Lichte des Kobaltglases im dunklen Zimmer ausgesetzt werden, geben die geringsten Spuren von Fluorescenz zu erkennen, wenn sie einer solchen Eigenschaft theilhaftig sind. Weiße Blumen, weißes Porzellan u. s. w. erscheinen in diesem blauen Lichte blau, während grüne Blätter, grüne Wolle u. s. w. darin heller gefärbt sich zeigen, zum Beweise daß die letztgenannten Gegenstände fluorescirend, die ersteren es aber nicht sind. Betrachtet man die fluorescirenden Körper hierauf durch Gläser von verschiedenen Farben, so läßt sich beurtheilen, welche Art von Licht durch die Fluorescenz in ihnen hauptsächlich entstanden ist.

Auf die Frage, warum dem menschlichen Auge die Fähigkeit abgeht, die Lichtstrahlen wahrzunehmen, welche eine größere Brechbarkeit als

nicht mehr zu erkennen vermag, wenn dergleichen Vorg
jener bestimmten Grenzen liegen. Es wäre hiernach
Licht blos das zu nennen, was gerade das menschlich
Möglich wieder, daß einige Thiere keine unserer Farben
ihre Lichteindrücke durch Vorgänge erhalten, die sich
Grenzen zutragen. Wir scheinen hier abermals in einer
uns zu befinden, in der wir zu seiner Zeit auf dem Geb
lehre uns befunden haben. Nichts vernahm das Ohr von
ungen einer Saite, als dieselben zu langsam vor sich gi
Ton gab sich ihm erst zu erkennen, als jene Schwing
wurden und die Zahl 16 in der Secunde erreichten; imm
ihm der Ton in dem Maße die Geschwindigkeit der S
vermehrte, bis zum höchsten schrillenden Ton, auf welc
Stille eintrat. Sollten denn vielleicht auf ähnliche Ar
dazu geeigneten Medium vollbrachten Schwingungen, wen
bestimmter Brechbarkeitsgrenzen geschehen, den Eindruck
vorrufen, so daß, wenn sie an einer der gedachten Gr
sind, für das Auge die Dunkelheit verschwindet und
rothes Licht aufdämmert, das, wenn die Geschwindigkeit die
fortwährend zunimmt, immer lebhafter wird, dann ins
und alle Farbenabstufen bis zum Violetten hin durchläuf
die vorige Dunkelheit eintritt. In dieser Form mußt
sich ausprägen, auf den der Verstand von selbst geführt
er von der Hand der Analogie sich leiten ließ. Doch w
Gedanken jetzt nicht weiter verfolgen, ihn jedoch bei

dem hat man die Erscheinung eines schwachen Leuchtens bei vielen Substanzen wahrgenommen und sie im Allgemeinen mit dem Namen Phosphorescenz bezeichnet, welches auch die Ursache derselben sein mochte. Die Phosphorescenz erstorbener Pflanzen wie jene todter thierischer Theile hat ebenfalls in einem Zersetzungsprozeß ihren Grund, während die Phosphorescenz lebender Organismen ohnstreitig von anderer Natur ist. Dasselbe gilt von der Phosphorescenz einiger Substanzen, welche ohne chemische Veränderung dieselbe zeigen, wenn sie vorher den Sonnenstrahlen oder irgend einer andern Lichtquelle ausgesetzt worden sind. Man nennt dieses Phänomen die Phosphorescenz durch Insolation. Viele natürliche Substanzen vermögen durch Insolation phosphorescirend zu werden. Zu den besseren sogenannten Phosphoren oder natürlichen Leuchtsteinen gehören der Flußspath von allen Farben, namentlich grüner; Marmorsteine von verschiedenen Farben, vorzüglich die weißen; fossile Knochen und Zähne der Säugethiere; Eierschalen der Vögel, besonders die weißen. In einem hohen Grade besitzen die Eigenschaft im dunkeln zu leuchten einige künstliche Präparate wenn sie vorher dem Tageslichte ausgesetzt worden sind. Es zeichnen sich in dieser Hinsicht vor allen aus: der Bononische Leuchtstein, der Canton'sche Phosphor, der Realgarphosphor, der Antimonsphosphor.

Der Bononische Leuchtstein wird erhalten durch Glühen von Pasten von Tragantschleim und schwefelsaurem Baryt. Seine phosphorescirende Eigenschaft nimmt mit der Länge der Zeit merklich ab und kann gänzlich verschwinden, wenn das Präparat nicht sorgfältig gegen die Luft geschützt wird. Zwischen Baumwolle in einem hölzernen Schächtelchen aufbewahrt, behält er seine Wirksamkeit lange Zeit hindurch. Der Bononische Phosphor leuchtet mit einem lebhaften röthlichen Lichte, das allmählig abnimmt und mit einem schwachen weißlichen Lichte endigt. — Der Canton'sche Phosphor wird bereitet, wenn man gereinigte und geglühte Austerschalen mit Schwefelpulver gemischt in einem wohlverschlossenen Tiegel einige Zeit lang glüht. Das Präparat leuchtet mit hellgelbem oder rosenrothem Lichte. — Den Realgarphosphor gewinnt man, wenn man den untern Theil eines Tiegels mit feingepulvertem Realgar bestreut, darauf eine calcinirte Austerschale legt, dieselbe wieder mit Realgarpulver bestreut, dann eine zweite Austerschale hineinlegt und auf solche Weise den Tiegel damit anfüllt; zuletzt das Ganze eine Stunde lang der Rothglühhitze aussetzt. Dieser Phosphor leuchtet mit blauem Lichte. — Die Bereitung des Antimonphosphors geschieht wie beim Realgarphosphor, durch Behandlung calcinirter Austerschalen mit feingepulvertem Schwefelantimon. Das Präparat leuchtet mit weißgrünem Lichte.

vor, während die Bestrahlung durch rothe oder gelbe Stra
schwaches, öfters gar kein Leuchten bewirkt. Auf dieselbe e
Weise verhält sich das durch blaues und violettes oder gelb
Glas gegangene Licht. Allein auch die blauen und violet
erzeugen kein so lebhaftes Leuchten wie die ultravioletten. –
steht in keiner Beziehung zu der Farbe des Lichtes, mit
Leuchtstein zum Phosphoresciren gebracht wurde; denn de
Strahlen insolirte Diamant oder Canton'sche Phosphor leuch
gewöhnlichen Lichte. — Was die Dauer des Leuchtens an
dieselbe bei den verschiedenen Phosphoren eine verschiede
meisten glänzenden unter ihnen leuchten höchstens 30 bis
lang, während die mit einem ruhigen Lichte phosphoresci
60 Minuten zu leuchten fortfahren.

Daß eine gewisse Aehnlichkeit zwischen dem Phänome
phorescenz durch Insolation und dem der Fluorescenz bes
nicht verkennen. Die Fluorescenz ist vielleicht nichts an
starke Phosphorescenz, welche sich schon während der Ins
mit derselben zugleich aber verschwindet; und die Phosph
eine schwache Fluorescenz, die noch einige Zeit nach dem
Insolation fortdauert und nur im Dunkeln wahrgenom
kann. — Ueber die Ursache des einen wie des andern Ph
sich jedoch bis jetzt nichts. Bestimmtes aussagen. Man k
stellen, wie Phosphore bei der Insolation einen Theil des
Lichtes absorbiren können, den sie im Dunkeln wieder a
aber gut denken, wie fluorescirende Substanzen durch A

klingen einer in Schwingung versetzten Saite verglichen werden, insoweit das in den Körpern in Schwingung versetzte Medium auch nach Entfernung der erregenden Ursache noch einige Zeit zu oscilliren fortfährt.

4. Chemische Wirkungen des Lichtes.

Das Licht vermittelt nicht blos das Sichtbarwerden der Dinge, sondern es vermag auch bemerkenswerthe chemische Wirkungen hervorzubringen, greift vielfach in das organische Leben ein und übt so in anderer Beziehung einen mächtigen Einfluß auf den gesammten Haushalt der Natur aus. Schon im gewöhnlichen Leben haben wir häufig Gelegenheit, diesen Einfluß des Lichtes wahrzunehmen. An Menschen, die sich viel im Sonnenlichte bewegen, zeigt sich eine erfreuliche Lebensfrische, die denjenigen ganz und gar abgeht, welche ihre Tage im Finstern zuzubringen genöthigt sind. Rothe und feste Muskeln sehen wir an den im Lichte lebenden Thieren, während wir bleiche und schlaffe Muskeln an solchen Thieren wahrnehmen, die lange in dunkeln Räumen eingeschlossen gewesen sind. Die Tagvögel, welche in der Fülle des Lichtes sich aufhalten, prangen in den schönsten Farben, während das Gefieder der lichtscheuen Nachtvögel unansehnliche Farben darbietet.

Unter der Einwirkung des Lichtes erhält das Grün der Blätter eine kräftigere und lebhaftere Färbung, entwickeln die Blumen im Sommer bunte und mannigfaltige Farben. Unter dem Einflusse des Lichtes werden die Pflanzen schmackhafter und nährender, wie wir es an den Früchten der Obstbäume sehen; schon die Thiere verschmähen die im Schatten gewachsenen Pflanzen, während sie die im Sonnenlichte gewachsenen gern zur Nahrung nehmen. Pflanzen, die an dunkeln Orten gezogen werden, strecken ihre Zweige nach dem Lichte aus und haben ein verkümmertes Ansehen im Vergleich zu denen, welche im Freien fortgekommen und von oben herab vom Lichte bestrahlt worden sind.

Unter dem Einflusse des Tageslichtes zerlegen die Pflanzen die Kohlensäure der Luft und eignen sich den Kohlenstoff an, während der zum Athmungsprocesse der Menschen und der Thiere nothwendige Sauerstoff in die Atmosphäre ausgehaucht wird. Bringt man frische Blätter unter eine mit kohlensäurehaltigem Wasser gefüllte Glasglocke, so entwickeln sich an den Blättern zahlreiche Gasblasen, die in den obern Theil der Glocke steigen und sich als Sauerstoffgas zu erkennen geben. Die Gasentwickelung hat im Dunklen nicht statt und hört auf, sobald dem Wasser die freie Kohlensäure entzogen worden ist. — Bekannt ist die entfärbende Wirkung, welche das Licht auf die meisten vegetabilischen Stoffe äußert, indem es die Vereinigung des Sauerstoffs

das Chlor entweicht und das Silber reducirt wird. — Salpeterſäure zerſetzt ſich im Lichte in Sauerſtoffgas u Säure. — Chlorgas kann durch den Einfluß des Lichtes zerlegen, nämlich ſich mit deſſen Waſſerſtoff verbinden und ſtoff in Freiheit ſetzen. — Setzt man ſtarren Phosphorw feuchten Zuſtande dem Sonnenlichte aus, ſo zerſetzt er ſi nach; es wird Waſſerſtoff frei und Phosphor oxydirt ſich.

Fälle, in denen eine verbindungsbefördernde Wirkun ſich nachweiſen läßt, ſind die zwei nachſtehenden. Im L binden ſich Chlorgas und Waſſerſtoffgas nicht miteinander; den Sonnenſtrahlen der Zutritt geſtattet wird, erfolgt die unter Exploſion. Das braune Schwefelblei verwandelt ſich und Sonnenlichte ausgeſetzt in ſchwefelſaures Bleioxyd, weiße Farbe hat. — Ein des ſchnellen Verlaufes halber Beiſpiel über die die vegetabiliſchen Farben vernichtende L Lichtes liefert die aus Kirſch- und Fliederblättern mit Spir grüne Tinktur, wenn man ſie in die Sonne ſtellt. Sie ve halb zwanzig Minuten ihre Farbe, die ſie auf einer du lange unverändert behält. — Ein zweites Beiſpiel von de Einfluß des Lichtes an den Dingen hervorgerufenen Farben wir an einem Stück Papier, auf welches mit einer ſtark Auflöſung ſalpeterſauren Silbers geſchrieben worden iſt. gewordenen Buchſtaben ſind vollkommen unſichtbar; ſetzt m Papier den Sonnenſtrahlen aus, ſo erhalten die Buchſtabe braune Farbe, die nachher ſchwarz wird.

gegen das rothe Ende hin. Die Aehnlichkeit zwischen den chemischen Wirkungen des Lichtes und der Fluorescenz ist nicht zu verkennen, da in beiden Fällen die brechbareren Strahlen als die wirksameren sich herausstellen und die Wirkung noch über die violette Grenze sich erstreckt und daselbst am stärksten hervortritt.

Herschel brachte geschwärztes Chlorsilber ins Roth und stellte dadurch seine Farbe beinahe wieder her. Noch besser gelang ihm dies, als er das geschwärzte Chlorsilber in die unsichtbaren Strahlen außerhalb des rothen Endes brachte. Wir können daraus entnehmen, daß es im prismatischen Sonnenbilde gleichsam zweierlei Arten von unsichtbaren Strahlen gebe, die einen außerhalb des rothen Endes liegenden, die ultrarothen, welche die Oxydation, die andern jenseits des violetten Endes befindlichen, welche die Desoxydation befördern. — Seebeck wiederholte den Versuch mit Chlorsilber und fand, daß dessen Farbe sich mit dem Antheil des Spectrums änderte, in welchen es ausgesetzt wurde. Außerhalb und in dem Violet war das Chlorsilber röthlichbraun, im Blau war es bläulich, im Gelb weiß mit einem schwachen Striche ins Gelbe, in und außer dem Roth war es roth. Bei einem Prisma aus Flintglas war das Chlorsilber außerhalb der Grenzen des Spectrums entschieden gefärbt. — Seebeck und Lady Sommerville ließen das weiße Licht durch gefärbte Gläser und verschiedene andere Medien gehen, ehe es zu dem Chlorsilber gelangte. Sie fanden so, daß die Erscheinungen noch auf dieselbe Art wie vorhin erfolgten, wenn der Durchgang durch blaues, violettes und weißes Glas und Steinsalz stattfand, daß dagegen nur eine äußerst schwache oder gar keine Wirkung sich zeigte, wenn das Licht durch grünes und dunkelrothes Glas, grünen Glimmer und gelben Beryll gegangen war. Diese Erscheinung stimmt wieder genau mit dem überein, was wir bei der Fluorescenz gesehen haben, insofern die unsichtbaren Strahlen von manchen Stoffen sehr leicht, von andern dagegen minder leicht durchgelassen werden.

Herschel, Seebeck und andere Physiker haben auch Untersuchungen über das Wärmevermögen des Sonnenspectrums angestellt. Sie brachten zu diesem Behufe verschiedene sehr empfindliche Thermometer in die verschiedenfarbigen Räume des Farbenbildes und beobachteten bis zu welchem Grade sich der Thermometerstand in jedem dieser Räume über den in der umgebenden Luft erhöhte. Aus dergleichen Versuchen ergab sich, daß das Wärmevermögen von dem äußersten violetten nach dem äußersten rothen Ende stufenweise zunimmt und noch etwas über das äußerste Roth hinaus außerhalb des ganzen sichtbaren Theiles des Spectrums geht. Wir sind daher zu dem Schlusse veranlaßt, das Wärmevermögen nicht bloß den Strahlen, welche in uns die Empfindung

sich das Maximum der Wärme im vollen Roth; bei ein
aus Flintglas fällt die größte Wärme jenseit des Roth.

Die verschiedenen in einem Sonnenstrahl enthaltene
die lediglich vermöge ihrer verschiedenen Brechbarkeit durch
von einander gesondert werden, besitzen in sehr ungleichem
Vermögen, Gesichtsempfindungen, Wärmeerscheinungen u
Wirkungen hervorzurufen. Ob diese drei Vermögen dr
Gattungen von Strahlen ausschließlich inhärirend sind un
bloß eine einzige Art von Wirkung hervorzubringen verm
können wir nicht entscheiden. Wenn dem so wäre, so hät
besondere Arten von Strahlen, nämlich chemische, erle
wärmende, und drei übereinander fallende Spectra, nämli
sches Spectrum, ein Lichtspectrum und ein Wärmespectrum.
sich auch vorstellen, daß alle Strahlen, welche die Gesichts
die Wärmeerscheinung und die chemische Wirkung erzeugen, g
Lichtstrahlen sind, die eine ungleiche Brechbarkeit besitzen
ungleiche Modificationen durch die Körper erfahren.
Strahlen würden demnach denselben Effect hervorbringen
durch Intensitätsverhältnisse unterscheiden. Gleichwie mit
der Brechbarkeit die Farbe sich ändert, so wird sich auch
vermögen und das chemische Vermögen in der Ausdehnun
trums mit der Brechbarkeit sich ändern: für beide Kräf
aber nach verschiedenen Gesetzen erfolgen. Das Minimum
vermögens wird nämlich am violetten Ende des Spectrum

bemerkt worden, die Sinnesempfindung nur innerhalb bestimmter Grenzen für den Menschen Gültigkeit behält.

Von hohem Interesse sind die Resultate, zu denen Moser durch seine Versuche über die Lichtwirkung auf Silberjodid gekommen ist. Zuvörderst fand er, daß die Strahlen jeder Brechbarkeit auf das Jodsilber ganz gleich wirken: der Unterschied besteht nur darin, daß eine und dieselbe Wirkung verschiedene Zeiten braucht, damit sie von den verschiedenen farbigen Strahlen hervorgebracht werde. Dann hat er erfahren, daß durch farbige Gläser aller Art eine Wirkung auf das Silberjodid angefangen und bis zur Schwärzung fortgeführt werden kann; nur bedarf man bei den rothen und gelben einer längern Zeit dazu, als bei den blauen und violetten. — Ferner fand er, daß sich die blauen Strahlen bei dem unsichtbaren Lichte wie die rothen bei dem sichtbaren verhalten hinsichtlich der Eigenschaft eine angefangene Wirkung weiter fortführen zu können. — Endlich hat er erfahren, daß allen Strahlen die Eigenschaft zukommt, das geschwärzte Silberjodid wiederum in farbiges zu verwandeln; zwischen den verschiedenen Farben besteht der Unterschied wieder nur darin, daß sie dazu einer verschiedenen Zeit bedürfen. — Einige hierher gehörige Versuche sind nachstehende. Eine jodirte Silberplatte wurde in die Sonne gelegt, bis sie geschwärzt worden. Hierauf wurde sie zur Hälfte vor der Sonnenwirkung geschützt und liegen gelassen; schon nach wenigen Minuten sah man, daß die unbedeckte Hälfte auffallend heller geworden als die bedeckte. Diese Entfärbung dauert einige Zeit bis am Ende die vorher schwarze Platte grünlichgelb wird. Daraus ergibt sich, daß das Sonnenlicht ununterbrochen auf gelbes Silberjodid wirkend dasselbe erst schwärzt und dann wieder in farbiges Jodid verwandelt. — Wenn man eine jodirte Silberplatte gehörige Zeit der Lichtwirkung in einer Camera obscura aussetzt, so erhält man ein Bild, in welchem die dunkeln Parthien den hellen Parthien des Gegenstandes und umgekehrt entsprechen, indem an den Stellen, wo das Licht nicht wirkte, das Jodsilber seine ursprüngliche gelbe Farbe behält. Diese Art von Bildern ist man übereingekommen negative zu nennen. — Eine jodirte Silberplatte wurde in der Sonne geschwärzt, bis die Schwärzung nicht mehr zunahm, hierauf in eine Camera obscura gebracht, die auf einen Gegenstand gerichtet war. Nach Verlauf von mehreren Stunden wurde die Platte herausgenommen, die dann ein sogenanntes positives Bild zeigte, d. h. ein solches wo die hellen Parthien des Gegenstandes hell, die dunkeln dunkel erschienen. — Eine gelb jodirte Silberplatte wurde während zweier Monate dem Tageslichte und so oft es anging dem directen Sonnen-

war. Aus dieſem Verſuche ergibt ſich das bemerkenswer
daß auch die dauerndſte Wirkung des Lichtes nur die äußer
des Silberjodids afficire.

Nicht minder von Intereſſe ſind die eigenthümlichen Ve
welche das Licht überhaupt auf der Oberfläche der Kö
Die fraglichen Erſcheinungen, die ebenfalls Moſer wieder
ſucht hat, laſſen ſich beſonders leicht wahrnehmen an Kör
polirten Oberflächen, wie Silber, Kupfer, Glas, Elfen
Legt man z. B. auf einen derartigen polirten Körper irger
geſchnittenen Schirm und läßt die Sonne mehrere Stu
wirken, nimmt dann den Schirm weg und behaucht den
ſchlagen ſich an den Stellen, welche von der Sonne bele
die Waſſerdünſte in größerer Menge nieder als an den and
ſich das Bild des Schirmes deutlich erkennen läßt. — Wi
den nämlichen Verſuch mit einer Silberplatte, mit dem
daß man dieſelbe den Queckſilberdämpfen ausſetzt, ohne ſ
haucht zu haben: ſo findet man, daß die Queckſilberdän
leiſten wie die Waſſerdämpfe, nur vollkommener und dau
man bekommt ein deutliches Abbild des früher darauf gelegt
Daſſelbe erfolgt mit der Anwendung von Dämpfen v
Chlor, welche ſich mit dem Silber verbinden, während die
dämpfe nur an der Platte adhäriren. — Es iſt nicht nöt
Schirm mit dem Körper in Berührung komme: denn h
einen polirten Körper oder ſelbſt unpolirten, wie mattes
ringer Entfernung davon irgend einen ausgeſchnittenen Sch

macht, Queckſilberdämpfe zu condenſiren und auf dieſe Weiſe Bilder zur Erſcheinung zu bringen. Daguerre's Entdeckung iſt eigentlich nur ein ſpecieller Fall einer allgemeinen Wirkung des Lichtes, in Folge derer die Oberfläche der Körper Aenderungen erleidet, die für uns nicht gleich bemerkbar ſind, aber durch alle Dämpfe, welche überhaupt an ihr adhäriren oder mit denen ſie eine chemiſche Verbindung eingeht, nachgewieſen werden können.

Anderweitige von Moſer angeſtellte Verſuche lieferten das bemerkenswerthe Reſultat, daß ohne Einwirkung alles fremden Lichtes ſchon die bloße Berührung genügt, um ein ſolches Abbilden der Körper auf einander zu bewerkſtelligen. Auf eine jodirte Silberplatte wurde des Nachts eine gravirte Metallplatte, ein Hornring u. ſ. w. gelegt und die Platte dann in Queckſilberdämpfe gebracht: es entſtand ein deutliches Bild der Buchſtaben der Metallplatte, des Ringes u. ſ. w. Mit Papier, Glimmer, Gyps, Kork gelangen dieſe Verſuche ebenfalls; ſelbſt ſchwarzer Sammt und Lampenruß ließen ſich abbilden. In Folge einer bloßen Berührung erlangen die berührten Stellen einer Fläche die Eigenſchaft Dämpfe anders zu verdichten, als es an den unberührten Stellen geſchieht. — Doch auch hier war wieder die Berührung nicht einmal erforderlich, um die Abbilder zu erzeugen; dieſelben erſchienen ſchon, wenn die Körper hinreichend einander genähert wurden. Auf eine mit vielen gravirten Figuren verſehene Achatplatte wurden ſchmale Glimmerſtreifen gelegt und auf dieſe die Silberplatte, ſo daß die Entfernung zwiſchen den beiden Oberflächen 1/2 Millimeter betrug. Als nach einigen Stunden die Silberplatte in die Queckſilberdämpfe gebracht wurde, zeigte ſich ein deutliches Bild der auf der Achatplatte befindlichen Figuren. — Dieſes Vermögen der Körper ſich aufeinander abzubilden bei gänzlichem Ausgeſchloſſenſein alles fremden Lichtes veranlaßte Moſer zu der Anſicht, jeden Körper gewiſſermaßen für einen ſelbſtleuchtenden zu erklären. Dieſe Eigenſchaft wird durch fremdes Licht nicht erſt erregt, wie z. B. bei der Phosphorescenz: denn es machte keinen Unterſchied, ob die Körper längere Zeit im Dunklen erhalten wurden, oder ob ſie vor dem Verſuch einige Zeit in der Sonne gelegen hatten. Nachdem die Achatplatte viele Tage dem Licht entzogen worden, legte Moſer ſie zur Hälfte wohlbedeckt in die freie Sonne. Als ſie nachher ſich auf der Silberplatte abgebildet hatte, wurde kein Unterſchied zum Vortheil der beleuchteten Hälfte bemerkt. Wo für unſere Netzhaut Finſterniß iſt, kann demohngeachtet eine bedeutende Lichtſtrahlung ſtattfinden, für unſer Auge freilich nicht wahrnehmbar, wohl aber auf anderen empfindlichen Subſtanzen. — Die Kraft des Selbſtleuchtens ſcheint den verſchiedenen Körpern in verſchiedenem Grade beizuwohnen

in bedeutend geringerem Maße hervorbringen können.

Nach Waidele lassen sich die eben besprochenen (
sämmtlich auf die Gesetze der Absorption der Gase zurü
ist nämlich bekannt, daß alle festen und flüssigen Körper
sorbiren vermögen, so daß man dergleichen Körper in ihrem
Zustande von einer verdichteten Gasschichte umgeben be
Geringe Verschiedenheiten an der Oberfläche der Körper
schiedenheiten in der Dichte dieser Gasschichten bewirken. U
Unterschiede auf einer polirten Silberplatte zu veranlassen,
die bloße Bestrahlung des Sonnenlichtes; diese geringen
sind zwar für das Auge nicht bemerkbar, werden aber durc
sirung der Dämpfe zur Wahrnehmung gebracht. Empfind
Licht ist die jodirte Silberplatte: wenn darum eine solche
Camera obscura das Bild eines Gegenstandes auffängt,
Stelle eine von der Intensität der dahin gelangenden
entsprechende Veränderung erleiden, oder mit andern Wo
daselbst um so mehr Silber ausgeschieden werden, je
Strahlen wirkten. Genau wie die durch das Licht herbeig
setzungen des Jodsilbers werden sich dann auch die Verb
Quecksilberdämpfe auf derselben verhalten: und in der T
Mikroskop auf dem Daguerreotypbilde die kleinen Kügeld
beramalgam an den hellsten Stellen in größter Menge, a
hellen in geringerer Zahl und gänzlich verschwindend an
Parthien. Auch wird die Wirkung des Lichtes auf eine j
welche die gehörige Zeit in der Camera obscura gewesen.

an solchen, wo völlige Reinheit vorhanden ist: es ist dies der Grund, warum das Reinigen der Platten, auf denen Lichtbilder erzeugt werden sollen, von so großer Wichtigkeit ist. — Eine derartige Verschiedenheit hinsichtlich des Zustandes von Reinheit an den Oberflächen der Körper dürfte im Allgemeinen auch in den Fällen vorkommen, wo ein Stempel auf eine Platte gesetzt wird. An den Berührungsstellen geht gewissermaßen ein Austausch der Gasatmosphären vor sich, in Folge dessen an manchen Stellen je nach den Umständen mehr oder weniger Gase verdichtet worden sind als an anderen, eine Verschiedenheit, welche durch nachherige Condensirung von Dämpfen sich zu erkennen gibt. — Wir wollen noch einige andere Versuche anführen, durch welche Waidele diese Erklärungsweise begründete. Eine frisch polirte Silberplatte wurde zur einen Hälfte mit frisch ausgeglühtem Kohlenpulver, zur andern Hälfte mit solchem Kohlenpulver bestreut, das von mancherlei Gasen bereits durchdrungen war. Nach einigen Minuten wurde alles Kohlenpulver durch reine Baumwolle von der Silberplatte entfernt und letztere dann behaucht. Da wo das frische Pulver gelegen hatte, zeigte sich eine bläuliche, auf der andern Hälfte eine bräunliche Färbung. Das frisch ausgeglühte Kohlenpulver hatte in Folge seines großen Vermögens, Dämpfe und Gase in sich zu verdichten, der Silberplatte ihre Gasatmosphäre entzogen; an diesen befreiten Stellen mußten demnach die Wasserdämpfe des Hauches sich reichlicher condensiren als an den bereits mit Gasen bedeckten Stellen der Platte, denen das gashaltige Kohlenpulver solche eher zuführte als entzog. Den Queckſilberdämpfen ausgesetzt schlugen sich dieselben nur auf der Hälfte der Platte nieder, wo das frisch ausgeglühte Kohlenpulver gelegen hatte und machten so gleichfalls die Verschiedenheiten in der Gasatmosphäre der Platte sichtbar. Ein Stahlstempel, welcher längere Zeit im gashaltigen Kohlenpulver gelegen hatte, zeigte sein Bild auf der mit frisch geglühtem Tripel geputzten Platte, wenn sie nach einer Berührung von 10 Minuten den Queckſilberdämpfen ausgesetzt wurde. Die Dämpfe schlugen sich vorzugsweise da nieder, wo Platte und Stempel nicht unmittelbar einander berührten, weil sich hier die Platte minder rasch mit einer Gasatmosphäre bedecken konnte als dort, wo sie mit der gashaltigen Atmosphäre des Stempels in Berührung kam. Wurde dagegen ein mit frisch geglühtem Tripel abgeriebener Stempel auf eine mit einer Gasatmosphäre versehene Platte aufgesetzt, so sah man nach Wegnahme des Stempels die Queckſilberdämpfe nunmehr da condensirt, wo der Stempel und die Platte in Berührung waren. — Ein reiner Stempel prägt einer reinen Platte nie sein Bild auf; dasselbe ereignet sich, wenn Platte und Stempel in gashaltigem Kohlenpulver gelegen haben.

Sonne. Es wird ein negatives Bild entstehen, welches
Zeit verschwindet und einem positiven Platz macht. In
blicke, wo es verschwunden, setze man die Platte den Queck
aus; man wird das nämliche positive Bild erhalten wie b
Wirkung des Lichtes. Es wirken also hier Licht und Que
auf einerlei Art. — Wie gesagt liefern die Quecksilberd
ein richtiges positives Bild: bei fortgesetzter Wirkung ve
dasselbe in ein negatives, wobei die Platte vorher ein ge
gewinnt. Die Dämpfe legen sich nämlich zuerst auf die hel
bei fortdauernder Wirkung gehen sie von diesen Stellen
gelbe Silberjodid kommt wieder zum Vorschein: bei eine
gehenden Wirkung der Dämpfe wird das gelbe Silberjod
und die hellen Parthien erscheinen schwarz, obschon alle
wirkung ausgeschlossen worden ist: die Quecksilberdämpfe
wie das Licht das Silberjodid zu schwärzen. — Man lass
Stellen einer Silberplatte Joddämpfe kurze Zeit wirken
keine Färbung des Silbers zu erzeugen vermögen. Bring
die Platte in Quecksilberdämpfe, so lagert sich dasselbe
Stellen, die vorher von den Joddämpfen getroffen worde
Joddämpfe wirken demnach in ähnlicher Art auf das S
Licht. Das Jodsilber wird, wie oben schon gesagt, nicht bl
sondern es wird auch nach und nach gelb, grün, roth,
In derselben Art wirken auch die Joddämpfe auf das
Jodsilber, wenn man von geringen Farbenunterschieden
Man lege auf irgend einen polirten Körper einen beliebig
nen Papierschirm, behauche alsdann die Platte; nach Sinn

form fände eine Lichtausscheidung statt, wie bei der Dampfbildung eine Lichtbildung einträte. Das latente Licht sei übrigens ein Licht wie jedes andere, indem da wo es wirksam gewesen ist, die Dämpfe sich in ähnlicher Weise niederschlagen wie in den Fällen, wo eine gewöhnliche Lichtwirkung stattgefunden hat. — Die durch Condensiren von Dämpfen hervorgebrachten Lichtwirkungen lassen sich jedoch eben so einfach als die durch Berührung von Körpern hervorgerufenen Lichterscheinungen auf die Gesetze der Absorption der Gase zurückführen, wie Waidele gezeigt hat, so daß wir der Annahme eines latenten Lichtes nicht bedürfen, um die durch den bloßen Niederschlag entstandenen Bilder zu erklären. In der That vergegenwärtigen wir uns den letzten der oben erwähnten Versuche, wo nach Moser durch das erste Behauchen die Wirkung des Lichtes und durch das zweite Behauchen die Wirkung der Quecksilberdämpfe nachgeahmt worden wäre; so müssen wir es sehr bemerkenswerth finden, daß diese Versuche auf einer mit vieler Sorgfalt gereinigten Platte nie vollkommen gelingen, während sie am schönsten auf einer Platte sich darstellen, welche vorher mit einer Atmosphäre von Kohlensäure bedeckt wurde. Dies allein muß schon auf die Vermuthung führen, daß die alle Körper bedeckende unsichtbare Gasatmosphäre bei den eben erwähnten Erscheinungen von wesentlichem Einfluß ist.

Durch vielfältige Versuche ist nun nachgewiesen worden, daß der Wasserdampf aus den Körpern, welche die Gase in großer Menge absorbiren, wie z. B. Kohle, den größten Theil der absorbirten Gase verdrängt. Dasselbe geschieht bei dem in Rede stehenden Versuche. Bei dem ersten Behauchen verdrängt nämlich der Wasserdampf an den Stellen, wo er die Platte treffen konnte, den größten Theil der absorbirten Gase und nimmt deren Platz ein. Bei dem zweiten Behauchen trifft der Wasserdampf einerseits Stellen, die mit einer dichten Gasatmosphäre bedeckt sind, anderseits aber Stellen, an denen Wasserdampf in Verbindung mit einer geringen Menge absorbirter Gase abgelagert ist. Dergleichen verschiedenartige Zustände hinsichtlich der Gasatmosphären der Platte bewirken eine Modification in der Condensirung der Dämpfe, da der Wasserdampf durch schnelle Abkühlung plötzlich condensirt wird. Wenn man aber anstatt des zweiten Behauchens die Platte Wasserdämpfen von geringer Spannung längere Zeit aussetzt, so wird die Wirkung des ersten Behauchens nach und nach ausgeglichen; auch kann man durch das stärkste Anhauchen dann keine Spur von einem Bilde mehr erblicken.

Daß die Absorption der Gase bei den fraglichen Erscheinungen von wesentlichem Einfluß ist und Aenderungen in den gaserfüllten

Atmosphären gar mancherlei Wirkungen zur Folge haben, werden nachstehende Versuche zeigen: Man bedecke die eine Hälfte einer vollkommen reinen Platte mit einer Atmosphäre irgend eines Gases und setze hierauf die ganze Platte der gleichförmigen Einwirkung der Joddämpfe aus; der reine Theil der Platte wird sich viel stärker mit Jodsilber überziehen, als der mit einer Atmosphäre bedeckte Theil. — Man nehme zwei gleich sorgfältig präparirte Platten, bedecke die eine mit einer Atmosphäre von Kohlensäure, lasse aber die andere ganz rein; hierauf jodire man beide Platten bis zu einer gleichmäßigen goldgelben Farbe und setze bei einer gleichförmigen Beleuchtung die eine wie die andere in der Camera obscura der Wirkung des Lichtes aus. Die beiden Platten werden ungleiche Zeiten erfordern, wenn sie beide ein gleich kräftiges Bild geben sollen; z. B. 10 Minuten für die reine Platte und 21 Minuten für die mit der Atmosphäre von Kohlensäure bedeckte. — Der Einfluß der absorbirten Gase gibt sich desgleichen bei der Operation des Queckſilbers zu erkennen. Denn die Bilder, welche die mit Gasarten bedeckten Platten in dem Queckſilberkasten liefern, stehen den Bildern bedeutend nach, welche man mit reinen Platten erhält, da bei den letztern der Queckſilberdampf kräftiger einwirken kann. — Wenn man einen Tropfen reinen Wassers, welcher an einem Glasstäbchen hängt, über eine von einer Gasatmosphäre eingehüllte Platte in verschiedenen Zügen herumführt, so wird die Atmosphäre der Platte zum großen Theil von dem Wassertropfen absorbirt: beim Anhauchen der Platte wird die Bahn des Wassertropfens sichtbar werden.

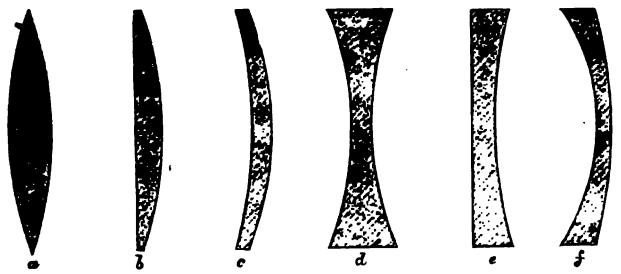
VI. Von den Linsengläsern.

1. Entstehung optischer Bilder durch Linsen.

Bei dem Uebergange des Lichtes aus einem durchsichtigen Körper in einen zweiten von krummen Flächen begrenzten gilt das nämliche Brechungsgesetz wie bei von ebenen Flächen begrenzten Mitteln, wenn man unter Einfallsloth bei krummen Flächen deren Normale an der Stelle versteht, wo der fragliche Lichtstrahl auffällt. Wir werden jedoch die Brechung, wie dies auch früher bei der Zurückstrahlung geschehen ist, bloß an solchen krummen Flächen ausführlicher betrachten, welche von zwei Kugelsegmenten oder von einem Kugelsegmente und einer ebenen Fläche begrenzt werden. Man nennt dergleichen durchsichtige Körper mit kugelförmigen Begrenzungsflächen Linsen. In der Regel verfertigt man die Linsen nur aus Glas und verwendet sie mit großem Nutzen fast in allen optischen Werkzeugen. Man unterscheidet zwei Gattungen von Linsen, nämlich Convexlinsen oder Sammellinsen,

Concavlinsen oder Zerstreuungslinsen: erstere sind in ihrer
: dicker als an ihrem Rande, dagegen sind letztere in ihrer Mitte
er als an ihrem Rande. Jede dieser zwei Gattungen von Linsen

Fig. 137.



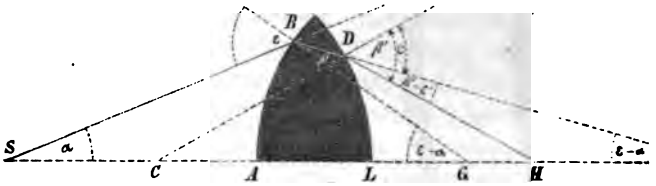
ft wieder drei verschiedene Formen in sich, deren Durchschnitte in
137 a — f dargestellt sind, nämlich: a) die doppelconvexe Linse
beiderseits erhabenen Flächen; b) die planconvexe, deren eine
: erhaben, die andere eben ist; c) die concavconvexe oder der
iskus mit einer erhabenen und einer hohlen Fläche, dergestalt
ie erhabene Fläche mehr gekrümmt ist als die hohle; d) die con-
oncave mit zwei hohlen Flächen; e) die planconcave mit einer
ı und einer ebenen Fläche; f) die convexconcave mit einer er-
en und einer hohlen Fläche, dergestalt daß die erstere weniger ge-
nt ist als die letztere.

Die gerade Linie, welche durch die Krümmungsmittelpunkte beider
flächen geht, oder wenn eine Fläche eben ist, auf derselben senk-
steht und den Krümmungsmittelpunkt der andern Fläche in sich
ft, heißt die Achse der Linse. — In jeder Linse gibt es, wie
gezeigt werden soll, einen bestimmten Punkt, welcher die Eigenschaft
aß jeder durch ihn gehende Strahl als ungebrochen zu betrachten
eil der dazu gehörige einfallende und austretende Strahl genau
el sind; gedachter Punkt heißt der optische Mittelpunkt der
— Geht die Achse zugleich durch den optischen Mittelpunkt, so
die Linse centrirt. Die richtige Centrirung darf keiner guten
fehlen. Ein sicheres Kennzeichnen dieser Eigenschaft ist, daß die
ıstände, welche man durch die Linse betrachtet, nicht im mindesten
scheinbare Lage verändern, wenn man die Linse in einem kreis-
gen Lager umdreht. — Die Vorderfläche der Linse nennt man
ige, bei welcher das Licht einfällt, während die andere, bei welcher
ustritt, die Hinterfläche heißt. Bei dem Gebrauche werden die

Ränder der Linsen und ein Theil ihrer Oberfläche mit undur
kreisförmigen Ringen bedeckt, die man Blendungen oder Di
men nennt. Die Lichtstrahlen fallen alsdann nur noch auf
leren Theil der Oberfläche, welcher unbedeckt geblieben ist
Oeffnung oder Apertur des Glases genannt wird.

Es sei nun S (Fig. 138) ein leuchtender Punkt in der A
doppelt convexen Linse; G und C seien die Krümmungsmi

Fig. 138.



ihrer beiden Flächen. Der in der Achse der Linse liegende St
welcher die Vorderfläche der Linse in A trifft, tritt ungebroche
selbe ein und geht an der Hinterfläche bei L ungebrochen aus
heraus, weil seine Richtung den Berührungsebenen der Lin
in A und L normal begegnet. Jeder andere von A zur Linse
Lichtstrahl SB erleidet aber eine Ablenkung, und zwar zuerst
Einfallsloth BG nach der Richtung BF, dann in dem Punkt
der letztere Strahl die Hinterfläche der Linse trifft, vom Ein
DC weg nach der Richtung DH. Um für die Vereinigungs
des Strahles SB nach seiner zweimaligen Brechung in der
dem in der Achse liegenden SA einen analytischen Ausdruck zu
führen wir folgende Bezeichnungen ein:

a = SA die Entfernung des leuchtenden Punktes von der Lin
r = GA der Krümmungshalbmesser der Vorderfläche;
r′ = CL der Krümmungshalbmesser der Hinterfläche;
c = AL die Dicke der Linse;
ε und β der Einfalls- und Brechungswinkel an der ersten Fl
ε′ und β′ dieselben Größen für die zweite Fläche;
α der Winkel, welchen der von dem Punkte S ausgehende St
dem in der Achse liegenden bildet;
x = AF die Vereinigungsweite der Strahlen nach der ersten L
b = LH dieselbe Größe nach der zweiten Brechung;
n : 1 das Brechungsverhältniß beim Uebergange des Lichtes
Luft in Glas.

Dies vorausgesetzt gibt uns das Dreieck SBG die Proportion

$$SG : BG = \sin SBG : \sin BSG \text{ oder } \sin \varepsilon = \frac{(a + r) \sin}{r}$$

das Brechungsgesetz die Relation $\sin\varepsilon = n\sin\beta$;
das Dreieck BGF die Proportion

$$GF : BG = \sin GBF : \sin BFG \text{ oder } GF = \frac{r\sin\beta}{\sin(\varepsilon-\alpha-\beta)};$$

woraus $$AF = x = AG + GF = r + \frac{r\sin\beta}{\sin(\varepsilon-\alpha-\beta)}.$$

Auf gleiche Weise gibt uns für die zweite brechende Fläche das Dreieck CDF die Proportion $CF : CD = \sin\varepsilon' : \sin(\varepsilon-\alpha-\beta)$ oder

$$r'\sin\varepsilon' = (r'-c+x)\sin(\varepsilon-\alpha-\beta);$$

das Brechungsgesetz die Relation $\sin\beta' = n\sin\varepsilon'$;
das Dreieck CDH die Proportion

$$CH : DC = \sin\beta' : \sin(\varepsilon-\alpha-\beta+\beta'-\varepsilon');$$

woraus $$LH = b = CH - CL = \frac{r'\sin\beta'}{\sin(\varepsilon-\alpha-\beta+\beta'-\varepsilon')} - r'.$$

Die sechs aufgestellten Formeln, nämlich

$$\sin\varepsilon = \frac{(a+r)}{r}\sin\alpha;$$

$$\sin\varepsilon = n\sin\beta;$$

$$x = r + \frac{r\sin\beta}{\sin(\varepsilon-\alpha-\beta)};$$

$$(r'-c+x)\sin(\varepsilon-\alpha-\beta) = r'\sin\varepsilon';$$

$$\sin\beta' = n\sin\varepsilon';$$

$$b = \frac{r'\sin\beta'}{\sin(\varepsilon-\alpha-\beta+\beta'-\varepsilon')} - r'$$

dienen dazu, den geometrischen Ort H aller von S ausgehenden Strahlen, welche unter gleicher Elongation α gegen die Achse auf die Linse fallen, mit vollkommener Genauigkeit zu bestimmen: einem weiter als H von der Linse entfernten Auge erscheint mithin in H ein Bild des Punktes S. Da Strahlen, welche unter verschiedenen Elongationen von S ausgehen, in verschiedenen Punkten zusammenkommen; so werden wir noch andere Bildpunkte erhalten und zwar so viele als verschiedene Winkel α unterschieden werden können.

In den meisten Fällen lassen sich die obenstehenden Formeln durch andere viel einfachere ersetzen, da gewöhnlich die Winkel α, ε, β, ε', β' sehr klein sind, folglich an die Stelle der Sinusse die Winkel selbst gesetzt werden können. Unter einer derartigen Voraussetzung gehen die drei ersteren der obigen Gleichungen in folgende über:

$$\varepsilon = \frac{a+r}{r}\cdot\alpha;\quad \varepsilon = n\beta;\quad x = r + \frac{r\beta}{\varepsilon-\alpha-\beta};$$

aus welchen drei zusammen entspringt:

$$x = \frac{nar}{na-a-r}.$$

Unter derselben Voraussetzung verwandeln sich die drei letztere obenstehenden Gleichungen in folgende:

$$\frac{r'-c+x}{r'}=\frac{\varepsilon'}{\varepsilon-\alpha-\beta};\ \beta'=n\varepsilon';\ b=\frac{r'\beta'}{\varepsilon-\alpha-\beta+\beta'-\varepsilon'}$$

aus denen sich ergibt:

$$b=\frac{(x-c)r'}{nr'+(n-1)(x-c)}\quad\text{oder}\quad\frac{1}{b}=\frac{n}{x-c}+\frac{n-1}{r'}.$$

Wenn man $\frac{n}{x-c}$ in eine Reihe verwandelt und dabei die zweite höheren Potenzen der kleinen Größe c vernachlässigt; so bekommt

$$\frac{1}{b}=\frac{n-1}{r'}+\frac{n}{x}+\frac{cn}{x^2}$$

oder wenn man statt x dessen Werth $\frac{nar}{na-a-r}$ einführt:

$$\frac{1}{b}=\frac{n-1}{r'}+\frac{na-a-r}{ar}+\frac{c(na-a-r)^2}{na^2r^2}$$

oder

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right)+c\frac{(na-a-r)^2}{na^2r^2}.$$

Wird die Dicke c der Linse vernachlässigt, so bekommt man

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right).$$

Diese Relation gibt die Lage des nach dem Durchgange durch Linse entstandenen Bildes unter der Annahme, daß die Dicke der sehr klein ist im Vergleich zu dem Abstande des an ihrer Vorde erzeugten Bildes von jener Vorderfläche. Sämmtliche Central len, d. h. diejenigen Strahlen, welche nur sehr kleine Winkel m Achse bilden, vereinigen sich also nach ihrem Durchgange durch di in einem Punkte H und erzeugen im Auge, das irgendwo im des von hier ausgehenden Lichtkegels sich befindet, denselben Ei als wenn der leuchtende Punkt S in H wäre; oder mit andern W H ist der zu dem leuchtenden Punkte S gehörige Bildpunkt der und HL die ihm entsprechende Bildweite.

In dem Falle, wo der leuchtende Punkt unendlich weit v Linse abliegt, heißen Brennpunkt und Brennweite, was im meinen Bildpunkt und Bildweite bedeuten. Bezeichnen w Brennweite der Linse durch f, so kommt, weil dann $a=\frac{1}{0}$ wir

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right),$$

in Folge deren die Formel

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right)$$

nachstehende Gestalt gewinnt:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}.$$

Die oben auseinandergesetzten Formeln gelten für alle Arten von Linsen, insofern man den Krümmungshalbmessern r und r' die entsprechenden Werthe und Zeichen beilegt. Für jede concave Fläche ist nämlich der zugehörige Halbmesser negativ, für eine ebene Fläche ist er dagegen unendlich groß zu nehmen. Bezeichnen mithin r und r' lediglich positive Größen, so ist

a) für doppelte convexe Linsen: $\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right)$;

b) für planconvexe Linsen: $\frac{1}{f}=(n-1)\frac{1}{r}$;

c) für concavconvexe Linsen: $\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}\right)$,

wo $r<r'$, d. h. der Radius der Convexität kleiner als jener der Concavität ist. Für die drei genannten Linsen fällt f positiv aus; der Unterschied besteht nur im Werthe der Brennweite, der bei übrigens gleichen Umständen für die doppeltconvexe am kleinsten und für die concavconvexe Linse am größten ist. Dergleichen Linsen suchen parallele Strahlen immer convergirend zu machen, weßhalb sie den gemeinschaftlichen Namen Sammellinsen erhalten haben. Sie heißen auch Brenngläser, weil sie das Sonnenlicht im Brennpunkte dermaßen concentriren, daß daselbst Körper verbrannt werden können.

Für eine beiderseits hohle Linse werden beide Halbmesser negativ. Deßhalb gilt für sie die Formel (d): $\frac{1}{f}=-(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right)$;

für die planconcave Linse die Formel (e): $\frac{1}{f}=-(n-1)\frac{1}{r}$;

für die convexconcave Linse die Formel (f): $\frac{1}{f}=-(n-1)\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}\right)$,

wo $r>r'$. Für die drei letzteren Linsen erhält also f einen negativen Werth; die auf sie parallel auffallenden Strahlen scheinen mithin von einem vor der Linse befindlichen Punkte herzukommen. Dieser Punkt heißt der Brennpunkt des Glases und seine Entfernung von der Linse die Brennweite, er ist kein physischer, sondern blos geometrischer Brennpunkt. Da die auf dergleichen Linsen parallel auffallenden Strahlen durch die Brechung zu divergirenden werden, so begreift man sie zusammen unter der gemeinschaftlichen Benennung Zerstreuungslinsen.

Will man den Vereinigungspunkt oder den Brennpunkt von Centralstrahlen bestimmen, welche vermittelst einer Kugel vom Halbmesser r

gebrochen werden; so kann man mit Hülfe unserer oben angeführten Formeln dahin gelangen, insofern die Dicke c der Kugel vollständig berücksichtigt wird. Es bestehen nämlich für diesen Fall die beiden Gleichungen:

$$x = \frac{nar}{na - a - r} \quad \text{und} \quad b = \frac{(x-c)\,r'}{nr' + (n-1)(x-c)}.$$

Die letztere verwandelt sich, wenn darin der Werth von x substituirt wird, in folgende:

$$b = \frac{narr' - cr'((n-1)a - r)}{n(n-1)a(r+r') - nrr' - c(n-1)(a(n-1) - r)}.$$

Setzt man in diesem Ausdruck $r' = r$ und $c = 2r$, so bekommt man für die Bildweite der Centralstrahlen der Kugel vom Halbmesser r die Gleichung:

$$b = \frac{2(a+r) - an}{2a(n-1) + (n-2)r} \cdot r$$

und für die Brennweite die Gleichung: $f = \frac{2-n}{2(n-1)} \cdot r.$

Vernachlässigt man in dem Ausdrucke

$$b = \frac{narr' - cr'((n-1)a - r)}{n(n-1)a(r+r') - nrr' - c(n-1)(a(n-1) - r)}$$

die Dicke des Glases, so bleibt

$$b = \frac{arr'}{(n-1)a(r+r') - rr'}.$$

Für die Entfernung des Vereinigungspunktes der zweimal gebrochenen Centralstrahlen ist es also gleichgültig, welche Fläche der Glaslinse als die vordere betrachtet wird, indem durch Verwechslung von r mit r' der Werth von b keine Aenderung erleidet. Dieses findet aber nicht mehr statt, wenn die Dicke der Linse in Betracht kommt: denn setzt man der Kürze halber

$$anrr' + crr' = \alpha \quad \text{und} \quad a(r+r')n(n-1) - nrr' = \beta;$$

so erhält man $b = \frac{\alpha - cr'a(n-1)}{\beta - c(n-1)(a(n-1) - r)}.$

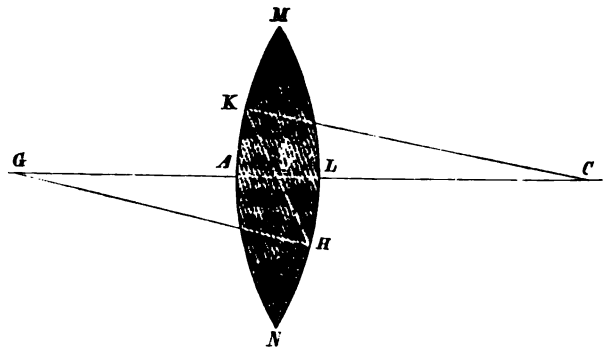
Wird die Hinterfläche zur Vorderfläche genommen, d. h. vertauscht man r mit r' und bezeichnet dann die Vereinigungsweite der gebrochenen Centralstrahlen mit b', so bekommt man, weil α und β bei dieser Verwechslung ihre Werthe nicht ändern:

$$b' = \frac{\alpha - cra(n-1)}{\beta - c(n-1)(a(n-1) - r')}.$$

Die vergleichende Zusammenstellung der beiden letzteren Ausdrücke zeigt, daß die Werthe von b und b' im Allgemeinen von einander verschieden sind und nur in besonderen Fällen übereinstimmen.

Wie oben schon gesagt, gibt es für jede Linse einen Punkt von solcher Eigenschaft, daß jeder durch ihn gehende Strahl als ungebrochen anzusehen ist, weil der dazu gehörige einfallende und austretende Lichtstrahl genau parallel sind. Um diesen Punkt, den sogenannten optischen Mittelpunkt zu bestimmen, sei C (Fig. 139) der Krümmungs-

Fig. 139.

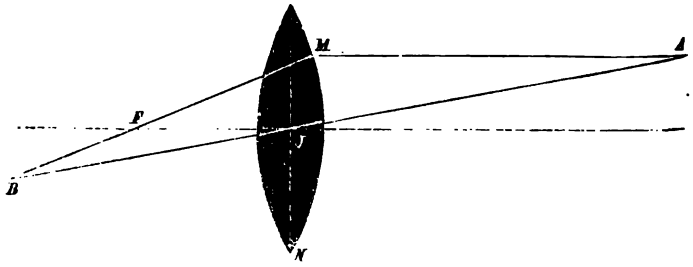


Mittelpunkt der Vorderfläche und G jener der Hinterfläche einer doppelt convexen Linse MN. Man nehme auf der Vorderfläche den Punkt K beliebig an, verbinde denselben mit dem Krümmungsmittelpunkt G der Hinterfläche und ziehe die Linie GH parallel mit KC. Verbindet man alsdann die auf der Oberfläche der Linse befindlichen Punkte K und H durch die gerade KH, so gibt deren Durchschnittspunkt J mit der Achse den optischen Mittelpunkt. Denn wegen des Parallelismus der Normalen CK und GH sind die Winkel CKH und GHK einander gleich; es werden deshalb der einfallende und austretende Strahl, welche dem im Glase liegenden Strahle KH angehören, zu einander parallel laufen; oder mit andern Worten die Richtung des durch J gehenden Strahles wird nicht geändert. Nun verhält sich aber $KC : GH = JC : GJ$, oder $r : r' = r - x : r' - c + x$, wenn der Halbmesser $KC = r$, der Halbmesser $GH = r'$, die Dicke AL der Linse $= c$ und der Abstand des Punktes J von der Vorderfläche $= x$ gesetzt wird. Aus der Proportion entspringt für den Abstand des Punktes J von der Vorderfläche: $x = \frac{rc}{r + r'}$, und für den Abstand dieses Punktes von der Hinterfläche den Werth $r - x = \frac{r'c}{r + r'}$. Da die Lage des Punktes J von der gemeinschaftlichen Richtung des einfallenden und ausfahrenden Strahles ganz unabhängig ist, so kann jeder durch ihn hindurchgehende Strahl als ungebrochen betrachtet werden.

Für eine gleichseitige biconvexe oder biconcave Linse, bei welcher $r = r'$ ist, findet man $x = \frac{c}{2}$, d. h. der optische Mittelpunkt liegt genau in der Mitte der Linse. — Bei einer ungleichseitigen biconvexen oder biconcaven Linse liegt der optische Mittelpunkt näher bei der gekrümmteren Fläche — Für ein planconvexes oder planconcaves Glas, wo die Vorderfläche eben, mithin $r = \infty$ ist, findet man $x = c$, d. h. der optische Mittelpunkt liegt in der Mitte der gekrümmten Fläche. Ein ähnliches Resultat erhält man, wenn die Hinterfläche eben ist. — Für ein concav-convexes oder convex-concaves Glas, dessen Hinterfläche concav ist, hat man $x = \frac{rc}{r - r'}$. Der optische Mittelpunkt liegt in diesem Falle außer dem Glase; nämlich wenn $r' > r$ ist, vor der Vorderfläche; und wenn $r' < r$ ist, außerhalb der Hinterfläche.

Diese kurze Betrachtung über den optischen Mittelpunkt vorausgeschickt, fassen wir nun einen außerhalb der Achse befindlichen, derselben aber so nahe liegenden leuchtenden Punkt ins Auge, daß sämmtliche auf die Linse fallende Strahlen nur kleine Winkel mit der Achse bilden. Es sei nun A (Fig. 140) der strahlende Punkt in der Nähe der Achse.

Fig. 140.

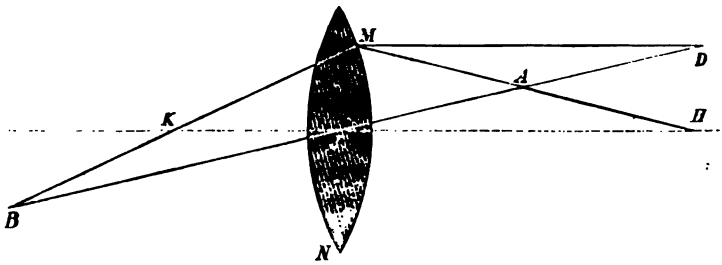


Um den Vereinigungspunkt B der von diesem Punkte der Linse zugeschickten Lichtstrahlen nach ihrem Durchgange durch die Linse zu bestimmen, erwägen wir einmal, daß einer der einfallenden Strahlen AJ, welcher durch den optischen Mittelpunkt geht, bei seinem Austritt aus der Linse von seiner Richtung nicht abgelenkt wird. Dann erwägen wir, daß der zur Achse parallel einfallende Strahl nach seinem Durchgange durch die Linse durch deren Brennpunkt F geht. Die Strahlen AJ und MF werden also in dem fraglichen Punkt B zusammentreffen. Nun geben die ähnlichen Dreiecke BFJ und BMA die Proportion $MA : FJ = BA : BJ$, oder $a : f = b + a : b$; wo $MA = a$, die Brennweite der Linse $= f$, die Entfernung des Vereinigungspunktes B von der Linse $= b$ gesetzt, die Dicke der Linse unberücksichtigt geblieben.

und MA = AJ angenommen ist, was in der Anwendung geschehen kann. Der aus der vorstehenden Proportion hergeleitete Ausdruck: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ sagt aus, daß zwischen dem in der Nähe der Achse liegenden strahlenden Punkt A und dem Vereinigungspunkt B die nämliche Relation stattfindet wie zwischen dem auf der Achse liegenden leuchtenden Punkt und dem Vereinigungspunkte seiner Centralstrahlen.

Es wäre also noch zu untersuchen ob der Durchschnittspunkt des nicht gebrochenen Lichtstrahles oder des sogenannten Hauptstrahles und des durch den Brennpunkt gehenden gebrochenen Strahles wirklich der Ort ist, in welchem sämmtliche von dem außerhalb der Achse gelegenen strahlenden Punkte herkommende, aber nur unter sehr kleinem Winkel die Achse schneidende Strahlen nach ihrem Durchgange durch die Linse zusammenlaufen. Zu diesem Behufe sei H (Fig. 141) der Durchschnitts-

Fig. 141.



punkt des einfallenden Strahles AM mit der Achse, MB der dazugehörige gebrochene Strahl, K der Punkt, wo er die Achse trifft, B sein Durchschnittspunkt mit der verlängerten AJ; endlich seien a, b, a', b' die Entfernungen JH, JK, JA, JB oder die bezüglich davon sehr wenig verschiedenen Entfernungen HM, KM, AM, BM. Der Strahl AM erleidet durch die Linse eine Ablenkung, wie wenn er von dem Punkte H der Achse gekommen wäre; es besteht demnach, wenn f die Brennweite der Linse bezeichnet, die Relation: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$. — Um die Relation aufzufinden, welche zwischen a' und b' statt hat, ziehen wir MD parallel zur Achse. Die ähnlichen Dreiecke BMD und BKJ geben uns alsdann: $\frac{BM}{BK}=\frac{MD}{JK}$. Desgleichen liefern uns die ähnlichen Dreiecke MAD und JAH die Gleichung: $\frac{AH}{AM}=\frac{JH}{MD}$. Durch Multiplication dieser beiden Gleichungen entsteht

$$\frac{BM}{BK}\cdot\frac{AH}{AM}=\frac{JH}{JK} \text{ oder } BM.AH.JK=JH.BK.AM,$$

oder wenn für diese Linien die sie bezeichnenden Buchstaben eingefüh werden:

$$b'(a-a')b = a(b'-b)a'; \text{ oder } ab(a'+b') = a'b'(a+b);$$

oder endlich $$\frac{1}{a'}+\frac{1}{b'}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}.$$

Nun ist aber $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$, folglich besteht für jeden beliebig einfallend Strahl AM jederzeit die Relation $\frac{1}{a'}+\frac{1}{b'}=\frac{1}{f}$. Sämmtliche Lic strahlen, welche von dem außerhalb der Achse gelegenen Punkte A kon men, aber nur sehr kleine Winkel mit der Achse bilden, werden dur die Linse in einem Punkte des Hauptstrahles vereinigt, und zwar wi die Vereinigungsweite der Strahlen nach demselben Gesetze bestimm wie wenn der leuchtende Punkt in der Achse wäre. Das Auge, welch von Strahlen nach ihrer Vereinigung getroffen wird, sieht in dem Ve einigungspunkt B das Bild des leuchtenden Punktes H.

2. Erscheinungen, erzeugt durch Linsengläser. — Combination von Linsen.

Für Sammellinsen gilt die Gleichung: $\frac{1}{b}=\frac{1}{f}-\frac{1}{a}$, wobei f ein positiven Werth hat. Hieraus ist zu ersehen, daß, wenn der leuchtend Punkt von der Linse sehr weit entfernt steht, sehr nahe $b = f$ ist, d. die Strahlen vereinigen sich im Brennpunkte; daß aber b beständ wächst, wenn sich der leuchtende Punkt der Linse nähert. Wird $a = 2$ so ist auch $b = 2f$, d. h. Bild und Gegenstand stehen dann gleich w von der Linse ab. Kommt der Gegenstand der Linse noch näher, nimmt b noch mehr zu und wird unendlich groß, wenn $a = f$ ist, d leuchtende Punkt also in dem Brennpunkte sich befindet, d. h. die v gedachtem Punkte auf die Linse fallenden Strahlen werden durch d Brechung einander parallel. Bei weiterer Annäherung des Gegenstand an die Linse, wo also $a < f$ wird, ist b negativ, d. h. die Strahl treten dann divergirend aus der Linse heraus, so daß sie rückwär verlängert in einem Punkt vor der Linse zusammentreffen, der von d letzteren weiter entfernt ist als der leuchtende Punkt. Für $a = f$ wird $b = -f$. — Fallen die Strahlen auf eine Sammellinse co vergirend auf, so muß man a negativ nehmen; man hat alsdan $\frac{1}{b}=\frac{1}{f}+\frac{1}{a}$, mithin $b < a$, d. h. convergirend auffallende Strahl werden durch die Linsen noch stärker convergirend.

Befindet sich außerhalb der Brennweite einer Sammellinse e leuchtender ausgedehnter Gegenstand von der Art, daß die von seine verschiedenen Punkten nach dem optischen Mittelpunkt gezogenen gerade

Linien oder dessen Hauptstrahlen oder Nebenachsen oder secundären Achsen nur sehr kleine Winkel mit der Achse der Linse einschließen; so entsteht von jedem Punkte des Gegenstandes ein Bild hinter der Linse in dem dazu gehörigen Hauptstrahl. Wäre z. B. M N (Fig. 142 und Fig. 142 a) eine Sammellinse, F ihr Brennpunkt, J ihr optischer Mit-

Fig. 142.

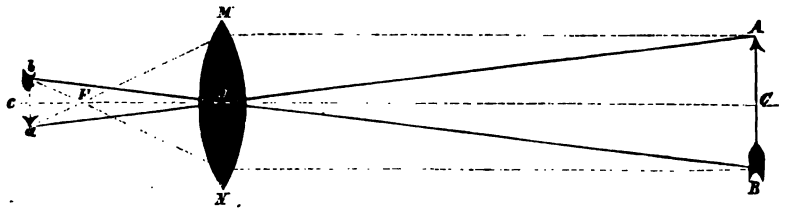
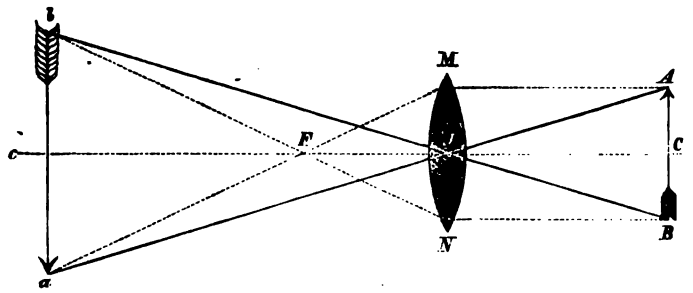
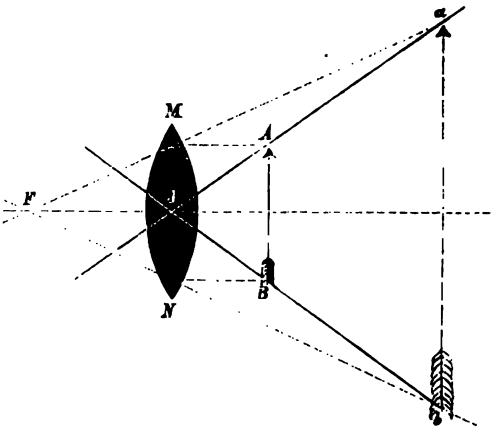


Fig. 142 a.



telpunkt und A B ein außerhalb der Brennweite befindlicher Gegenstand; so entsteht von A das Bild a, von B das Bild b: dasselbe gilt von den übrigen zwischen A und B liegenden Punkten, deren Bilder zwischen a und b fallen, so daß a b ein umgekehrtes Bild von A B vorstellt. — Um das Verhältniß zwischen der linearen Größe des Bildes und des Gegenstandes zu ermitteln, betrachten wir die ähnlichen Dreiecke A J B und a J b, aus denen sich ergibt: $\frac{a\,b}{A\,B} = \frac{c\,J}{C\,J} = \frac{b}{a} = \frac{f}{a-f}$, wenn statt b dessen Werth $\frac{a\,f}{a-f}$ substituirt wird. Hieraus folgt, daß so lange der Abstand des Gegenstandes von der Linse größer ist als die doppelte Brennweite, das Bild kleiner als der Gegenstand erscheint; es wird aber größer als das Object, wenn der Abstand des letztern von der Linse kleiner als die doppelte Brennweite ist. Das Bild hat die nämliche Größe wie der Gegenstand, wenn derselbe in einer der doppelten Brennweite gleichen Entfernung von der Linse steht; endlich wird das Bild unendlich groß oder es entsteht gar kein Bild mehr, wenn der Gegenstand in dem Brennpunkt sich befindet. — Ist unter derselben



leuchtender Gegenſtand; ſo erſcheint das Bild von A in a von B in b, mithin das ganze Bild von AB in ab, welc und vergrößert iſt. Dies folgt auch aus der Gleichung $\frac{ab}{AB}$ wo das negative Zeichen anzeigt, daß das Bild vor der Linſ größer als der Gegenſtand iſt, weil $f - a < f$. — Fallen di in convergirenden Richtungen auf die Sammellinſe dergeſta ohne dieſelbe ein Luftbild ab (Fig. 144) zu erzeugen ſtreben

Fig. 144.

lichen Stellung erscheint wie ohne diese Linse. Das Verhältniß zwischen der linearen Größe der Bilder ist $\frac{ab}{a'b'} = \frac{f}{f+a}$, wo f die Brennweite der zweiten Linse bedeutet.

Um die oben besprochenen Erscheinungen durch das Experiment zu bestätigen, stelle man eine brennende Wachskerze vor eine biconvexe Linse und auf die andere Seite derselben eine mattgeschliffene Glastafel, welche man so lange hin- und herbewegt, bis das umgekehrte Bild der Kerze sich deutlich auf der Tafel zu erkennen gibt: Letztere befindet sich dann in dem Vereinigungspunkt der von der ersteren auf die Linse ausgesendeten Strahlen. — Auf solche Weise überzeugt man sich, daß wenn der Gegenstand weiter von der Linse entfernt ist als die doppelte Brennweite, das Bild kleiner als der Gegenstand ist, daß es dagegen größer als derselbe wird, wenn solcher um mehr als die Brennweite, aber weniger als die doppelte Brennweite von der Linse absteht; und kein wirkliches Bild mehr, sondern nur ein imaginäres aber aufrechtes von dem Gegenstand erscheint, wenn derselbe innerhalb der Brennweite der Linse sich befindet. — Hat man eine ungleichseitige biconvexe Linse gewählt, so wird die Bildweite eine verschiedene sein, je nachdem die eine oder die andere Seite des Glases dem Gegenstande zuwendet. — Nimmt man Linsen von verschiedenen Brennweiten, so wird man von entfernten Gegenständen um so kleinere Bilder erhalten, je kürzer ihre Brennweite ist: kurz die Erscheinungen werden in allen Fällen der Theorie gemäß sich herausstellen.

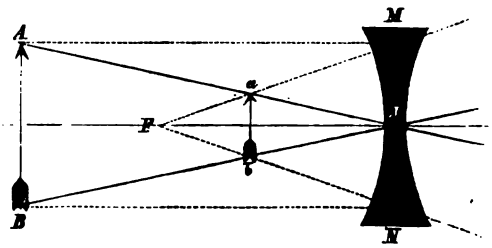
Um die Brennweite eines Sammelglases zu finden, halte man es der Sonne gerade gegenüber und bewege eine Tafel von weißem Papier oder mattgeschliffenem Glase so lange hin und her, bis das Bild der Sonne darauf deutlich und scharf begrenzt erscheint. Wenn dies der Fall ist befindet sich die Tafel in dem Brennpunkte des Sammelglases; die Entfernung besagten Punktes von der Linse gibt die gesuchte Brennweite. Man kann sich auch der Strahlen eines sehr entfernten, von dem Tageslichte beleuchteten Gegenstandes bedienen. Dieses Verfahren ist bei Linsen von kurzer Brennweite recht brauchbar. — Für Linsen von großer Brennweite kann folgendes Verfahren mit Vortheil angewandt werden. Man stelle ein Fernrohr so auf, daß man sehr weit entfernte Gegenstände deutlich dadurch sieht; hierauf bringe man die Linse, deren Brennweite gefunden werden soll, vor das Objectiv des Fernrohrs senkrecht auf die Achse desselben und lasse endlich eine feine Zeichnung der Linse näher oder ferner rücken, bis die Zeichnung durch das Fernrohr deutlich gesehen wird. Die Entfernung der Zeichnung von der Linse gibt dann die gesuchte Brennweite derselben. Das

Objectiv des Fernrohrs erhält nämlich die Strahlen von d
gelegenen Gegenstand in parallelen Richtungen; wenn darum di
nung mittelst der vorstehenden Linse ebenso deutlich wie der
Gegenstand gesehen wird, so müssen die von der Zeichnung aus
Strahlen nach der Brechung durch die Linse ebenfalls paral
was nur geschehen kann wenn die Zeichnung in dem Brennpu
Linse steht. — Eigentlich hat ein Sammelglas zwei Brennpu
zwei Brennweiten: denn kehrt man das Glas um, so wird der
punkt, wie auch die Theorie gesagt, in seiner Lage eine Ae
erfahren, die in den meisten Fällen unberücksichtigt bleiben kann

Für die Zerstreuungslinse ist die Brennweite negativ, da
hier die Gleichung $\frac{1}{b} = -\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{a}\right)$.
Aus derselben folgt, daß die Vereinigungsweite der Strahlen
ist, so lange der leuchtende Punkt vor der Linse steht, mithin die
divergirend auffallen: da $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$, folglich $b < a$, so treten die vo
leuchtenden Punkte zur Linse gehenden Strahlen noch divergen
derselben als sie es beim Eintritt in die Linse gewesen. —
convergirende Strahlen, welche ein Luftbild hervorzubringen
auf eine Zerstreuungslinse; so ist a negativ, mithin besteht die R
$\frac{1}{b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{f}$. Ist nun $a > f$, so bleibt b negativ, d. h. die
treten aus der Linse divergirend heraus. Ist $a = f$, so wird
d. h. die Strahlen treten parallel aus der Linse. Ist endlich
so wird b positiv, d. h. die Strahlen treten convergirend
Linse; da aber $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$, mithin $b > a$ ist, so convergiren die geb
Strahlen weniger als die einfallenden.

Es sei AB (Fig. 145) ein Gegenstand, den man mittel

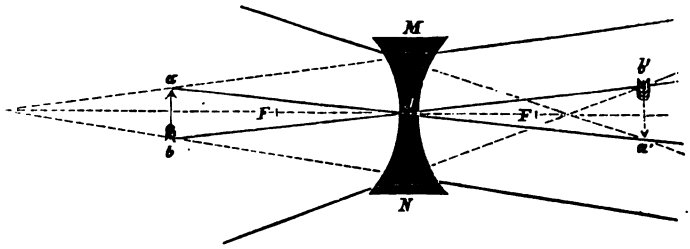
Fig. 145.



Zerstreuungslinse MN ansieht, deren optischer Mittelpunkt in
imaginärer Brennpunkt in F liegt. Dem Vorhergehenden gem

scheint das Bild von A in a, jenes von B in b; das auf der andern Seite der Linse befindliche Auge wird also das Bild in geringerer Entfernung von der Linse und verkleinert, aber in einer aufrechten Stellung sehen. — Für das Verhältniß zwischen der linearen Größe des Bildes und des Gegenstandes hat man $\frac{ab}{AB} = -\frac{f}{a+f}$, woraus folgt, daß bei einerlei Brennweite das Bild desto kleiner erscheint, je weiter der Gegenstand von der Linse absteht. — Fallen die Strahlen convergirend auf eine Zerstreuungslinse dergestalt, daß sie in ab (Fig. 146) ein Luftbild erzeugen würden, dessen Abstand a von der Linse

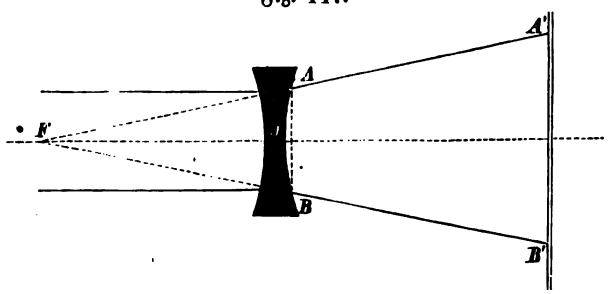
Fig. 146.



größer ist als die Brennweite f; so treten dem oben Gesagten gemäß die Strahlen divergirend aus der Linse heraus, in der Weise, daß das hinter derselben befindliche Auge von ab ein Bild in a'b' erblickt, welches rücksichtlich ab verkehrt erscheint. — Man hat für diesen Fall $\frac{a'b'}{ab} = -\frac{f}{f-a} = \frac{f}{a-f}$, woraus folgt, daß a'b' größer als ab wird, so lange $a - f < f$ oder $a < 2f$ ist.

Um die Brennweite einer Zerstreuungslinse zu bestimmen, überzieht man ihre hintere Fläche mit einer undurchsichtigen Substanz, zwei kleine Kreise A und B (Fig. 147) ausgenommen, welche gegen die Achse

Fig. 147.

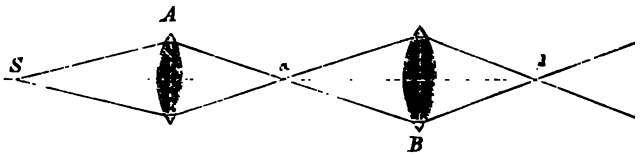


der Linse eine symetrische Lage haben. Hierauf stellt man die Linse der Sonne gegenüber und hinter dieselbe einen Schirm, den man so

ſcheint, während die Linſen gerade das Gegentheil b
Grund dieſer Täuſchung liegt darin, daß je kleiner ein G
bekannter Größe ſich darſtellt, wir ihn für deſto entfernt
verſetzen daher den durch die Zerſtreuungslinſe angeſchaut
weil er verkleinert erſcheint, in eine große Entfernung
Bild dem Auge näher ſteht; deßgleichen rücken wir
Sammellinſe geſehene Object dem Auge in die Nähe, weil
erſcheint, wiewohl das geometriſche Bild in größerer En

Wir wollen nun den Weg eines Lichtſtrahles verfol
ſelbe durch mehrere Linſen A, B, C ... geht (Fig. 148

Fig. 148.



ſolche Stellung zu einander haben, daß ihre Achſen in de
lichen geraden Linie Sx liegen, auf welcher der leuchtend
gleich ſich befindet. Der Strahl SA wird nach dem Au
Linſe A die Achſe in α ſchneiden, die zweite Linſe B tre
Oeffnung hinreichend groß iſt; nach dem Durchgange du
die Achſe abermals in β ſchneiden u. ſ. f., bis er dur

b_1, b_2, b_3... f_1, f_2, f_3... für die aufeinander folgenden Linsen die nämlichen Dinge bezeichnen, welche bei der ersten a, b, f bedeuten; drücken endlich die Entfernung der ersten Linse von der zweiten durch l aus, die der zweiten von der dritten durch l_1 u. s. w. Dies vorausgesetzt haben wir folgende Gleichungen:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}, \qquad \frac{1}{a_1}+\frac{1}{b_1}=\frac{1}{f_1}, \qquad \frac{1}{a_2}+\frac{1}{b_2}=\frac{1}{f_2}, \qquad \frac{1}{a_3}+\frac{1}{b_3}=\frac{1}{f_3} \text{ u. s. w.}$$

und

$$b+a_1=l, \quad b_1+a_2=l_1, \quad b_2+a_3=l_2, \quad b_3+a_4=l_3 \text{ u. s. w.}$$

Für n vorhandene Linsen beträgt die Anzahl der ersteren Gleichungen n und die der andern n — 1; man hat mithin im Ganzen 2n — 1 Gleichungen, aus denen die 2n — 1 unbekannten Größen ohne Schwierigkeit hergeleitet werden können. — Liegen die Gläser so hintereinander, daß die Größen l, l_1, l_2 ... sammt und sonders Null sind; so ergibt sich für die umgekehrte Brennweite eines derartigen Linsensystems der Ausdruck: $\frac{1}{f}+\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}+\frac{1}{f_3}+\ldots$

Es hat auch keine Schwierigkeit zu bestimmen, in welcher Entfernung von der Achse der Gläser der vom Object herkommende Strahl alle folgenden Gläser trifft. Bezeichnet man nämlich gedachte Entfernungen der Reihe nach von der dem Objecte nächsten angefangen durch x, x_1, x_2... und durch φ, φ_1, φ_2... nach derselben Aufeinanderfolge die Tangenten der Winkel, unter welchen der durchgehende Strahl die Achse schneidet und anstatt derer meistens die Winkel selbst gesetzt werden können; so erhält man folgende Gleichungen:

$$\varphi=\frac{x}{a}, \qquad \varphi_1=\frac{x_1}{a_1}, \qquad \varphi_2=\frac{x_2}{a_2}, \qquad \varphi_3=\frac{x_3}{a_3} \text{ u. s. w.}$$

und

$$\varphi_1=\frac{x}{b}, \qquad \varphi_2=\frac{x_1}{b_1}, \qquad \varphi_3=\frac{x_2}{b_2} \text{ u. s. w.}$$

Außerdem geben die ähnlichen Dreiecke, welche die Oeffnungen der Linsen mit dem gebrochenen Strahl und der Achse bilden, nachstehende Gleichungen:

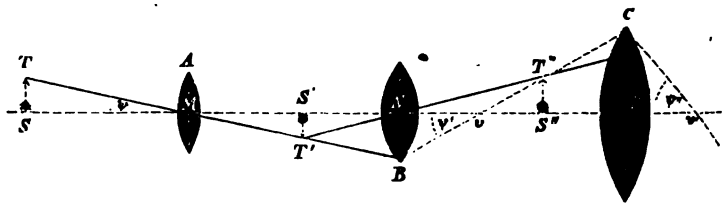
$$x_1=\frac{a_1}{b}x; \quad x_2=\frac{a_2}{b_1}x_1=\frac{a_1a_2}{bb_1}\cdot x; \quad x_3=\frac{a_1a_2a_3}{bb_1b_2}\cdot x \text{ u. s. w.}$$

Man ſieht zugleich, daß die Halbmeſſer der Oeffnungen der Gläſer die Werthe x_1, x_2 ... haben müſſen, wenn die in der Entfernung x von der Achſe auf das erſte Glas fallenden Strahlen durch die folgenden Gläſer gehen ſollen. Mittelſt dieſer Werthe verwandeln ſich die Ausdrücke für die Größen φ_1, φ_2, φ_3... in nachſtehende:

$$\varphi_1 = \frac{x}{b};\quad \varphi_2 = \frac{a_1 x}{b b_1};\quad \varphi_3 = \frac{a_1 a_2 x}{b b_1 b_2} \text{ u. ſ. f.}$$

Es ſei ST (Fig. 149) ein vor der erſten Linſe A befindliches Object, von welchem durch Brechung in dem Linſenſyſtem A, B, C...

Fig. 149.



die Bilder S'T', S''T'', S'''T''' ... entſtehen. Bezeichnet man den Winkel TMS mit Ψ, ſo iſt die Größe $ST = h$ des Gegenſtandes $= a\Psi$. Für die Größe der aufeinander folgenden Bilder erhält man nachſtehende Ausdrücke:

$$S'T' = h_1 = \frac{b}{a} ST = b\Psi;$$

$$S''T'' = h_2 = \frac{b_1}{a_1} T'S' = \frac{b b_1}{a_1}\Psi;$$

$$S'''T''' = h_3 = \frac{b b_1 b_2}{a_1 a_2}\Psi \text{ u. ſ. w.}$$

Was die Lage der Bilder anlangt, ſo iſt jedes der Zahl nach ungerade Bild verkehrt, jedes gerade dagegen aufrecht, wenn jene Ausdrücke poſitiv ſind: es tritt aber eine entgegengeſetzte Lage des Bildes ein, nämlich eine aufrechte Lage bei einem ungeraden und eine verkehrte bei einem geraden Bilde, wenn einer der Ausdrücke negativ wird. Durch das Negativwerden einer oder mehrerer von den Größen a, a_1, a_2... oder von den Größen b, b_1, b_2 ... wird angezeigt, daß die Bilder, welche zu dieſen negativen Größen gehören, keine phyſiſche, ſondern blos ſogenannte geometriſche ſind.

Der Weg des Hauptſtrahles TM, welcher von dem äußerſten Punkt T des Gegenſtandes durch den optiſchen Mittelpunkt der erſten Linſe geht und auf welchem ſämmtliche Bilder dieſes Punktes T liegen, die durch die verſchiedenen Brechungen in den Linſen nach und nach entſtehen, wird durch die gebrochene Linie TMBC... gegeben. Wir

wollen die Winkel $NVB = \Psi_1$, $CV'R = \Psi_2$ u. s. w. suchen, welche der Hauptstrahl nach seiner Brechung durch die zweite, dritte... Linse mit der Achse macht, wenn dieser Winkel für die erste Linse Ψ ist. Zu diesem Behufe können folgende Systeme zweier zusammen gehöriger Gleichungen dienen:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{l} + \frac{1}{z_1} \text{ und } l\Psi = z_1\Psi_1;$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{l_1 - z_1} + \frac{1}{z_2} \text{ und } (l_1 - z_1)\Psi_1 = z_2\Psi_2;$$

$$\frac{1}{f_3} = \frac{1}{l_2 - z_2} + \frac{1}{z_3} \text{ und } (l_2 - z_2)\Psi_2 = z_3\Psi_3 \text{ u. s. w.}$$

wo l, l_1, l_2... die Abstände der Gläser von einander; f, f_1, f_2... ihre Brennweiten; z_1, z_2, z_3... die Entfernungen, in welchen gedachter Hauptstrahl die Achse hinter jedem Glase schneidet. — Um von der Anwendung dieser Ausdrücke ein Beispiel zu geben, wollen wir vier Linsen wählen, mit denen wir viele hierher gehörige Versuche angestellt haben. Ihre Brennweiten sind $f = 50{,}3^{cm}$; $f_1 = 15{,}5^{cm}$; $f_2 = 15^{cm}$ und $f_3 = 16^{cm}$. Ihre Entfernungen von einander sind $l = 93^{cm}$; $l_1 = 85{,}5^{cm}$ und $l_2 = 57{,}5^{cm}$. Für $a = 190^{cm}$ erhält man:

$$b = 68{,}7^{cm} \qquad a_1 = 24{,}3^{cm}$$
$$b_1 = 50^{cm} \qquad a_2 = 35{,}5^{cm}$$
$$b_2 = 30^{cm} \qquad a_3 = 27{,}5^{cm}$$
$$b_3 = 32{,}5^{cm}$$

Ist nun der Halbmesser der Oeffnung des ersten Glases $x = 6{,}3^{cm}$, so bekommt man für die Oeffnungen der übrigen Gläser $x_1 = 2{,}2^{cm}$; $x_2 = 1{,}56^{cm}$ und $x_3 = 1{,}43^{cm}$. — Beträgt der scheinbare Halbmesser des Gegenstandes $\Psi = 4$ Minuten und die Größe des Bildes $h = 2{,}215^{cm}$, so werden die Halbmesser der Bilder folgende sein:

$$h_1 = 0{,}801^{cm};\ h_2 = 1{,}6^{cm};\ h_3 = 1{,}245^{cm};\ h_4 = 1{,}4^{cm},$$

welche bis auf Millimeter genau mit der Beobachtung übereinstimmen. — Für die Winkel, unter denen der vom Endpunkte des Gegenstandes herkommende Hauptstrahl nach und nach die Achse schneidet, findet man:

$$\Psi_1 = 20';\ \Psi_2 = 1^0\,8'\,40'';\ \Psi_3 = 1^0\,35'\,24'';$$

Ferner erhält man:

$$z_1 = 18{,}6^{cm};\ z_2 = 19{,}34^{cm} \text{ und } z_3 = 27{,}5^{cm}.$$

3. Sphärische und chromatische Abweichung.

Wie schon bemerkt, kommen die unter verschiedenen Elongatio auf die Linse fallenden Strahlen nicht in einem einzigen, sondern in schiedenen Punkten zusammen. Diese Verschiedenheit der Vereinigu punkte heißt die sphärische oder Kugelabweichung; sie ist Urs einer Undeutlichkeit des durch sphärische Linsen entstehenden Bildes, w man zu beseitigen Sorge tragen muß, wenn es sich um Anfertig von brauchbaren dioptrischen Gläsern handelt. Um gehörig zu begrei was zur Erreichung dieses Zweckes geschehen muß, wollen wir zu derst die Vereinigungspunkte der am Rande der Linse einfalle Strahlen, der sogenannten Randstrahlen, bestimmen und dabei zun nur die Strahlen der mittleren Brechbarkeit oder die gelben Stra berücksichtigen, mit dem Vorbehalte, die anders gefärbten Stra späterhin in besondere Betrachtung zu ziehen. — Wir kehren de zu den drei ersten im Anfang dieses Kapitels aufgestellten For zurück, nämlich:

$$\sin\varepsilon = \frac{a+r}{r}\sin\alpha;\quad \sin\varepsilon = n\sin\beta \text{ und } x = r + \frac{r\sin\beta}{\sin(\varepsilon-\alpha-\beta)}$$

welche für Centralstrahlen in die einfache Relation übergehen: $x = \frac{nra}{(n-1)(a-r)}$. — Aus denselben ergibt sich zuvörderst, wenn die Reihen: $\sin x = x - \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^5}{1.2.3.4.5} - \ldots$

und $x = \sin x + \frac{1}{2.3}\sin^3 x + \frac{1.3}{2.4.5}\sin^5 x + \ldots$

benutzen und den Winkel α nur so groß annehmen, daß die vie und höheren Potenzen des Sinus gegen den Radius vernachlä werden dürfen, und der Kürze halber $a + r = c$ gesetzt wird:

$$\sin\varepsilon = \frac{c}{r}\left(\alpha - \frac{\alpha^3}{6}\right);\quad \text{mithin } \varepsilon = \frac{c\alpha}{r} + \frac{c(c^2-r^2)}{6r^3}\alpha^3$$

und $$\varepsilon - \alpha = \frac{c-r}{r}.\alpha + \frac{c(c^2-r^2)}{6r^3}\alpha^3. \quad —$$

Weiter hat man

$$\sin\beta = \frac{c}{rn}\left(\alpha - \frac{\alpha^3}{6}\right) \text{ oder } \beta = \frac{c\alpha}{rn} + \frac{c(c^2-n^2r^2)}{6r^3n^3}\alpha^3;$$

folglich

$$\varepsilon - \alpha - \beta = \frac{c(n-1)-nr}{nr}\alpha + \frac{c}{6n^3r^3}\left\{(n^3-1)c^2 - n^2r^2(n-1)\right\}\alpha$$

und

$$\sin(\varepsilon-\alpha-\beta) = \frac{c(n-1)-nr}{nr}.\alpha + \frac{\alpha^3}{6n^2r^3}\left\{3c^3(n-1) + 3c^2r(n-1\right.$$
$$\left. - 4n(n-1)cr^2 + n^2r\right.$$

Hiernach verwandelt sich die Gleichung $x = \frac{r \sin\beta}{\sin(\varepsilon - \alpha - \beta)} + r$ in folgende:

$$x = \frac{nr(c-r)}{(n-1)(c-nr)} - \frac{c^2(n-1)(c-r)(c+nr)}{2nr((n-1)c-nr)^2}\alpha^2.$$

Führt man den Werth von $c = a + r$ wieder ein, so erhält man:

$$x = \frac{nar}{(n-1)(a-r)} - \frac{a(a+r)^2(n-1)(a+(n+1)r)}{2nr((n-1)a-r)^2}\alpha^2;$$

und für den Werth γ des Winkels, den der gebrochene Strahl mit der Achse macht:

$$\gamma = \varepsilon - \alpha - \beta =$$
$$= \frac{(n-1)(a-r)}{nr}\alpha + \frac{(n-1)(a+r)}{6n^3r^3}\Big((n^2+n+1)a(a+2r) + (n+1)r^2\Big)\alpha^3.$$

Bei dem Austritte aus der Linse erfährt der Strahl eine zweite Brechung, durch welche er eine andere Richtung γ' gegen die Achse und eine andere Vereinigungsweite z erhält. Die Werthe für diese beiden Größen lassen sich aus den zwei vorhergehenden Gleichungen ableiten, wenn man darin n, a, r und α beziehungsweise mit $\frac{1}{n}$; $-x$, $-r'$ und γ vertauscht. Man bekommt dadurch:

$$z = \frac{r'x}{(n-1)(x+nr')} - \frac{n(n-1)x + (r'+x)(nx+(n+1)r')}{2r'((n-1)x+r'n)^2}\gamma^2$$

und

$$\gamma' = \frac{(n-1)(x+nr')}{r'}\gamma,$$

wenn in dem letzteren Ausdrucke von dem negativen Zeichen abgesehen wird und die dritten wie höheren Potenzen von γ weggelassen werden. Substituirt man in die letzteren Gleichungen statt x und γ die oben gefundenen Werthe, nämlich

$$x = \frac{nar}{(n-1)(a-r)} - \frac{a(a+r)^2(n-1)(a+(n+1)r)}{2nr((n-1)a-r)^2}\cdot\alpha^2$$

und

$$\gamma = \frac{(n-1)(a-r)}{nr}\cdot\alpha;$$

so erhält man

$$z = \frac{arr'}{a(n-1)(r+r')-rr'} - \alpha^2\Big(\frac{ar'^2(n-1)(a+r)^2(a+(n+1)r)}{2n^2r(a(n-1)(r+r')-rr')^2}$$
$$+ \frac{a(n-1)(ar+(n-1)(r+r')a-rr')^2(ar+a(n-1)(r+r')-rr')}{2n^2rr'(a(n-1)(r+r')-rr')^2}\Big),$$

und

$$\gamma' = \frac{(n-1)a(r+r')-rr'}{rr'}\alpha.$$

Diese Ausdrücke gehen, wenn man erwägt, daß wegen

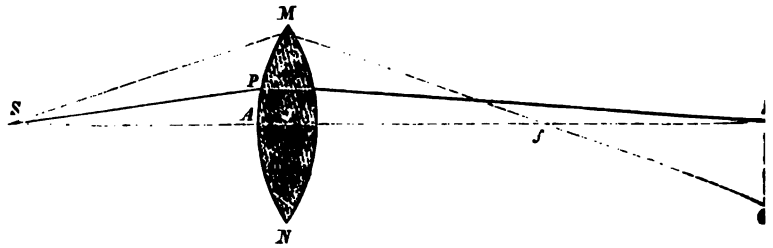
$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right) \text{ ist } b=\frac{a\,r\,r'}{a\,(n-1)\,(r+r')-r\,r'},$$

in folgende über:

$$z=b-\frac{n-1}{2\,n^2\,a\,b\,r^3\,r'^3}\Big\{b^3\,r'^3\,(a+r)^2\,(a+(n+1)\,r)+ \\ +a^3\,r^3\,(b+r')^2\,(b+(n+1)\,r')\Big\}.\,\alpha^2$$

und $\gamma'=\frac{a\,\alpha}{b}$. — Die Vereinigungsweite z der Randstrahlen stimmt also nicht mit der Vereinigungsweite b der Centralstrahlen überein; sie hängt von dem Werthe des Elongationswinkels α ab, so daß die Vereinigungspunkte sich in dem Maße der Linse nähern, als die Strahlen entfernter von der Achse auffallen. Die Größe F f (Fig. 150), welche

Fig. 150.



den Unterschied der Vereinigungsweiten der Centralstrahlen und Randstrahlen angibt, heißt wieder die Längenabweichung, und das Stück welches der Randstrahl von der in F errichteten Senkrechten abschneidet die Seitenabweichung: letztere bezeichnet zugleich den Halbmesser des Kreises, innerhalb dessen sämmtliche zwischen A und M liegende Strahlen ihren Weg nehmen. — Setzt man $y=a\,\text{tang}\,\alpha=a\,\alpha$, wo y den Oeffnungshalbmesser der Linse darstellt, und nennt l die Längenabweichung und s die Seitenabweichung; so hat man

$$l=\frac{(n-1)\,y^2}{2\,n^2\,a^3\,b\,r^3\,r'^3}\Big\{b^3\,r'^3\,(a+r)^2\,(a+(n+1)\,r)+ \\ +a^3\,r^3\,(b+r')^2\,(b+(n+1)\,r')\Big\}$$

und aus der Aehnlichkeit der Dreiecke JMf und fFG, wenn die Dicke des Glases unberücksichtigt bleibt: $s=\frac{y\,l}{z}$, wo JF = z.

Wegen der Kugelabweichung stellt sich das Bild eines jeden leuchtenden Punktes als ein kleiner Kreis dar, was zur nothwendigen Folge hat, daß die Bilder der einzelnen Punkte eines ausgedehnten Gegenstandes theilweise übereinander fallen, somit einen Mangel an scharfer

Begrenzung der einzelnen Theile veranlassen, und folglich eine Undeutlichkeit des ganzen Bildes hervorbringen. Damit das Bild möglichst rein und deutlich ausfalle, muß man die Fehler wegen der Kugelabweichung so weit es nur immer angeht zu vermindern suchen. Dies geschieht zunächst durch Verminderung der Oeffnung, weil mit dem Oeffnungshalbmesser der Linse die Kugelabweichung zunimmt: man bedeckt deßhalb den Rand der Linse mit undurchsichtigen kreisförmigen Ringen; doch darf die Verkleinerung nicht so weit gehen, daß die Helligkeit zu sehr darunter leidet. — Die Kugelabweichung wird ferner verringert durch Verminderung der Krümmungen beider Oberflächen. Man erkennt die Richtigkeit dieser letzten Bemerkung, wenn man dem Werthe für die Längenabweichung die Form

$$l=\frac{n-1}{2n^2}\cdot y^2b^2\left[\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{r}\right)^2\left(\frac{n+1}{a}+\frac{1}{r}\right)+\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{r'}\right)^2\left(\frac{n+1}{b}+\frac{1}{r'}\right)\right]$$

gibt, worin die beiden Krümmungshalbmesser r und r' nur im Nenner vorkommen.

Bei unveränderter Brennweite und Oeffnung der Linse kann für jeden Werth des Brechungsexponenten n ein Verhältniß der beiden Krümmungshalbmesser angegeben werden, für welches die Längenabweichung ein Minimum wird. — Um dieses Verhältniß zu finden, nehmen wir an, daß die Strahlen parallel auf die Linse fallen und setzen demnach $\frac{1}{a}=0$ und $b=f=$ der Brennweite. Die zuletzt angeführte Gleichung geht hierdurch über in:

$$l=\frac{n-1}{2n^2}f^2y^2\left[\frac{1}{r^3}+\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{r'}\right)^2\left(\frac{n+1}{f}+\frac{1}{r'}\right)\right].$$

Führt man in diese Gleichung aus der Relation

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right)$$

den Werth von $\frac{1}{r}=\frac{1}{(n-1)f}-\frac{1}{r'}$ ein, so erhält man:

$$l=\frac{y^2f}{2n}\left[\frac{n^3-2n^2+2}{(n-1)^2f^2}+\frac{2n^2-n-4}{(n-1)f}\cdot\frac{1}{r'}+(n+2)\cdot\frac{1}{r'^2}\right].$$

Soll nun l für einen bestimmten Werth von r' ein Minimum werden, so muß sowohl für $r'+h$ als für $r'-h$ die Größe l größer ausfallen als für r'. Wir führen $r'+h$ statt r' in die letzte Gleichung ein und erhalten für die Längenabweichung den Werth l'

$$l'=\frac{y^2f}{2n}\left[\frac{n^3-2n^2+2}{(n-1)^2f^2}+\frac{2n^2-n-4}{(n-1)f}\cdot\frac{1}{r'+h}+(n+2)\frac{1}{(r'+h)^2}\right]$$

oder wenn man nach Potenzen von h ordnet

$$l' = \frac{y^2 \cdot f}{2n}\left[\frac{n^3 - 2n^2 + 2}{(n-1)^2 f^2} + \frac{2n^2 - n - 4}{(n-1)f}\left(\frac{1}{r'} - \frac{h}{r'^2} + \frac{h^2}{r'^3} - \ldots\right) + \right.$$
$$\left. + (n+2)\left(\frac{1}{r'^2} - \frac{2h}{r'^3} + \frac{3h^2}{r'^4} - \ldots\right)\right]$$

oder

$$l' = \frac{y^2 f}{2n}\left[\frac{n^3 - 2n^2 + 2}{(n-1)^2 f^2} + \frac{2n^2 - n - 4}{(n-1)f} \cdot \frac{1}{r'} + \frac{n+2}{r'^2} - \right.$$
$$\left. - \left(\frac{2n^2 - n - 4}{(n-1) f r'^2} + \frac{2(n+2)}{r'^3}\right)h + \left(\frac{2n^2 - n - 4}{(n-1) f r'^3} + \frac{3(n+2)}{r'^4}\right)h^2 - + \ldots\right]$$

Setzt man dagegen $r' - h$ statt r' in den Ausdruck für die Längenabweichung, so erhält man den Werth l''

$$l'' = \frac{y^2 f}{2n}\left[\frac{n^3 - 2n^2 + 2}{(n-1)^2 f^2} + \frac{2n^2 - n - 4}{(n-1)f} \cdot \frac{1}{r'} + \frac{n+2}{r'^2} + \right.$$
$$\left. + \left(\frac{2n^2 - n - 4}{(n-1) f r'^2} + \frac{2(n+2)}{r'^3}\right)h + \left(\frac{2n^2 - n - 4}{(n-1) f r'^3} + \frac{3(n+2)}{r'^4}\right)h^2 + \ldots\right]$$

Vergleicht man l', l und l'', so ergibt sich, daß sowohl $l' > l$ wie auch $l'' > l$ wird, wenn

$$\left(\frac{2n^2 - n - 4}{(n-1) f r'^2} + \frac{2(n+2)}{r'^3}\right)h = 0$$

ist; oder wenn $$\frac{2n^2 - n - 4}{(n-1) f r'^2} + \frac{2(n+2)}{r'^3} = 0.$$

Aus letzterer Gleichung findet man

$$r' = -\frac{2(n-1)(n+2)f}{2n^2 - n - 4}$$

und wenn man diesen Werth in die Gleichung

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{(n-1)f} - \frac{1}{r'}$$

einführt, so ergibt sich

$$r = \frac{2(n-1)(n+2)f}{2n^2 + n}.$$

Für parallel auffallende Strahlen und für einen bestimmten Werth von n wird daher die Längenabweichung l einen kleinsten Werth erhalten, wenn

$$\frac{r'}{r} = \frac{4 + n - 2n^2}{2n^2 + n}.$$

Führt man in letzterer Gleichung für n der Reihe nach die Werthe 1,5; 1,51; 1,52; 1,53 ein, so muß das Verhältniß des Krümmungshalbmessers der Vorderfläche zum Halbmesser der Hinterfläche beziehungsweise sein

$$\text{bei } n = 1{,}5;\ \frac{r}{r'} = \frac{1}{6};\ \text{bei } n = 1{,}51;\ \frac{r}{r'} = \frac{3}{20}$$

$$\text{bei } n = 1{,}52;\ \frac{r}{r'} = \frac{7}{50};\ \text{bei } n = 1{,}53;\ \frac{r}{r'} = \frac{100}{732}.$$

Eine Linse, bei welcher durch das Verhältniß der Krümmungshalbmesser die kleinste Abweichung zu Stande kommt, heißt eine Linse von der besten Form. — Vergleichen wir in Bezug auf die Längenabweichung eine planconvexe Linse mit einer Linse von der besten Form, wenn beide die nämliche Brennweite f und das Brechungsverhältniß $n = 1{,}53$ haben, und wenden wir bei ersterer zuerst die convexe und dann die ebene Seite dem Object zu; so ist für parallele Strahlen in dem allgemeinen Ausdruck für die Längenabweichung zu setzen:

$$r' = \infty;\ a = \infty;\ b = f.$$

Daher $$l_1 = \frac{(n-1)}{2n^2} y^2 f^2 \left[\frac{1}{r^3} + \frac{(n+1)}{f^3}\right]$$

und wenn r vermittelst der Relation $\frac{1}{f} = \frac{n-1}{r}$ eliminirt wird,

$$l_1 = \frac{(n-1)\,y^2}{2n^2 f}\left[\frac{1}{(n-1)^3} + n + 1\right]$$

oder

$$l_1 = \frac{y^2}{2n(n-1)^2 f}\left[n^3 - 2n^2 + 2\right] = 0{,}899777 \cdot \frac{y^2}{2(n-1)^2 n f}.$$

Kehren wir aber die plane Seite dem Objecte zu, so ist in jenem allgemeinen Ausdruck für die Längenabweichung zu setzen:

$$r = \infty;\ a = \infty;\ b = f.$$

Daher $$l_2 = \frac{(n-1)\,y^2 f^2}{2n^2}\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{1}{r'} + \frac{n+1}{f}\right)$$

und weil $\frac{1}{f} = \frac{n-1}{r'}$, also $r' = (n-1)f$ ist, so hat man

$$l_2 = \frac{(n-1)\,y^2 f^2}{2n^2}\left(\frac{1}{(n-1)f} + \frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{1}{(n-1)f} + \frac{n+1}{f}\right)$$

oder $$l_2 = \frac{y^2}{2n(n-1)^2 f} \times n^3 = 3{,}581577 \cdot \frac{y^2}{2n(n-1)^2 f}.$$

Für die Linse von der besten Form ist aber $r' = 7{,}32 \cdot r$. Setzen wir die Zahl $7{,}32 = m$; ferner $a = \infty$ und $b = f$, so hat man

$$l = \frac{(n-1)\,y^2 f^2}{2n^2}\left[\frac{1}{r^3} + \left(\frac{1}{mr} + \frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{1}{mr} + \frac{n+1}{f}\right)\right]$$

und wenn man aus der Relation $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{mr} + \frac{1}{r}\right)$ den Werth $r = \frac{(m+1)(n-1)f}{m}$ einführt, so entsteht:

$$l = \frac{y^2}{2n^2 f}\left[\frac{m^3 + ((m+1)n - m)^2\,((m+1)n^2 - m)}{(m+1)^3 (n-1)^2}\right]$$

oder

$$l = \frac{y^2}{2n(n-1)^2 f}\left[n^3 - n(2n+1)\left(\frac{m}{m+1}\right)^1 + (n+2)\left(\frac{m+1}{m}\right)^2\right]$$

oder $$l = 0{,}84865 \cdot \frac{y^2}{2n(n-1)^2 f}.$$

Man hat daher $l : l_1 : l_2 = 1 : 1{,}0602 : 4{,}244$. Vorstehende Prop zeigt, daß eine planconvexe Linse, sofern ihre convexe Seite dem jecte zugekehrt ist, nur eine wenig größere Längenabweichung al Linse der besten Form hat. Mehr als viermal größer wird d ihre Längenabweichung, wenn das Object sich vor der ebenen befindet.

Um an einem besondern Beispiele zu zeigen, von welchem G die spärische Aberration ist, wollen wir die Längenabweichung be für eine gleichseitige biconvexe Glaslinse, für welche der Krümm halbmesser $r = r' = 0{,}^m432$; $n = 1{,}423$; $y = 0{,}^m065$, wenn die G nung a des Gegenstandes einmal $0{,}^m85$, dann $0{,}^m71$, ferner $0{,}^m6$ endlich $0{,}^m56$ beträgt. Die Formel für die Längenabweichung ge $r = r'$ zuerst in folgende über:

$$l = \frac{n-1}{nr} \cdot \frac{y^2 f^2}{(a-f)^2}\left[(4n^3 - 4n^2 - n + 2)\left(\frac{a}{r}\right)^2 - 2(3n^2 - (n-2))\left(\frac{a}{r}\right)^1 + 3n + 2\right]$$

wo $$f = \frac{r}{2(n-1)} = 0{,}^m51.$$

Setzt man für n, r und y die obengenannten Werthe, so erhält

$$l = \frac{0{,}00074}{(a-0{,}51)^2}\left[21{,}504\,a^2 - 12{,}277\,a + 6{,}269\right]$$

und für

$a = 0{,}^m85$	wird	$l = 0{,}^m072$
$a = 0{,}^m71$	wird	$l = 0{,}^m155$
$a = 0{,}^m64$	wird	$l = 0{,}^m31$
$a = 0{,}^m56$	wird	$l = 1{,}^m816$

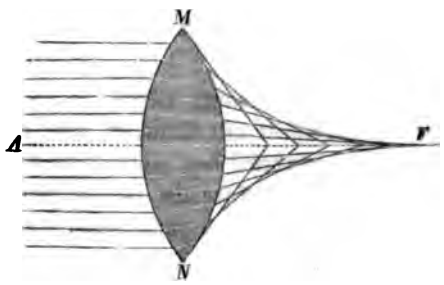
welche Werthe mit den beobachteten ziemlich genau übereinstimme

Um von der Richtigkeit der oben angestellten theoretischen B tungen auch durch einen Versuch sich zu überzeugen, stelle ma convexe Linse von großer Brennweite auf und lasse die Strahle einem in gehöriger Entfernung befindlichen, stark erleuchteten G stande auf dieselbe einfallen. Das von der Linse erzeugte Bild wegen der sphärischen Aberration undeutlich und verworren ersch Bedeckt man hierauf die Ränder der Linsenfläche mit einem un sichtigen kreisförmigen Ringe, so wird die Verworrenheit des B abnehmen. Bedeckt man außer dem Rande auch noch einen gr

Theil der Oberfläche der Linse bis auf einen kleinen Theil um den Mittelpunkt herum, so wird das Bild sehr deutlich, aber weniger hell als vorhin erscheinen. Bedeckt man dagegen den centralen Theil der Linse und läßt bloß einen schmalen Rand frei, so wird man wieder ein ziemlich deutliches Bild erhalten; nur wird dasselbe der Linse näher liegen als das von dem centralen Theile erzeugte.

In dem Maße die Strahlen weiter von der Achse der Linse einfallen, werden sie stärker abgelenkt. Auf diese Weise ereignet sich denn, daß die aufeinander folgenden einfallenden Strahlen nach der Brechung einander schneiden und in der Gesammtheit ihrer stetig aneinander liegenden Durchschnittspunkte eine krumme Linie bilden werden. Die Curve wird im allgemeinen aus zwei Armen bestehen, die im Punkte F (Fig. 151) anfangen, wo die Centralstrahlen einander begegnen,

Fig. 151.



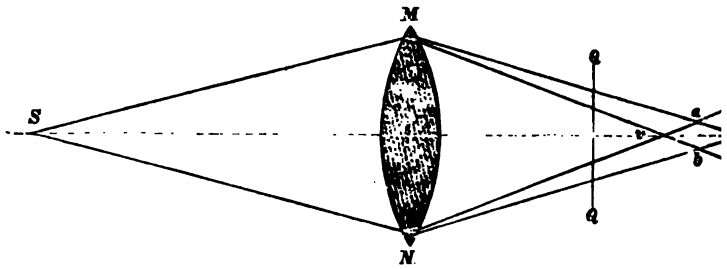
und sich symmetrisch auf beiden Seiten der Achse ausdehnen. Dergleichen Curven werden durch Brechung entstandene **Brennlinien** oder **Diakaustiken** genannt. — Man kann diese Linien sichtbar machen, wenn man eine mit Wasser gefüllte Glaskugel oder einen conischen Glastrichter den Sonnenstrahlen oder dem Lichte einer Kerze aussetzt, und hierauf das gebrochene Licht auf einem weißen Papier auffängt.

Man hat auch Linsen von verschiedenen Formen verfertigt, bei denen die Aberration wegen der Kugelgestalt fast gänzlich aufgehoben ist. Eine solche Linse wurde von dem berühmten Fresnel ausgeführt, welche auf Leuchtthürmen großen Nutzen gewährt. Die Linse besteht aus einem Kugelsegmente, um welches herum mehrere Ringe liegen von der Form, daß sie mit dem Kugelsegment einen gemeinschaftlichen Brennpunkt haben. Das aus dem Brennpunkt auf die Linse fallende Licht wird nach seinem Austritte aus derselben in ein dickes Bündel von fast parallelen Strahlen verwandelt, wodurch die wegen der Divergenz der Strahlen stattfindende Abnahme der Intensität bedeutend vermindert wird, so daß das Licht in große Entfernungen leuchten kann.

Die gewöhnlichen Linsen haben nur eine Oeffnung von ei
während die Ringe der Fresnelschen Linse eine Oeffnung von
lassen, so daß sie in derselben Richtung eine größere Menge Li
einigen kann; dabei ist sie überdies weit dünner, absorbirt daher
tend weniger Licht.

Fällt weißes Licht von einem leuchtenden Punkte S (Fi

Fig. 152.

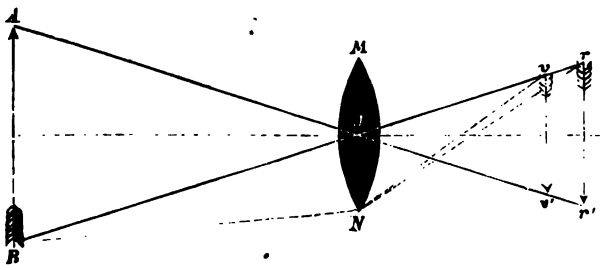


auf eine Sammellinse M N, so können wegen der verschiedenen
barkeit der farbigen Bestandtheile alle Strahlen nicht in derselb
tung dergestalt gebrochen werden, daß sie in einem einzigen
zusammentreffen. Die violetten Strahlen werden nämlich am
von ihrer ursprünglichen Richtung, die rothen aber am wenigste
abgelenkt; daher, wenn wir von der sphärischen Abweichung
die ersteren früher im Punkte v und die letzteren später im P
sich vereinigen und die übrigen farbigen Strahlen ihre Verein
punkte zwischen v und r haben. Diese Verschiedenheit der Verein
punkte der Strahlen von verschiedener Brechbarkeit, heißt d
weichung wegen der Farbenzerstreuung oder die chrom
Abweichung. Die Größe rv, welche den Unterschied der Verein
weiten der äußersten rothen und violetten Strahlen angibt, n
chromatische Längenabweichung genannt. Die Größe
a und b die Punkte sind, in denen die äußersten violetten S
den äußersten rothen nach dem Durchgange der Linse begegnen,
Durchmesser des sogenannten chromatischen Abweichungs
oder Zerstreuungskreises. Dieser Kreis, innerhalb dessen
dem Punkte S ausfahrenden Strahlen bei ihrer größten Conce
liegen, stellt das Bild des Punktes dar. Da derselbe Umst
jedem Punkte eines ausgedehnten weißen Gegenstandes eintritt,
ein jeder durch einen Kreis dargestellt wird; so werden diese
theilweise übereinander fallen, wodurch die Reinheit der Bilde
mals gestört wird.

Die Farbenzerstreuung, welche bei der Brechung des Lichtes in Linsen findet, läßt sich leicht wahrnehmen. Man lasse Sonnenstrahlen auf Sammellinse fallen und fange den aus der Linse tretenden Strahlen- l mit einem weißen Schirme auf. Es zeigt sich, wenn der Schirm 'T, d. h. in größerer Entfernung von der Linse als r sich befindet, beleuchteter Kreis mit violettem und blauen Saume, weil der Kegel Strahlen von größerer Brechbarkeit einen größeren Querschnitt hat die anderen Strahlenkegel. Dagegen erscheint jener Kreis mit m rothen und gelben Saume umgeben, wenn der Schirm in QQ, . der Linse näher steht als v, weil jetzt der Querschnitt des Kegels Strahlen von geringerer Brechbarkeit die anderen Strahlenkegel ragt. Die Mitte des beleuchteten Kreises erscheint in dem einen in dem andern Falle glänzend weiß, weil daselbst alle Arten far- r Strahlen zusammentreffen. — Da sich zu der spärischen Aberra- die chromatische Aberration gesellt, so kann man die Wirkung der rn mehr dadurch hervorheben, wenn man eine große Convexlinse mt, ihren centralen Theil bedeckt und nur einen schmalen Rand läßt, durch welchen die Lichtstrahlen gehen können. — Bringt man den Raum vr einen kleinen undurchsichtigen Körper oder einen rchsichtigen Schirm mit einer feinen Oeffnung, so werden einige farbigen Strahlen aufgehalten, während andere neben dem Körper durch die kleine Oeffnung gehen und auf der in einem verfinster- Zimmer aufgestellten Tafel ein schönes Farbenspiel gewähren.

Ist AB (Fig. 153) ein Gegenstand, welcher weißes Licht auf die

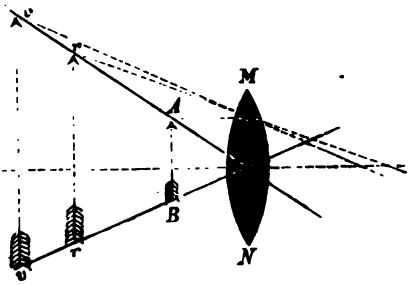
Fig. 153.



mellinse MN sendet und außer ihrer Brennweite sich befindet; so ehen hinter der Linse verschiedenfarbige Bilder, unter denen das : rr' das größte, das violette vv' das kleinste ist. Werden diese er mit freiem Auge betrachtet, so decken sich dieselben in der Mitte, rch der Eindruck der weißen Farbe hervorgeht. Anders verhält es am Rande, wo der rothe oder gelbe Theil über die übrigen her- agt, daher das Bild mit einem rothen nach Innen zu ins Gelbe

übergehenden Saume umgeben erscheint. — Steht der leuchtende weiße Gegenstand AB (Fig. 154) innerhalb der Brennweite, wodurch die

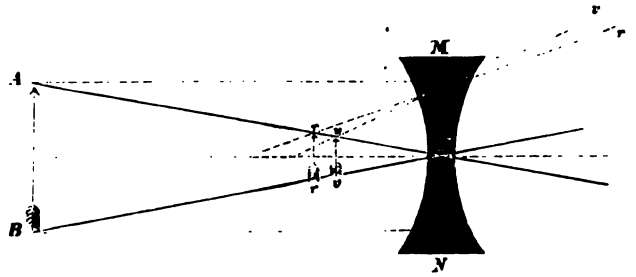
Fig. 154.



Strahlen dergestalt gebrochen werden, als kämen sie von einem entfernter liegenden Gegenstande; so wird das rothe Bild rr' der Linse am nächsten, das violette vv' davon am meisten entfernt, mithin jenes das kleinste dieses das größte sein, weßhalb das Auge letzteres über die anderen hervorragen sieht, daher die Ränder blau und violet gefärbt, die Mitte aber weiß erblickt, von welcher ihm Strahlen von jeder Brechbarkeit zukommen.

Aehnliches gilt auch für die Brechung des weißen Lichtes durch eine Concavlinse. Fallen nämlich die Strahlen von einem weißen Gegenstande AB (Fig. 155) auf eine solche Linse, so werden die vi-

Fig. 155.

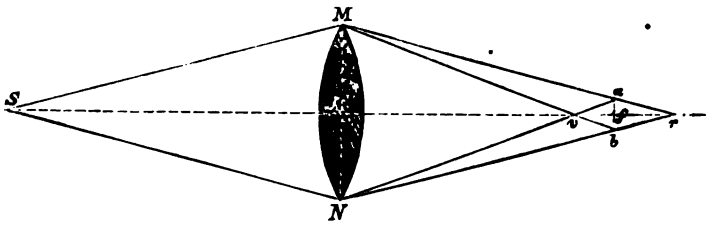


letten am stärksten abgelenkt, scheinen daher von einem der Linse näher liegenden Bilde vv' herzukommen, während das rothe Bild weiter davon absteht. Das gesammte Bild wird daher am Rande blau und violet gefärbt erscheinen. — Die ungleiche Vereinigungsweite verschiedenfarbiger Strahlen läßt sich auch auf folgende Weise darthun. Man mache in einen dunkeln Schirm eine runde Oeffnung und verschließe solche zur Hälfte mit einem rothen, zur Hälfte mit einem möglichst homogen blauen Glase; klebe auf jede Hälfte einen aus Papier ausgeschnittenen

Pfeil und erleuchte das Ganze von hinten durch die Flamme einer Argand'schen Lampe. Fängt man dann das Bild auf einem Papierschirm auf, welches eine in gehöriger Entfernung stehende Linse von den Pfeilen hervorbringt; so wird der Pfeil auf blauem Felde scharf und deutlich erscheinen, wenn die Umrisse des andern verwischt sind; dagegen der Schirm von der Linse weiter abstehen müssen, wenn der Pfeil auf rothem Grunde deutlich sich zeigen soll, dann wird aber wieder von dem Pfeil auf blauem Grunde ein getrübtes Bild zum Vorschein kommen.

Um die Längenabweichung rv (Fig. 156) zu finden, seien n und

Fig. 156.



n′ die Brechungsverhältnisse für die rothen und violetten Strahlen, f und f′ die ihnen entsprechenden Brennweiten, b und b′ ihre Vereinigungsweiten: man hat dann

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) \text{ und } \frac{1}{f'} = (n'-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right);$$

woraus entspringt $\frac{f}{f'} = \frac{n'-1}{n-1}$ oder $\frac{f-f'}{f'} = \frac{n'-n}{n-1}$.

Nun ist $\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a}$ und $\frac{1}{b'} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{a}$ woraus

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{b'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{f'} \text{ oder } \frac{b-b'}{bb'} = \frac{f-f'}{ff'} = \frac{n'-n}{n-1} \cdot \frac{1}{f}.$$

Folglich die chromatische Längenabweichung

$$l' = b - b' = \frac{n'-n}{n-1} \cdot \frac{bb'}{f} = \frac{n'-n}{n-1} \cdot \frac{b^2}{f},$$

wenn man erwägt, daß b von b′ wenig verschieden ist und n′ − n eine kleine Größe ist. — Für unendlich weit entfernte Gegenstände wird die Längenabweichung gleich $\frac{n'-n}{n-1} \cdot f$.

Der Durchmesser des Abweichungskreises wird wie folgt gefunden. Man hat bei Vernachlässigung der Dicke der Linse:

$$MJ : af = Jr : fr \text{ und } MJ : af = Jv : vf, \quad \text{folglich}$$
$$Jr : fr = Jv : vf \text{ und } Jr + Jv : fr + vf = MJ : af.$$

Es kann aber gesetzt werden $fr = vf$; woraus, weil dann $Jr = Jf + fr$ und $Jv = Jf - fr$ angenommen werden darf, entspringt: $Jf : fr = MJ : af$. Ist nun der Oeffnungshalbmesser $MJ = y$, die Vereinigungsweite Jf der mittleren Strahlen $= b$; so ist

$$ab = 2af = \frac{y}{b} \cdot vr = \frac{n' - n}{n - 1} \cdot \frac{yb}{f},$$

wenn statt vr dessen Werth $\frac{n' - 1}{n - 1} \cdot \frac{b^2}{f}$ substituirt wird. Für unendlich weit entfernte Gegenstände wird der Durchmesser des Abweichungskreises gleich $\frac{n' - 1}{n - 1} \cdot y$, ist also unabhängig von der Brennweite der Linse.

Der Winkel, welchen der äußerste rothe und violette Randstrahl mit einander machen, wird der Abweichungswinkel genannt. Zur Bestimmung seines Werthes hat man $vMr = SvM - SrM$; aber Winkel SrM, welcher früher mit γ' bezeichnet wurde, ist gleich $= \frac{a\alpha}{b} = \frac{y}{b}$; folglich der Abweichungswinkel gleich

$$= y\left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{b}\right) = \frac{b - b'}{bb'} \cdot y = \frac{n' - n}{n - 1} \cdot \frac{y}{f},$$

hängt demnach gar nicht von der Entfernung des Objects vom Glase ab.

Setzt man $n = 1{,}55$ und $n' - n = 0{,}01$; so ist $\frac{n' - n}{n - 1} = \frac{1}{55}$; mithin die chromatische Längenabweichung $= \frac{1}{55} \cdot \frac{b^2}{f}$; der Durchmesser des Abweichungskreises $= \frac{1}{55} \cdot \frac{yb}{f}$; der Abweichungswinkel $= \frac{1}{55} \cdot \frac{y}{f}$

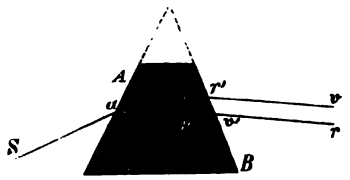
4. Achromatische Prismen und Linsen.

Der nachtheilige Einfluß, den die Farbenzerstreuung auf die Deutlichkeit der Bilder ausübt, mußte wohl bald auf den Gedanken führen, ob es nicht möglich sei eine solche Zerstreuung zu beseitigen, ohne die Ablenkung des Strahles überhaupt aufzuheben; oder mit andern Worten, ob es nicht möglich sei, Prismen und Linsen anzufertigen, bei denen die Wirkung der Farbenzerstreuung aufgehoben ist, und dennoch durch Brechung eine Ablenkung des Strahls von seiner ursprünglichen Richtung stattfindet, so daß die Bilder der durch sie gesehenen Gegenstände von der Farbenzerstreuung befreit erscheinen. Prismen und Linsen, welche diese Bedingungen erfüllen, heißen achromatische. Newton, welcher die Farbenzerstreuung bei allen Stoffen der Brechung proportional annahm, hielt die Anfertigung von dergleichen Prismen und Linsen für unmöglich. Euler behauptete die Möglichkeit derselben, da die Aufhebung der chromatischen Abweichung im Auge durch die Ver-

bindung verschiedener ungleichartiger Substanzen bewirkt zu werden schien. Der schwedische Mathematiker Klingenstierna, welcher die Versuche Newtons einer sorgfältigen Prüfung unterwarf, fand daß Newton durch eine unrichtige Beobachtung zu einem Fehlschlusse verleitet wurde. Dies bewog den ausgezeichneten englischen Optiker Dollond die Newton'schen Experimente zu wiederholen, wobei es ihm nach mannigfaltig abgeänderten Versuchen und Combinationen endlich gelang, die erste achromatische Linse zu Stande zu bringen.

Um einen richtigen Begriff vom Wesen des Achromatismus zu erhalten, erwägen wir, daß der von der Sonne direct kommende Strahl deßhalb nicht farbig erscheint, weil die darin enthaltenen verschieden brechbaren Theile parallel mit einander sind und gleichzeitig ins Auge gelangen. Um daher ein achromatisches Prisma zu bekommen, müssen wir dahin trachten, jenen Parallelismus wiederherzustellen, ohne deßwegen die Ablenkung des Strahls gänzlich aufzuheben. Offenbar wird dies nur zu erreichen sein, wenn wir an das Prisma, welches die Farbenzerstreuung bewirkt hat, ein anderes Prisma anlegen, welches das Licht in einer entgegengesetzten Richtung bricht und zerstreut. Das fragliche Prisma wird demnach in seiner einfachsten Zusammensetzung aus zwei Prismen bestehen, deren brechende Winkel eine entgegengesetzte Lage haben, der Art, daß wenn der brechende Winkel des einen abwärts geht, er bei dem andern aufwärts liegt. Wären die beiden Prismen von der nämlichen Beschaffenheit, d. h. besäßen sie dasselbe Brechungs- und Zerstreuungsvermögen; so würden sie in ihrer Verbindung, wenn sie gleiche und in der Richtung entgegengesetzte brechende Winkel hätten, sowohl die Ablenkung als auch die Zerstreuung aufheben, mithin nur eine Platte mit parallelen Flächen darstellen. Wären zwei Prismen von der nämlichen Beschaffenheit, aber verschiedenen brechenden Winkeln in der angegebenen Weise zusammengestellt, so würden sie in dieser Verbindung dieselbe Ablenkung und Zerstreuung zu Wege bringen, welche ein Prisma von der nämlichen Substanz bewirkt, das einen brechenden Winkel hätte, der dem Unterschiede der brechenden Winkel jener zwei Prismen gleich käme. Aus zwei Prismen von einerlei Brechungs- und Zerstreuungsvermögen läßt sich also kein achromatisches Prisma zusammensetzen. — Betrachten wir nun die Verbindung von zwei Prismen, welche verschiedenes Brechungs- und Zerstreuungsvermögen besitzen. Um die Begriffe zu fixiren, sei A (Fig. 157) ein Prisma, welches den einfallenden weißen Strahl Sa in farbige Theile sondert, deren äußerste ar und av sind, B ein zweites Prisma, welches ein größeres Brechungsvermögen und ein noch größeres Zerstreuungsvermögen hat. Da das zweite Prisma den vio-

Fig. 157.



letten Strahl a v in einem größere Verhältnisse ablenkt als den rothe Strahl a r, und die Ablenkung i beiden Prismen nach entgegengesetzten Richtungen stattfindet; so wird man bei einer schicklichen Verminderung des brechenden Winkels des zweiten Prisma dahin gelangen, daß beide Strahlen r' v und v' r nach dem Austritte aus den Prismen parallel zu einander werden. Durch gedachte zwei Prismen wäre demnach ein Parallelismus der äußersten und eine Annäherung der übrigen Strahlen bewirkt, was eine Farbenlosigkeit des austretenden Strahles zur Folge hat. Da wegen des stärkeren Zerstreuungsvermögens des zweiten Prisma, der brechende Winkel desselben in höherem Grad vermindert wird, als es nöthig ist, um die durch das erste Prisma bewirkte Ablenkung gänzlich aufzuheben; so bleibt noch ein Ueberschuß der in diesem Prisma erfolgten Ablenkung, oder mit andern Worten die Zusammensetzung beider Prismen gibt ein achromatisches Prisma insofern der austretende Strahl nicht bloß farbenlos erscheint, sondern auch eine Ablenkung von seiner primitiven Richtung erfährt.

Es sei γ der brechende Winkel des ersten Prisma, z. B. aus Kronglas; n das Brechungsverhältniß für die mittleren Strahlen, d n der Unterschied zwischen den Brechungsverhältnissen der mittleren und der äußersten Strahlen, wo d n demnach positiv oder negativ wird, je nachdem es sich auf die äußersten violetten oder rothen Strahlen bezieht; ferner ε der Einfallswinkel an der ersten Fläche des Prisma, b der dazugehörige Brechungswinkel, b_1 der entsprechende Einfallswinkel an der zweiten Fläche und endlich β der Austrittswinkel. Dies vorausgesetzt haben wir, wenn die Winkel ε, b, b_1 und β hinlänglich klein sind, daß sie statt ihrer Sinusse genommen werden können: $\varepsilon = n b$ und $\beta = n b_1$; mithin $\varepsilon + \beta = n\gamma$, weil $b + b_1 = \gamma$ ist. Wie wir aber früher nachgewiesen haben, wird die Ablenkung v, welche ein Strahl durch das Prisma erleidet, durch die Relation ausgedrückt: $v = \varepsilon + \beta - \gamma$; folglich für den vorliegenden Fall durch $v = (n-1)\gamma$. Fällt nun der Strahl auf das zweite Prisma, z. B. aus Flintglas, für welches v', γ', n', dn' dieselbe Bedeutung haben wie v, γ, n, dn für das erste Prisma; so ist die Ablenkung des Strahls $v' = (n'-1)\gamma'$. — Die durch das Doppelprisma erzeugte Ablenkung w ist gleich dem Unterschiede der durch die Bestandprismen bewirkten Ablenkungen, mithin $w = v - v' = (n-1)\gamma - (n'-1)\gamma'$. — Auf gleiche Weise ergibt sich für die durch das Doppelprisma hervorgebrachte Ablenkung w'

der äußersten Strahlen die Relation:

$$w' = (n + dn - 1)\gamma - (n' + dn' - 1)\gamma'.$$

Sollen nun die mittleren und äußersten Strahlen nach ihrem Durchgang durch das Doppelprisma einerlei Ablenkung erfahren, so muß $w = w'$ werden; woraus die Bedingungsgleichung entspringt:

$$(n-1)\gamma - (n'-1)\gamma' = (n + dn - 1)\gamma - (n' + dn' - 1)\gamma',$$

oder

$$\frac{dn}{dn'} = \frac{\gamma'}{\gamma};$$

d. h. für einen solchen Fall müssen sich die Farbenzerstreuungen der beiden Glassorten verkehrt, wie die brechenden Winkel der beiden Prismen verhalten.

Wäre für das Krownglas $n = 1{,}525832$ und $n + dn = 1{,}627749$; für das Flintglas $n' = 1{,}546566$ und $n' + dn' = 1{,}671062$; so würde sich für das Verhältniß der brechenden Winkel solcher zwei Prismen zu einer achromatischen Verbindung folgende Gleichung ergeben:

$$\frac{\gamma'}{\gamma} = \frac{0{,}020724}{0{,}043313} = 0{,}4787;$$

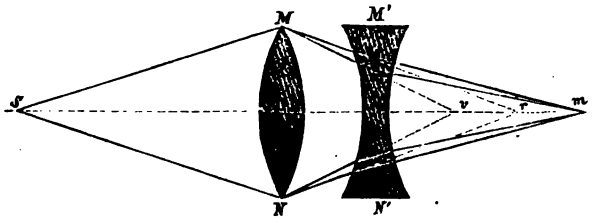
folglich für $\gamma = 25^0$ der Werth $\gamma' = 11^0 58' 3''$. Eine Verbindung aus einem Prisma von Krownglas mit einem brechenden Winkel von 25^0, und aus einem Prisma von Flintglas mit einem brechenden Winkel von $11^0 58' 3''$, vereinigt die mittleren und die äußersten violetten Strahlen. Die Ablenkung, welche der mittlere Strahl in dem Doppelprisma erfährt, wird nach der Gleichung

$$w = (n-1)\gamma - (n'-1)\gamma'$$

berechnet. Substituirt man darin für γ und γ' die gefundenen Werthe, so ergibt sich $w = 5^0 27' 58''$ als Ueberschuß der durch das Krownglas erzeugten Brechung über die durch das Flintglas bewirkte.

Nach denselben Grundsätzen werden achromatische Linsen verfertigt. Fallen nämlich die von einem außerhalb der Brennweite liegenden

Fig. 158.



Punkte S (Fig. 158) herkommenden weißen Lichtstrahlen auf eine Sammellinse MN, so wird der Vereinigungspunkt v der violetten Strahlen

der Linse näher liegen als jener r der rothen. Stellt man nun ei Zerstreuungslinse M'N' hinter gedachte Sammellinse, so werden d von der letzteren kommenden Strahlen auf sie convergirend anlange dergestalt daß, falls sie nach ihrem Austritte aus der Zerstreuung linse noch convergirend bleiben, die violetten in einem entfernten Punkte vereinigt werden als die rothen. Hieraus leuchtet die Möglic keit ein, den Vereinigungspunkt der äußersten rothen oder violett Strahlen mit jenem der mittleren zur Coincidenz zu bringen. So ein derartiges Zusammenfallen zu Stande kommen oder das Syste beider Linsen als Sammellinse wirken; so müssen beide Linsen a Stoffen bestehen, die ein verschiedenes Zerstreuungsvermögen habe Denn wären die zwei Linsen aus einerlei Stoff, so würde bei gleich Zerstreuung auch die Größe der Brechung in beiden gleich sein, mith der austretende Strahl farblos erscheinen, aber seine Richtung gen parallel zu der des einfallenden Strahles erhalten, was dem Zwecke d Linse widerstrebt. Man wählt deßhalb zu der zweiten Linse einen Sto der ein größeres Zerstreuungsvermögen als der Stoff der ersten Lin hat, damit sie die Größe der Ablenkung des aus der ersten Linse au tretenden Strahles nicht aufhebt, aber die durch dieselbe bewirkte Far benzerstreuung beseitigt.

Es seien r, ϱ die Krümmungshalbmesser der ersten Linse a Krownglas, n das Brechungsverhältniß für die mittleren Strahle n + dn das für die äußersten Strahlen; r', ϱ', n', n' + dn' die ana logen Größen für die zweite Linse aus Flintglas; ferner f und f' di Brennweiten dieser hart aneinander gestellten Linsen. Die Brennweit b der Doppellinse für die mittleren Strahlen ergibt sich dann aus de Gleichung:

$$\frac{1}{b}=\frac{1}{f}-\frac{1}{f'},\text{ oder }\frac{1}{b}=(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{\varrho}\right)-(n'-1)\left(\frac{1}{r'}+\frac{1}{\varrho'}\right);$$

und die Brennweite b' für die äußersten Strahlen aus der Gleichung

$$\frac{1}{b'}=(n+dn-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{\varrho}\right)-(n'+dn'-1)\left(\frac{1}{r'}+\frac{1}{\varrho'}\right).$$

Sollen die äußersten und mittleren Strahlen zusammenfallen, so ist

$$(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{\varrho}\right)-(n'-1)\left(\frac{1}{r'}+\frac{1}{\varrho'}\right)=$$

$$=(n+dn-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{\varrho}\right)-(n'+dn'-1)\left(\frac{1}{r'}+\frac{1}{\varrho'}\right),$$

oder

$$dn\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{\varrho}\right)=dn'\left(\frac{1}{r'}+\frac{1}{\varrho'}\right).$$

Wegen

$$\frac{1}{f(n-1)}=\frac{1}{r}+\frac{1}{\varrho}\text{ und }\frac{1}{f'(n'-1)}=\frac{1}{r'}+\frac{1}{\varrho'},$$

verwandelt sich die vorhergehende Relation in folgende:

$$\frac{\frac{dn}{n-1}}{\frac{dn'}{n'-1}} = \frac{f}{f'}$$

d. h. die Brennweiten der Bestandlinsen sind ihren Zerstreuungsvermögen direct proportional für den Fall des Achromatismus.

Weil $\frac{dn'}{n'-1} > \frac{dn}{n-1}$, so ist auch $f' > f$; d. h. bei einer achromatischen Sammellinse ist die am wenigsten zerstreuende Linse eine Sammellinse, und die am stärksten zerstreuende eine Zerstreuungslinse. — Soll die Zusammenstellung beider Linsen als Zerstreuungslinse wirken, so muß die Krownglaslinse eine Zerstreuungslinse und die Flintglaslinse eine Sammellinse sein: denn es fallen dann die parallelen Strahlen auf die Flintglaslinse dergestalt auf, als kämen sie von dem virtuellen Brennpunkte der Krownglaslinse her, der innerhalb der Brennweite der Sammellinse liegt, weil $f' > f$ ist; die Strahlen bleiben also nach dem Austritte aus dieser Linse divergirend.

Um ein einfaches Beispiel über die Anfertigung einer achromatischen Linse zu geben, wollen wir annehmen, daß die doppeltconvexe Krownglaslinse zwei gleiche Krümmungshalbmesser, und die anliegende Fläche der Flintglaslinse auch denselben Krümmungshalbmesser habe; man soll den Krümmungshalbmesser ϱ der zweiten Fläche der letzteren Linse bestimmen, damit aus der Verbindung der beiden Linsen eine achromatische Linse hervorgehe. Erwägen wir, daß im vorliegenden

$$f = \frac{r}{2(n-1)} \text{ und } f' = \frac{r\varrho}{(n'-1)(r+\varrho)}$$

ist, so verwandelt sich die Relation

$$\frac{\frac{dn}{n-1}}{\frac{dn'}{n'-1}} = \frac{f}{f'} \text{ in } \frac{dn}{dn'} = \frac{r+\varrho}{2\varrho}.$$

Aus derselben ergibt sich:

$$\varrho = \frac{r\,dn'}{2\,dn - dn'}.$$

Nehmen wir die vorhin angeführten Werthe an, nämlich $dn = 0{,}02073$ und $dn' = 0{,}04331$, so bekommen wir, abgesehen vom Zeichen $\varrho = 23{,}47\,r$, d. h. der Krümmungshalbmesser der zweiten Fläche der Flintglaslinse muß mehr den 20mal größer sein als der der ersten Fläche.

Um einen vollkommenen Achromatismus durch ein Doppelprisma oder eine Doppellinse zu Wege zu bringen, müßte entweder für sämmt-

liche Strahlen ein vollständiger Parallelismus oder ein genauer Vereinigungspunkt herbeigeführt werden. Durch eine bloße Verbindung von zwei Prismen und von zwei Linsen läßt sich diese Absicht aber nicht erreichen, sondern eigentlich nur für zwei Strahlen bewerkstelligen, wie z. B. für den äußersten rothen und violetten oder für einen dieser äußersten mit dem mittleren. Indem man auf diesem Wege zwei verschiedene Strahlen zusammenbringt, wird damit zugleich für die dazwischen liegenden Strahlen eine größere Annäherung herbeigeführt, wodurch die Färbung wohl bis zu einem hinlänglichen Grade sich beseitigen läßt, um vom Auge nicht merklich empfunden zu werden, der Achromatismus aber in vollkommener Schärfe nicht erhalten werden kann. Immerhin bleibt eine kleine Farbenzerstreuung übrig, die das sogenannte secundäre Farbenbild gibt. Obschon dasselbe einen unbedeutenden Einfluß auf die Deutlichkeit der Bilder ausübt, so sucht man ihn noch mehr dadurch zu schwächen, daß man die lebhaftesten Farben, nämlich das helle an das Orange grenzende Roth und das lebhafte Dunkelblau miteinander vereinigt. Die nicht zur Vereinigung gebrachten Strahlen bilden dann ein secundäres Spectrum, das auf der Seite des am meisten brechbaren Lichtes schwach grüngelb, und auf der Seite des am wenigsten brechbaren purpurfarben erscheint. — Zur besseren Erzielung des Achromatismus setzt man auch drei Linsen, nämlich eine Concavlinse aus Flintglas und zwei Convexlinsen aus Krownglas in der Art zusammen, daß sie ein achromatisches System bilden. Allein damit kommt man auch nicht ans Ziel, wenn das Bild von beträchtlicher Ausdehnung ist; in solchem Falle nimmt man dann seine Zuflucht zu einer Zusammenstellung von mehreren Linsen. Strenge genommen müßte man, wenn ein vollkommen achromatisches Linsensystem zu Stande kommen sollte, eine unendliche Menge von Linsengläsern wählen, weil es eine unendliche Menge ungleichbrechbarer Strahlen gibt. Eine allgemeine Lösung der Aufgabe auf diesem Wege ist daher nicht möglich, da man immer nur eine beschränkte Anzahl von Linsen anwenden kann. Dazu kommt noch, daß bei der Verbindung so vieler Linsen an den vielen Oberflächen durch Reflection eine große Menge Licht verloren geht, wodurch die Helligkeit bedeutend vermindert wird. Man zieht deßhalb beim Gebrauche die Doppellinsen vor, die jedoch bei der Bearbeitung eine große Sorgfalt erheischen, wenn die achromatische Abweichung so viel als möglich beseitigt werden soll. — Uebrigens würde man eine dauerhafte vollkommen achromatische Doppellinse erhalten, wenn man zwei feste Substanzen von verschiedener absoluter Zerstreuung auffinden könnte, welche dasselbe Gesetz der Vertheilung für alle Farben besäßen; oder mit andern Worten,

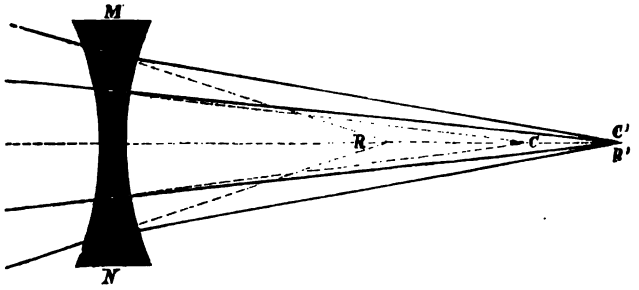
wenn n und n' die Brechungsverhältnisse für irgend einen Strahl gegebener Substanzen bezeichnen, mithin $\frac{n'}{n}$ das relative Brechungsverhältniß für jenen Strahl und $\frac{n'+dn'}{n+dn}$ das für einen andern wäre, die Relation

$$\frac{n'+dn'}{n+dn}=\frac{n'}{n} \text{ oder } \frac{dn'}{dn}=\frac{n'}{n}$$

stattfände und eine solche Relation im ganzen Farbenbilde bestände, indem man vom Roth zum Violet des Spectrums übergeht. Dr. Blair hat durch eine Verbindung von Ammonium und Salzsäure ein Farbenbild erhalten, in welchem die Strahlen dasselbe Zerstreuungsgesetz wie bei dem Krownglas befolgten. Indem er den Raum zwischen zwei Convexlinsen aus Krownglas mit dieser Flüssigkeit füllte, erhielt er eine Linsenverbindung, in welcher die chromatische Abweichung vollständig gehoben war. Die Flüssigkeiten haben das gegen sich, daß sie so leicht verdünsten und verderben, und sich ungleich erwärmt in Schichten von verschiedener Dichte absondern, die das Licht ungleich brechen.

Linsenverbindungen, bei denen die chromatische Abweichung sowohl als die sphärische Abweichung soviel als möglich aufgehoben ist, nennt man **aplanatische**. Es tritt hier der glückliche Umstand ein, daß mit der chromatischen Abweichung zugleich auch die sphärische Abweichung gehoben werden kann. Um sich davon zu überzeugen, sei R (Fig. 159)

Fig. 159.



R Vereinigungspunkt der Randstrahlen und C jener der Centralstrahlen nach ihrem Durchgange durch die Sammellinse. Die Zerstreuungslinse vermindert die Convergenz der Strahlen, so daß beide Vereinigungspunkte entfernter von der Linse zu liegen kommen, und zwar der Vereinigungspunkt der Randstrahlen in größerem Maße als jener der Centralstrahlen, weil die ersteren in Bezug auf die Zerstreuungslinse offenbar Randstrahlen sind, mithin eine größere Ablenkung erfahren müssen als die anderen. Werden nun beide Vereinigungspunkte durch die Zerstreuungslinse um ebensoviel einander genähert, als sie früher

nach der Brechung in der Sammellinse von einander entfernt waren so werden die Randstrahlen und Centralstrahlen nach ihrem Durchgang durch die Doppellinse in einem Punkt zusammenkommen, mithin wird die sphärische Abweichung aufgehoben sein. Durch Veränderung der Krümmungshalbmesser läßt sich die Größe der sphärischen Abweichung auf mannigfaltige Weise verändern, ohne die Brennweite selbst zu ändern; man kann daher die Relation der beiden Glasarten immer so wählen, daß die chromatische Abweichung aufgehoben werde, und dabei das Verhältniß der Krümmungshalbmesser dergestalt ändern, daß die sphärische Abweichung beseitigt, mithin die Doppellinse zu einer aplanatischen werde. Indem auf diesem Wege die Randstrahlen mit den Centralstrahlen zur Vereinigung kommen, wird dies nicht zugleich mit den dazwischen liegenden Strahlen der Fall sein, weßhalb bei einer aplanatischen Linse noch ein Rest der sphärischen wie der chromatischen Abweichung übrig bleibt.

Gewöhnlich stellt man die Flintglaslinse hart an die Krownglaslinse, um eine achromatische Combination zu erhalten, wobei natürlich die Linsen gleiche Oeffnung bekommen müssen. In neuester Zeit hat man jedoch ohne Nachtheil für den Achromatismus die beiden Linsen von einander getrennt, und dadurch den Vortheil erlangt, den ganzen aus der Krownglaslinse austretenden Lichtkegel mit einer kleineren Flintglaslinse auffangen und achromatisiren zu können. Man nennt dergleichen Linsen dialytische. Sie gewähren den Vortheil, daß man von dem Flintglase nur kleine reine Stücke nöthig hat, was von Wichtigkeit, da es sehr schwer hält Flintglaslinsen von bedeutenden Dimensionen und zugleich ohne Streifen zu bekommen. Dabei haben sie noch den Vortheil, eine größere Schärfe und Lichtstärke zu besitzen als die bisherigen achromatischen Linsen. Die Ursache dieser größeren Präcision und schärferen Begrenzung ist nach der Aussage von Littrow darin zu suchen, daß bei den dialytischen Linsen die Lichtstrahlen sich zu dem Bilde unter größeren Winkeln vereinigen als bei den früheren achromatischen Linsen.

Zweiter Abſchnitt:

Vom Sehen.

1. Das Auge und der Hergang des Sehens.

Wie mittelſt des Gehörſinnes der Schall und der Ton für die Seele objectiv wird, ſo iſt es mittelſt des Geſichtsſinnes für ſie das Licht und die Farbe. Nur noch feiner und mannigfaltiger ſind die Geſichtseindrücke als die Gehörempfindungen; doch erhebt ſich der eine wie der andere Sinneseindruck erſt durch Anwendung des Verſtandes zur Vorſtellung. Die Einwirkungen auf das Trommelfell wie die Affectionen der Netzhaut ſind, wie ſchon bemerkt worden, gleichſam das rohe Material, aus welchem die Seele im Verein mit dem Verſtand ſich die Erkenntniß auf eine Weiſe conſtruiren, die uns wohl immer ein Geheimniß bleiben wird. Das Organ des Geſichtsſinnes iſt das Auge, welches dazu beſtimmt iſt die Lichtwirkungen unmittelbar zu empfangen, ſie in einem und demſelben Punkt der Netzhaut zu concentriren, von wo aus ſie dann vermittelſt des Sehnerven zum Gehirn gelangen. Bei dieſem Proceß verhalten ſich die verſchiedenen Theile jenes Organs wie für das Licht gebildete, d. h. ihm durchdringliche unorganiſche Subſtanzen, welche den gewöhnlichen Geſetzen der Phyſik unterworfen ſind. Ausgenommen allein davon iſt die Netzhaut, welche zu dem Nervenapparat gehört, durch deſſen Erregung die Außenwelt zum Bewußtſein der Seele kommt. Der Seheindruck hat wie jeder andere Sinneseindruck ſeine zwei Hauptwirkſamkeiten, nämlich einmal die Naturfunction und dann die Sinnesfunction, deren vereinigte Wirkung er iſt. Ueber beide Wirkſamkeiten vermögen wir mehr oder weniger Auskunft zu geben, während über der Wirkſamkeit des Sinnennerves ein dichter Schleier liegt. Was in der Natur als Beſchaffenheit, Thätigkeit ſich zeigt, tritt durch die Sinnesfunction in das Bewußtſein ein. Es gibt aber verſchiedene Thätigkeitsarten der Natur; ihnen entſprechend ſind die verſchiedenen Sinnesarten. Wenn darum gewiſſe Verhältniſſe und Vorgänge in der Natur von uns nicht wahrgenommen werden, ſo hat dies nur ſeinen Grund in der Beſchaffenheit unſers Körpers, dem der Sinn dafür abgeht; denn gewiß ſind mehr Thätigkeiten in der Natur vorhanden als Sinne im lebendigen Körper. Bei dem Hergang des Sehens dürfte ſich jedoch vielleicht eher als bei irgend

einer andern Sinnesoperation zu erkennen geben, wie die Seelenthätigkeit die von der Außenwelt hervorgerufenen Eindrücke zu Anschauungen zu verarbeiten und solche durch Verknüpfung mit anderen Anschauungen zu vervollständigen sucht. Auch dürften die Eigenschaften und Unvollkommenheiten des Gesichtssinnes zu Täuschungen oder unrichtigen Urtheilen häufiger Anlaß geben können als die der übrigen Sinne. Es sind dies triftige Gründe, welche den Physiker auffordern müssen, mit den Vorgängen des Sehens nach verschiedenen Seiten hin sich zu beschäftigen und die Wirksamkeit der einzelnen Theile des Gesichtsorganes möglichst genau kennen zu lernen.

Der ganze Sehapparat ist in dem Augapfel enthalten, welcher aus zwei Kugelsegmenten zusammengesetzt ist, deren vorderes eine mehr convexe Form als das hintere hat. Dieser Augapfel befindet sich in der aus Knochen gebildeten Augenhöhle, an welche er durch sechs Muskeln befestigt ist, die ihm gestatten sich in seiner Höhle nach allen Seiten bis auf eine gewisse Weite hin und her zu bewegen. Die äußerste Hülle besteht aus einer weißen und undurchsichtigen Haut, der sogenannten harten Haut, deren vorderer Theil das sichtbare Weiße des Auges bildet, und der durchsichtigen Hornhaut, welche mit ihrem Rande in die harte Haut eingefügt ist. Unter der harten Haut liegt die aus einem zarten Zellgewebe und lauter Adern ohne Nerven bestehende Aderhaut, die von einem schwarzen Pigmente durchdrungen ist, das den Zweck hat, denjenigen Theil der eingetretenen Lichtstrahlen, welcher der Deutlichkeit schaden würde, zu absorbiren. Vorne unmittelbar hinter der Hornhaut geht die Aderhaut in die Iris oder Regenbogenhaut über, die dem Auge seine Farbe gibt. Die Iris hat in der Mitte eine runde Oeffnung, die Augenöffnung oder Pupille, welche sich im schwachen Lichte erweitert, in starkem zusammenzieht. Hinter der Regenbogenhaut gegen das Innere des Auges zu liegt die Krystalllinse, welche eine schichtenartige Structur hat und an der hinteren Fläche stärker gewölbt ist als an der vorderen. Zwischen der Krystalllinse und der Hornhaut befindet sich eine etwas salzige durchsichtige Flüssigkeit, welche die wässerige Feuchtigkeit genannt wird: der ganze Raum zwischen der Krystalllinse und dem Hintergrunde des Augapfels ist von einer gallertartigen durchsichtigen, in einem zarten Häutchen eingeschlossenen Flüssigkeit ausgefüllt, welche Glasfeuchtigkeit heißt. Am hinteren Theile des Augapfels endlich, tritt durch eine Oeffnung der harten Haut der Sehnerve in der Form eines dünnen Federkiels ein, und breitet sich in ein sehr feines Nervengewebe aus, welches die Netzhaut genannt wird, die so gleichsam als ein Theil des Gehirnes gelten kann, der in das Auge hineinragt. — Die mit-

:n Dimensionen der verschiedenen Theile des menschlichen Auges
› folgende:

ümmungshalbmesser der harten Haut . . .	10	bis 11	Millim.;
ümmungshalbmesser der Hornhaut	7	„ 8	„
ırchmesser der Regenbogenhaut	11	„ 12	„
ırchmesser der Pupille	3	„ 7	„
rderer Krümmungshalbmesser der Krystalllinse	7	„ 8	„
nterer Krümmungshalbmesser der Krystalllinse	5	„ 6	„
ırchmesser der Krystalllinse		10	„
cke der Krystalllinse		5	„

e Brechungsverhältnisse der verschiedenen, im Auge enthaltenen durch-
ıtigen Substanzen sind folgende:

für die wässerige Feuchtigkeit	1,337;
für die gläserne Feuchtigkeit	1,339;
für die äußere Hülle der Krystalllinse . .	1,377;
für den mittlern Theil derselben	1,379.

Die Art, wie dieser Apparat wirkt, läßt sich kurz folgendermaßen
geben. Die Lichtstrahlen, welche von einem entfernt leuchtenden
nkte herkommend in das Auge eintreten, werden schon in der wäße-
en Feuchtigkeit convergirend gemacht, dann durch die Krystalllinse
ter Mitwirkung der Glasfeuchtigkeit in einem Punkte des Haupt-
ahls vereinigt, wo nämlich derselbe die Netzhaut trifft; dieser Punkt
das Bild des leuchtenden Punktes. Auf ähnliche Weise entstehen
ı andern leuchtenden Punkten an Stellen der Netzhaut, wo sie von
ı denselben entsprechenden Hauptstrahlen getroffen werden, Bilder, so
ȝ auf der Netzhaut ein kleines umgekehrtes Bild des Gegenstandes
n Vorschein kommt. Eine wesentliche Bedingung des Sehens ist die
tstehung eines solchen Bildes: denn wird die Krystalllinse undurch-
ıtig, wie dies beim grauen Staar der Fall ist, so tritt Blindheit
, welche dadurch sich beseitigen läßt, daß man die undurchsichtig ge-
rdene Krystalllinse aus dem Auge nimmt und durch eine sogenannte
aarbrille ersetzt. Damit soll jedoch keineswegs behauptet werden,
ȝ jenes Bild den eigentlichen Gegenstand der Anschauung abgibt;
ın will nur sagen, daß durch das Zustandekommen von scharf be-
ızten Abbildungen äußerer Gegenstände, im Hintergrunde des Auges
Bestimmtheit des Eindruckes bedingt wird, den die von einem und
nselben leuchtenden Punkte ausgegangenen Lichtstrahlen auf der Netz-
ut machen, was sich nicht mehr ereignen wird, wenn jene Strahlen
) nicht wieder in einem einzigen Punkte der Netzhaut vereinigen. Es
ıt deßhalb auch nichts zur Sache, daß das auf der Netzhaut entwor-
ıe Bild bezüglich des Gegenstandes eine umgekehrte Lage hat. Denn

die Anschauung kommt erst dadurch zu Stande, daß der Verstand den durch das Netzhautbild hervorgerufenen Eindruck sofort auf seine Ursache zurückführt. Bei diesem Zurückgehn von der Wirkung auf die Ursache verfolgt er aber die Richtung, in welcher er den Punkt, von dem die Affection der Netzhaut herrührt, zu suchen hat; wodurch es denn geschieht, daß am Gegenstande oben liegt, was in dem Eindrucke unten war. — Eine zweite wesentliche Bedingung des Sehens ist die Empfindlichkeit der Netzhaut und des Sehnerves; denn werden diese gelähmt, so erfolgt Blindheit, wie das beim schwarzen Staar der Fall ist, wenn auch das Auge offen bleibt und die verschiedenen Feuchtigkeiten ihre Durchsichtigkeit behalten.

Durch folgenden Versuch kann man sich überzeugen, daß das Netzhautbild eine verkehrte Lage habe. Man halte vor das Auge ein Kartenblatt mit einer kleinen Oeffnung, und schaue durch dieselbe nach einer Lichtflamme, indem man nahe am Auge die Spitze einer Stecknadel von unten nach oben bewegt: die oberen Theile der Flamme werden zuerst abgehalten zum Auge zu kommen, beim weiteren Hinaufrücken der Spitze verschwinden auch die tiefer liegenden Theile, so daß es den Anschein hat als wäre die Nadelspitze von oben nach unten bewegt worden. — Daß die Bilder der äußern Objecte sich verkehrt auf der Netzhaut abmalen, kann man auch an einem Menschen- oder Ochsenauge zeigen, das man bald nach dem Tode herausgenommen hat. Befreit man den hintern Theil des Auges von seinem Fette und verdünnt die harte Haut mit einem scharfen Instrument, bringt dann vor die Hornhaut in einiger Entfernung einen hellen Gegenstand; so erblickt man, wenn man sich hinter das Auge stellt, auf dem Hintergrunde desselben ein umgekehrtes sehr scharfes Bild des Gegenstandes, welches an Größe zu- oder abnimmt, je nachdem man denselben nähert oder entfernt. Vermittelst eines Kaninchenauges, dessen hintere Haut durchsichtig ist, läßt sich dieser Versuch noch leichter anstellen. — Man hat auch eigene Vorrichtungen, sogenannte künstliche Augen, zur Versinnlichung dieser Vorgänge. Ein solches Auge besteht aus einer hohlen Messingkugel, die vorn eine runde Oeffnung (Pupille) hat und in der Mitte eine doppeltconvexe Linse (Krystalllinse) enthält. Vor der Pupille ist ein Uhrglas angebracht, welches die Hornhaut darstellt, und an der Hinterfläche nahe im Brennpunkt jener Linse befindet sich eine mattgeschliffene Glastafel, welche die Stelle der Netzhaut vertritt.

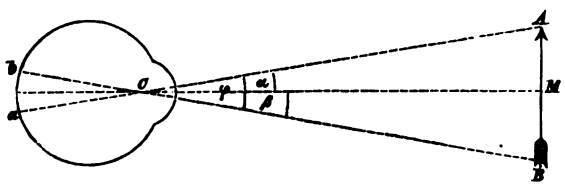
Aus dem Vorhergehenden lassen sich die Gesetze, welche beim Sehen stattfinden, nicht nur begreifen, sondern zum Theil auch auf rationellem

Wege daraus ableiten. Die wichtigeren dieser Gesetze mögen nun zur Sprache kommen:

1) Die Richtungslinien, d. h. die geraden Linien, welche von den verschiedenen Punkten eines Gegenstandes zu deren Bildern auf der Netzhaut gezogen gedacht werden, durchschneiden einander sämmtlich in einem und demselben im Innern des Auges liegenden Punkt, welchen man den Kreuzungspunkt nennt. Aus dieser Eigenschaft folgt, daß zwei leuchtende Punkte, deren Richtungslinien in einerlei Gerade fallen, einander decken müssen. Die Richtigkeit dieser Aussage beweist folgender Versuch, welcher zugleich die Behauptung bestätigt, daß der Kreuzungspunkt mit dem Mittelpunkt der Hornhautkrümmung zusammenfällt. Auf einem Brette wurde der Durchschnitt eines Auges möglichst genau gezeichnet und durch den Krümmungsmittelpunkt der Hornhaut drei Linien gezogen, von denen die mittlere die Richtung der Augenachse hatte, unter welcher gewöhnlich die mit der größten Dimension des Auges zusammenfallende Gerade verstanden wird, und die seitlichen Linien mit dieser Achse einen Winkel von 15° bildeten. Die Punkte, in denen die Netzhaut von den beiden letzten Linien geschnitten wurde, und welche 1 Centimeter von einander entfernt lagen, trug man auf die harte Haut eines menschlichen Auges über, machte in jenen Punkten zwei Spalten und beseitigte dann behutsam die Adernhaut mit ihrem Pigment. Hierauf setzte man das Auge über der Figur in einen Ring von Wachs und bewegte vor demselben ein Kerzenlicht: die Spalten wurden nur erhellt, wenn das Licht in den aufgetragenen Richtungslinien sich befand.

2) Unter Sehwinkel, Gesichtswinkel versteht man den Winkel, welchen die zu den äußersten Enden des gesehenen Gegenstandes gehörigen Richtungslinien mit einander bilden. Es sei AB = r (Fig. 160)

Fig. 160.



ein leuchtender Gegenstand vor dem Auge, ab das Netzhautbild des Gegenstandes, der in der Entfernung CM = a von dem Kreuzungspunkt C sich befindet; ACB ist dann der Sehwinkel, der durch φ dargestellt

werden mag. Man hat $AM = CM \tang \alpha$ und $BM = CM \tang \beta$; woraus $r = a(\tang \alpha + \tang \beta) = a(\alpha + \beta) = a\varphi$, wenn ſtatt der Tangenten der Winkel die Sehwinkel ſelbſt genommen werden, welche faſt immer ſehr klein ſind. Der Sehwinkel kann als Maß der ſcheinbaren Größe des Gegenſtandes dienen, unter welcher die Größe des von demſelben im Auge erzeugten Bildes im Vergleich zum Abſtande des Kreuzungspunktes des Auges von ſeiner Netzhaut verſtanden wird. Der Sehwinkel ſelbſt wird durch die abſolute Größe r des Gegenſtandes und durch ſeine Entfernung a vom Auge beſtimmt; er iſt deſto größer, je größer die Dimenſion des Gegenſtandes und je kleiner deſſen Entfernung iſt. — Auch die Größe des Abſtandes zweier Punkte wird nach dem Sehwinkel beurtheilt, unter welchem er uns erſcheint. Daher kommt es, daß die Gegenſtände deſto näher an einander gerückt uns vorkommen, je weiter ſie von uns entfernt ſind; daß Gegenſtände, denen wir uns nähern, mehr und mehr aus einander zu rücken ſcheinen, die näheren in ſtärkerem, die entfernteren in geringerem Maße. Zwei parallele Baumreihen ſcheinen in convergirenden Richtungen zu ſtehen, weil der Abſtand für die entfernten Bäume unter einem kleineren Sehwinkel wahrgenommen wird; ein entferntes Kornfeld ſtellt ſich uns als eine zuſammenhängende Maſſe dar, weil die Sehwinkel der Abſtände der einzelnen Aehren für uns nicht mehr wahrnehmbar ſind. — Die Größe des Sehwinkels, bei welcher ein Gegenſtand dem bloßen Auge erkenntlich wird, hängt außer der Beſchaffenheit des Auges auch ab von dem Grade der Beleuchtung, von der Farbe, von der Bewegung oder Ruhe des Gegenſtandes, von der Natur des Hintergrundes. Für ein gewöhnliches Auge pflegt man bei mäßiger Beleuchtung den kleinſten Sehwinkel zu 30 Secunden anzunehmen; einen glänzenden Silberdraht auf dunkelm Grunde ſieht man aber noch unter einem Winkel von 2 Secunden; die hellen Fixſterne werden noch geſehen, bei denen jener Winkel wegen ſeiner Kleinheit nicht mehr meßbar iſt; ſchwache Schatten werden erſt bemerkt, wenn ſie in Bewegung kommen. — Um zu unterſuchen, bei welchen Entfernungen jede der vier Farben Weiß, Gelb, Roth, Blau aufhören ſichtbar zu ſein, klebten wir vier kleine Kreiſe aus farbigem Papier von einem Centimeter im Durchmeſſer auf eine geſchwärzte Tafel, die im Freien aufgeſtellt war, von welcher wir uns dann langſam ſo weit entfernten, bis der farbige Kreis vollſtändig verſchwand. Das Weiß wirkt am mächtigſten auf die Netzhaut, dann kommt Gelb, darauf Roth und zuletzt Blau. Die Reſultate, wie wir ſolche zu der nämlichen Zeit mit vier verſchiedenen Perſonen erhalten haben, finden ſich hier zuſammengeſtellt:

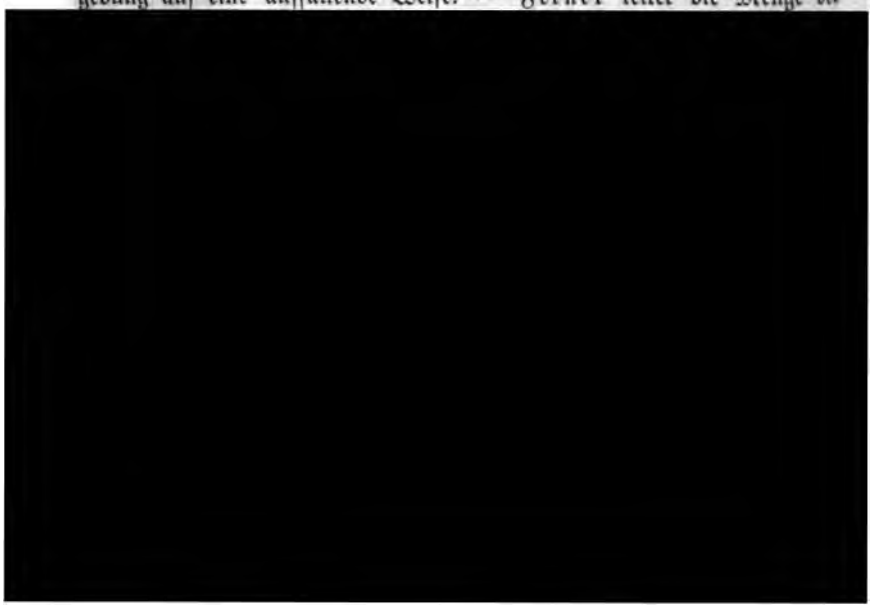
Beobachter.	Entfernungen in Metern, bei denen die Kreise verschwanden.			
	Blau.	Roth.	Gelb.	Weiß.
Erster . . .	15.	16.	27.	30.
Zweiter . . .	16.	22.	34.	39.
Dritter . . .	32.	45.	70.	81.
Vierter . . .	48.	56.	110.	112.

Es hat nun keine weitere Schwierigkeit den Gesichtswinkel zu bestimmen, unter welchem jede der vier genannten Farben für das betreffende Auge aufhört sichtbar zu sein.

3) Ein Urtheil über die wahre Größe eines Gegenstandes können wir nur fällen, wenn wir zugleich in der nämlichen Entfernung an denselben einen Maßstab von bekannter Größe legen. Sind wir auf irgend eine Weise dahin gelangt, ein Urtheil über die Entfernung uns zu verschaffen und ihren Einfluß abzuschätzen; so vermögen wir auch über die wahre Größe eines entfernten Objects ein richtiges Urtheil abzugeben. Das Bild eines Mannes kann auf der Netzhaut des Beobachters kleiner sein als das eines Kindes, und dennoch irrt sich der Beobachter nicht in Betreff der Größe dieser beiden Personen, weil dem Urtheil nach die Entfernung des Mannes größer ist als die des Kindes. Die scheinbare Größe des vor das Auge gehaltenen Fingers übertrifft jene des entfernt gelegenen Gebäudes, und doch sehen wir letzteres größer als den Finger, weil der Einfluß der Entfernung zur gehörigen Abschätzung gekommen ist. — In denjenigen Fällen, wo wir aus Mangel an Uebung die Entfernung nicht richtig zu beurtheilen im Stande sind, bauen wir auf die Sinneseindrücke ohne weitere Untersuchung ein Urtheil, das einer optischen Täuschung unterliegen kann: dies ereignet sich z. B., wenn wir von einem Thurme herab die Gegenstände auf der Erde betrachten, die sämmtlich uns verkleinert vorkommen. Der Mond und die Sonne scheinen beim Auf- und Untergehen größer als wenn sie einen hohen Stand haben, weil wir die am Horizont befindlichen irdischen Gegenstände uns alle größer vorstellen als sie ihrem Gesichtswinkel nach erscheinen, und so uns nicht erwehren können, ein gleiches Urtheil auf die Größe jener Himmelskörper zu übertragen, bei denen wir den nämlichen Sehwinkel finden, wie bei vielen Gegenständen der Erde. Betrachten wir die beiden Himmelskörper durch eine lange Röhre, so entziehen wir uns die Mittel, welche bei der Beurtheilung der Größe über jene Körper von Einfluß waren; ihre Größe wird nunmehr bloß nach der Größe des Sehwinkels geschätzt, weßhalb beide Körper uns nun nicht mehr vergrößert erscheinen.

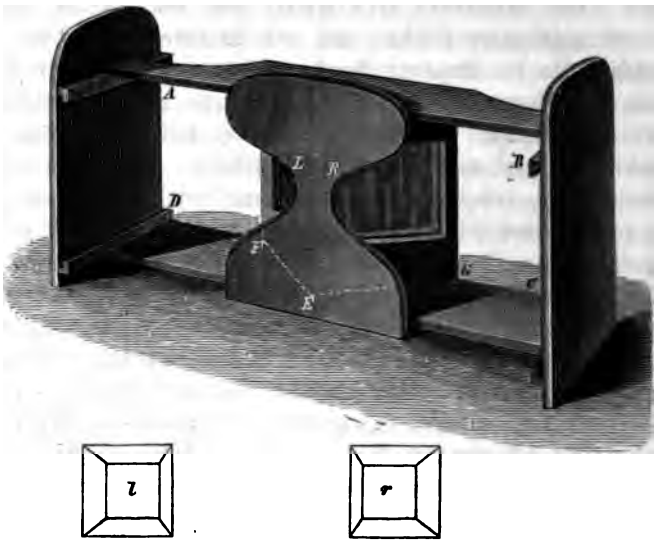
4) Alles was wir über Entfernung eines Gegenstandes aussagen, geschieht in Folge eines Urtheils, das durch Empfindungen her-

vorgerufen wird, welche mit der Entfernung des Objects vom Auge ſich ändern. Auf dieſe Empfindungen hat einmal Einfluß der optiſche Winkel, d. h. der Winkel, den die beiden Augenachſen mit einander machen, wenn ſie auf einen und denſelben Punkt des Gegenſtandes gerichtet ſind. Je näher der Gegenſtand dem Auge liegt, deſto größer iſt dieſer Winkel und deſto mehr Anſtrengung koſtet es den Muskeln, den Augenachſen die erforderliche Richtung zu geben. Die Empfindung dieſer Anſtrengung wird als Beurtheilungsmittel der Entfernung des betrachteten Gegenſtandes benutzt. Aus dieſem Grunde irrt man ſich ſeltener in ſeinem Urtheil, wenn man auf einen Gegenſtand mit beiden Augen hinſieht als nur mit einem, wie folgender Verſuch zeigt. Man hänge einen kleinen Ring an einem dünnen Faden auf und ſtelle ſich ſo, daß man die Oeffnung im Ringe nicht ſieht. Hierauf nehme man einen ohngefähr 3/4 Meter langen Stab, der an einem Ende mit einem Haken verſehen iſt, und verſuche denſelben in die Oeffnung des Ringes zu bringen. Es wird nicht leicht gelingen, wenn man bloß ein Auge gebraucht, während man ſelten fehlen wird, wenn man beide Augen zu Hülfe nimmt. — Dann iſt von Einfluß der Grad der Deutlichkeit, mit der wir den Gegenſtand ſehen, ſo wie die Stärke ſeiner Beleuchtung. Weiße Gebäude, beſchneite Berge halten wir für näher als andere gleich weit entfernte aber ſchwach beleuchtete Gegenſtände; im Nebel verändern ſich Größe und Entfernung der Umgebung auf eine auffallende Weiſe. — Ferner leitet die Menge der



5) Die *scheinbare Gestalt* eines Körpers ist nicht seine *wahre Gestalt*. Wir beurtheilen diese letztere nach den äußeren Umrissen seiner uns zugekehrten Fläche, nach den Winkeln, welche die beiden Augenachsen für die einzelnen Punkte derselben mit einander machen, nach der Vertheilung des Lichtes und Schattens auf den verschiedenen Theilen des Körpers. Hauptsächlich ist aber dem gleichzeitigen Vorhandensein der zwei verschiedenen Netzhautbilder, welche gleichsam als die Projectionen des Gegenstandes auf die beiden Hinterwände der Augen zu betrachten sind, der Erfolg zuzuschreiben, daß das, was wir sehen, körperlich erscheine. Richten wir nämlich die Augen auf einen sehr entfernten Gegenstand, mithin die auf ihn gerichteten Augenachsen als parallel gelten können; so wird die perspectivische Ansicht für jedes Auge dieselbe sein, daher der Anblick mit beiden Augen sich herausstellen wie der mit einem einzigen, so daß zwischen der perspectivischen Zeichnung und dem Original kein Unterschied erkannt wird. Anders verhält sich aber die Sache, wenn der Gegenstand den Augen näher liegt, dergestalt, daß die auf ihn gerichteten Augenachsen nicht mehr als parallel angesehen werden können: die Stellung der Augen wird dann eine verschiedene, die Gleichheit der Anschauung hört für sie auf, indem der Gegenstand jedem Auge eine andere perspectivische Ansicht darbietet. Betrachten wir in der That einen gerade vor uns gehaltenen Würfel bald mit dem einen, bald mit dem andern Auge; so sieht jedes Auge etwas Anderes, weil der Würfel eben von zwei verschiedenen Gesichtspunkten aus betrachtet wird. Man sieht also bei nahen Gegenständen mit beiden Augen mehr als mit einem, und ist so eher in den Stand gesetzt das Körperliche wahrzunehmen. — Welche wichtige Dienste beim Sehen naher Gegenstände in dieser Beziehung der Gebrauch beider Augen leistet, hat Wheatstone durch das von ihm erdachte *katoptrische Stereoskop* bewiesen. Dasselbe besteht aus einem an der Rückseite offenen Kasten ABCD (Fig. 161), an dessen Vorderwand zwei Oeffnungen R und L für die beiden Augen angebracht sind. Hinter den Oeffnungen sind zwei gegen einander rechtwinklig geneigte Spiegel EF, EG so aufgestellt, daß die Halbirungslinie des Winkels FEG die Vorderwand AB in der Mitte zwischen R und L senkrecht schneidet. Eine auf der Seitenwand AD befindliche Zeichnung wird mittelst des Spiegels EF nur von dem Auge L und eine auf der Seitenwand BC angebrachte Zeichnung wird mittelst des Spiegels EG nur von dem Auge R wahrgenommen. Durch schickliche Stellung der Zeichnung und der Spiegelkante gegen die Vorderwand kann man es leicht dahin bringen, daß beide Bilder an derselben Stelle gesehen werden. Entsprechen nun die auf den Seitenwänden AD und BC

Fig. 161.

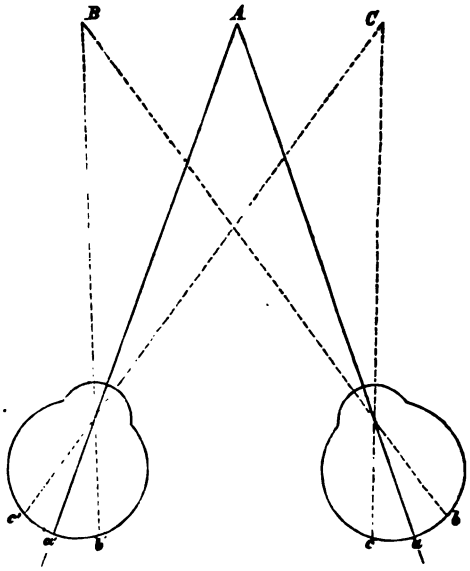


liegenden Zeichnungen den Ansichten, wie solche eine abgestumpfte Py
ramide, deren Spitze gegen das Auge gekehrt ist, darbietet, wen
man sie mit dem linken Auge, und dann mit dem rechten Auge
der nämlichen Entfernung sieht, wie dies beiläufig die Figuren
und l angeben; so wird man, wenn man mit beiden Augen dur
die Oeffnungen blickt, eine wirkliche Pyramide mit der Spitze gege
das Auge gekehrt, vor sich zu haben glauben. Verwechselt man d
beiden Bilder in ihrer Lage, so glaubt man eine Pyramide z
sehen, deren Spitze vom Auge abgewendet ist. Auf diese Weise lass
sich von allerlei Gegenständen nach den gewöhnlichen Regeln d
Perspective Zeichnungen entwerfen, wie solche als Projectionen in
dem rechten und dem linken Auge aufgenommen werden; so daß dur
Betrachtung zweier dergleichen zusammengehöriger Zeichnungen mittel
des Stereoskops das genaue Seitenstück des Körpers hervortritt, na
welchem die Zeichnungen angefertigt wurden. Das Stereoskop hat al
den Zweck, wie dessen Namen andeutet, Nachbildungen körperlich da
zustellen. — Das von Brewster angegebene dioptrische Stereoskop
erhält man, wenn man eine biconvexe Linse von ohngefähr 15 Centi
meter Brennweite in zwei Hälften zerschneidet, aus denen dann zw
vollkommen symmetrische neue Linsen verfertigt werden. Diese beid
Linsenstücke faßt man jede für sich in Hülsen, die sich in zwei kurze
Messingröhren auf- und abschieben lassen. Die Röhren befestigt man

dann auf zwei in dem Deckel eines hölzernen Käſtchens befindlichen Oeffnungen, welche eine ſolche Entfernung zu einander haben, wie die beiden Augen im Kopfe, ſo daß man bequem in das Käſtchen hineinſehen kann. Der Apparat hat ſo Aehnlichkeit mit einem für die beiden Augen eingerichteten Operngucker. Die beiden zuſammengehörigen Zeichnungen, von denen die eine die mit dem rechten, die andere die mit dem linken Auge geſehene Anſicht darſtellt, befindet ſich auf einem und demſelben Blatte, das auf dem Boden des Käſtchens eingeſchoben wird. Die in der vorderen Wand des Käſtchens angebrachte Oeffnung dient dazu, den Zeichnungen das nöthige Licht zu geben. Das dioptriſche Stereoſkop hat in ſeiner Handhabung weniger Unbequemes als das Spiegelſtereoſkop; dabei gewährt es noch den Vortheil, daß die Linſen, je nachdem ſie geſchnitten werden, geſtatten, die Bilder nach Belieben zu vergrößern. Die Effecte, welche das Stereoſkop hervorbringt, laſſen ſich noch erhöhen, wenn man ſich der Farben und Schattirungen bedient. Die Bilder müſſen aber mit vieler Sorgfalt und Aufmerkſamkeit gezeichnet werden, wenn in der Betrachtung der Bilder durch das Stereoſcop eine durchaus getreue Erſcheinung der Gegenſtände erreicht werden ſoll. Einen ſehr ſchönen Effect machen zwei gegenüberſtehende Daguerre'ſche Bilder desſelben Körpers, wovon das eine den Körper darſtellt wie er mit dem rechten, das andere wie er mit dem linken Auge in der gehörigen Entfernung geſehen würde. Auf dieſe Art kann man Statüen, Portraits, Gegenden, Bauwerke auf das Täuſchendſte darſtellen, ſo daß man Erſcheinung und Wirklichkeit nicht unterſcheiden kann. — Der Gebrauch beider Augen erhöht nicht bloß die Deutlichkeit, ſondern auch die Helle, mit der man die Gegenſtände ſieht. Denn bringt man bloß zwei weiße Blätter ſtatt der Zeichnungen in das Stereoſkop, ſo erſcheint das Bild heller, wenn man mit beiden Augen als wenn man nur mit einem hineinſieht. Von der Richtigkeit dieſer Ausſage kann man ſich auch dadurch überzeugen, daß wenn man einen Streifen von weißem Papier anſieht, vor das eine Auge einen Schirm hält, welcher für dasſelbe die eine Hälfte des Papierſtreifens verdeckt, der Theil, welcher mit beiden Augen zugleich geſehen wird, heller erſcheint als der andere, den man nur mit einem Auge ſieht.

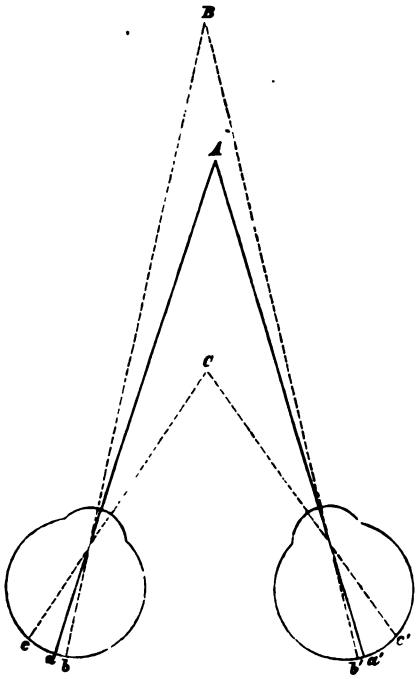
6) Der Menſch ſieht mit den beiden Augen in der Regel einen Gegenſtand nur einfach, obſchon er von demſelben für jedes Auge ein beſonderes Bild empfängt. Die Einwirkung eines Lichtpunktes erfolgt zwar für jedes Auge in einer andern Richtung, doch werden beide Wirkungen von einem Punkt urſächlich herkommend anerkannt. Richten wir in der That die beiden Augenachſen auf einen beſtimmten Gegenſtand A (Fig. 162), ſo fallen die Bilder a und a' auf die Mitte

Fig. 162.



der Netzhaut eines jeden Auges; die daselbst hervorgerufenen Eindrücke werden aber wie gesagt auf einen Gegenstand bezogen, wodurch das doppelt Empfundene zu einem einfach Angeschauten wird. Die neben A befindlichen Gegenstände B und C werden ebenfalls bloß einfach gesehen, weil beide Bilder von B rechts und die von C links von der Mitte liegen, somit auf einander entsprechende Stellen der Netzhaut fallen und als eines zum Bewußtsein kommen. Treffen aber die Bilder eines Gegenstandes in beiden Augen die nicht zu einander gehörigen Stellen der Netzhaut, so gelangen die Bilder getrennt zum Bewußtsein und dann sehen wir eben doppelt. — Sind z. B. die Augenachsen auf den Gegenstand A (Fig. 162, a) gerichtet, so erscheint das Bild des nähern Gegenstandes B oder des entfernteren C in einem Auge rechts und im andern links von der Mitte. Ein solches Doppeltsehen stellt sich auch ein, wenn man ein Auge mit dem Finger seitwärts drückt und dadurch bewirkt, daß die zwei Bilder in beiden Augen nicht mehr auf gleichnamige Stellen der Netzhaut fallen. — Der Grund des übereinstimmenden Sehens liegt demnach in etwas Innerem, von der Oertlichkeit auf der Netzhaut Abhängigem, wodurch die durch die beiden Bilder hervorgerufenen Empfindungen zu einer einzigen zusammenfließen, aus der unmittelbar die Anschauung entspringt, welche jedoch eher das Werk des Verstandes als des Sinnes ist. Der habituell

Fig. 162a.



Schielende sieht ebenfalls Alles nur einfach, weil der Verstand nach und nach auf jeder Netzhaut die Stellen hat kennen gelernt, welche von den aus einem Punkt ausgehenden Strahlen bei der außergewöhnlichen Lage der Augen gleichzeitig ergriffen werden. Dagegen wird derjenige, dessen Augen durch irgend eine Ursache plötzlich eine bleibende verdrehte Stellung annehmen, in der ersten Zeit Alles doppelt-sehen und nach einiger Zeit erst wieder die Fähigkeit des Einfachsehens erlangen, wenn es ihm gelungen ist die überlieferten Sinneseindrücke zu einer Wahrnehmung zusammenzuschmelzen. Johannes Müller sieht deßhalb beide Augen als zwei Zweige mit einfacher Wurzel an, und jedes Theilchen der einfachen Wurzel gleichsam in zwei Zweige für beide Augen gespalten.

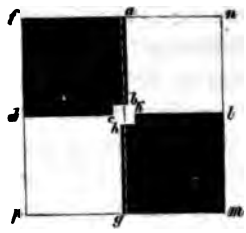
7) Die scheinbare Bewegung eines Dinges ist nicht seine wahre Bewegung. Den Stoff zur Beurtheilung der Bewegung liefert uns die Bewegung des Bildes auf der Netzhaut. Diese Bewegung des Bildes hängt aber nicht bloß ab von der des Gegenstandes, sondern auch von der des Auges; deßhalb läßt sich in vielen Fällen die

Frage, welcher Körper eigentlich der bewegte sei, nach dem sinnlichen Schein allein nicht beantworten. Bei der Fahrt auf einer Eisenbahn oder auf einem Schiffe scheinen sich die Gegenstände in der entgegengesetzten Richtung zu bewegen. Namentlich entsteht in dem Falle, wo man sich der eigenen Bewegung nicht bewußt ist, die Täuschung, als ob das Auge stillstände und die Gegenstände sich bewegten. So scheinen sich die Himmelskörper in umgekehrter Richtung um die Erde zu drehen, in derselben Zeit, in welcher die Erde sich wirklich dreht. Sind beide, das Auge sowohl wie der gesehene Körper in Bewegung begriffen, so werden die Erscheinungen noch verwickelter werden, wie wir dies an den sonderbar verschlungenen scheinbaren Bahnen der Planeten an dem Himmelsgewölbe wahrzunehmen Gelegenheit haben. — Das Bild eines Körpers, der sich in der Richtung der Augenachse entweder zum oder vom Auge bewegt, bleibt unveränderlich an derselben Stelle der Netzhaut; der Körper scheint uns daher still zu stehen, wofern er nicht etwa so nahe ist, daß wir Veränderungen in seiner scheinbaren Größe wahrnehmen, aus denen auf Annäherung oder Entfernung sich schließen läßt. — Die Bewegung selbst ist nur dann bemerkbar, wenn der in einer Secunde zurückgelegte Bogen in der Entfernung von etwa 25 Centimeter nicht unter $2^1/_4$ Minute beträgt; deßwegen wird die Bewegung des Stundenzeigers an einer Uhr nicht gesehen. — Wie leicht wir übrigens einer optischen Täuschung in Bezug auf Bewegung unterliegen können, wenn der Verstand auf die Gesichtseindrücke ohne weitere Untersuchung ein Urtheil gründet, sehen wir an der Erscheinung, welche sich uns darbietet, wenn wir von einer Brücke längere Zeit in fließendes Wasser hinabblicken; die Brücke scheint nämlich dann stromaufwärts zu gehen. Kurz mit dieser optischen Täuschung hat es eine ähnliche Bewandniß wie mit den übrigen optischen Täuschungen. Sie sind eigentlich nichts anders als falsche Urtheile oder übereilte Schlüsse, welche wir auf Veranlassung der unmittelbaren Empfindung ziehen, die gewöhnlich in einer und derselben Ursache ihren Grund hat, einmal aber durch eine ganz andere Ursache hervorgerufen wird. Die Empfindung an sich täuscht und trügt nicht, nur wir selbst täuschen uns, insofern das, was Urtheil und Einbildungskraft hinzugefügt haben, falsch ist. Ob die Erscheinungen wirklich so sind, wie sie sich zeigen, ob die Bewegungen wirklich sich so ereignen, wie sie uns erscheinen, oder ob unser Zustand, unsere Lage uns vielleicht zu Trugschlüssen verleiten; darüber vermögen wir nur zu entscheiden, nachdem die verschiedenen dabei vorkommenden Umstände gehörig in Anschlag gebracht worden sind.

8) Der an einer Stelle der Netzhaut hervorgerufene Eindruck erstreckt sich auf die nächste Umgebung derselben, ohngefähr wie ein

Druck auf ein gespanntes Tuch, rings um die gedrückte Stelle eine Einbiegung zur Folge hat. Dieses Phänomen heißt die Irradiation. Eine geeignete Vorrichtung diese interessante Erscheinung zu zeigen ist folgende. Die obere Hälfte einer Pappscheibe von beiläufig 20 Cent. Höhe und 15 Cent. Breite, überziehe man mit weißem Papier und streiche die untere Hälfte schwarz an. Hierauf theile man die obere Hälfte durch einen schwarzen Streifen von 5 Millimeter Breite und die untere Hälfte durch einen ebenso breiten weißen Streifen, so daß dieser genau in der Verlängerung des obern schwarzen liegt. Dieser Apparat wird neben einem Fenster aufgestellt, damit er wohl beleuchtet erscheine, und dann in einer Entfernung von 3 bis 4 Meter betrachtet: der weiße Streifen wird merklich breiter erscheinen als der schwarze. Noch auffallender zeigt sich die Erscheinung, wenn man die weißen Felder und die weißen Streifen ganz ausschneidet, und den Apparat an der Scheibe dergestalt befestigt, daß man durch die ausgeschnittenen Stellen den hellen Himmel sieht: die Irradiation wächst mithin mit der Helle des Gegenstandes und der Lichtdifferenz desselben mit der Umgebung. — Die Irradiation ist die Ursache, daß ein schmaler heller Streifen auf einem dunkeln Grunde breiter, dagegen ein schmaler dunkler Streifen auf einem hellen Grunde schmäler erscheint, als er wirklich ist; ferner daß die Sichel des Mondes, den man mit freiem Auge betrachtet, einer größern Scheibe anzugehören scheint als der dunkle Theil desselben; daß das Bild eines Fixsternes nicht als ein Punkt, sondern als ein Scheibchen von merklicher Größe sich darstellt. Betrachtet man den Mond oder einen anderen Himmelskörper mit dem Fernrohre, so verschwindet die Irradiation: denn man fand z. B. den Durchmesser des Mondes gleich groß, man mochte die Messung am Tage, wo er matt am hellen Himmel erscheint, oder bei Nacht wahrnehmen, wo er glänzend auf dunklem Grunde steht. Die Ursache liegt darin, daß durch das Fernrohr der Durchmesser des Mondes aber nicht die Irradiation vergrößert wird, daher die Vergrößerung, welche der Durchmesser in Folge der Irradiation erfährt, gegen die durch das Fernrohr hervorgebrachte zu klein ist um noch bemerkt zu werden. Dazu kommt noch, daß die Vergrößerung eine Schwäche des Lichtes nach sich zieht, weßhalb der Einfluß der Irradiation noch geringer ausfällt. — Die Irradiation nimmt zu mit der Dauer der Beschauung des Gegenstandes, was Plateau durch folgenden Versuch nachgewiesen hat. Auf eine weiße Papptafel f n m p (Fig. 163) von gleichen Dimensionen mit der oben erwähnten, male man zwei schwarze Felder a b c d f und g h k l m rechteckig bis auf einen kleinen Ausschnitt an ihren gegenüberstehenden Ecken. Die Ränder d c und k l liegen in gegenseitiger Verlängerung; nicht ist

Fig. 163.



dies aber mit den Rändern a b und g h
Fall, wovon der erstere ein Millimeter r
der zweite ein Millimeter links von der a
Mitte der Seite f n parallel zu den Seiten
und f p gezogenen Linie liegt. Hat nun der
obachter sich in angemessene Entfernung ge
bei welcher sich die Linien a b und g h in g
seitiger Verlängerung zeigen; so wird bei
gesetzter Betrachtung eine derartige Coinci
aufhören und jene beide Linien ihm mehr und mehr auseinande
weichen scheinen. — Mit demselben Apparat läßt sich auch zeigen,
die Irradiation nicht gleich ist bei verschiedenen Personen. Ist nu
der Beobachter in eine solche Entfernung gekommen, bei welcher e
beiden Ränder a b und g h der weißen Felder in ihrer gegenseit
Verlängerung sieht; so erfolgt die Irradiation, welche z. B. längs
stattfindet, unter einem Gesichtswinkel, dessen Schenkel an dem Ge
stande auf einer Grundlinie von einem Millimeter stehen. Kennt
also die Entfernung des Gegenstandes vom Beobachter, so kann
die Irradiation, wie sie bei diesem Beobachter zu einer gewissen
stattfindet, annäherungsweise bestimmen. Folgendes sind die Resul
welche zu derselben Zeit mit vier verschiedenen Personen erh
wurden:

	Entfernung.	Winkelwerth der Irradiation.
1te Person	5 Meter	41,3 Secunden
2te Person	6 Meter	34 Secunden
3te Person	7,3 Meter	28,2 Secunden
4te Person	9,3 Meter	22,3 Secunden.

9) Das Bild auf der Netzhaut muß hinreichend hell sein, u
der Eindruck wahrgenommen werden soll. Die Pupille regulirt zu
sem Zwecke die von dem Gegenstande ins Auge gesendete Lichtme
um die Entstehung eines solchen hinreichend hellen Bildes zu erm
lichen; bei zu starkem Lichte verengt sich die Pupille unwillkührlich
läßt nur einen kleinen Lichtkegel ins Auge treten, bei zu schwa
erweitert sie sich und nimmt einen größeren Lichtkegel auf. Diese
änderung geschieht jedoch nicht augenblicklich, sondern sie bedarf ein
Zeit um ausgeführt zu werden. Daher vermögen wir, wenn wir
der Tageshelle in einen finstern Raum treten, nicht gleich die Ge
stände um uns her deutlich zu unterscheiden; die Pupille erweitert
nach und nach, wodurch wir wieder in Stand gesetzt werden, die
genstände gut wahrzunehmen. Aehnliches findet statt, wenn wir au

kehrt aus dem Dunkeln ins Helle kommen; durch die noch zu weit geöffnete Pupille dringt zu viel Licht ein, so daß wir geblendet unwillkührlich die Augen schließen. — Die Grenzen der Helligkeit, innerhalb derer wir sehen, liegen sehr weit auseinander, da wir beim Lichte einer Wachskerze, bei dem vielmal stärkeren Sonnenlichte und bei dem viel schwächeren Lichte des Vollmondes lesen können. Augen, die an sparsames Licht gewöhnt sind, kommen allmählich dahin, daß sie selbst dort noch hell genug sehen, wo es für die an das Tageslicht gewöhnten Augen dunkle Nacht ist. In dieser Wandelbarkeit der Größe der Pupille liegt auch ein Grund, warum unser Auge über den Grad der Erleuchtung eines Gegenstandes kein strenges Urtheil zu fällen vermag, da gleiche Erleuchtung bei verschiedenen Zuständen des Auges nicht gleich erscheinen kann.

10) Das Zustandekommen eines wahrnehmbaren Eindruckes bedarf einer gewissen Zeit, die eine um so kürzere Dauer hat, je kräftiger der Eindruck ist. Schwache Lichteindrücke, wenn sie nur kurze Zeit währen, werden nicht wahrgenommen; darum sieht man eine abgeschossene Flintenkugel nicht in ihrem Fluge. Es gibt aber auch Lichteindrücke, welche in einer ungemein kurzen Zeit erzeugt werden; dahin gehört der des Blitzes, bei dessen Erleuchtung jeder noch so schnell bewegte Körper still zu stehen scheint. Daß die Dauer des elektrischen Funkens kürzer als der millionste Theil einer Secunde beträgt, hat Wheatstone durch folgenden Versuch nachgewiesen. Er ließ einen kleinen ebenen Spiegel um eine in seiner Ebene liegende Achse äußerst schnell drehen, indem er in demselben das Bild eines durch die Entladung einer Leidnerflasche gezogenen Funkens betrachtete. Dem dicht an den Spiegel gehaltenen Auge erschien der Funken, bei dem Anfang und Ende des Leuchtens in die Zeit fiel, wo das Bild innerhalb des Gesichtsfeldes auftrat, vollkommen genau wie in einem ruhenden Spiegel. Nun muß aber das Bild eines anhaltend leuchtenden Punktes, das man in einem Spiegel sieht, sich verschieben, wenn der Spiegel sich dreht, mithin das Bild jenes leuchtenden Punktes in der Gestalt eines leuchtenden Bogens erscheinen. Wenn darum der Funken ohne irgend welche Ausbreitung sich zeigte, und das Auge in der angegebenen Entfernung die Größe von einem halben Grad mit Sicherheit hätte wahrnehmen können, so muß die Lichtdauer des Funkens kürzer als die Zeit sein, welche der Spiegel braucht um einen Bogen von 1/4 Grad zurückzulegen, weil bei der Drehung eines Spiegels die Winkelgeschwindigkeit, mit welcher das Bild des leuchtenden Punktes sich verschiebt, doppelt so groß ist als die Winkelgeschwindigkeit des Spiegels. Der Spiegel machte nun 800 Umläufe in der Secunde, woraus sich für

die Zeit, welche das Spiegelbild nöthig hat, um einen Bogen von $^1/_2$ Grad zurüzulegen, ergibt: $\frac{^1/_2 \text{ Sec.}}{2 . 360 . 800} = \frac{1}{1152000}$ Secunde. Das Auge vermag alſo Lichteindrücke wahrzunehmen, deren Dauer kürzer iſt als der millionſte Theil einer Secunde.

11) Zwiſchen dem ſinnlichen Eindruck und dem Bewußtſein verfließt einige Zeit, was bei dem Vorgange des Sehens dadurch zu Tage getreten iſt, daß verſchiedene in der Kunſt des Beobachtens vielfach geübte Aſtronomen dieſelbe Erſcheinung nicht zu gleicher Zeit wahrgenommen haben. Um die ſogenannte Perſonaldifferenz zweier Beobachter zu beſtimmen, bedient man ſich gewöhnlich der Sterndurchgänge durch das Paſſageninſtrument. Mittelſt einer Pendeluhr beobachtet der Beobachter A die Appulſe eines Sterns an den Fäden auf der rechten Seite des Mittelfadens, und der Beobachter B alle Appulſe auf der linken Seite. Werden nun alle Appulſe auf der rechten Seite aus den bekannten Entfernungen dieſer Fäden auf den Mittelfaden reducirt, und wird ebenſo mit allen Fäden auf der linken Seite verfahren; ſo müßten beide Reihen von Beobachtungen im Mittel einerlei Reſultat geben. Weichen aber beide Reſultate von einander ab, ſo gibt die Differenz die Perſonaldifferenz der beiden Beobachter. Die Perſonaldifferenz betrug bei Schleiermacher und Eckhardt 0 Secunde; bei Beſſel und Nicolai 0,4 Secunden; bei Peterſen und Mädler 0,5 Secunden; bei Struve und Nicolai 0,2 Secunden.

Behuf, wie schon Young, Plateau und mehrere Andere gethan, gleich gebogene Streifen aus weißem, gelbem, rothem und blauem Papier im Kreise drehen, und, indem wir dieselben gegen einen schwarzen Hintergrund betrachteten, die Umdrehung soweit beschleunigen, bis der Streifen den Anschein eines continuirlichen farbigen Kreises darbot. Solchergestalt ergaben sich für die Eindrucksdauer des Weiß, Gelb, Roth und Blau in Sexagesimalsecunden beziehungsweise:

0,1"; 0,09"; 0,08"; 0,066",

wo die Dauer eines Eindrucks gleich der eines Umlaufes ist. Aus diesen Versuchen ergibt sich also, daß die stärksten Eindrücke auch am längsten dauern. Bei den erwähnten Versuchen nahmen sämmtliche Streifen 0,72 des Umfangs des ihnen zugehörigen Kreises ein; als der Streifen auf 0,44 des Umfangs verkürzt wurde, reducirte sich die Umdrehungszeit für jede Farbe auf $\frac{2}{3}$ der oben angegebenen. — Die farbige Beschaffenheit des Hintergrundes übt einen Einfluß auf die Dauer des Lichteindrucks aus: denn der vollständige Ring entstand für einen hellrothen Streifen auf dunkelrothem Hintergrund bei der Umdrehungszeit von 0",223; für einen blauen Streifen auf grünem Hintergrund bei der Umdrehungszeit von 0",1045; für einen rothen Streifen auf grünem Hintergrund bei der Umdrehungszeit von 0",1226; für einen blauen Streifen auf gelbem Grund bei der Umdrehungszeit von 0",113. — Von den mancherlei Vorrichtungen, welche erdacht worden sind um die Dauer des Lichteindrucks nachzuweisen, und deren Erscheinungen zu den optischen Täuschungen gehören, mögen folgende Erwähnung finden: a) Das Thaumatrop besteht aus mehreren Pappscheiben, von 5 bis 7 Centimeter im Durchmesser, deren jede vermittelst angebrachter Fäden schnell um eine in ihrer Ebene liegende Achse gedreht werden kann. Auf den beiden Seiten jeder einzelnen Scheibe sind Theile einer zusammengehörigen Gruppe gezeichnet; z. B. auf der einen Seite ein Kreis und auf der andern ein in ihn passendes Dreieck, oder auf einer Seite ein Vogel und auf der andern ein Käfig: bei rascher Drehung sieht man das Dreieck in den Kreis eingeschrieben oder den Vogel im Käfig sitzend. — b) Stampfers stroboskopische Scheiben sind Pappscheiben von 20 bis 25 Centimeter im Durchmesser, die sich sehr schnell um ihren Mittelpunkt drehen lassen, und auf deren einer Seite verschiedene Figuren verzeichnet sind, wie sie den verschiedenen Stadien der Bewegung eines Körpers entsprechen. Nahe am Rande der Scheibe befindet sich eine Reihe gleichweit von einander abstehender Oeffnungen, durch die man in einen Planspiegel sieht, dem die Zeichnungen zugekehrt sind. Läßt man nun die Scheibe vor dem Spiegel schnell kreisen, so wird man nur ein einziges Bild zu sehen

glauben, welches alle jene Stadien durchläuft, mithin sich zu bewegen scheint, wenn die Aufeinanderfolge der Bilder so vor sich geht, daß dadurch eine Reihe zusammenhängender Eindrücke entsteht. — c) Das Anorthoskop von Plateau besteht aus einer schwarzen Scheibe mit mehreren radialen Schnitten und einer Reihe transparenter Scheiben, auf denen verzerrte Figuren gezeichnet sind. Beim Gebrauch setzt man die schwarze Scheibe und eine der transparenten Scheiben auf eine mechanische Vorrichtung, mittelst derer sie sich um eine gemeinschaftliche Achse im entgegengesetzten Sinne in der Art drehen lassen, daß die Geschwindigkeit der transparenten größer ist als die der schwarzen. Beleuchtet man dann die transparente Scheibe von der Rückseite und stellt sie in einige Entfernung vom Instrument, so werden beim Drehen die verzeichneten Figuren regelmäßig und vervielfältigt gesehen, die still zu stehen scheinen. Angenommen es sei nur eine Spalte in der schwarzen Scheibe; beim Drehen kommen alle Theile der verzerrten Figur nach einander vor die Spalte, woraus das Auge eine Reihe nebeneinander liegender Eindrücke erhält. Jeder Umlauf gibt dasselbe Resultat, was die Empfindung einer beständigen und unbeweglichen Figur zur Folge hat. Wegen der Andauer des Lichteindruckes sieht das Auge die Figur an verschiedenen Stellen oder vervielfältigt. Von dem Geschwindigkeitsverhältniß beider Scheiben hängt die Art und Weise ab, in welcher die Figuren auf den transparenten Scheiben gezeichnet werden müssen. Die Vervielfältigung der Spalten in der schwarzen Scheibe hat keinen andern Zweck als die Helligkeit des resultirenden Bildes zu erhöhen, indem die von ihnen erzeugten Eindrücke zur gegenseitigen Ueberdeckung kommen. — d) Das Dädaleum, welches nach dem Namen des berühmten Künstlers des Alterthums so genannt wird, besteht aus einem hohlen Cylinder, der mit gleichweit von einander abstehenden Oeffnungen versehen ist und sich um seine Achse in rotirende Bewegung versetzen läßt. Auf der Innenfläche zwischen den Oeffnungen sind verschiedene Figuren gezeichnet, die eine zusammenhängende Bewegung darstellen. Bei der Drehung geben diese Figuren dem durch die Oeffnungen sehenden Auge den Anblick eines sich bewegenden Bildes.

13) Damit das Netzhautbild auf die gehörige Weise wahrgenommen werden könne, muß es deutlich sein. Zu diesem Behuf ist das Auge dergestalt eingerichtet, daß die sphärische Abweichung aufgehoben oder wenigstens sehr geschwächt ist. Zur Aufhebung dieser Abweichung trägt einmal bei die Structur der Krystalllinse, die aus Schichten von verschiedener Dichtigkeit zusammengesetzt ist. Die näher am Rande dieses Körpers liegenden Theile haben eine geringere Brech-

kraft als deſſen Centraltheile, was zur Folge hat, daß die Vereinigungsweite der Randſtrahlen und die Vereinigungsweite der Centralſtrahlen einander näher kommen. Dann vertritt die Regenbogenhaut die Stelle eines Diaphragma's, indem ſie die Strahlen abhält, welche wegen ihres ſchiefen Auffallens eine zu bedeutende Abweichung hervorbringen würden. Ferner verſchluckt das ſchwarze Pigment der Adernhaut alle Strahlen, welche von der inneren Fläche der Kryſtalllinſe oder vom Grunde des Auges zurückgeworfen, eine Verwirrung veranlaſſen könnten. Endlich ſcheint die Wölbung der Netzhaut als Hülfsmittel zur Beſeitigung der ſphäriſchen Abweichung zu dienen, inſofern ihre concave Geſtalt geſtattet, daß die nach den Rändern hinzu liegenden Bilder ebenſo gut wie jene in der Mitte auf die Netzhaut fallen, wodurch die Deutlichkeit des Geſammtbildes offenbar viel gewinnen muß.

14) Was die chromatiſche Abweichung des Auges betrifft, ſo ſcheint ſie durch die Combination der Kryſtalllinſe mit der wäſſerigen Feuchtigkeit und Glasfeuchtigkeit aufgehoben oder wenigſtens ſo gering zu ſein, daß ſie der Deutlichkeit des Sehens keinen Eintrag thut: denn in den gewöhnlichen Fällen erſcheinen die Bilder auf der Netzhaut mit den eigenthümlichen Farben der Körper gefärbt, die jene Bilder hervorgerufen haben. Doch iſt der Achromatismus nicht vollkommen vorhanden, weil das Auge unter beſondern Umſtänden eine merkliche Färbung entdeckt. Betrachtet man nämlich eine Lichtlinie durch eine vor dem Rande der Pupille gehaltene Oeffnung, ſo erſcheint die Linie farbig geſäumt. Deßgleichen erblickt man dunkle Gegenſtände auf hellem Grunde mit Farbenſäumen, wenn man einen Finger dicht vor dem Auge vorüber bewegt.

15) Wie die Erfahrung zeigt, ſehen wir die Gegenſtände bei ſehr verſchiedenen Entfernungen mit großer Deutlichkeit und Beſtimmtheit. Damit aber ein ſolches deutliches Sehen ſtattfinde, muß das Bild genau auf die Netzhaut fallen, was, wenn das Auge wie ein unveränderlicher Linſenapparat wirkte, nur gerade für eine beſtimmte Entfernung ſich ereignen könnte, da bei einer Linſe oder einem Syſtem von Linſen die Vereinigungsweite der Strahlen mit der Entfernung des Gegenſtandes ſich ändert. Es muß alſo in dem Auge irgend welcher Mechanismus vorhanden ſein, wodurch das Sehen in ſehr verſchiedenen Entfernungen möglich wird, d. h. das Auge muß die Fähigkeit haben ſich ſelbſt für ein Sehen in die Nähe und in die Ferne einzurichten, oder wie man auch ſagt, die Fähigkeit haben ſich der Entfernung der Gegenſtände zu accomodiren. Man erkennt dieſe Veränderungen an der Anſtrengung, welche es dem Auge koſtet, um von einem nahen Object auf ein entferntes ſich zu richten. Deutlich läßt ſich dies durch folgen-

den einfachen Versuch darthun. Auf eine durchsichtige Glastafel mache man einen kleinen schwarzen Fleck und stelle die Tafel in einer Entfernung von 25 bis 30 Centimeter vor dem Auge auf. Sieht man den Fleck deutlich, so erscheinen die entfernten Gegenstände verwaschen; und umgekehrt sieht man die fernen Gegenstände deutlich, so erscheint der Fleck neblig. Es geben also die nahen und die fernen Gegenstände nicht zu gleicher Zeit Bilder von derselben Deutlichkeit auf der Netzhaut, weil man sie sonst gleichzeitig deutlich sehen würde. — Die Ursache der Accomadationsfähigkeit des Auges ist noch nicht hinreichend bekannt. Nur so viel scheint nach den sorgfältigen von Helmholtz angestellten Versuchen wohl mit ziemlicher Gewißheit angenommen werden zu können, daß die Anpassung des Auges für verschiedene Entfernungen durch Veränderung des Linsenapparats geschieht. Dieser Apparat wird nämlich stärker brechend in Folge eines Convexerwerdens beider Linsenflächen, um die Einrichtung für nähere Objecte zu bewirken, dagegen minder stark brechend in Folge eines Flacherwerdens beider Linsenflächen, um die Einstellung für ferne Gegenstände zu erzielen. Nur fehlt noch eine befriedigende Erklärung über den besondern Mechanismus, durch welchen dergleichen Veränderungen in der Gestalt der Linse bewerkstelligt werden. Ein Theil dieser Veränderungen hängt von unserer Willkühr ab, ein anderer aber wird durch den Reiz des Lichtes bedingt. Die letzte Aussage findet darin schon eine Bestätigung, daß die aus dem Auge genommene Krystalllinse sehr deutliche Bilder gibt von Gegenständen in 30 Centimeter Entfernung, wie von solchen die 30 Meter entfernt sind; eine Eigenschaft, welche den künstlichen Linsen nicht zukommt, mithin in der eigenthümlichen Structur der Krystalllinse ihren Grund haben muß.

16) Die Accomadationsfähigkeit des Auges hat ihre Grenzen, indem es bei sehr großer Nähe der Gegenstände dieselben nicht mehr mit gehöriger Deutlichkeit zu sehen vermag. Die kleinste Distanz, bei welcher das Auge den Gegenstand ohne Anstrengung noch deutlich sehen kann, wird die erste Grenze der deutlichen Sehweite genannt; die entfernteste Distanz, bei welcher das Auge solches noch zu thun vermag, heißt die zweite Grenze der deutlichen Sehweite, welche möglicherweise in unendlicher Ferne liegen kann. Die beiden Grenzen der Sehweite sind für verschiedene Personen verschieden, und im Allgemeinen für jedes der zwei Augen eines Individuums andere; das Intervall zwischen beiden Grenzen ist der Spielraum der deutlichen Sehweite. Die beiden Grenzen ändern sich mit den Jahren; namentlich wird die erstere Grenze häufig im vorgerückten Alter größer, wo in Folge der Abnahme der Feuchtigkeiten im Auge die Hornhaut und

die Kryſtalllinſe flacher werden. Der gewöhnliche Gebrauch der Augen modificirt ebenfalls dieſe Grenzen; ſo hat bei Menſchen, die viel im Freien verkehren, das Auge die Fähigkeit verloren ſich für nahe Gegenſtände einzuſtellen, während bei Andern, welche Arbeiten verrichten, wobei die Augen nahe an die Gegenſtände gehalten werden, das Auge ſich nicht mehr gut für entfernt liegende Objecte einzurichten vermag. — Um die Grenzen ſeiner deutlichen Sehweite zu ermitteln kann man ſich eines weißen Fadens bedienen, der der Länge nach vor einem dunkeln Grund ausgeſpannt wird. Die kleinſte Entfernung, von welcher aus der Faden am dünnſten, zuſammengezogenſten, d. h. dem Auge am deutlichſten erſcheint, wird die erſte Grenze der deutlichen Sehweite, die größte Entfernung dagegen, wo dies der Fall iſt, die zweite Grenze der deutlichen Sehweite für das Auge angeben. Mittelſt dieſes Verfahrens haben wir bei vier verſchiedenen Perſonen nachſtehende Ergebniſſe erhalten:

Beobachter.	Sehweiten des rechten Auges in Centimetern.		Sehweiten des linken Auges in Centimetern.	
	Erſte Grenze.	Zweite Grenze.	Erſte Grenze.	Zweite Grenze.
Erſter	20	30	19	30
Zweiter	22	35	22	35
Dritter	23	150	undeutlich	undeutlich
Vierter	undeutlich	undeutlich	16	25

Um die Grenzen ſeines deutlichen Sehens aufzuſuchen, kann man auch das eine Ende des Fadens an das untere Augenlied anlegen, während das andere Ende an einem ſchwarzen Hintergrunde befeſtigt iſt. Entfernt man ſich von dem ſchwarzen Hintergrunde bis man einige Spannung des Fadens verſpürt, und ſieht dann mit dem Auge, an welches der Faden gelegt worden, längs desſelben hin; ſo erſcheint der Faden in der Nähe des Auges breit und unbeſtimmt, läuft immer ſchmäler zu bis er an einer Stelle am deutlichſten und dünnſten erſcheint, wo die deutliche Sehweite ihren Anfang nimmt. Läuft von gedachter Stelle an der Faden immer ſchmal und deutlich fort, ſo erſtreckt ſich die zweite Grenze des deutlichen Sehens ſehr weit. Läuft hingegen der Faden von jener Stelle an nur bis zu einer gewiſſen andern Stelle ſchmal und deutlich fort, an der er wieder unbeſtimmt und breit erſcheint; ſo wird dieſe andere Stelle die zweite Grenze des deutlichen Sehens für das unterſuchte Auge angeben; das Intervall zwiſchen beiden Stellen iſt der Spielraum der deutlichen Sehweite. Beſtimmungen dieſer Art laſſen ſich in der Regel leicht erhalten bei Kurzſichtigen, weniger leicht

bei Weitsichtigen, am schwierigsten aber bei gesunden Augen wegen der Größe des Spielraumes des deutlichen Sehens. Bei den vier verschiedenen Personen, welche sich an unsern optischen Versuchen gewöhnlich betheiligten, haben sich nach dieser zweiten Verfahrungsweise folgende Resultate ergeben:

Personen.	Sehweiten des rechten Auges in Centimetern.		Sehweiten des linken Auges in Centimetern.	
	Erste Grenze.	Zweite Grenze.	Erste Grenze.	Zweite Grenze.
Erste	21	35	22	34
Zweite	22	40	22	40
Dritte	22	unbestimmt	undeutlich	undeutlich
Vierte	undeutlich	undeutlich	24	64

Um die kleinste deutliche Sehweite ohngefähr zu bestimmen, kann man sich auch des sogenannten Scheiner'schen Versuchs bedienen. Man mache nämlich in einem Kartenblatte zwei feine Nadelstiche neben einander, welche durch einen 1 Millimeter breiten Streifen des Kartenblattes von einander getrennt sind, und bringe diese Oeffnung dicht vor das Auge. Betrachtet man nun durch die Oeffnungen eine feine in einem andern Kartenblatte gemachte Spalte, die man nahe an jene Oeffnungen hält; so sieht man die Spalte doppelt, weil die Lichtstrahlen, welche durch die beiden Oeffnungen gegangen sind, nach ihrem Austritte aus der Krystalllinse sich hinter der Netzhaut vereinigen. Entfernt man langsam die Spalte, so findet man bald den Abstand, in welchem die beiden Bilder in eins zusammenfallen und ein deutliches Bild geben, indem die Strahlen genau in einem Punkte der Netzhaut vereinigt werden; dieser Abstand vom Auge ist die geringste deutliche Sehweite. Rückt man die Spalte noch weiter, so erscheint sie wieder doppelt, weil die Vereinigung der Lichtstrahlen nunmehr vor der Netzhaut geschieht. — Durch eine feine Oeffnung in einem Kartenblatte, welche dicht vor's Auge gehalten wird, sieht man nahe und ferne Gegenstände deutlich. Der Grund davon ist, daß die von jedem Punkte ausgehenden Lichtstrahlen, mag derselbe nahe oder ferne liegen, fast nur in einer einzigen Richtung in das Auge dringen und so nur auch in einer einzigen Stelle die Netzhaut zusammen treffen können, indem die übrigen Strahlen, welche die Entstehung des Zerstreuungskreises auf der Netzhaut befördern helfen, durch das Kartenblatt abgehalten werden. — Der Umstand, daß wir zu ferne Gegenstände mit größerer Deutlichkeit sehen als zu nahe, liegt in der geringen Aenderung der Vereinigungsweite der Strahlen, wenn der leuchtende Punkt aus der Sehweite ins

Unbestimmte fortrückt, die Vereinigungsweite der Strahlen hingegen desto bedeutendere Veränderungen erleidet, je mehr sich der Lichtpunkt dem Auge nähert.

2. Ueber einige Mängel des Gesichtssinnes. — Einiges vom Gesichtsorgan der Thiere.

Das fehlerfreie Auge sieht die Gegenstände deutlich, wenn sie etwa 25—30 Centimeter und weiter von ihm entfernt liegen. Bei manchen Menschen muß aber das Object sehr nahe, 10—12 Centimeter und noch näher, vor dem Auge sich befinden, wenn sie das Object deutlich sehen sollen; solche Menschen heißen kurzsichtige. Andere wieder können die Gegenstände nur deutlich sehen, wenn sie in größeren Entfernungen, 50—60 Centimeter und noch weiter vor dem Auge liegen; solche Menschen werden fernsichtige genannt. Bei den kurzsichtigen Augen vereinigen sich demnach die Strahlen, welche aus der normalen Sehweite herstammen oder parallele Strahlenbündel bilden, vor der Netzhaut; dagegen bei fernsichtigen Augen dergleichen Strahlen hinter der Netzhaut zur Vereinigung kommen. Den Fehler der Kurzsichtigkeit wie jenen der Fernsichtigkeit sucht man durch den Gebrauch der Brille zu beseitigen; es sind dies Linsengläser, mit deren Hülfe das Auge nicht mehr den Gegenstand, sondern dessen durch die Linsen erzeugtes Bild sieht. Der Zweck der Brille besteht also darin, das durch sie gesehene Bild in die für das Auge deutliche Sehweite zu bringen, während der Gegenstand selbst in einer andern Entfernung sich befindet, in welcher man denselben auf bequeme Art handhaben kann. Wie die der Brille bedürftigen Personen zu verfahren haben, um die ihrer Individualität angemessenen Brillen zu erhalten, möge für die zwei dabei vorkommenden speciellen Fälle eigens untersucht werden.

Wir betrachten zuerst ein willkührliches kurzsichtiges Auge; die zweite Grenze seiner Sehweite betrage b Centimeter. Man soll für dieses Auge die passende Linse angeben, welche es in Stand setzt, das Bild eines weit abstehenden Lichtpunktes auf die Netzhaut zu bringen. Offenbar wird die Linse dergestalt gewählt werden müssen, daß die Strahlen eines sehr weit liegenden Gegenstandes nach der Brechung durch dieselbe von einem geometrischen Bilde herzukommen scheinen, das b Centimeter vom Auge entfernt ist. Denken wir uns den optischen Mittelpunkt der Brille in einem Abstande = c Centimeter vor den Augen befindlich, so muß ihre Brennweite eine solche Größe haben, daß das Bild eines sehr weit liegenden Gegenstandes in einem Abstande von b — c Centimeter von ihrem optischen Mittelpunkt entsteht. In Folge

der für die Linsen aufgestellten Fundamentalgleichung: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ haben wir im vorliegenden Falle, weil das Bild ein geometrisches ist und auf der nämlichen Seite der Linse liegt, von welcher die Strahlen kommen, ferner $a=\infty$ anzunehmen ist, die Relation:

$$\frac{1}{\infty}-\frac{1}{b-c}=-\frac{1}{f} \text{ oder } f=b-c;$$

d. h. man wird sich einer Zerstreuungslinse mit der Brennweite $b-c$ Centimeter für das kurzsichtige Auge bedienen, um demselben entfernte Gegenstände deutlich sichtbar zu machen. Bei geringerem Werthe von b, d. h. bei höherem Grade der Kurzsichtigkeit muß die Brennweite der Brille ebenfalls kleiner werden. Beträgt z. B. für gedachtes Auge die zweite Grenze der Sehweite 60 Centimeter, und wollte es einen sehr weit abstehenden Gegenstand mit einer in dem Abstande von einem Centimeter vor die Augen gehaltenen Brille deutlich sehen, so müßte letztere eine Brennweite von 59 Centimeter haben.

Wir stellen uns jetzt zweitens ein fernsichtiges Auge vor; die erste Grenze seiner Sehweite sei b Centimeter. Man soll für ein solches Auge die passende Linse wählen, damit es mit Hülfe derselben den in dem kleineren Abstand a vor dem Auge befindlichen Gegenstand deutlich sehen kann. Die Fundamentalgleichung $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ verwandelt sich für den vorliegenden Fall in: $\frac{1}{a-c}-\frac{1}{b-c}=\frac{1}{f}$, wenn wir uns die Brille in den Abstand von c Centimeter vor die Augen gesetzt denken. In der Formel sind $\frac{1}{a-c}$ und $\frac{1}{b-c}$ gegebene Größen, so daß sich aus ihr der Werth f der Brennweite der Linse finden läßt. Da $a<b$ ist, so muß die Brennweite positiv, mithin die Linse eine Sammellinse sein; zugleich ergibt sich aus der vorstehenden Relation, daß bei größerem Werthe von b, d. h. bei höherem Grade der Weitsichtigkeit die Brennweite der Sammellinse abnimmt. — Wollte z. B. ein Fernsichtiger, welcher in einem Abstand von 76 Centimeter ein Buch lesen kann, dasselbe in einem Abstand von 26 Centimeter thun; so würde er es mit einer in dem Abstand von einem Centimeter vor die Augen gehaltenen Sammelbrille können, deren Brennweite 37,5 Centimeter beträgt. — Bei den vorstehenden Betrachtungen haben wir völlig bestimmte Entfernungen der Gegenstände vom Auge angenommen, wie solche in den Fällen der Kurzsichtigkeit und Fernsichtigkeit gewöhnlich vorkommen. Im Uebrigen lassen sich mit Zugrundelegung der oben aufgestellten Relationen für jedes Auge leicht Brillen angeben, vermittelst derer es Gegenstände in jedweder Entfernung deutlich sehen kann.

Man wird jedoch selten mehrere Brillen sich anzuschaffen nöthig haben, um Gegenstände aus sehr ungleichen Entfernungen außerhalb der Grenzen der Seheweite deutlich sehen zu können.

Ist man genöthigt, eine Brille zu gebrauchen, so muß man eine von richtiger Brennweite für das Auge wählen und soviel wie möglich mit schwächern den Anfang machen, d. i. mit denjenigen, welche eine größere Brennweite haben, und nach und nach zu schärferen, d. i. zu Linsen von geringeren Brennweiten übergehen. Auch muß man darauf sehen, daß die Gläser gut geschliffen und polirt seien, weil schlecht geschliffene und polirte Gläser dem Auge wehe thun und mit der Zeit Schaden bringen. Die sogenannten periscopischen Brillen, nämlich convexconcave Linsen, deren concave Seite dem Auge zugekehrt ist, gewähren den Vortheil, daß man durch sie auch die seitwärts gelegenen Objecte noch deutlich sieht, spiegeln aber zu stark: diesem Uebelstande läßt sich dadurch abhelfen, daß man der äußern Fläche einen großen Halbmesser gibt, wodurch die von ihr reflectirten Strahlen für die Netzhaut unwirksam werden. Für reizbare Augen braucht man schwach blau gefärbte Gläser, die soviel als möglich an allen Stellen von einerlei Färbung sein müssen.

Nicht alle Theile der Netzhaut sind für den Eindruck des Lichtes gleich empfindlich. An der Stelle der Netzhaut, wo der Sehnerv ins Auge tritt, scheint das Licht keinen Eindruck hervorzubringen; man nennt deßhalb diese Stelle der Netzhaut den unempfindlichen Punkt. Von der Existenz dieses unempfindlichen Punktes kann man sich durch folgenden Versuch überzeugen. Auf einen verticalen schwarzen Schirm klebe man zwei kleine Kreise von weißem Papier in etwa 6 Centimeter Entfernung von einander auf derselben Horizontallinie. Betrachtet man hierauf in einer Entfernung, die ohngefähr fünfmal so groß ist als der Abstand der beiden Kreise, den Schirm, indem man das rechte Auge normal auf den links gelegenen Kreis richtet, während man das linke Auge geschlossen hält; so verschwindet der rechts liegende Kreis, der bis zu jener Entfernung immer sichtbar war und augenblicklich wieder erscheint, wenn man sich noch weiter vom Schirm entfernt. In der Entfernung, in welcher der rechtsliegende Kreis nicht wahrgenommen wurde, fielen die von ihm kommenden Lichtstrahlen auf den unempfindlichen Punkt.

Der empfindlichste Theil der Netzhaut liegt in der Mitte der Sehachse und hat einen Durchmesser von etwa 0,8 Millimeter. In Folge dieser Einrichtung finden wir uns veranlaßt, bei einem genauen Betrachten eines Objects den beiden Augen eine solche Stellung zu geben,

daß ihre Achsen nach demselben gerichtet sind, indem nur dann beide Bilder des Objects die größtmögliche Deutlichkeit erlangen können. Dieser Verschiedenheit der Empfindlichkeit an den einzelnen Stellen der Netzhaut müssen wir es auch zuschreiben, daß nicht alle Theile des Bildes auf derselben uns gleich deutlich erscheinen.

Die sogenannten fliegenden Punkte und Perlschnüre im Auge, wo man schwarze Figuren, als Fäden, Haare, insectenartige Gestalten, Wasserbläschen von verschiedener Größe sieht, rühren von kleinen undurchsichtigen Körperchen her, die sich bald in der Glasfeuchtigkeit, bald in der wässerigten Feuchtigkeit befinden und ihren Schatten auf die Netzhaut werfen. Dergleichen Erscheinungen kommen bei Krankheiten nicht selten vor, doch trifft man sie auch bei gesunden Augen an. Manchmal zeigen sich auch diese Erscheinungen farbig. Es gehören die in Rede stehenden Erscheinungen zu der ausgedehnten Klasse subjectiver, optischer Erscheinungen, die ohne alle Mitwirkung äußerer Gegenstände entweder dadurch entstehen, daß das Gesichtsorgan krankhaft afficirt ist oder in einem vorübergehenden außergewöhnlichen Zustande sich befindet, obschon wir nicht anzugeben vermögen, in welchem Zusammenhange die wahrgenommenen Erscheinungen mit dem jedesmaligen Zustande des Gesichtsorgans stehen.

Zu den subjectiven optischen Erscheinungen können wir auch zählen das mangelnde Unterscheidungsvermögen, welches manche Personen für gewisse Farben haben. So hat man Personen angetroffen, welche Roth und Grün mehr oder weniger mit Grau verwechselten; andere, welche nur Weiß, Grün und Gelb deutlich unterscheiden konnten; dann andere, welche Violet von Blau nicht zu unterscheiden im Stande waren; wieder Andere, welche blos von reinem Gelb oder Blau eine deutliche Vorstellung hatten und die übrigen Farben nur für Abänderungen jener zwei Farben hielten. Für solche Subjecte sind mithin weniger Farben vorhanden, als für gesunde Augen. Vielleicht liegt der Grund dieses mangelhaften Farbensinnes in einer Färbung irgend einer der Augenfeuchtigkeiten, die bei dem normalen Auge von grauer Farbe sind. Im Allgemeinen wissen die Personen nichts von der Eigenthümlichkeit ihres Gesichtssinnes, wenn sie nicht einmal bei einer besonderen Vergleichung mit dem Gesichtssinn Anderer darauf hingeführt werden. Wir haben diese Erscheinung bei mehreren Schülern unserer polytechnischen Anstalt zu verschiedenen Zeiten wahrzunehmen Gelegenheit gehabt. Auch stellt sich in allen Stücken, wo ein Unterschied vom Gesichtssinn anderer Personen stattfindet, dieser immer kleiner bei Kerzenlichte heraus als beim Tageslicht. Das mangelnde Unterscheidungsvermögen des Gesichtssinnes für gewisse Farben, in Folge dessen einzelne Personen verschiedene

Farben für einerlei halten, findet sein Analogon in dem zuweilen vorkommenden Unvermögen des Gehörsinnes, in Folge dessen derselbe gewisse Töne nicht von einander zu unterscheiden vermag.

Einige anderweitige merkwürdige Lichterscheinungen, welche nicht von einer äußeren Lichtquelle unmittelbar herstammen, sind folgende: Man schließe beide Augen und drücke mit den Fingern auf die obern Augenlieder eines oder beiden Augen. Man wird dann eine pfauenaugenähnliche Erscheinung wahrnehmen, welche so lange dauert, als der Druck anhält und sowohl im Dunkeln als im Hellen sich zeigt. Beim schwachen Druck sieht man blos einen hellen Lichtfleck, der bei stärkerem Drucke dunkel wird und von einem hellen Lichtring umgeben ist. Wie ich und mehrere Andere die Erscheinung beobachtet haben, schien es uns, als wenn das Auge unter solchen Fällen Theile seines eigenen Innern wahrzunehmen im Stande wäre: denn es kam uns vor, als wenn der helle Fleck mehr oder weniger die Form und die Farbe der Iris hätte und der dunkle Fleck der Pupille entspräche. Die in Rede stehende Erscheinung pflegte um so deutlicher hervorzutreten, je mehr das Auge vorher schon gereizt worden war. In diesem Falle nahmen wir dergleichen Lichterscheinungen auch dann schon wahr, wenn wir die Augenlieder blos zusammenzogen und wieder damit nachließen. Wenn man, nachdem die Erscheinung ihr höchstes Stadium erreicht hat, mit dem Drucke allmählig nachläßt, geht sie durch eine Reihe aufeinander folgender Farben in die Dunkelheit über, während zugleich der dunkle Fleck in der Mitte an Helligkeit zunimmt. Wie man aber den Druck erneuert, zeigt sich die Erscheinung wieder in ihrer früheren Gestalt.

Der Lichteindruck, den man bei einem Stoße ins Auge empfindet, ist ohnstreitig von derselben Natur. Auch wenn man die Augen schlechthin schließt und durch Bedecken mit den Händen das durch die Augenlieder matt eindringende Licht abhält, ohne irgend welchen Druck auf das Auge auszuüben, wird man doch keine gleichförmige Dunkelheit darin wahrnehmen, sondern dieselben mit formlosem Lichtdunst gleichsam durchzogen sehen. Zuweilen gruppirt sich dieser Lichtdunst zu eigenthümlichen Figuren, die bald strahlig, bald rund erscheinen und sich nicht gleich bleiben. Sehr bezeichnend drückt sich Purkinje darüber aus, indem er sagt, „es schwebe in der Dunkelheit ein Chaos von schwachem Lichte".

Bekanntlich erscheinen die Farben in den Landschaften bedeutend lebhafter, wenn man sich bückt und sie gleichsam mit umgekehrtem Kopfe betrachtet. Die Farbenerhöhung rührt von dem stärkeren Blutandrang nach den Gefäßen des Augapfels her, wodurch die Netzhaut einen Druck

erfährt, in Folge dessen ihre Empfindlichkeit gesteigert wird. Derselben Ursache dürften wohl auch zuzuschreiben sein die Lichterscheinungen, welche sich öfters entwickeln, wenn man nach dem Bücken sich rasch wieder aufrichtet oder den Kopf schnell dreht, so wie die Veränderungen der Helligkeit des Gesichtsfeldes, welche man bei Vollblütigkeit oder bei dem Andrang des Blutes nach dem Kopfe zuweilen wahrnimmt.

Wahrscheinlich rühren ebenfalls von Blutbewegungen her jene subjectiven Lichterscheinungen, welche nach der Betrachtung einer lichten Fläche, z. B. des hellen Himmels, einer Schneefläche sich zeigen. Man erblickt dann kleine Kreise, die bald mehr oder weniger wolkenartig erscheinen, sich langsam im Gesichtsfeld bewegend. Ist das Gefäßsystem durch Körperbewegung oder Fieberhitze aufgeregt, so wird die Erscheinung viel lebhafter, indem man ein unregelmäßiges Durcheinanderfahren heller Punkte sieht, die an einem Orte des Gesichtsfeldes gleich Sternschnuppen erscheinen, an andern Orten in verschiedenen krummen Linien rasch dahin eilen. Es läßt sich demnach nicht in Abrede stellen, daß Lichterscheinungen auch ganz unabhängig von der Wirkung lichtaussendender Körper stattfinden können, daß mithin die Modification des Nervenzustandes, welche die Lichtempfindungen veranlaßt, nicht ausschließlich von den Lichtwellen, die von den Außendingen in unser Auge gelangen, bewirkt werden kann.

Der Bau des Auges ist nicht bei allen Geschöpfen ein und derselbe. Bei den verschiedenen Thierklassen finden in dieser Beziehung gar mannigfaltige Abänderungen statt, welche theils die einzelnen Theile des Sehapparats betreffen, theils den Gesammtapparat angehen, indem solcher nach einem ganz andern Plan angelegt ist, als der, wie wir ihn bei den Menschen befolgt sehen. Im Allgemeinen liegt bei den Wirbelthieren der nämliche Plan im Bau des Auges zum Grunde, wie beim Menschen. Die Krümmungshalbmesser der Hornhaut und der Krystalllinsen sind bei den Säugethieren fast durchgängig von ziemlicher Größe, was auf ein starkes Brechungsvermögen der inneren Theile des Auges schließen läßt. Und in der That hat sich aus den Untersuchungen der neueren Physiologen ergeben, daß diese Theile bei jenen Thieren eine stärker brechende Kraft haben als im menschlichen Auge. Bei vielen Säugethieren, wie z. B. dem Pferde und der Katze, hat die Pupille während des Tages die Form einer länglichen Spalte; während der Nacht erweitert sich die Pupille bedeutend, indem sie kreisförmig wird: diese Thiere können deßhalb auch weit besser im Dunkeln sehen, als der Mensch.

Das Auge der Vögel ist verhältnißmäßig groß und bietet außerdem verschiedene andere Modificationen dar. Ihre fast gallertartige

Krystallinse ist weit abgeplatteter als die des Menschen, ihre Hornhaut dagegen viel convexer und zugleich verhältnißmäßig kleiner. Mehrere unter ihnen vermögen ihre Pupille so bedeutend zusammen zu ziehen, daß sie beinahe nur wie ein Punkt erscheint, wie wir dies an dem Adler wahrzunehmen Gelegenheit haben, der das blendende Sonnenlicht ohne Beschwerde ertragen kann. Theilweise müssen sie wie unter andern die Raubvögel die Fähigkeit den verschiedenen Entfernungen sich anzupassen im hohen Grade besitzen, da sie aus den hohen Lüften einen kleinen Gegenstand auf der Erde aufs deutlichste zu erkennen vermögen, und mit der Schnelligkeit des Blitzes auf denselben herabstürzend ihn zugleich mit dem Gesicht und den Klauen zu erfassen im Stande sind.

Die Fische haben sämmtlich sehr große Augen. Die Krystallinse nähert sich bedeutend der Kugelgestalt und ist bei vielen ganz kugelförmig; sie liegt unmittelbar an der Hornhaut an und besitzt ein großes Brechungsvermögen. Diese Einrichtungen müssen einen zweckmäßigen Bezug zum Sehen unter Wasser haben, da sie bei den meisten Taucher-vögeln ebenfalls angetroffen werden. Auch ist die Krystallinse wie die der andern Thiere aus concentrischen Schichten zusammengesetzt. Die Fische, welche in den Abgründen des Meeres ihre Beute zu erblicken und mit Sicherheit zu verfolgen vermögen, scheinen bei einem solchen schwachen Grade des Lichtes sehen zu können, der für uns Dunkelheit sein würde. Möglich, daß bei diesen Geschöpfen das Sehen noch durch Strahlen bewirkt werden kann, welche für den Gesichtssinn des Menschen aufhören Lichtstrahlen zu sein.

Viele Insecten und krebsartige Thiere haben keine einfache linsenhaltige Augen wie die Wirbelthiere, sondern musivisch zusammengesetzte oder vielfache Augen. Bei diesen zusammengesetzten Augen steht auf einer convexen Nervenhaut eine große Menge durchsichtiger Kegel rechtwinklig auf, deren jeder nur die Gegenstände zur Anschauung bringt, welche in dem kleinen Sehfeld des entsprechenden Kegels liegen. Durch ein solches in mehreren tausend gesonderten Punkten dargestellte Bild wird die Außenwelt jenen Geschöpfen, welche mit dergleichen Augen versehen sind, gleichsam wie eine kunstreich gearbeitete Mosaik vorgeführt. — Im Uebrigen gibt es auch ganze Thierklassen, welche keine besondere Sehapparate haben; bei solchen Thieren findet kein eigentliches Sehen statt, sondern nur eine Unterscheidung von Licht und Dunkel: dahin gehören z. B. die kopflosen Weichthiere und die Würmer. Dagegen besitzen andere Weichthiere, wie z. B. die Schnecken, schon ziemlich ausgebildete Augen. Bei ihnen wie überhaupt bei den niederen Thierklassen steht jedoch der Gesichtssinn schon in näherer Verbindung mit dem Sinn des Getastes: die Augen befinden sich nämlich an der Spitze der

hohlen Fühlhörner, die gleichsam die Stelle der Augenlieder vertreten, indem die Augen durch Umstülpen derselben nach Innen gezogen werden können.

3. Subjective Farben.

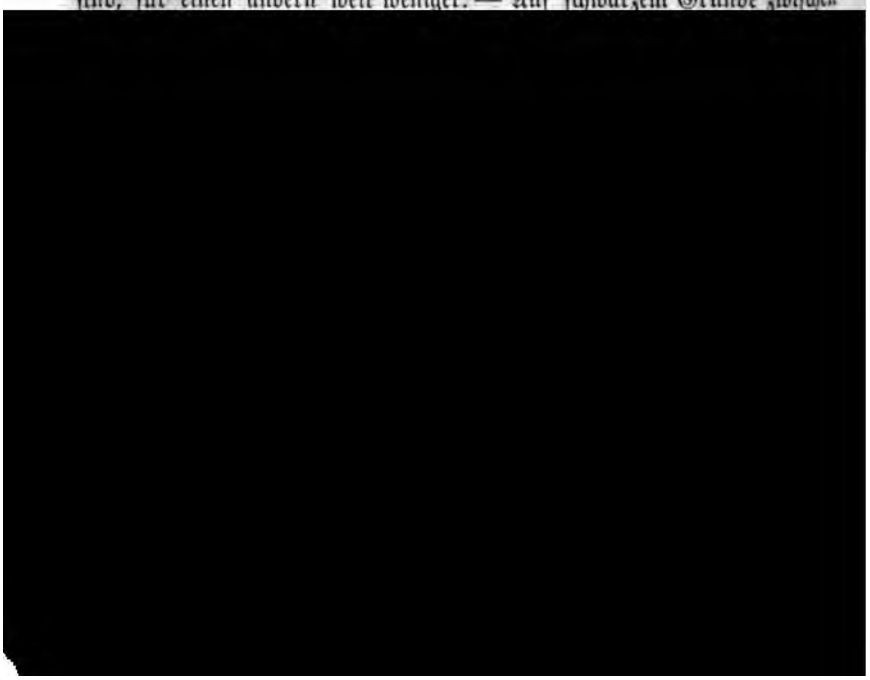
Wie der Ton Gegenstand der Empfindung ist, so verhält es sich auch mit der Farbe; der Ton wie die Farbe sind nur insofern als vorhanden zu betrachten, als es ein empfindendes Subject gibt. Die Farbe hängt also zum Theil von dem lichtaussendenden Objecte ab, zum Theil aber vom sehenden Subjecte. Insofern jedoch die äußeren Gegenstände im Sonnenlichte in der Regel von derselben Farbe erscheinen, können wir die Farben objective nennen; dahin gehören die früher betrachteten dioptrischen und katoptrischen Farben. In manchen Fällen tritt aber bei der Bestimmung der Farbe der subjective Einfluß des Sehenden in auffallender Weise hervor; solche Farben werden daher mit Recht subjective genannt: Einige nennen sie physiologische, Andere heißen sie zufällige Farben. Die einfacheren dergleichen subjectiver Farbenerscheinungen erhält man durch das Betrachten schwarzer und weißer Figuren. Schaut man nämlich eine weiße Figur auf dunklem Grunde anhaltend bis zu einiger Ermüdung des Auges an und wendet dann das Auge auf eine weiße Fläche, so zeigt sich auf ihr das Bild derselben Figur, aber dunkler als die übrige Fläche. Betrachtet man auf gleiche Weise eine dunkle Figur auf hellem Grunde, so erscheint das Bild auf der weißen Fläche heller als diese. Der Grund dieser Erscheinungen liegt in der allgemeinen Beschaffenheit unserer Empfindungsorgane, die um so mehr ihre Erregbarkeit durch einen gewissen Reiz verlieren, je länger und in je stärkerem Grade sie demselben ausgesetzt waren. Hat eine Ueberreizung stattgefunden, so können die Organe selbst eine Zeitlang für die Empfindung gänzlich abgestumpft werden, während sie auf der andern Seite für die Empfindung desto empfänglicher sind, je länger sie dieselben entbehrt haben. Dies gilt nun auch hinsichtlich des Auges für den Eindruck des Lichtes und der Farben. Sind also gewisse Theile der Netzhaut stärker als andere Theile derselben durch das Licht gereizt worden, so werden sie durch ein nachheriges schwächeres Licht nicht in dem Grade erregt werden, als jene andern Theile der Netzhaut: darum erscheinen in dem ersten der oben erwähnten Versuche die Theile der weißen Fläche, deren Bild auf die früher mehr gereizten Stellen der Netzhaut zu liegen kommt, dunkler, dagegen im zweiten Versuche die Theile der weißen Fläche, deren Bild auf die nicht gereizten Stellen der Netzhaut fällt, heller als die andern Theile der weißen Fläche.

Interessanter noch werden diese Erscheinungen, wenn man die Versuche mit gefärbten Figuren anstellt. Man lege eine rothe Figur auf weißes von der Sonne wohl beleuchtetes Papier, betrachte unverwandt eine Zeitlang diese Figur und nehme sie alsdann hinweg, oder blicke auch statt dessen auf eine minder beleuchtete weiße Fläche. Man wird jetzt dieselbe Figur sehen, aber von einer andern Farbe, nämlich mit der Ergänzungsfarbe Grün. War die Figur orange, so wird das danach erscheinende subjective Bild blau sein; war die Figur gelb, so zeigt sich das subjective Bild violet; kurz die Farbe des letzteren ist immer die Ergänzungsfarbe der vorher objectiv angeschauten Farbe. Der Grund dieser Erscheinungen liegt wieder in der oben angeführten Thatsache. Hat nämlich das Auge längere Zeit den Eindruck einer gewissen Gattung von Farbenstrahlen gehabt, so ist es bei der nachherigen Einwirkung von weißem Licht für diejenigen Strahlen unempfindlich, für die es seine Erregbarkeit durch das vorherige Betrachten verloren hat; es wird darum von sämmtlichen Farbenstrahlen, welche in dem Weiß enthalten sind, nur der Eindruck der Ergänzungsfarbe der vorhin betrachteten übrig bleiben. Diese Erklärungsart findet darin ihre Bestätigung, daß, wenn man jene Versuche nur mit einem Auge anstellt, indessen das andere verschlossen bleibt, bei dem späteren Betrachten der weißen Fläche mit beiden Augen die subjective Farbe nur von dem wahrgenommen wird, das vorhin den längeren Eindruck des farbigen Lichtes gehabt hat. — Eine weitere Bestätigung von der Richtigkeit der obigen Erklärung liefert uns folgender Versuch. Man betrachte eine ruhende Scheibe, deren eine Hälfte roth, die andere grün gefärbt ist, durch zwei vor die Augen gehaltenen Röhren, so daß das eine Auge nur rothes Licht erhält, das andere nur grünes. Hat das eine Auge bis zur Ermüdung nur Roth, das andere nur Grün gesehen, und versetzt man dann die Scheibe in schnelle Drehung; so sieht das Auge, welches Roth betrachtet hatte, nur Grün, das, welches dem Grün zugewandt war, nur Roth.

Durch eine von Nörremberg angegebene Vorrichtung lassen sich die subjectiven Farbenerscheinungen bei mehreren Personen gleichzeitig zur Wahrnehmung bringen. Der obere Theil der Vorderseite eines Holzrahmen ist mit einem Brette bedeckt, während vor die Rückwand des untern Theiles des Rahmen verschieden mit gefärbtem Papier überzogene Tafeln von Pappdeckel eingeschoben werden können. In der Mitte der Tafel ist ein längliches Rechteck aufgeklebt, das ohngefähr den siebenten Theil des Raumes der farbigen Tafel einnimmt und von einer anderen Farbe als die Tafel ist. Hat man nun die farbige Tafel sammt dem farbigen Rechteck eine Zeitlang angeschaut, so läßt man ein mit weißem

Papier überzogenes Holzrähmchen, welches bis dahin von einem Stifte getragen wurde, herabfallen, so daß die farbige Tafel sammt dem farbigen Rechteck zugedeckt wird. Auf dem weißen Papier kommen dann die complementären Farben von denen zum Vorschein, welche das Auge vor dem Herabfallen des weißen Schirmes wahrgenommen hatte.

Man kann sich auch rotirender Scheiben bedienen, um einem die Erscheinung subjectiver Farben zu zeigen. Dreht man eine weiße Scheibe, auf welcher sich eine schwarze Figur befindet, deren Umfang eine archimedische Spirale ist, so sieht man je nach der Beschaffenheit der Drehungsgeschwindigkeit nicht blos verschiedene Abstufungen von Grau, sondern auch verschiedene Farben wie Blau, Roth, Violet, Grün, die von verschiedenen Personen mit ungleicher Deutlichkeit wahrgenommen werden. Aehnliche Erscheinungen zeigen sich, wenn man eine weiße Spiralfigur auf einer schwarzen Scheibe befestigt und das Ganze in rasche Drehung versetzt. — Trägt man auf eine weiße Scheibe eine färbige Spiralfigur, läßt zuerst die Scheibe eine Zeitlang schnell rotiren, so daß sie gleichförmig gefärbt erscheint, verlangsamt dann plötzlich die Bewegung; so sieht man, besonders wenn man schief gegen die Scheibe blickt, die subjective Farbe in ungewöhnlicher Stärke hervortreten. Wenn verschiedene Individuen die Versuche sehen, so ist es bemerkenswerth, wie die Augen derselben für einen bestimmten subjectiven Farbeneindruck besonders empfänglich sind, für einen andern weit weniger. — Auf schwarzem Grunde zwischen



erregt, daß es für den schwachen Eindruck der gelben Strahlen, welche von den grauen Schatten herkommen, nicht empfänglich ist; es bleibt mithin nur der Eindruck der blauen Ergänzungsfarbe übrig. — Unter geeigneten Umständen lassen sich auch anders farbige Schatten wahrnehmen. Man lasse zur Nachtzeit von zwei in einiger Entfernung von einander stehenden Kerzen Licht auf einen Stab fallen; auf einer dargebotenen weißen Fläche werden dann zwei graue Schatten entstehen. Hält man nun vor die eine Flamme ein rothes Glas, so erscheint der von der bedeckten Flamme erleuchtete Schatten roth, der von der unbedeckten Flamme erleuchtete hingegen deutlich grün. Daß die Farbe des rothen Schattens objectiv, dagegen die Farbe des grünen Schattens subjectiv ist, geht daraus hervor, daß die Farbe des letzteren Schattens verschwindet, wenn man denselben durch ein innen geschwärztes Rohr betrachtet, um das Auge gegen den Eindruck der vorwaltenden rothen Farbe zu schützen; dagegen verschwindet der rothe Schatten nicht, wenn man ihn durch das geschwärzte Rohr ansieht, zum Beweise, daß derselbe objectiver Natur ist. — Eine weitere subjective Farbenerscheinung bietet sich dar, wenn man einen schmalen Streifen von weißem Papier gegen eine Tafel grünlichen Fensterglases hält. Man sieht dann zwei complementäre Bilder; das von der Hinterfläche des grünen Fensterglases reflectirte Bild ist natürlich grün, während die in dem an der Vorderfläche reflectirten an sich weißen Bilde enthaltenen grünen Strahlen das überall vom Grün lebhaft afficirte Auge nicht mehr zu reizen vermögend sind: dieses zweite Bild wird deßhalb röthlich erscheinen. Der Versuch gewinnt ausnehmend an Deutlichkeit, wenn man ein hellfarbiges Glas auf eine Metallplatte legt und dadurch die Reflection der objectiven Farbe der Hinterfläche vermehrt, womit zugleich die Erscheinung der subjectiven Complementärfarbe an der Vorderfläche stärker hervortritt.

Ein besonderes physiologisches Interesse bot die Frage dar, welche Wirkung zwei verschiedene Farben hervorbringen würden, von denen gleichzeitig die eine dem einen, die andere dem andern Auge dargeboten wird. Es galt nämlich zu entscheiden, ob die den Farben entsprechenden Erregungszustände auf der Netzhaut zur Verbindung kommen und zu einer Mischfarbe verschmelzen, oder ob beide Zustände zugleich vorhanden sind und in dem Gehirn zu einem ihrer Energie entsprechenden gemeinsamen Eindrucke combinirt werden. Nach den von de Haldat, Seebeck, Dove und Brücke angestellten Beobachtungen hat sich ergeben, daß Letzteres stattfinde, wie es sich erwarten ließ. Wenn hier und da andere Resultate gefunden wurden, bald die eine, bald die andere Farbe

bemerkt und nie eine wirkliche Vereinigung der Farben erkannt ward, so wird dies nicht befremden, wenn man erwägt, daß einmal die Farben, die man anwendet, nicht vollständig homogen sind, um eine Mischfarbe zu liefern, wie sie die Theorie gerade verlangt; dann die beiden Augen öfters ein ungleiches Sehvermögen besitzen; ferner eine Verschiedenheit der Beleuchtung von merklichem Einfluß ist; endlich die Thätigkeit der beiden Augen nicht in gleichem Grade von beiden Farben in Anspruch genommen wird. Vergleichen wir jedoch aufmerksam, was wir bei dergleichen Versuchen gesehen haben mit dem, was von Andern dabei wahrgenommen worden; so dürfen wir mit Zuverlässigkeit annehmen, daß unser Gesichtsorgan die Fähigkeit besitzt, zwei verschiedene in den beiden Augen gleichzeitig hervorgerufene Farbeneindrücke zu einem gemeinsamen Eindruck zu combiniren.

Hielten wir nämlich von zwei verschieden gefärbten Gläsern das eine vor das rechte, das andere vor das linke Auge, so sahen wir zwar bald die eine, bald die andere vorwalten; immer fanden wir aber, wenn plötzlich das eine oder das andere Auge geschlossen wurde, daß die mit beiden Augen gesehene Farbe eine Mischfarbe war. Dies zeigte sich dann besonders auffallend, wenn die eine Farbe nicht bedeutend stärker als die andere war, vielmehr beide Gläser übereinander gelegt eine charakteristisch-unterschiedene Mittelfarbe zu erkennen gaben. — Operirten wir mit zwei Gläsern, welche nahezu complementäre waren und ziemlich gleich intensive Farben besaßen, indem wir mehrmals hintereinander abwechselnd mit beiden Augen durch das eine und das andere Glas einen fernen Gegenstand fixirten; so gelang es uns die Farben zum Verschwinden zu bringen, wenn dann plötzlich beide Gläser den Augen gleichzeitig vorgehalten wurden. Von den verschiedenen Personen, welche zu der nämlichen Zeit mit uns den Versuch angestellt hatten, sahen Einige farbloser, wenn sich die lichtere Farbe vor dem linken Auge befand, während es sich bei Andern ereignete, wenn jene Farbe dem rechten Auge sich darbot: dieser Unterschied kam daher, daß einerseits die beiden Augen ein verschiedenes Sehvermögen besaßen und anderseits eine Farbe eine andere leichter zu verdrängen vermochte.

Entschiedener fiel jedoch die Antwort auf die oben aufgeworfene Frage aus, wenn die stereoskopische Anschauung zu Hülfe genommen wurde. Die hierher gehörigen chromatischen Versuche lassen sich auf gar mancherlei Art abändern und vervielfältigen. Für katoptrische Farben kann man die Zeichnungen auf weißem oder schwarzen Grunde mit für die beiden Augen verschiedenen Pigmenten ausführen, oder auf verschiedenfarbigem Grund mit schwarzen oder weißen Linien die Projectionen entwerfen. Für dioptrische Farben kann man die Zeichnungen

weiß auf ſchwarzem Grund oder ſchwarz auf weißem Grund ausführen und dann die Umriſſe durch farbige Gläſer betrachten. Man kann auch dioptriſche mit katoptriſchen Farben combiniren: zu dieſem Behuf eine auf ſchwarzem Grund mit weißen Linien ausgeführte Zeichnung durch ein vor das Auge gehaltenes farbiges Glas, und mit dem andern bloßen Auge ein mit farbigen Linien auf weißem Grunde entworfene Zeichnung betrachten. Welche Verfahrungsweiſe man übrigens dabei auch einhalten möge, immerhin bleiben die Ergebniſſe bei allen Verſuchen dieſelben, obſchon ſie wegen ihres eigenthümlichen Charakters zuweilen die eine oder die andere Modification darbieten können. Von den zahlreichen Verſuchen, welche ich im Verein mit mehreren Lehrern und Schülern unſerer Anſtalt mit gleichem Erfolg wiederholt angeſtellt habe, ſollen nur einige hier erwähnt werden, um nicht durch öftere Wiederholung des in dieſen Verſuchen gemeinſam Enthaltenen zu ermüden. —

Wir betrachteten die auf weißem Grund mit ſchwarzen Linien ausgeführten Zeichnungen im Stereoſkop, indem wir vor das eine Auge ein rothes Glas, vor das andere ein blaues Glas hielten. Das mit voller Deutlichkeit hervortretende Relief hatte bei einer gewiſſen Stellung des Stereoſkops einen rothen Hintergrund, der bei einem allmähligen Drehen des Inſtrumentes nach der einen Seite hin immer matter wurde, dann eine Lilafarbe annahm und zuletzt in Blau überging, deſſen Intenſität ſich bei weiterem Drehen des Apparats mehr und mehr ſteigerte. — Waren die Zeichnungen mit weißen Linien auf ſchwarzem Grunde aufgetragen, ſo erſchien bei Anwendung derſelben farbigen Gläſer das Relief mit rothen und blauen nebeneinander liegenden Kanten in der Weiſe, daß die mit dem linken Auge geſehene Farbe rechts, die mit dem rechten Auge geſehene links lag. Bei dem Hervortreten der einen oder der andern Farbe zeigten die Kanten ebenfalls dieſe Farbe, welche bei einer ſchicklichen Stellung des Stereoſkops in ein merkliches Lila überging. — Wir entwarfen die Zeichnungen mit ſchwarzen Linien auf rothem Papier und betrachteten dann die Zeichnungen, indem wieder vor das eine Auge ein rothes Glas, vor das andere ein blaues Glas gehalten wurde: Das Relief erſchien bei angemeſſener Stellung des Apparats auf einem lilafarbigen Hintergrunde. — Waren die Zeichnungen mit weißen Linien auf rothem Papier ausgeführt, ſo lieferten ſie gleichzeitig im Stereoſkop durch die nämlichen farbigen Gläſer geſehen ein Relief mit rothen und blauen Kanten auf einem lilafarbigen Hintergrunde. — Wir zeichneten auf ein rothes und auf ein grünes Papier mit ſchwarzen Linien die Umriſſe eines Körpers, wie ſolche der Anſicht des rechten und linken Auges entſprechen. Im

Stereoskop gleichzeitig gesehen zeigte sich das Relief mit schwarzen Kanten auf fast farblosem Grunde. — Waren die Zeichnungen mit schwarzen Linien auf rothem und blauem Papier aufgetragen, so erschien im Stereoskop das Relief mit schwarzen Kanten auf lilafarbigem Grunde. — Wir betrachteten eine auf schwarzem Grund mit weißen Linien ausgeführte Zeichnung durch ein vor das eine Auge gehaltenes rothes Glas, mit dem andern bloßen Auge eine mit blauen Linien auf weißem Grunde entworfene Zeichnung. Das Relief von grauen Flächen begrenzt, die wie Graphit glänzten, erschien mit rothen und blauen Kanten. — Wurde statt der auf schwarzem Grund mit weißen Linien ausgeführten Zeichnung eine auf weißem Grund mit schwarzen Linien entworfene genommen und die mit blauen Linien auf weißem Grunde ausgeführte Zeichnung durch eine auf blauem Grunde mit weißen Linien entworfene ersetzt; so erschien, wenn die Zeichnungen im Stereoskop wie vorhin betrachtet wurden, das Relief von violetten Flächen begrenzt mit rothen und schwarzen Kanten. — Die beschriebenen chromatischen Versuche wurden mit dem katoptrischen, wie mit dem dioptrischen Stereoskop mit gleichem Erfolg angestellt. Auch unterließen wir nicht, verschiedene farbige Gläser, sowie mit verschiedenartigsten Pigmenten ausgeführte Zeichnungen bei den in Rede stehenden Erscheinungen zur Hand zu nehmen.

Zu den subjectiven Farbenerscheinungen gehören auch die farbigen Nachbilder, welche man wahrnimmt, wenn man, nachdem man irgend einen hellen Gegenstand längere Zeit mit den Augen fixirt hat, dieselben schließt oder in ein möglichst vollkommenes Dunkel richtet. Es dauert in diesem Falle, wie schon gesagt, der Lichteindruck nicht blos eine Weile fort, sondern der Eindruck verschwindet erst durch eine Folge von Farbenveränderungen. Hiervon kann man sich durch folgende einfache Versuche überzeugen. Man schaue eine Kerzenflamme etwa eine Minute lang an, schließe dann die Augen und bedecke dieselben mit den Händen, damit alles Licht abgehalten werde. Im ersten Augenblicke sieht man das Flammenbild in seiner ursprünglichen Art, welches plötzlich durch ein gelbes Bild ersetzt wird. Dieses dauert etwas länger als das vorige und verschwindet auf gleiche Weise, indem ein rothes an seine Stelle tritt; ihm folgen successiv auf die nämliche Art ein blaues, ein weißes und ein schwarzes Bild, dergestalt, daß jedes später verschwindende immer länger andauert, als jedes vorhergehende bis auf das schwarze, welches am längsten anhält und zuletzt von einem grauen Schein verschlungen wird. — Man blicke auf den erhellten Fleck eines weißen Papiers, welchen die durch eine Oeffnung im Laden eines dunk-

len Zimmers dringenden Sonnenstrahlen erzeugen, und sehe alsdann nach dem dunkelsten Orte des Zimmers: das Nachbild erscheint gelblich und erhält alsbald einen purpurfarbenen Rand; die Purpurfarbe überzieht allmählig den ganzen Kreis, wobei der Rand blau wird; das Blau verdrängt nach und nach den Purpur und der Rand wird dunkel; endlich schreitet das Dunkel langsam gegen die Mitte vor, worauf sich das Nachbild allmählig verliert. — Die Farbe des Nachbildes ist um so intensiver, je anhaltender und stärker der primitive Eindruck gewesen; auch hängt ihre Helligkeit von der Farbe des Grundes ab, auf welchem das Urbild und das Nachbild betrachtet werden. Um den letzten Einfluß zu zeigen, wollen wir folgende von Fechner zuerst angegebenen Versuche anführen. — Hat man ein grünes Object auf weißem Grunde anhaltend betrachtet, so erblickt man, wenn man das Auge abwendet, auf weißem Grunde ein hellrothes Nachbild; auf schwarzem Grunde ein dunkelrothes; auf grünem Grunde ein weißliches; auf rothem Grunde ein lebhaftrothes Nachbild. — Hat man ein grünes Object auf schwarzem Grunde betrachtet, so erscheint das Nachbild auf weißem Grunde dunkelroth; auf schwarzem Grunde schwarz mit rother Nüance; auf grünem Grunde schwärzlich; auf rothem Grunde tiefroth. — Hat man ein weißes Object auf grünem Grund betrachtet, so zeigt sich das Nachbild auf weißem Grunde schwärzlichgrün; schwärzlich auf rothem Grunde; grün bei schwarzem Grunde; sehr rein grün bei grünem Grunde. — Hat man ein schwarzes Object auf grünem Grunde betrachtet, so wird das Nachbild blendend weißlich grün bei weißem Grunde; weißlich auf rothem Grunde; weißlich grün bei schwarzem Grunde; sehr licht weißlich grün auf grünem Grunde.

Nach der Ansicht unsers geistreichen Fechner liegt die Ursache der farbigen Nachbilder ebenfalls in dem eigenthümlichen Reiz, welche eine Farbe auf die Netzhaut ausübt, in Folge dessen dieselbe für die Empfindung dieser Farbe abgestumpft wird und nach dem Verschwinden des Objects für die übrigen Farben des dargebotenen Lichtes mehr empfänglich ist. Auf den Einwand, daß von einem schwarzen Grunde kein weißes Licht ins Auge gelange, an welchem die subjective Zerlegung in einen empfundenen und nicht empfundenen Theil vor sich gehen könnte, erwiedert Fechner, daß auch die schwärzeste Oberfläche noch Licht reflectire. Denn läßt man auf eine solche Fläche im finstern Zimmer durch eine Oeffnung des Fensterladens directes Sonnenlicht fallen, so wird der auf der Oberfläche beleuchtete Fleck lichter erscheinen als die Umgebung, was nicht möglich wäre, wenn das Schwarz nicht noch eine Menge Licht zurückzuwerfen vermöchte. Auch ist die complementäre Farbe, die man auf einem schwarzen Grunde sieht, bei weitem schwächer

als wenn man das Auge auf einen weißen Grund richtet; woraus hervorgeht, daß das Weiß an der Erscheinung einen bedeutenden Antheil hat. — Den andern Einwand, daß das Nachbild auch in der vollständigsten Dunkelheit wahrgenommen werde, wo kein Licht vorhanden sei, welches sich in empfundenes und nicht empfundenes zerlegen könnte, sucht Fechner durch die Behauptung zu beseitigen, daß im Auge auch unabhängig von äußeren Lichteinwirkungen eine Lichtempfindung stattfinden kann. Damit soll nicht gesagt werden, daß in dergleichen Fällen eine objective Lichtmaterie im Auge thätig sei, sondern vielmehr angedeutet werden, daß dieselbe organische Kraft des Auges, welche von äußeren Lichteinwirkungen angeregt die Empfindung des gewöhnlichen Sehens hervorbringt, auch fähig ist, auf die eine oder die andere Weise von Innen aus angeregt zu werden. Jede verschiedene Farbenempfindung setzt nun eine verschiedene Actionsweise des Auges voraus, weil offenbar für die verschiedenen Empfindungen diese Action nicht dieselbe sein kann. Hat daher die Netzhaut an der einen oder der andern Stelle eine Zeitlang einen gewissen Farbeneindruck erfahren, so wird sie für einige Zeit nachher unfähiger auf das Ursächliche dieser Farben zu reagiren, dagegen desto fähiger diejenigen Farbenreactionen zu äußern, hinsichtlich deren sie unthätig war, sei übrigens das Ursächliche, was das Auge zur Farbe anregen will, in oder außer dem Auge. Es ist nicht zu läugnen, daß nach dem Principe Fechner's eine große Klasse von Nachbildern sich erklären läßt. Dahin gehören alle jene Nachbilder, bei denen das hell ist, was im Objecte dunkel, und das dunkel ist, was im Objecte hell ist, sowie alle diejenigen Nachbilder, welche die Complementärfarbe von jener des Objects zeigen. Man könnte deßhalb vielleicht dergleichen subjective Bilder negative Nachbilder nennen oder auch Nachbilder wegen verminderter Erregung der Netzhaut, weil sie nur bei geringeren Graden des Lichtreizes auftreten. Anders dürfte es sich aber mit einer zweiten Klasse von Nachbildern verhalten, nämlich mit jenen Nachbildern, bei denen das hell ist, was im Objecte hell, und das dunkel ist, was im Objecte dunkel, sowie mit den Nachbildern, welche eine mit dem Objecte übereinstimmende Farbe haben. Die letzteren subjectiven Bilder könnten vielleicht positive Nachbilder genannt werden, oder auch Nachbilder wegen gesteigerter Erregung der Netzhaut, weil sie in ihrer Vollständigkeit nur nach sehr heftiger Einwirkung des Lichtes eintreten und bei schwächerer primären Reizung unmerklich sind, so daß nur das negative Nachbild übrig bleibt.

Ein paar einfache Versuche, bei welchen positive und negative Nachbilder sicher und deutlich beobachtet werden können, sind folgende: Man schließe das eine Auge und sehe mit dem andern durch eine innen ge-

schwärzte Röhre eine Minute lang auf ein hell erleuchtetes rothes Feld. Auf einem weißen Grunde sieht man mehreremal hintereinander das grüne Nachbild verschwinden, um auf kurze Zeit einem rothen Bilde Platz zu machen. — Blickt man durch ein rothes Glas nach der Sonne, bedeckt dann sorgfältig mit den Händen die Augen, indem man sie vom Lichte abwendet; so erhält man zuerst ein rothes Bild, welches durch ein grünes ersetzt wird; dann erscheint das rothe wieder, welches abermals dem grünen weicht; dieser Wechsel dauert längere Zeit fort, bis endlich das rothe Bild, nachdem es immer schwächer geworden ist, gänzlich ausbleibt; das Grüne wird noch einige Zeit gesehen, worauf es denn ebenfalls zum Verschwinden kommt. — Das abwechselnde Verschwinden und Hervortreten des Nachbildes schreibt Fechner zufälligen Nebenumständen zu. Jede Bewegung des Auges oder der Augenlieder, eine oder die andere Kopfbewegung, selbst ein lebhafter Stoß mit den Armen oder einem Fuße, wie überhaupt Alles, was mittelst der Nerven einen Einfluß auf das Auge ausübt, vermag das Nachbild zum Verschwinden zu bringen oder zu schwächen; es erscheint aber wieder, wenn nach einer derartigen Bewegung das Auge von neuem auf die frühere Stelle gerichtet ist. Durch fortgesetzte Uebung das Auge in vollkommener Ruhe und gleichförmiger Spannung zu erhalten, ist es Fechner gelungen, das abwechselnde Verschwinden und Wiederhervortreten der Nachbilder in auffallender Weise zu vermindern. — Wir wollen bei dieser Gelegenheit noch eines Umstandes Erwähnung thun, der auf die Helligkeit der Nachbilder von Einfluß sein kann. Man richte z. B. das Auge auf ein Fensterkreuz, welches auf dem hellen Himmelsgrund dunkel erscheint. Nach dem Schließen des Auges ist das dunkle Kreuz mit hellen Scheiben noch eine kurze Zeitlang sichtbar, geht aber bald in ein helles Kreuz mit dunklen Scheiben über. Kneipt man nun die Augenlieder zusammen und läßt sie hierauf schnell wieder nach, so verschwindet das Bild und zeigt sich wieder mit erneutem Glanze. Durch wiederholtes Zusammenkneipen und Wiedernachlassen kann das Kreuz fast blendend hell werden. Die Ursache der Veränderung der Erscheinung ist die Ungleichheit der Menge des Lichtes, welche durch die Augenlieder hindurch ins Auge dringt: denn wenn man sich nach Anschauung des Fensterkreuzes in ein finsteres Zimmer begibt, verliert das Zusammenkneipen und Nachlassen der Augenlieder seinen Einfluß auf das Nachbild ganz.

Plateau hält das Princip der Abstumpfung der Netzhaut zur Erklärung der subjectiven Farbenerscheinungen für unzulänglich und substituirt dafür das Princip der entgegengesetzten Erregungszustände, welche die Netzhaut nach Aufhören der directen Eindrücke freiwillig an-

das Nebeneinander zweier ungleich hellen Flächen von derselben Farbe entsteht, nennt Chevreul Contrast des Tones. — Wendet man verschieden gefärbte Streifen an, deren Farbenintensität möglichst gleich ist, so wird nicht allein der Ton, sondern die Farbe selbst verändert: Chevreul nennt die Aenderung, welche sich auf die optische Beschaffenheit erstreckt, vorzugsweise Contrast der Farben. Man ändere den oben angeführten Versuch dahin ab, daß man statt der beiden hellgrauen Streifen zwei Streifen von derselben rothen Farbe und statt der beiden dunkelgrauen Streifen von derselben gelben Farbe nimmt. Der mittlere rothe Streifen scheint dann mehr ins Violette und der mittlere gelbe mehr ins Grüne zu fallen. Aehnliche Modificationen treten bei jeder Farbe in der Nachbarschaft einer andern ein. So erscheint Grün neben Gelb mehr Blau; Violet neben Blau nähert sich dem Roth; Orange neben Violet wird grünlichgelb; Roth neben Orange erhält einen violetten Anstrich. — Sind die sich begrenzenden Farben Ergänzungsfarben zu einander, so verstärken sie sich gegenseitig durch diesen Einfluß und bekommen einen sehr bemerkenswerthen Glanz. — Weiß neben einer andern Farbe erleidet eine geringe Veränderung, welche dem geübten Auge als Ergänzungsfarbe der beigesellten Farbe sich zu erkennen gibt, welche ihrerseits glänzender und kräftiger wird. — Schwarz und Weiß üben einen gegenseitigen Einfluß auf einander aus, indem das erstere lichter und das letztere dunkler erscheint. — Schwarz mit Farben zusammengestellt wird durch den Contrast kräftiger, während der Ton der dabei sich befindenden Farbe herabgestimmt wird. — Neben Grau werden alle Farben glänzender, dagegen bei dem Grau der Einfluß der hervortretenden Ergänzungsfarben deutlich wahrzunehmen ist. — Die gegenseitigen Einflüsse der Farben finden noch, wiewohl in geringerem Grade statt, wenn sie nicht unmittelbar aneinander grenzen, sondern in einiger Entfernung von einander liegen. — Der gegenseitigen Einwirkung benachbarter Farben sind auch jene zufälligen Farbenränder zuzuschreiben, welche farbige Flächen umgeben, die einen andersfarbigen Hintergrund haben, wie z. B. der violette oder grünliche Farbenrand, den eine gelbe Fläche auf blauem oder schwarzem Grunde erhält. — Zu den Contrasterscheinungen gehören deßgleichen jene eigenthümlichen Farbentöne, welche zuweilen Möbel, auf die kein directes Sonnenlicht fällt, in Zimmern annehmen, deren Wände mit glänzenden Farben überzogen sind.

Bei der Betrachtung der Wirkung der Farben auf uns kommt viel darauf an, ob es die Wirkung kleiner Oberflächen z. B. Blumen, oder die mehr ausgedehnter Oberflächen z. B. Zimmerwände ist; deßgleichen ist dabei die Lichtstärke und der Glanz von Bedeutung. Es werden

gegengesetzter Zustände, welche abnehmend alle Stufen der
gehen, kehrt endlich der Normalzustand der Netzhaut wie
bringt alle subjectiven Farbenerscheinungen mit der Dau
eindrucks in Verbindung, welche für alle Farben nicht
Größe ist. Welchem Princip der Vorzug gebühre, wagen
entscheiden; vielleicht dürfte jede Ansicht ihre Berechtigun
keine für sich allein zur Erklärung aller hierher gehörigen
ausreichen. Wir haben zwar die von Fechner und Platea
Versuche theilweise selbst angestellt; diese Untersuchungen
uns nicht mit dem erforderlichen Fleiße und in der gewi
dehnung vorgenommen worden, weil die nachtheiligen Fol
dauernden Anstrengung unserer Augen uns mahnten, dav

Wenn zwei ungleich erleuchtete Flächen von derselbe
zwei gleich erleuchtete Flächen von verschiedenen Farben
gestellt sind, so nimmt beim Betrachten solcher Flächen de
schiedenheiten wahr, welche in der Wirklichkeit sich ni
Diesen gegenseitigen Einfluß benachbarter Farben nenn
man Contrast der Farben, den der französische Chemiker
sorgfältigsten studirt hat. Zur Nachweisung dergleichen E
nungen dienen folgende Versuche: Man klebe auf dieselb
parallele Streifen, von denen jeder etwa einen Centime
lang ist; die beiden Streifen zur linken seien von hell
und die zur rechten von dunkelgrauer; die zwei mittleren
gen dicht nebeneinander, während die beiden äußeren a

ein zu einer inneren Einheit Zusammenstimmendes vorhalten. — Es können aber auch zwei Farben, zwischen denen nur eine Zwischenfarbe liegt, gefällige Farben-Zusammenstellungen liefern, wie z. B. Roth und Blau, Roth und Gelb. Selbst die Nebeneinanderstellungen von Nachbarfarben, wie z. B. Gelb und Grün, Blau und Grün vermögen angenehme Eindrücke hervorzubringen, wenn besondere Bedingungen dazu kommen. Dahin gehören jene Eigenschaften der Farben, welche wir als Glanz und Sättigung bezeichnen und die, wenn man nach einer Analogie in der Musik suchen will, vielleicht mit der Instrumentirung verglichen werden können. Weiter gehören dahin die weißen, grauen und schwarzen Farben, welche bei Farbengruppirungen von Wichtigkeit sind und die man den Pausen in der Musik allenfalls an die Seite stellen könnte. Um für die Anschauung mehr hervorzuheben, welche Veränderungen durch die gegenseitige Einwirkung zweier nebeneinander liegenden Farben entstehen, mögen hier Farben, zwischen denen nur eine Zwischenfarbe vorhanden ist, paarweis aufgestellt und unter jede die Farbe gesetzt werden, welche die andere bei der Wahrnehmung derselben erzeugt:

Roth — Gelb.	Roth — Blau.
Violet — Grün.	Orange — Grün.

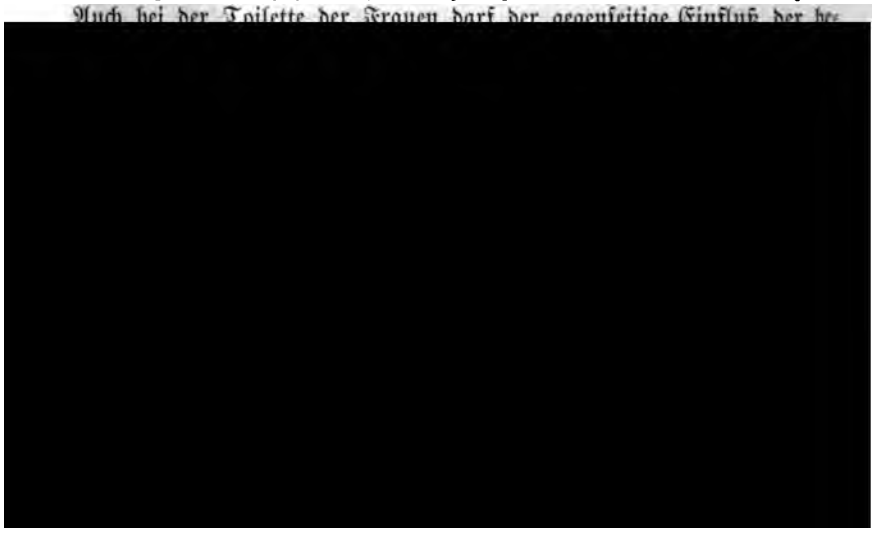
In diesem Falle bekommt also die eine Farbe in jedem Paar eine Farbe, welche etwas von ihrer eigenen enthält. — Bei der Zusammenstellung von zwei Nachbarfarben ergibt sich ein anderes Verhältniß, wie folgendes Schema zeigt:

Grün — Gelb.	Grün — Blau.
Violet — Roth.	Orange — Roth.

In dem letzteren Falle tritt demnach zu der einen Farbe in jedem Paar eine ganz neue Farbe.

Die Modificationen, welche die Farben durch ihr Nebeneinandersein nicht allein in Bezug auf die Intensität, sondern auch in Bezug auf die Farbe selbst erleiden, kommen im täglichen Leben häufig vor und sollten daselbst mehr beachtet werden, als dies gewöhnlich der Fall ist. Zum Ausschmücken der Zimmer sollte man stets eine helle und niemals eine dunkle Farbe nehmen, damit die Wände viel Licht reflectiren und wenig absorbiren. Roth und Violet muß man vermeiden, weil sie den Gesichtszügen einen ungünstigen Ausdruck verleihen. Orange und Weiß ermüden zu sehr die Augen wegen ihres Glanzes; die vortheilhaftesten Farben sind Grau, Gelb und die hellen Töne von Blau und Grün. Bei einfarbigen Tapeten sind für die Randeinfassungen die bezüglichen Ergänzungsfarben zu empfehlen; mithin für Gelb Violet und Blau; für Grün Roth in allen Nüancen. — Will man die

Schönheit des Holzes an den Möbeln hervorheben, so ist auf die Farbe der Stoffe Rücksicht zu nehmen, mit denen man das Holz überzieht. Man muß wählen violette und blaue Stoffe für gelbes Holz, grüne für rothes Holz. Läßt man dem Holz nicht seine natürliche Farbe, so kann man bei bestimmten Stoffen die geeignetste Wahl für die Farbe des Holzes treffen, wobei man vermeiden muß, Farben nebeneinander zu bringen, welche sich gegenseitig schwächen. Auch die Sitze der Stühle müssen mit den Wänden übereinstimmen; die schönste Wirkung erzielt man hier, wenn die Farben der Tapeten und der Sitze Ergänzungsfarben zu einander sind. — Für Zimmer, in denen Gemälde aufgehängt werden sollen, ist eine einfarbige Tapete die geeignetste. Gelbe Tapeten passen gut für Landschaften, weil in ihnen das Grün der Blätter und der blaue Himmel vorherrschen. Bronzirte Rahmen beeinträchtigen die Wirkung eines Oelgemäldes nicht, wenn es eine beleuchtete Scene, z. B. eine Feuersbrunst darstellt. Oelgemälde in vergoldeten Rahmen nehmen sich gut aus auf grauen und grünen Tapeten. — Für Kupferstiche eignen sich graue Wände und gelbe Rahmen; man darf sie aber nicht neben Oelgemälde hängen. — Bei der Auswahl der Kleidung verdient die Zusammenstellung der Farben ebenfalls in Betracht gezogen zu werden. Besteht an einer männlichen Person der ganze Anzug aus einem und demselben Stoffe, so nimmt sich ein solcher Anzug nur so lange gut aus, als Alles daran neu ist. Die Uniform, bei welcher die Farben gut zu einander passen, wie z. B. Roth und Grün, ist ökonomischer als jener einförmige Anzug, weil die erstere längere Zeit, ohne dem Auge mißfällig zu erscheinen, getragen werden kann als der letztere. Auch bei der Toilette der Frauen darf der gegenseitige Einfluß der be-



liegt. Will man sich in auffallender Weise von der eigenthümlichen Seelenstimmung überzeugen, in welche wir durch den Anblick der einzelnen Farben versetzt werden, so trete man in ein vollkommen mit glanzlosem Schwarz bekleidetes Zimmer und von da nach einiger Zeit in ein feurig roth decorirtes: der Aufenthalt in der schwarzen Stube wird uns ohnfehlbar traurig machen, während der Aufenthalt in der rothen uns heiter stimmt. — Eine rothe Beleuchtung kann selbst beunruhigend wirken, wenn sie von großen Oberflächen herkommt; durch ein rothes Glas gesehen machen Menschengesichter oft einen muntern Eindruck, dagegen Himmel und Erde aussehen, als ständen sie in Brand. Noch gewaltsamer als das Roth ist das Orange, durch deren verschiedenartige Mischungen mancherlei Mitteleindrücke bewirkt werden können, in denen das Ermunternde, Beunruhigende mehr oder weniger hervortritt. Gelb ist die lichteste Farbe; man duldet darum an ihm wie am Weiß am wenigsten, daß es von der Reinheit abweiche; es macht einen lebendigen und muntern Eindruck. Blau ist die ruhigste Farbe; durch ein blaues Glas gesehen erscheinen Gesichter, Bäume in einem traurigen Lichte, das beim blauen Himmel und Wasser nicht mehr vorhanden ist. Grün verbindet die Ruhe des Blau mit dem munter und mild Erweckenden des Gelb; es ist die Farbe, auf welcher das Auge mit Befriedigung am längsten verweilen kann. In dem Violetten liegt etwas Beunruhigendes, aber von anderer Art als die von der Wirksamkeit der rothen und orangefarbigen Strahlen herrührende Unruhe; bei dem lichtschwachen Eindrucke entsteht in dem Auge gleichsam eine Sehnsucht nach Licht. — Bei allen Farben ist jedoch der Glanz von großem Einfluß. Das Blau des Himmels würde nicht denselben Eindruck auf uns machen, wenn der Glanz fehlte. Der Glanz des Wassers im Vergleich zur Lichtschwäche der Erdfläche trägt viel zur Belebung der Landschaften bei. Durch den Glanz verliert das Schwarze mehr oder weniger von seinem traurigen Eindrucke. Das Schneeweiße an den Häusern würden wir kaum ertragen können. — Alle Menschen werden von derselben Farbe nicht auf gleiche Weise angeregt; Einige werden vorzugsweise durch starke, Andere durch milde Eindrücke befriedigt. Fabrikanten wissen sehr gut, daß sie die Farben ihrer Stoffe anders für die ungebildeten, anders für die gebildetern Klassen zu wählen haben. Der ruhige Gelehrte gefällt sich in seiner blauen Studierstube, während dem lebhaften Soldaten das Roth in seinem mit aufgehängten Säbeln und Gewehren geschmückten Zimmer mehr zusagt. Werden doch selbst Thiere bei dem Anblick der einen oder der andern Farbe mehr oder weniger aufgeregt; Jedermann weiß, daß der Stier und der Truthahn in Zorn gerathen, wenn man ihnen ein rothes Tuch vorhält.

4. Ansichten über die Natur des Lichtes und den Ursprung der Farben.

Von jeher war man bemüht gewesen, die Natur des Lichtes und den Ursprung der Farben zu ergründen. Verschiedene Hypothesen sind zu diesem Behuf aufgestellt worden, von denen jedoch eine durch ihre Naturgemäßheit, Einfachheit, Leichtigkeit und Vollständigkeit, mit welcher sie alle optischen Erscheinungen erklärt und unter einen Gesichtspunkt zusammenfaßt, ein solches Uebergewicht über alle andern gewonnen hat, daß letztere nur noch einen historischen Werth haben. Aus der successiven Fortpflanzung des Lichtes müssen wir folgern, daß die Wirkung desselben keine bloße Aeußerung einer fernwirkenden Kraft, sondern daß sie mit Bewegung verknüpft ist. Auf die Frage nach der Art dieser mit ungemein großer Geschwindigkeit vor sich gehenden Fortpflanzung mußte wohl bald der Gedanke entstehen, daß dabei vielleicht ähnliche Vorgänge wie bei der Fortschreitung des Schalles stattfänden. Es ward deßhalb ein eigenes feines Medium angenommen, welches den weiten Weltraum ebenso erfüllt, als die Zwischenräume der Theile der irdischen Körper. Die Wissenschaft nennt dieses Medium Aether und Undulationstheorie oder Lichtwellenlehre die Theorie, welche die Erscheinungen des Lichtes aus der schwingenden Bewegung des Aethers ableitet. Diese Theorie ist von Descartes und Hoocke aufgestellt, von Huyghens und Euler weiter ausgeführt, und in der neueren Zeit durch Young, Airy, Fresnel, Cauchy, Fraunhofer, Neumann und

Schwingungsdauer, k die Kraft der Elasticität des Aethers; so haben wir die Formeln:

$$\sqrt{k} = \frac{2\pi}{T};\ s = a \cos \frac{2\pi t}{T};\ v = c \sin \frac{2\pi t}{T} = a\sqrt{k} \sin \frac{2\pi t}{T},$$

wo die Zeit t von dem Augenblicke an gerechnet wird, in welchem der leuchtende Punkt sich an der Stelle der größten Ausweichung befindet. — Für das Aethertheilchen, welches sich in der Entfernung x vom leuchtenden Theilchen befindet, gelten dann, wenn u die Geschwindigkeit des Lichtes oder den Raum darstellt, durch den sich die Schwingung in der Zeiteinheit durch den Aether fortpflanzt, und λ die Wellenlänge oder die Wegstrecke bezeichnet, durch welche sich die Erschütterung während der Schwingungsdauer T weiter trägt, folgende Formeln:

$$s = \alpha \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right);\ v = \alpha\sqrt{k} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right),$$

wo α die Größe der Ausweichung des Aethertheilchens vom Ruhepunkt bedeutet. — Die Elasticität des Aethers ändert sich mit der Beschaffenheit der Körper. Sie ist in den brechenden Mitteln kleiner als im leeren Raume und wird desto geringer, je stärker das Mittel bricht. Von der Elasticität des Aethers hängt die Geschwindigkeit des Lichtes ab, d. h. die Geschwindigkeit, mit welcher die Schwingungen von einem Aethertheilchen zum andern weiter getragen werden. Hat der Aether nach allen Richtungen einerlei Elasticität, wie dies im leeren Raum oder homogenen nicht krystallisirten Körpern der Fall ist, so werden Schwingungen, in welcher Richtung sie auch geschehen, mit gleicher Geschwindigkeit durch denselben fortgepflanzt. Hat dagegen der Aether nach verschiedenen Richtungen eine verschiedene Elasticität, wie solches bei den meisten krystallisirten Stoffen vorkommt; so werden Schwingungen, die nach verschiedenen Elasticitätsrichtungen erfolgen, sich mit ungleichen Geschwindigkeiten darin fortpflanzen.

So wie das Ohr die Anzahl der Luftschwingungen, welche während einer festgesetzten Zeit vor sich gehen, als einen bestimmten Ton auffaßt, so nimmt das Auge die Anzahl der Aetherschwingungen, welche in gleicher Zeit erfolgen, als eine bestimmte Farbe wahr. Die langsamsten Aetherschwingungen empfinden wir roth, die schnellsten violet; den ersteren entsprechen daher die größten, den letzteren die kleinsten Undulationslängen. Der andauernde Lichteindruck bei sich schließendem Auge ist nichts anders als das Abklingen jener Schwingungen, eine allmählige Wiederkehr zu der Ruhe, welche für uns Dunkelheit nach sich zieht. Farben sind also Lichttöne, deren Schwingungszahl aber sehr groß sein muß, da ein den millionsten Theil einer Secunde dauerndes Leuchten hinreicht, die den Farbenunterschied charakterisirende Verschiedenheit jener Zahl zum deutlichen Bewußtsein zu bringen. Wie das Ohr gleichsam

innerhalb dieser engen Grenzen eine gro
hältnissen, welche übrigens das Auge u
herauszufinden die Fähigkeit besitzt. De
nicht das einfache Orange von der Misch
unterscheiden, während das Ohr mit gr
Ton D von den consonirenden Tönen C
liegt dies in der eigenthümlichen Beschaffe
nicht aber in der Natur der schwingenden
Farbe gehört ihre eigene Wellenbewegung
findet, homogenes oder einfaches Licht bes
gleichen Bewegungen zusammen, so zeigt
aus den einfachen Farben ihrer zugehörig
mengesetzt ist. Wirken alle Bewegungen
Licht weiß. Treten die übereinander gelag
einander, so kommt jede der im weißen
zeln zum Vorschein. Mit Hülfe des ein
wie z. B. durch Brechung, vermag das
setzte weiße Licht in seine einfachen Farbe
in der Sonderung gleichzeitiger Empfindu
stimmten Mittels, z. B. der Reflection
verworrenen Geräusche enthaltenen einzeln

Die Intensität oder Stärke des Li
tude der Schwingungen; sie ist bei ge
Amplitude, bei kreisförmigen dem doppelt
bei elliptischen der Summe der Quadrate
Sie nimmt in einem gleichförmigen Aethe

gelbe, blaue und grüne die nämliche Aberrationsconstante gefunden hat. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit hängt blos von der Beschaffenheit des Aethers ab; ändert sich die Elasticität desselben, so ändert sich, wie schon gesagt, auch die Geschwindigkeit des Lichtes und damit die Wellenlänge; stets bleibt aber, wie in der Akustik schon bemerkt wurde, bei jeder undulatorischen Bewegung die Schwingungsdauer constant und damit zusammenhängend Ton und Farbe jederzeit unverändert. Legen wir ähnliche Betrachtungen zu Grunde, wie sie bei der Bestimmung der Schallgeschwindigkeit zur Anwendung gekommen; so erhalten wir die Fortpflanzungsgeschwindigkeit u des Lichtes in dem Aether von der Dichte δ und von der Elasticität P die Formel $u = \sqrt{\frac{P}{\delta}}$. Aus dieser Formel ergibt sich, da das Licht in der Zeitsecunde ohngefähr 42,000 Meilen zurücklegt, daß die Elasticität des Aethers sehr bedeutend, aber seine Dichtigkeit sehr gering ist. Weder P noch δ läßt sich aber direct messen. — Undurchsichtige Körper hemmen, durchsichtige Körper gestatten die Fortpflanzung der Aetherschwingungen. Das Absorptionsphänomen des Lichtes ist, wie früher schon gesagt, eine der gehinderten Fortpflanzung des Schalles analoge Erscheinung. Eine vollständige Theorie der Absorption besitzen wir aber noch nicht, wenn wir auch den von v. Wrede gemachten Versuch, die Absorptionsfarben nach der Wellentheorie zu erklären, als einen im hohen Grade gelungenen ansehen wollten. Wenn eine solche Theorie wird aufgestellt sein, dürfte sich die Aussicht eröffnen, eine genauere Einsicht von dem inneren Wesen der Körper und von dem Spiel der in ihnen waltenden Kräfte zu erlangen. — Die Frage, in welcher Weise die Aethervibrationen vor sich gehen, ob sie transversal oder longitudinal sind, möge vorläufig unbeantwortet bleiben, weil wir in der Folge in Stand gesetzt sein werden, darüber bestimmtere Auskunft zu ertheilen.

Der Aether ist nicht nur in den irdischen Räumen, sondern auch in dem weiten Raume des Fixsternhimmels verbreitet; wir müssen ihn deßhalb als schwerlos betrachten. Obschon der Aether keine Schwere hat, so folgt er doch den Gesetzen der Trägheit. So lange die in ihm wirksamen Kräfte sich das Gleichgewicht halten, herrscht an diesem Orte vollständige Finsterniß, die in Helligkeit übergeht, wenn das Gleichgewicht der Aethertheilchen unter einander gestört wird. So wäre denn zu unserer Vorstellung von Materie, für welche letztere jene drei Hauptformen unterscheidet, nämlich den festen, tropfbaren und ausdehnsamen Zustand, in deren einem oder andern die Materie zunächst sinnlich wahrgenommen wird, die Vorstellung von einem ätherischen Element hinzugekommen, das wir als Licht und Farbe empfinden, wenn es

innerhalb gewiſſer Grenzen ſeine Wellenſchläge vollbringt. — Der Lichtäther iſt ſo ungemein fein, daß die Bewegung der Planeten durch denſelben kein Hinderniß erfährt, oder wenigſtens ein ſo geringes, daß deſſen Einfluß als unmerklich anzuſehen iſt. Dagegen ſoll nach Encke's und anderer Aſtronomen angeſtellten Beobachtungen und Berechnungen die Wirkung eines ſolchen Widerſtandes bei der Bewegung verſchiedener Kometen mehr oder weniger merklich geweſen ſein. Die Kometen ſind aus ſo ungemein zartem Stoffe gewebt, dabei haben ſie eine ſo beträchtliche Ausdehnung, daß bei ihnen wohl bemerkt werden kann, was bei den Planeten wegen ihrer Dichtigkeit und Kleinheit unmerklich iſt. —

Auf die Frage, wie ſchwingt der leuchtende Körper, kann von vornherein die Optik keine ſo präciſe Antwort ertheilen, wie ſolche die Akuſtik zu geben vermag, auf die Frage, wie ſchwingt der tönende Körper. In der letztgenannten Wiſſenſchaft bildeten die primären Schwingungen des tönenden Körpers den unmittelbaren Ausgangspunkt; aus der Zahl dieſer Schwingungen und der Schallgeſchwindigkeit des fortpflanzenden Mittels wurde die Wellenlänge des Tones hergeleitet. Nicht ſo in der Optik; hier wird, wie wir in dem folgenden Abſchnitt unſeres Buches ſehen werden, die Wellenlänge einer beſtimmten homogenen Farbe direct gemeſſen und dann aus der Wellenlänge und der Geſchwindigkeit, mit welcher das Licht die durchſichtigen Körper durchläuft, die Schwingungszahl des leuchtenden Körpers ermittelt.

In der Undulationstheorie iſt der Aether, welcher die materielle Grundlage der Erſcheinungen des Lichtes ausmacht, das einzige Hypothetiſche, ſonſt iſt alles Uebrige darin eine unmittelbare und nothwendige Folgerung der wellenförmigen Bewegung. Mannigfache und umfaſſende Klaſſen von Erſcheinungen laſſen ſich einfach nach dieſer Theorie ohne die mindeſte Hinzufügung irgend welcher andern Hypotheſe erklären, wie es der Charakter einer wahren Theorie erheiſcht. Die Natur treibt mit den Urſachen keinen Aufwand, Viel weiß ſie mit Wenigem auszurichten; nach einem einfachen Plane ſind alle ihre Werke angelegt worden, die jederzeit auf eine Einheit und Harmonie des Ganzen ſchließen laſſen. Wenn wir darum eine zuſammengehörige Reihe phyſiſcher Erſcheinungen in ihrer einheitlichen Verbindung erfaſſen und auf eine gemeinſame Urſache zurückführen wollen, ſo dürfen wir wohl ſtatt der unbekannten wirklichen Urſache eine Hypotheſe ſetzen, inſofern dieſelbe einfach iſt und bekannten Vorgängen analog erſcheint; wir dürfen dies um ſo eher thun, wenn die fragliche Hypotheſe einen mathematiſchen Ausdruck zuläßt, deſſen Ergebniſſe mit der Wirklichkeit ſelbſt in den zuſammengeſetzten Fällen übereinſtimmen, und auf dieſe Weiſe ſogar dieſe oder jene Erſcheinung vorausſagt, welche früher in der Er-

fahrung noch nicht vorgekommen war. Eine Hypothese, die Alles dies leistet, wie es bei der Wellentheorie eintrifft, kann mit vollem Recht an die Stelle der wirkenden Ursache treten so lange keine neue Erfahrungen vorliegen, welche uns nöthigen die angenommene Voraussetzung aufzugeben. Doch darf die der Gewißheit nahe kommende Hypothese nicht sogleich aufgegeben werden, wenn wir zuweilen auf Erscheinungen stoßen, welche sich auf eine ganz befriedigende Weise daraus noch nicht erklären lassen, wie dies bei den Absorptionsphänomenen der Fall ist. Solche Schwierigkeiten werden aller Wahrscheinlichkeit nach in der Folgezeit aus dem Wege geräumt werden, wenn wir mit den Vorgängen der wellenförmigen Bewegungen überhaupt und zugleich mit den Gesetzen der Molecularwirkung bekannter geworden sind. Dabei dürfen wir nicht vergessen, daß auf keinem Gebiete des Wissens die Erkenntniß des wahren Grundes uns gestattet ist und daß wir überall in letzter Instanz unsere Zuflucht zu einer Hypothese nehmen müssen. Mit ihr haben wir uns zu begnügen, so bald sie uns in Stand setzt, die Erscheinungen unter einem gemeinschaftlichen Gesichtspunkt zu bringen und auf allgemeine Gesetze zurückzuführen, deren Verlauf nach Zahl und Maß bestimmt werden kann. Ehe wir jedoch zu einer nähern Betrachtung der Wellentheorie, sowie der Erscheinungen der Beugung und der Polarisation des Lichtes schreiten, welche Erscheinungen ohne Eingehen auf die Theorie auf keine nur einigermaßen genügende Weise erörtert werden können, wollen wir noch mit wenigen Worten einiger anderen Ansichten, welche man sich über die Natur des Lichtes und die Entstehung der Farben gebildet hat, Erwähnung thun: es möge diese kurze Mittheilung den Schluß des zweiten Abschnittes machen.

Newton sah das Licht als eine eigene, aus äußerst feinen Theilchen bestehende Materie an, welche die leuchtenden Körper in gerader Linien entsenden, und die den Gesetzen der Anziehung und Abstoßung unterworfen ist. Wie von jeder riechenden Substanz unaufhörlich kleine Theilchen sich loslösen und durch ihre weitere Verbreitung hier und dort den Geruch verursachen, so geschähe dies in ähnlicher Weise mit den materiellen Lichttheilchen. Die riechende Substanz verliert zwar dadurch mehr und mehr von ihrem Gewicht und verschwindet endlich ganz; wenn darum an der Sonne auch nicht der geringste Verlust an Masse wahrgenommen ist, so läßt sich denken, daß von irgend welcher Seite her ein entsprechender Ersatz stattgefunden habe. Die einzelnen Theilchen, welche einen Lichtstrahl ausmachen, können unter der Voraussetzung, daß der Dauer des Lichteindruckes den hundertsten Theil von einer Secunde beträgt, in einer Entfernung von 420 Meilen aufeinanderfolgen, und dennoch würden sie auf unser Auge eine für unser

Bewußtsein als ununterbrochene erscheinende Empfindung hervorbringen; bei so großen Zwischenräumen verliert der Einwand, daß die materiellen Lichttheilchen den Bewegungen der Planeten einen Widerstand leisten müßten, viel von seinem Gewichte. — Gelangen die Lichttheilchen in das Auge, so reizen sie die Netzhaut nur und veranlassen das Sehen. Die Theilchen, deren Trägheit am größten ist, erregen die Empfindung der rothen Farbe; diejenigen, deren Trägheit am kleinsten ist, machen den Eindruck der violetten Farbe. — Die Theilchen der materiellen Körper und die des Lichtes üben eine gegenseitige Wirkung auf einander aus, welche sich bald als Anziehung bald als Abstoßung zu erkennen gibt; die erstere Kraft bewirkt die Brechung des Lichts, die letztere bringt die Zurückwerfung desselben hervor. Diese Kräfte haben verschiedene Intensitäten nicht bloß für verschiedene Körper, sondern auch für jede verschiedene Gattung von Lichttheilchen. — Die Newtonianische Lehre, welche mit dem Namen Emanationssystem bezeichnet wird, hat in Laplace, Biot, Brewster ihre warmen Vertreter gefunden. Von den Vorgängen der Reflection und der Refraction des Lichtes vermag das Emanationssystem hinlängliche Rechenschaft zu geben; nicht mehr ist dies aber das System im Stande bei den übrigen Lichterscheinungen, trotz aller nachhelfenden neuen Hypothesen. Seine sehr complicirte Natur läßt uns von vornherein an seiner Richtigkeit zweifeln, während seine Unhaltbarkeit schlagend hervortritt, wenn seine Folgerungen mit den Thatsachen zusammengehalten werden, die beide öfters gar nicht in Uebereinstimmung zu bringen sind.

Der geistreiche Physiker Moser ist der Ansicht, daß die Vorgänge auf der Netzhaut unseres Auges den Wirkungen analog seien, welche das Licht auf den Oberflächen gewisser Substanzen hervorbringt. Moser gibt zu, daß beim Act des Hörens die in einer Secunde vor sich gehenden Tausende von Schwingungen gleichsam gezählt werden, dagegen eine solche Zählung beim Proceß des Sehens, wo die Anzahl jener Undulationen eine ungemein große ist, aller Wahrscheinlichkeit nach nicht stattfände. Die für das Licht empfänglichen Stoffe, wie Silberjodid und Chlorsilber, erleiden von verschiedenen Farben verschiedentliche Modificationen; eine gleichmäßige Wirkung aller Farben zeigt sich erst bei weiter fortgesetzter Einwirkung der verschiedenen Farben, wo denn alle Farbenverschiedenheit verschwindet und von ihnen nur der allgemeine Lichteindruck übrig bleibt. Aehnliches kommt beim Auge vor. Betrachtet man nämlich das Spectrum einer Lichtflamme durch das Prisma anhaltend, ohne das Auge zu verrücken; so verschwinden nach und nach alle prismatischen Farben und wir haben nur einen gleichmäßigen Eindruck von Weiß. Das Experiment gelingt am besten, wenn

man das obere Augenlied mit der Hand fixirt und am Herunterfallen hindert. Farbe wäre also nichts weiter als eine verschiedene Wirkung, welche die von den leuchtenden Körpern ausgesendeten verschiedenartigen Strahlen auf der Netzhaut hervorbringen. Die Farben des unsichtbaren Lichtes oder die für das Auge unwirksamen Strahlen mit ihren entsprechenden Oscillationsgeschwindigkeiten liegen diesseits des Roth und jenseits des Violet. — Das Sehen geschieht nicht augenblicklich, sondern erfordert stets eine gewisse, wenn auch kleine Zeit. Dasselbe ereignet sich bei den für das Licht empfindlichen Substanzen, die keine unverhältnißmäßig größere Zeiten als die Retina verlangen, um in einen ähnlichen Zustand zu gerathen. Diese Zeiten fallen bei schwacher Lichtintensität größer aus; allein dann ist kein Vergleich mit der Retina möglich, weil sie von Farben von sehr geringer Intensität nicht afficirt wird. — Die Modification, welche das Licht in den Körpern bewirkt, ist ihrer Natur nach verschiedener Grade fähig, und kann außerdem durch eine und dieselbe Lichtintensität in sehr verschiedener Zeit hervorgebracht werden: eine jodirte Silberplatte z. B. kann durch bloße Berührung mehr oder weniger empfindlich gemacht werden. Ebenso leicht wie diese Modification hervorgerufen wird, ebenso leicht ist sie auch wieder aufzuheben. Oft vergeht sie schon von selbst ohne äußeres Hinzuthun: jodirte Silberplatten z. B., die nur noch des Queckfilbers bedurften, um ihr Bild zu zeigen, lieferten, wenn man sie mehrere Tage lang im Dunkeln liegen ließ, kein Bild im Queckfilberapparat mehr, obgleich das Jodid sich nicht verändert hatte und gegen das Licht noch vollkommen empfindlich war. Die Modification, die wir auf den Silberplatten durch das Licht hervorrufen, um nachher ein Bild zu erhalten, ist dem Grade nach viel bedeutender als diejenige, deren es zum Sehen bedarf. Diesen geringen Grad der Modification hier wieder aufzuheben, dürfte eine kurze Ruhe schon hinreichend sein. Treibt man es beim Sehen aber weiter, indem man anhaltend ein und dasselbe, vollends stark beleuchtete Object fixirt, dann kommt bekanntlich auch die Retina auf ihren normalen Zustand sobald nicht wieder, und es können sogar bleibende Nachtheile daraus entstehen. — Wenn man in Erwägung zieht, durch welche geringfügige Umstände, wie z. B. Reibung, Druck, Berührung, Behauchen der modificirte Zustand der Oberflächen verändert und zerstört werden kann, daß eine längere oder kürzere Zeit nöthig ist, um nachher ein Bild zu erhalten oder solches wohl auch gar nicht zu Stande kommt; so wird man zugeben, daß der Druck der äußeren Augenmuskeln, die Bewegung des Auges die verschiedensten Zustände auf den einzelnen Theilen der Nervenhaut hinter einander hervorzurufen im Stande ist. Dabei dürfen wir nicht vergessen, daß die

Retina ein organiſches Gebilde iſt, bei welchem die Nervenſubſtanz leicht wieder erſetzt werden kann.

Göthe und Andere ſehen, wie zum Theil Ariſtoteles ſchon gethan, das Licht als ein farbloſes Einfaches an, das durch ſeinen Conflict mit der Finſterniß die Farben erzeugt. In dem Falle, in welchem Helles durch Trübes hindurch ſcheint, ſagt Göthe, nimmt das Licht eine gelbe oder rothe Farbe an. Das höchſt energiſche Licht der Sonne iſt blendend und farblos; dieſes Licht durch ein nur wenig trübes Mittel geſehen erſcheint gelb, wird nach und nach gelbroth und endlich rubinroth, wenn die Trübe des Mittels mehr und mehr zunimmt. Die Erſcheinung beruht unſerm Dafürhalten nach darauf, daß manche trübe Mittel die rothen und gelben Strahlen in größerer Menge durchlaſſen als andere. Wäre es eine allgemeine Eigenſchaft des Trüben geſchwächtes Licht roth zu zeigen, ſo müßte es kein Mittel geben, welches das geſchwächte Licht weiß zeigte, und doch haben wir ein ſolches Mittel an den wäſſerigen Dünſten und an den Wolken. — In dem Falle, in welchem Finſteres durch Helles hindurch ſcheint, ſagt Göthe weiter, erſcheint uns eine blaue Farbe, die immer heller und blaſſer wird, je mehr ſich die Trübe des Mittels vermehrt, hingegen immer dunkler und ſatter, je durchſichtiger das Trübe wird, ja bei dem mindeſten Grade der reinſten Trübe als das ſchönſte Violet dem Auge ſich fühlbar macht. Die Berge und der Himmel durch die reine Luft betrachtet erſcheinen blau, welche hier das erleuchtete trübe Mittel iſt und uns durch zurückgeworfene Strahlen ſichtbar wird. Fügen wir dieſer Erklärung hinzu, daß die zurückgeworfenen Lichtſtrahlen blau ſind, ſo kommen wir auf die früher aufgeſtellte Anſicht wieder zurück, daß es

Refraction auf ein Bild wirkt, an dem Hauptbilde ein Nebenbild, von denen das erstere dem Verrücken sich gleichsam zu widersetzen scheint. In andern Worten gegeben hieße dies vielleicht: einige vom Bilde ausgehende Lichtstrahlen lassen sich leichter zu der gesammten Fortrückung bewegen als andere, oder mit Newtons Worten, jene sind stärker brechbar als diese, und zwar sind jenes die violetten und blauen, dieses die gelben und rothen. — Glücklicher ist Göthe in seinen Erklärungen der subjectiven Farben. Wenn z. B. das Auge durch weißes Licht geblendet ist, so kommt die Retina, indem sich das Organ im Dunkeln erholt, in eine Reihe von Zuständen, die verschiedene Empfindungen von Licht oder Farbe zur Folge haben. Hiernach ist der Grund der subjectiven Farbenerscheinungen vorzugsweise in der Empfänglichkeit des Auges für dergleichen Einwirkungen zu suchen, eine Empfänglichkeit die bei verschiedenen Personen sehr verschieden ist.

Nach Schopenhauer und Anderen haben wir den Eindruck von Licht und Weiß, wenn die Retina an einer gewissen Stelle in voller Thätigkeit ist, dagegen den Eindruck von Finsterniß, wenn Unthätigkeit der Retina eintritt. Die Einwirkung des Lichtes und von Weiß auf die Retina und der daraus entspringenden Thätigkeit hat verschiedene Grade. Farben empfinden wir, wenn die Retina nur theilweise zur Thätigkeit angeregt wird. Die Zahl der möglichen Farben ist unendlich, weil die Retina in unzähligen Verhältnissen intensiv abgetheilt werden kann. Die Eindrücke zweier getrennt gedachter Theile einer Stelle der Retina, welche zusammengenommen der vollen Thätigkeit der Retina gleich kommen, werden Complement zu einander genannt. Jeder Farbe folgt nach ihrer Erscheinung ihr im Auge zurückgebliebenes Complement zur vollen Thätigkeit der Retina als physiologisches Spectrum nach. Dies geschieht, weil die Retina den natürlichen Trieb hat, ihre Thätigkeit ganz zu äußern. Stellt man die volle Thätigkeit der Retina durch 1 dar, welche dem Weiß entspricht; so soll $^3/_4$ der vollen Thätigkeit dem Gelb angehören und sein Complement Violet $^1/_4$ betragen; $^2/_3$ der vollen Thätigkeit dem Orange entsprechen und sein Complement $^1/_3$ machen; dem Roth wie dem Grün käme der Bruch $^1/_2$ zu. Daß ich bei dem Anblicke von Roth nicht auch einmal auf der Stelle Grün erblicken sollte, da für die eine wie für die andere Farbe die Hälfte der vollen Thätigkeit in Anspruch genommen wird, will mir nach dieser Theorie nicht recht klar werden, da sie gar nicht bestimmt, wie man sich die intensive Theilung einer Stelle der Retina zu denken habe. — Wie die volle Thätigkeit der Retina verschiedene Grade hat, so kann auch derjenige Theil der Retina, welcher einer besondern Farbe angehört, verschiedene Intensitäten haben. Dabei kann der übrigblei-

bende Theil der Retina entweder ganz thätig, oder theilweiſe thät oder ganz ruhend ſein. Nach Maßgabe hiervon wird alsdann die Far in mancherlei Abſtufungen ſich zeigen. Beim Anblick einer ſehr bunte Fläche wird die Thätigkeit der Retina an mehreren Stellen zugleich i verſchiedenen Abtheilungen hervorgerufen. Daß bei dem Anblick vo Roth und Violet, welche zuſammen 3/4 der vollen Thätigkeit der Retin in Anſpruch nehmen, ich nicht den Eindruck von Gelb habe, für welche derſelbe Bruch gilt, läßt ſich mit dieſer Theorie nicht gut vereinbare — Was die äußere Urſache der Farben anlangt, ſo liegt ſolche in dem Verein von Licht und Finſterniß. Ein verdunkeltes Licht erregt im Auge Gelb, eine erleuchtete Finſterniß Blau; Beides darf doch nicht unmittelbar geſchehen, wodurch bloß Grau, ein geringerer Grad der vollen Thätigkeit der Retina entſtände, ſondern mittelſt des Dazwiſchentretens des Trüben, wodurch die beſondere Theilung der Thätigkeit der Retina hervorgerufen wird. Hier trifft mit der Göthe'ſchen Anſicht die Schopenhauer'ſche Theorie zuſammen; nur formulirt letztere die Sach noch beſtimmter als Göthe es gethan. Die äußere Urſache der Farbe iſt ein vermindertes Licht, jedoch ein auf eine beſtimmte Art vermindertes, ſo daß jede Farbe gerade ſo viel Licht enthält als in ihrem Complement Finſterniß vorhanden iſt. Die organiſche Fähigkeit der Retina, ihre Nerventhätigkeit in verſchiedene Theile auseinandergehen und ſucceſſiv hervortreten zu laſſen, iſt ein Urphänomen, das ſich nicht weiter erklären läßt. — Nach Göthe und Schopenhauer und deren Anhängern iſt die Farbe weſentlich ein Schattiges, aus der Vermählung des Lichtes mit der Finſterniß Hervorgegangenes, mittelſt des Hinzutretens des Trüben. Hiernach ſind Gelb und Blau gleichſam als phyſiſche Gegenſätze zu betrachten, welche aus entgegengeſetzten Urſachen entſtehen: Gelb, wenn ein Trübes dem Auge das Licht hemmt; Blau, wenn das Auge durch ein beleuchtetes Trübe in das Dunkle blickt. Daß das Gelb nicht bloß geſchwächtes Licht ſei, ſehen wir an dem durch ſchwefelſaures Kupferoxydammoniak erhaltenen Spectrum, welches in dem intenſivſten weißen Licht immer blau erſcheint: es läßt ſich hier keine andere Antwort ertheilen, als wenn man ſagt, es gäbe ein an ſich blaues Licht. — Halten wir überhaupt die von Göthe und Schopenhauer über das Weſen des Lichtes und den Urſprung der Farben aufgefaßte Anſicht mit den Anſichten zuſammen, wie ſolche ſich darüber Newton, Moſer und die Anhänger der Wellentheorie gebildet haben: ſo dürfen wir wohl ſagen, daß vom phyſikaliſchen Geſichtspunkte aus betrachtet die Moſer'ſche Erklärungsweiſe, mit den Principien der Wellentheorie in gehörige Verbindung gebracht, der in der Natur wirkenden Urſache am nächſten zu kommen ſcheint.

Dritter Abschnitt:

Von den Modificationen des Lichtes, wie sie bei der Interferenz und Polarisation auftreten.

I. Interferenz des Lichtes. — Reflection und Refraction des Lichtes im Sinne der Wellentheorie.

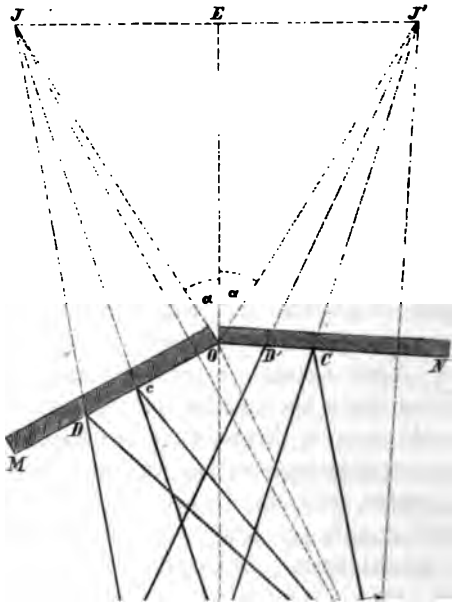
1. Interferenz des Lichtes.

Faßt man das Licht als eine schwingende Bewegung des Aethers auf, so können zweierlei Lichterregungen, die sich an einer und derselben Stelle begegnen, einander verstärken oder schwächen, wohl auch gänzlich aufheben, je nachdem das Aethertheilchen gleichzeitig von beiden Erregungen nach der nämlichen Seite oder nach entgegengesetzten Seiten hin in Bewegung versetzt wird. Die Uebereinstimmung oder der Widerstreit, in denen die beiden Schwingungen erzeugenden Lichterregungen zu einander stehen, macht die sogenannte Interferenz des Lichtes aus, welche mithin eine unmittelbare Folgerung aus der Wellentheorie ist. Soll übrigens aus zwei gleichzeitig wirkenden Lichterregungen eine vollständige Vernichtung der Bewegung, oder mit anderen Worten eine völlige Aufhebung der Lichtempfindung hervorgehen, so kann dies nur geschehen, wenn die Schwingungsrichtungen in den beiden Lichterregungen einander vollkommen oder doch nahehin parallel sind. Wenn gedachte Schwingungsrichtungen senkrecht oder auch nur nahe senkrecht auf einander stehen, so werden sie sich nicht gegenseitig aufheben können. Auch wird die aus zwei Lichterregungen, deren Schwingungsrichtungen einen Winkel von merklicher Größe mit einander bilden, resultirende Schwingung im Allgemeinen nicht mehr in gerader Linie vor sich gehen, selbst wenn dies bei den einzelnen Schwingungen der Fall ist. Alle diese Resultate ergeben sich ganz einfach aus der Betrachtung der allgemeinen Interferenzformeln, wie wir sie zu seiner Zeit in der Akustik aufgestellt haben, weßhalb wir bei ihnen nicht länger verweilen wollen.

Hier gilt es uns nur darum, das Phänomen der Lichtinterferenz auf dem Wege der Erfahrung nachzuweisen, was zunächst durch den von Fresnel ausgeführten Spiegelversuch geschehen soll. Man läßt zu diesem Behuf mittelst des Heliostates durch eine schmale Spalte am Fensterladen in ein verfinstertes Zimmer ein Bündel Sonnenstrahlen auf zwei Metallspiegel oder auf zwei nur an den Hinterflächen geschwärzte Glasspiegel fallen, welche unter einem von 180^0 nur wenig verschiedenen Winkel gegeneinander geneigt sind und deren Ränder da,

fahrungen betrachten, in welchem blos homogenes Licht zu kommt, das man sich verschafft entweder durch Zerlegung Lichtes mittelst eines Prismas oder durch ein farbiges Glas eine gefärbte Flüssigkeit von solcher Beschaffenheit, daß nur Licht hindurchgelassen wird. Es seien S (Fig. 164) ein

Fig. 164.



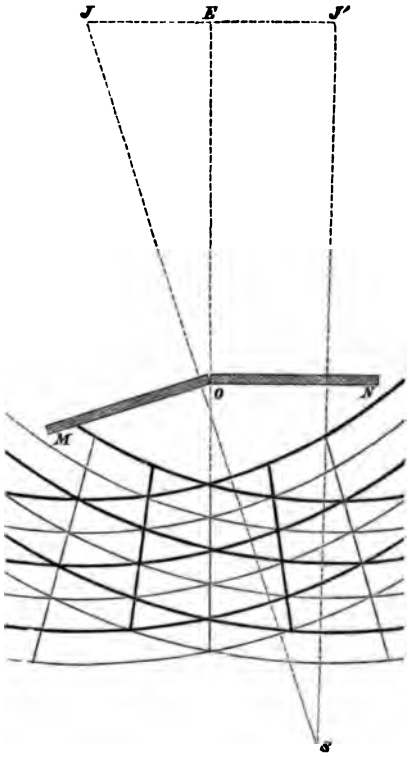
man erhält, wenn man von diesem Punkte Perpendikel auf beide Spiegel fällt und gedachte Perpendikel beziehungsweise um ihre eigene Größe verlängert. Es sei EOA die in der Mitte E von JJ' auf diese Linie errichtete Normale und in A ein Schirm PQ senkrecht auf EO gestellt. In dem Punkte A treffen die reflectirten Strahlen CA und C'A zusammen, nachdem sie von der Lichtquelle S an gerechnet gleichlange Wege ScA = AJ = AJ' = SCA zurückgelegt haben. Die Lichterregungen, welche in dem Punkte A zusammentreffen, stimmen also genau miteinander überein, weßhalb in A eine verstärkte Lichterregung stattfindet, die wegen der Kleinheit des Winkels JAJ' fast ihrer Summe gleichkommt. Was in der Zeichnungsebene geschieht, geht auch in allen andern derselben pärallel laufenden Ebenen vor sich; es wird also in A auf dem Schirme ein heller Streifen sich zeigen, welcher auf der Zeichnungsebene senkrecht steht. — In einem diesseits oder jenseits der EOA seitwärts liegenden Punkte B treffen die reflectirten Strahlen DB und D'B zusammen, nachdem sie von der Lichtquelle S an gerechnet ungleich lange Wege durchlaufen haben, nämlich der erstere den Weg SDB = JB und der andere den Weg SD'B = J'B. Ist nun die Wegdifferenz δ genau der halben Wellenlänge des Lichtes gleich, so werden die in B zusammenkommenden Lichterregungen einander gerade entgegengesetzt sein und einander aufheben; es findet daher in B in diesem Falle Dunkelheit statt, d. h. an der Stelle B erscheint auf dem Schirme ein dunkler Streifen, welcher zu dem in A befindlichen hellen Streifen parallel ist. Wenn die Wegdifferenz δ einer ganzen Wellenlänge λ gleichkommt, werden die zusammentreffenden Aetherschwingungen einander addiren, in welchem Falle dann wieder ein heller Streifen wahrzunehmen ist. Wenn dagegen die Wegdifferenz δ genau $^3/_2\lambda$ beträgt, werden die zusammenkommenden Schwingungsphasen wieder einander tilgen, was einen dunkeln Streifen zur Folge haben wird. — Auf diese Weise fortgehend läßt sich das Princip der Interferenz in folgender Form aussprechen. Schneiden sich zwei homogene Lichtstrahlen, die von derselben Quelle herstammen und gleich intensiv sind, unter einem so kleinen Winkel, daß ihre Richtungen als parallel angesehen werden können, so werden sie sich in der Durchkreuzungsstelle aufheben, d. h. Dunkelheit erzeugen, wenn der eine Strahl dem andern um $\frac{\lambda}{2}$ oder $^3/_2\lambda \ldots$ allgemein um $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$ vorangeeilt ist: dagegen werden sich die Strahlen in ihrer Wirkung unterstützen, d. h. verstärktes Licht hervorbringen, wenn der Gangunterschied 0, $\frac{2\lambda}{2}$, oder $\frac{4\lambda}{2} \ldots$ allgemein $2n.\frac{\lambda}{2}$ beträgt. — Steht der Gangunterschied δ zur Wellenlänge λ

heller und dunkler Streifen werden immer geringer, je we
von der Mitte entfernt, bis sie in einer größeren Entfer
verschwinden und durch ein gleichförmiges Licht verdrängt
daher rührt, daß das angewandte Licht niemals vollständig

Noch glänzender zeigen sich die Interferenzstreifen, we
Lupe von kurzer Brennweite vor das visirende Auge setzt
nach dem Zwischenraum der beiden Spiegelflächen hinsich
so lange nach der einen oder der andern Seite hin schr
bis sie lebhaft erleuchtet erscheint. Nimmt man dann die
nicht wahr, so bewegt man, um die passende Stelle des
finden, ohne die Richtung der Lupe vor dem Auge zu ver
Oberleib allmählig nach dieser oder jener Seite hin, bis
zur deutlichen Wahrnehmung kommen. — Baumgartner
statt der Lupe eines guten achromatischen Fernrohrs, da
Entfernung vor dem Spiegelapparate aufgestellt wird. Das
phänomen gewinnt an Reinheit und Deutlichkeit ausneh
man die Oeffnung des Objectives des Fernrohrs in vertica
durch zwei geradlinige Schirme so verengt, daß der Brei
nur die Hälfte der ganzen Oeffnung übrig bleibt, während
Höhe nach unverändert geblieben ist. Die Spiegel, auf
von der Lichtlinie her divergirende Licht fällt, befestigt Fres
gemeinschaftlichen Unterlage mittelst Wachs, gegen das ma
Spiegel ein wenig drückt, von dem man glaubt, daß er h
Durch Befühlen oder noch besser mit einer Lupe kann man

Lichtpunktes S darstellen,
leiche Systeme von Krei-
n denen die Radien von
zu Kreis um eine halbe
nlänge zunehmen. Diese
lassen sich als Durch-
e von Wellenflächen der
von J und J' ausgehen-
Strahlensysteme ansehen.
ie auf solchen zwei auf-
er folgenden Kreisen be-
hen Aethertheilchen ent-
esetzte Schwingungszu-
besitzen, so wollen wir,
iesen Unterschied anzu-
, jene Kreise abwechselnd
nd schwach anlegen. In
Durchschnittspunkten zwei
angelegter Kreise finden
nstimmende Bewegungen
ethers statt; an solchen
en wird daher eine ge-
te Bewegung mithin auch
e Helligkeit eintreten.
en werden in den Durch-

Fig. 164 a.



spunkten zwei ungleich angelegter Kreise entgegengesetzte Bewegun-
folgen; an solchen Punkten wird also der Aether in Ruhe sein
Finsterniß herrschen. Auf diese Weise läßt sich aus der Figur
men, an welchen Stellen Helligkeit oder Dunkelheit eintreten wird.
sich in der Figur, welche einen horizontalen Durchschnitt durch
rticalen Spiegelflächen und deren Berührungslinie darstellt, zuträgt,
sich in ähnlicher Weise in jeder durch die Spiegel gelegten hori-
en Ebene zutragen, so daß man nicht abwechselnd helle und dunkele
e erhält, sondern helle und dunkele Streifen, die auf der horizon-
Bildebene senkrecht stehen.

Die Interferenzstreifen verschwinden vollständig, wenn man das
einem Spiegel reflectirte Licht zurückhält, indem in der ganzen
hnung des zurückgeworfenen Lichtbündels alsdann nur eine gleich-
ge Helligkeit wahrgenommen wird. Hieraus folgt, daß das Zu-
entreffen der beiden von den Spiegeln reflectirten Lichtbündel zur

Bildung der Streifen nothwendig ist und daß diese aus der Einwirkung entstehen, welche ein Lichtbündel auf den andern ausübt: denn fände zwischen den beiden reflectirten Lichtbündel keine gewisse Einwirkung statt, sondern eine bloße Mengung, so müßte ihre Vereinigung nur ein zusammenhängendes Licht bewirken und nicht jene eigenthümlichen Abwechslungen von Verstärkung und Schwächung des Lichtes hervorbringen. — Das sichere Gelingen des Interferenzversuches erfordert, daß die leuchtende Linie, welche das Licht auf die Spiegel sendet, nur eine geringe Breite habe. Denn jede physische Spalte läßt sich als eine Summe von unmittelbar neben einander liegenden Lichtlinien ansehen, deren jede ihr besonderes Interferenzbild liefert. Auf diese Weise wird es dann geschehen, daß der dunkele Streifen eines Interferenzbildes mit dem hellen Streifen des darauf folgenden Interferenzbildes zusammenfällt, wodurch an jener Stelle eine mittlere Helligkeit entsteht, die sich dann auch an allen übrigen Stellen zeigen muß. Dergestalt herrscht überall ein gleichförmiges Licht und das System heller, durch dunkele Linien getrennter Streifen, wodurch das Interferenzphänomen sich charakterisirt, ist gänzlich verschwunden.

Wechselt man bei ungeänderter Stellung der Spiegel und des Schirmes die Farbe des Lichtes, so wird man auf dem Schirme wieder abwechselnd helle und dunkele Streifen wahrnehmen; die Breite der Streifen wird aber für jede Farbe eine andere sein. Die von rothem Lichte erzeugten Streifen sind am breitesten; die Streifen werden allmählig schmäler, wenn man die Farben von Roth durch die Zwischenstufen des Spectrums bis zum Violet fortschreiten läßt. Fällt aus der leuchtenden Linie weißes Licht auf die Spiegel, so zeigt sich auf dem Schirme ein System gleichweit abstehender farbiger Streifen. Der mittelste Streifen erscheint ganz weiß; der nächste ihm zur Seite liegende ist breiter und hat an seinen Rändern farbige Säume; die folgenden Streifen werden immer breiter, so daß sie bald übereinander greifen und sich zuletzt gegenseitig aufheben, dergestalt, daß man selten die Spuren von mehr als sieben solcher Streifen wahrnimmt, während man im homogenen Lichte 20 bis 30 Fransen deutlich unterscheiden kann. Die vom weißen Lichte erzeugten Farbenstreifen sind lediglich das Resultat der Uebereinanderlagerung der gleichzeitig bestehenden Erscheinungen, welche die einzelnen im weißen Lichte enthaltenen Farbengattungen für sich hervorbringen.

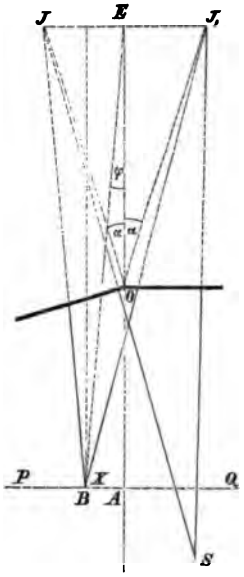
Sollen die Interferenzerscheinungen auf eine entschiedene Weise hervortreten, so müssen, wie wir gesehen, die ineinander greifenden Wellen ihrer Form und Schwingungsrichtung nach eine fast völlig gleiche Beschaffenheit haben, der leuchtende Gegenstand überdies ein Lichtpunkt

oder eine Lichtlinie sein. Außer diesen Bedingungen ist es auch noch eine Erforderniß, insofern das Interferenzphänomen dem Auge nicht entzogen werden soll, daß die interferirenden Lichtstrahlen in ihrem Gange nur um eine ziemlich beschränkte Anzahl von Undulationen von einander abweichen, selbst wenn das Licht homogen ist, und daß sie von einer gemeinschaftlichen Quelle ausgegangen seien. Bei einer wenig großen Gangverschiedenheit der interferirenden Strahlen ereignet es sich, weil das möglichst vereinfachte Licht immer noch aus einer Anzahl heterogener Strahlen von verschiedenen Undulationslängen besteht, daß die dunkeln Streifen der einen Strahlen auf die hellen Streifen der andern Strahlen fallen: es wird dadurch eine mittlere Helligkeit erzeugt und das bänderartige Aussehen, wodurch sich das Interferenzphänomen zu erkennen gibt, gänzlich zum Verschwinden gebracht. Daß hierin der Hauptgrund liegt, weßhalb die Wirkungen des gegenseitigen Einflusses der Lichtstrahlen unmerklich werden, wenn die Gangverschiedenheit beträchtlich ist, findet in der Thatsache seine Bestätigung, daß die Zahl der wahrnehmbaren Fransen in dem Maße zunimmt, als das Licht homogener wird. — Um den Einfluß interferirender Lichtstrahlen dem Auge sichtbar zu machen, muß derselbe sich andauernd darbieten. Das Letztere kann aber nicht stattfinden, sobald die interferirenden Strahlen von verschiedenen Quellen herstammen. Bei den leuchtenden Körpern, deren Schwingungen den Aether erschüttern und Licht erzeugen, gehen gar mancherlei Aenderungen vor sich, von denen nicht wohl anzunehmen ist, daß sie in getrennten und unabhängigen Theilchen gleichzeitig und auf gleiche Weise erfolgen. Vielmehr wird es geschehen, daß bei zwei von verschiedenen Quellen ausgegangenen Lichtstrahlen das dem einen zugehörige Wellensystem Störungen erleidet, an denen das dem andern Lichtstrahle angehörige Wellensystem nicht Theil nimmt: auf solche Art wird dann in beiden Wellensystemen bald vollständiger Einklang, bald gänzliche Nichtübereinstimmung stattfinden, so daß für das im Wahrnehmen dergleichen mit einer außerordentlichen Schnelligkeit aufeinanderfolgenden Vorgänge ungeübte Auge eine gleichartige Empfindung hervorgerufen wird, welche das Mittel hält zwischen den von ihnen erzeugten mehr oder weniger lebhaften Empfindungen. Anders verhält sich die Sache, wenn die beiden Lichtstrahlen aus einer gemeinschaftlichen Quelle entspringen. Beide Wellensysteme werden nämlich alsdann denselben Veränderungen zu gleicher Zeit und auf gleiche Weise unterworfen sein. Sie werden mithin, so lange die Quelle Licht aussendet, fortfahren, in völliger Nichtübereinstimmung oder in vollständigem Einklang zu beharren, je nachdem der eine oder der andere dieser Zustände anfangs stattgefunden hat. In dem betreffenden Falle

werden folglich die Vorgänge constant bleiben und wahrgenomme
den können.

Die genauere Betrachtung des Fresnel'schen Spiegelversuch
zwischen den Umständen desselben und den Dimensionen des Inte
bildes noch innigere Beziehungen auf, deren völlige Uebereinstii
mit der Erfahrung um so mehr einen Beweis für die Wellennat
Lichtes liefert, als wir von dem Interferenzphänomen keine ande
nur einigermaßen befriedigende Erklärung zu geben vermögen.
haben nämlich, wenn δ den Gangunterschied der interferirenden
len und λ die Undulationslänge des angewandten Lichtes bez
das Grundgesetz der Interferenzerscheinungen in folgender F
$\delta = \frac{n\lambda}{2}$ ausgesprochen, wo n für helle Streifen eine gerade u
dunkele eine ungerade Zahl bedeutet. Es käme also zunächst, da
jetzt noch als eine unbekannte Größe zu betrachten ist, darauf a
δ noch einen anderen Ausdruck aufzufinden, der solche Größen
welche auf die eine oder andere Weise sich leicht bestimmen lasse
seien deßhalb J und J, (Fig. 164 b) die zwei Bildpunkte in den

Fig. 164 b.



geln; E die Mitte von JJ, und EO s
auf derselben; ferner B ein in der horiz
Bildebene liegender Punkt eines helle
dunkelen Streifens; a die Entfernung
der Bildebene befindlichen Lichtpunktes
dem Scheitel der Spiegel; α der Nei
winkel der Spiegel, welcher gleich dem
JSJ, und gleich dem Winkel EOJ oder
ist; b der Abstand JJ, der beiden
c der Abstand EA des Punktes E v
Schirme; endlich x der Abstand BA
dunkeln oder hellen Streifens von der
Verbindungslinie der beiden Bildpunkt
recht stehenden Geraden EO. Man
hiernach $\overline{J,B}^2 = c^2 + \left(\frac{b}{2} + x\right)^2$

und $\overline{JB}^2 = c^2 + \left(\frac{b}{2} - x\right)^2$:

woraus $J,B - JB = \delta = \frac{bx}{c}$,

wenn man die Glieder vernachlässigt,
höhere Potenzen von b und x vorkommen, welche beide Größe
Vergleich kleiner als c sind. Durch Verbindung der beiden Rel
$\delta = \frac{bx}{c}$ und $\delta = \frac{n\lambda}{2}$ entspringt: $x = \frac{nc\lambda}{2b}$. Für den nächsten

von A abstehenden hellen oder dunkeln Streifen verwandelt sich n in $n+2$ und x in $x_,$; mithin ist $x_, = \frac{(n+2)c\lambda}{2b}$. Daraus ergibt sich $x_, - x = \frac{c\lambda}{b}$ für den Abstand β je zwei nächster heller oder dunkeler Streifen. — Aus der Relation $\beta = \frac{c\lambda}{b}$ lassen sich mehrere interessante Folgerungen ableiten. Kennt man nämlich in einem besondern Falle die Entfernung b der beiden Bildpunkte von einander, ferner den Abstand c des Beobachtungsortes von der Geraden, welche die beiden Bildpunkte mit einander verbindet, und mißt dann den Abstand β von den Mitten zweier nächster heller oder dunkler Streifen von einander, so kann mittelst der Gleichung $\lambda = \frac{\beta b}{c}$ aus diesen drei Größen die Wellenlänge λ berechnet werden. — Stellen λ und β die einem homogenen Lichte entsprechende Wellenlänge und den Abstand je zwei nächster heller oder dunkler Streifen dar, $\lambda_,$ und $\beta_,$ dasselbe in Beziehung auf ein anderes homogenes Licht, so hat man $\lambda = \frac{\beta b}{c}$ und $\lambda_, = \frac{\beta_, b}{c}$, woraus $\frac{\lambda}{\lambda_,} = \frac{\beta}{\beta_,}$; d. h. die Wellenlängen der verschiedenen homogenen Lichtsorten verhalten sich wie die Abstände zweier nächster heller oder dunkler Streifen von einander. Da nun diese Abstände vom violetten zum rothen Lichte stets zunehmen, so muß Aehnliches auch für die Wellenlängen der verschiedenen Lichtgattungen stattfinden. — Bleibt die Neigung der Spiegel und die Lage der leuchtenden Linie zu ihnen unverändert, ferner das auf die Spiegel fallende Licht dasselbe, so ändert sich der Werth von b, sowie der von λ nicht. Beobachtet man aber die Interferenzstreifen in verschiedenen Abständen von den Spiegeln, so ändert sich der Werth von c, mithin auch in Folge der Gleichung $\beta = \frac{\lambda}{b} . c$ der Werth von β. Gehören $\beta_,$ und $c_,$ einem andern Beobachtungsorte an, so hat man in Bezug auf den letzteren; $\beta_, = \frac{\lambda}{b} . c_,$; aus beiden Relationen entspringt: $\frac{\beta}{\beta_,} = \frac{c}{c_,}$, d. h. die Abstände je zwei nächster heller oder dunkler Streifen von einander, sind den Entfernungen der Beobachtungsorte von der Verbindungslinie der Spiegelbilder direct proportional. Wenn daher die Interferenzstreifen in zu großer Nähe bei den Spiegeln wegen ihrer zu geringen Entfernung von einander nicht deutlich gesehen werden können, so kann man erwarten, sie in größerem Abstande von den Spiegeln deutlicher zu sehen.

Um die den verschiedenen Farben des Spectrums angehörigen Undulationslängen λ mittelst der Relation $\lambda = \frac{b\beta}{c}$ zu bestimmen, muß

und der Unterabtheilungen derſelben, welche der Mikro
ertheilt werden mußte, um den Faden von der einen Lage
zu bringen, die Größe β bis auf $^1/_{100}$ Millimeter genau
dieſelbe Weiſe läßt ſich ebenfalls der Abſtand b der beide
der meſſen. Dieſer Abſtand kann auch aus der Gleichung
berechnet werden, in welcher a die Entfernung des leuchte
S vom Scheitelpunkt O bezeichnet, inſofern der Neigungs
Spiegel beſtimmt worden iſt. Mit der gewünſchten Gen
aber dieſer Winkel vermittelſt eines Repetitionskreiſes gem
indem man das Fernrohr ſo aufſtellt, daß das eine S
Fadenkreuz des Fernrohrs erſcheint, dann das letztere dr
andere Spiegelbild ebenfalls im Fadenkreuz wahrgenomme
nun die Größe der Drehung am getheilten Kreiſe abliest.
ſtimmung der Wellenlänge λ kann man auch folgendes V
halten, das eine größere Genauigkeit geſtattet. Der Abſ
hellen oder dunkeln Punktes B von der Mitte A des
wird durch den Winkel $BEA = \varphi$ beſtimmt. Nun iſt $x = c$
da der Winkel φ immer nur ſehr klein iſt. Für den n
von A abſtehenden hellen oder dunkeln Streifen verwandelt
und φ in $\varphi_,$; folglich iſt $x_, - x = \beta = c(\varphi_, - \varphi)$. Wi
lation mit der oben aufgefundenen $\lambda = \frac{b\beta}{c}$ in Verbindung
entſpringt die Formel: $\lambda = b(\varphi_, - \varphi)$. Mit Hülfe ein
Kreiſes läßt ſich die Winkeldifferenz $\varphi_, - \varphi$ bis auf einen
der Genauigkeit meſſen, und mittelſt einer ſorgfältig gearbe

$= \beta \cdot \frac{b}{c} = \beta \cdot 2 \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2}$. — Für α hatte man nach der oben angegebenen Methode den Werth 28'40" (alter Theilung) gefunden; vermittelst eines Mikrometers, bei welchem durch einen Umgang der Mikrometerschraube das Haar um 0,281 Millimeter verschoben wurde, fand man die Entfernungen der schwarzen Interferenzstreifen wie folgt:

im äußersten rothen Lichte	= 0,275 Umgängen	= 0,077275	Mill.
im dunkelorangen Lichte	= 0,25 Umgängen	= 0,07025	Mill.
im hellorangen Lichte	= 0,24 Umgängen	= 0,06744	Mill.
im grünen Lichte	= 0,21 Umgängen	= 0,05901	Mill.

Man hat demnach für die Wellenlänge des

rothen Lichtes	$= \overset{mm}{0,077275} \cdot 2 \cdot \text{tang } 14'20''$	$= \overset{mm}{0,0006}$
dunkelorangen Lichtes	$= \overset{mm}{0,07025} \cdot 2 \cdot \text{tang } 14'20''$	$= \overset{mm}{0,0005625}$
hellorangen Lichtes	$= \overset{mm}{0,06744} \cdot 2 \cdot \text{tang } 14'20''$	$= \overset{mm}{0,00054}$
grünen Lichtes	$= \overset{mm}{0,05901} \cdot 2 \cdot \text{tang } 14'20''$	$= \overset{mm}{0,0004725}$

Folgende Tabelle enthält die von Fresnel bestimmten Werthe der Undulationslänge in der Luft für die verschiedenen Farben:

Grenzen der Hauptfarben.	Grenzwerthe v. λ. Millimeter.	Hauptfarben.	Mittlere Werte von λ.
Aeußerstes Violet	0,000406		
		Violet	0,000423
Indigoviolet	0,000439		
		Indigo	0,000449
Indigoblau	0,000459		
		Blau	0,000475
Blaugrün	0,000442		
		Grün	0,000512
Grüngelb	0,000532		
		Gelb	0,000551
Gelborange	0,000571		
		Orange	0,000583
Orangeroth	0,000546		
		Roth	0,000620
Aeußerstes Roth	0,000645		

Die Wellenlänge der tiefsten Farbe ist demnach mehr als 500mal kleiner als die Wellenlänge des höchsten Tones. Nimmt man die Geschwindigkeit u des Lichtes zu 41700 geographische Meilen à 7420,4548 Meter an, so ergibt sich aus der vorstehenden Tafel für die Schwingungszahl n der verschiedenen Farben vermöge der Relation $n = \frac{u}{\lambda}$ folgende Tabelle:

Farben.	Schwingungszahlen.
Aeußerstes Roth	478 Billionen, d. i. Millionenmal Millionen.
Orangeroth	517 Billionen.
Gelborange	539 Billionen.
Grüngelb	579 Billionen.

Farben.	Schwingungszahlen.
Blaugrün	626 Billionen.
Indigoblau	671 Billionen.
Indigoviolet	702 Billionen.
Aeußerstes Violet.	759 Billionen.

Unsere Netzhaut muß mithin über Millionmal mehr Schwingungen als das Trommelfell machen, wenn sie den Eindruck des aufdämmernden Roth hervorrufen soll.

Aus dieser Tabelle ist ersichtlich, daß das Verhältniß der äußersten Lichtschwingungen beinahe wie das von 1,58 ist, und wie schon früher gelegentlich bemerkt wurde, ohngefähr der kleinen Sexte gleichkommt. Wären wir im Stande eine Farbe wahrzunehmen, welche doppelt so viel Oscillationen als das äußerste Roth machte, so würden wir vielleicht zwischen diesen beiden Farben eine große Uebereinstimmung bemerken. Der dem äußersten Violet eigenthümliche Stich ins Roth deutet vielleicht auf den Anfang einer Octavfarbe hin. Man kann die Quotienten aus den Schwingungszahlen der Farben bilden und sie nach den gleichen oder nahe gleichen Intervallen benennen, wie solche auf dem Gebiete der Töne vorkommen. Auf diese Weise würde das Intervall zwischen dem mittleren Roth und dem mittleren Grün der großen Terz, und das Intervall zwischen dem mittleren Roth und dem mittleren Violet der Quinte entsprechen. Es scheint demnach auch beim Licht ein gewisser Zusammenhang zwischen der Farbenempfindung und der einfachen Schwingungszahl wie beim Ton stattzufinden. Immerhin bleibt es bemerkenswerth, daß die Schwingungszahlen der Farben, wie sie in der vorstehenden Tabelle aufgestellt sind, sich verhalten wie die Zahlen:

$$1;\ \left(\frac{9}{8}\right)^{2/3};\ \left(\frac{6}{5}\right)^{2/3};\ \left(\frac{4}{3}\right)^{2/3};\ \left(\frac{3}{2}\right)^{2/3};\ \left(\frac{5}{3}\right)^{2/3};\ \left(\frac{16}{9}\right)^{2/3};\ 2^{2/3},$$

deren Wurzelgrößen $\frac{9}{8}, \frac{6}{5}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2} \ldots$ die Schwingungsverhältnisse der in der Tonleiter vorkommenden Töne sind. Betrachtet man mithin die äußersten Grenzen des Spectrums als dem Grundton und der Octave entsprechend, so ist ihr Schwingungsverhältniß nicht wie bei den Tönen $1:2$, sondern wie $1:2^{2/3}$.

Die ungewöhnliche Kleinheit der Wellenlängen des Lichtes einerseits, sowie die ungemein große Anzahl von Schwingungen anderseits, in welche die Netzhaut versetzt werden soll, um die Empfindung einer Farbe zu haben, scheinen vielen Menschen so außerordentliche Dinge zu sein, um sie in der Wirklichkeit existirend zugeben zu können. Mit Recht staunen wir über diese ungemein kleinen Raumtheile sowohl wie

über diese ungewöhnlich große Menge von Undulationen, welche in dem kurzen Zeitraum von einer Secunde vollbracht werden. Auf der einen Seite haben wir es mit Millionteln des Millimeters, auf der andern mit Billionen von Undulationen zu thun; auf der einen Seite stehen wir auf der Schwelle des unendlich Kleinen, auf der andern auf der Schwelle des unendlich Großen. Von welcher Ansicht wir übrigens auch bei Erklärung der Lichterscheinungen ausgehen wollen, immerhin gelangen wir zu diesen zwei äußeren Unendlichkeiten; denn wirklich vorhanden ist die ungemein große Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes, wirklich vorhanden sind seine in kleinen Zeiträumen periodisch wiederkehrende Zustände. Als Beleg für die Richtigkeit dieser Aussage mag nachstehendes aus der Emissionshypothese entlehntes Beispiel gelten.

Wenn das Licht von Seiten der Körper eine Brechung durch anziehende Körper erfährt, so müssen letztere unvergleichlich wirksamer als die Schwerkraft sein. Die Zeit nämlich, innerhalb deren die ganze Wirkung des Mittels stattfindet, ist diejenige, in welcher das Licht die Wirkungssphäre der an der Oberfläche des Körpers befindlichen Theilchen durchläuft. Nehmen wir für ihre Größe $^1/_{40}$ Millim. = 0,0254 Millimeter an; so durchläuft das Licht diesen Raum in

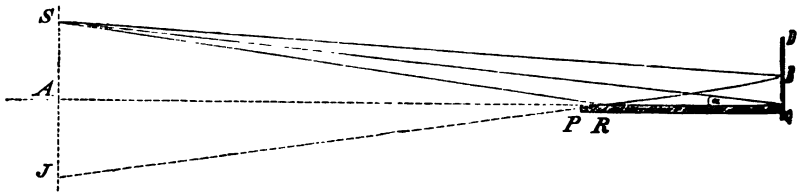
$$\frac{1}{41700 \,.\, 7420454{,}8 \,.\, 40}$$ Secunde.

Beträgt nun die durch Brechung hervorgebrachte Ablenkung 30 Grad und wird solche durch eine Kraft bewirkt, die während einer Secunde sich nicht ändert, so muß diese Kraft die Schwerkraft, welche in einer Secunde auf einen Körper an ihrer Oberfläche nur eine Abweichung von 4,9 Meter hervorbringt, $\frac{41700 \,.\, 7420{,}4548}{2 \,.\, 4{,}9}$ übertreffen. Da aber die ganze Wirkung nicht in einer Secunde, sondern in dem kleinen Bruchtheile $\frac{1}{41700 \,.\, 7420454{,}8 \,.\, 40}$ einer Secunde hervorgebracht wird, so muß die Kraft, welche diese Ablenkung bewirkt, in dem Verhältniß größer sein, als das Quadrat von 1 größer ist als das Quadrat jenes kleinen Bruches, was eine Kraft gibt, welche die Schwere $48372 \,.\, 10^{29}$ mal übertrifft. Dabei ist noch zu erwägen, daß die Schwere an der Erdoberfläche die Gesammtwirkung ihrer ganzen Masse ist, während die Kraft, welche das Lichttheilchen ablenkt, nur aus den zunächst liegenden Körpertheilchen innerhalb der Wirkungssphäre entsteht. Eine Kugel von 0,0254 Millimeter Durchmesser von derselben Dichtigkeit als die Erde, würde an ihrer Oberfläche nur eine Anziehung ausüben, die $\frac{0{,}0254 \text{ Millim.}}{12732400 \text{ M.}}$ der gewöhnlichen Schwerkraft beträgt, weil zu 12732400 Meter der Durchmesser der Erde angenommen wird. Die wirkliche

Stärke der von den Körpertheilchen ausgehenden Kraft muß also $\frac{127324000000000}{254} . 48372 . 10^{29}$ mal größer sein als die Schwerkraft der Erde, was ohngefähr $2 . 10^{45}$ beträgt. Man hat folglich bei der Emanationshypothese mit gleichsam unendlich groß anzunehmenden Kräften sich zu befassen.

Interferenzerscheinungen zeigen sich auch, wenn reflectirtes Licht mit directem Lichte unter geeigneten Umständen zusammentrifft, wie aus folgendem interessanten von Lloyd zuerst angestelltem Versuche zu ersehen ist. Man lasse das Licht eines leuchtenden Punktes S (Fig. 165)

Fig. 165.



auf einen Spiegel PQ unter einem Winkel von nahe 90° auffallen, damit die reflectirten Strahlen mit den directen nahe dieselbe Richtung erhalten. Das Bild J des leuchtenden Gegenstandes S läßt sich als Centrum des reflectirten Wellensystems betrachten, welches bei dem Zusammentreffen mit dem von S ausgehenden directen Wellensystem Interferenzerscheinungen veranlaßt, die auf dem Schirm QD zur Wahrnehmung gebracht werden können. Es sei B irgend ein Punkt des Interferenzbildes; $BQ = x$; $QA = c$; $SA = AJ = b$. Für die Länge δ des directen Strahls SB, der wegen der Schiefe der Incidenz nahezu gleich SQ ist; haben wir annähernd: $\delta = c\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{b-x}{c}\right)^2\right)$: und für die Länge δ' des reflectirten Strahles $SR + RB = JB$ annähernd: $\delta' = c\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{b+x}{c}\right)^2\right)$. Hiernach, wenn der Winkel $SQA = \alpha$ gesetzt wird, der Unterschied der Wege $\delta' - \delta$ nahezu gleich $\frac{2bx}{c} = 2x \operatorname{tang} \alpha$. — Dies vorausgeschickt, sei a^2 die Intensität des directen Lichtes, a'^2 die des reflectirten, und A^2 die des resultirenden. Zwischen diesen Intensitäten besteht in Folge der Zusammensetzung coexistirender Vibrationen die Relation:

$$A^2 = a^2 + 2aa' \cos 2\pi\left(\frac{\delta' - \delta}{\lambda}\right) + a'^2,$$

wo λ die Wellenlänge bezeichnet, oder wenn statt $\delta' - \delta$ der oben gefundene Werth substituirt wird, die Relation:

$$A^2 = a^2 + 2aa' \cos 4\pi \left(\frac{x}{\lambda} \operatorname{tang} \alpha\right) + a'^2.$$

Die Intensität erreicht ihr Maximum $(a + a')^2$ an den Stellen: $x = \frac{1}{4} n \lambda \operatorname{colg} \alpha$, worin n irgend eine ganze Zahl ist; dagegen ihr Minimum $(a - a')^2$ an den Stellen, für welche in jenem Ausdrucke n mit einer ungeraden ganzen Zahl zusammenfällt. In den Abständen 0, $\frac{2}{4}\lambda \operatorname{colg} \alpha$, $\frac{4}{4}\lambda \operatorname{colg} \alpha$ ... müßten demnach helle Streifen, dagegen in den Abständen $\frac{1}{4}\lambda \operatorname{colg} \alpha$, $\frac{3}{4}\lambda \operatorname{colg} \alpha$, $\frac{5}{4}\lambda \operatorname{colg} \alpha$, ... dunkle Streifen sich zeigen, wenn das Licht bei der Reflection keine weitere Aenderung erlitte. — Würde aber bei der Reflection von Glas in Luft die Schwingungsrichtung sich umkehren oder eine halbe Wellenlänge verloren gehen, ein Vorgang also stattfinden, wie wir solchen zu seiner Zeit bei der Reflection des Schalles wahrzunehmen Gelegenheit hatten; so verwandelt sich der Ausdruck für die Intensität des resultirenden Lichtes in: $A^2 = a^2 + a'^2 + 2aa' \cos 2\pi \left(\frac{2x \operatorname{tg} \alpha}{\lambda} - \frac{1}{2}\right)$. Die hellen und dunklen Stellen würden dann durch die Formel: $x = \frac{1}{4}(n+1)\lambda \operatorname{cot} \alpha$ bestimmt sein, worin n irgend ein Glied der natürlichen Zahlenreihe bezeichnet, deren gerade Werthe den hellen und deren ungerade Werthe den dunkeln Fransen entsprechen. Hiernach bliebe die Breite der Fransen ungeändert und die in Frage stehende Aenderung liefe gleichsam darauf hinaus, das ganze Fransensystem um die Größe $\frac{1}{4}\lambda \operatorname{cot} \alpha$ vom Rande abzurücken. — Um zu entscheiden, ob eine derartige Aenderung bei der Reflection des Lichtes stattfände oder nicht, ließen wir das von einer schmalen Spalte herkommende Licht auf einen schwarzen horizontalen Glasspiegel ohngefähr unter einem Winkel von 90° auffallen. Indem wir dann das reflectirte und directe Lichtbündel in geringer Entfernung von der spiegelnden Fläche mit einer Lupe auffingen, sahen wir ein Fransensystem, das in jeder Hinsicht der einen Hälfte der im Fresnel'schen Versuche gebildeten Systeme ähnlich war. Auch schienen, soweit das Auge es zu beurtheilen vermochte, alle Fransen um den Betrag eines halben Abstandes von dem Rande abgerückt zu sein. Bei der Reflection des Lichtes von der Oberfläche eines dichteren Mittels in ein dünnes wird mithin eine halbe Undulation gewonnen oder verloren. — Da die erste dunkle Franse in dem betreffenden Interferenzphänomen vollkommen schwarz befunden wurde, so müssen wir schließen, da die Intensität des Lichtes in den dunkeln Fransen durch den Ausdruck $(a - a')^2$ gegeben ist, daß $a = a'$; d. h. bei dergleichen schiefen Inciden-

man, wie Arago zuerst beobachtet hat, die Streifen verschob
nach der Seite des Strahles hin, der das durchsichtige Bl
drungen hat. Da das Licht in den verschiedenen Mitteln
gleicher Geschwindigkeit fortpflanzt, so muß der mittlere
streifen nothwendig nach dem Strahl hinrücken, der langs
gangen ist, damit die geringere Länge seiner Bahn die
ausgleiche, welche er auf seinem Gange erlitten hat. A
rückung der Fransen nach der Seite des durch das durchsi
chen gegangenen Strahles folgt also auf eine unwidersprec
daß sich das Licht schneller bewegt in der Luft als in G
Glas. Dieses Resultat stimmt keineswegs mit der Newt
fractionstheorie überein, insofern durch eine von dem brech
auf die Lichttheilchen ausgeübte Anziehung die Geschwindigke
in dem stärker brechenden Mittel größer sein müßte, als i
cher brechenden. Dieser Versuch gibt ein Verfahren an d
Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in verschiedenen
vergleichen. Denn hat man mittelst eines Sphärometers
der in dem Weg des einen Lichtbündels aufgestellten durchsi
gemessen, desgleichen mittelst des Mikrometers die Ortsv
der Streifen, so erhält man für den Unterschied $\delta' - \delta$ der
Wege für die Mitte des Centralstreifens nach der Zwisch
durchsichtigen Substanz die Relation: $\delta' - \delta = \frac{by}{c}$, in w
druck b der Abstand der beiden Bilder des leuchtenden P
die Entfernung der Bilder von dem Schirm bezeichnet. D

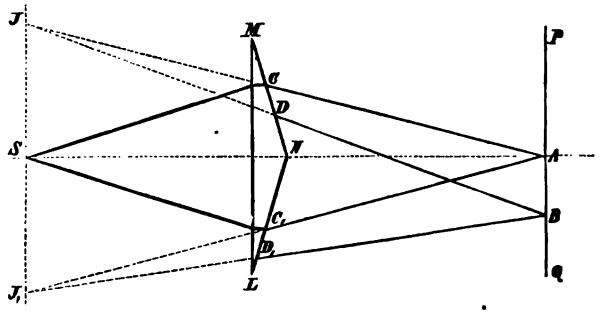
hen Spiegelversuch aufgefundene Relation $c\lambda = b\beta$ zu Hülfe nimmt, orin β die Fransenbreite darstellt. Das Verhältniß der Geschwindig- iten des Lichtes in beiden Mitteln findet man gleich dem Verhältnisse :s Sinus des Einfallswinkels zu jenem des Brechungswinkels bei dem ebergange des Lichtes von Luft in die durchsichtige Substanz, was mit :r Erklärung der Brechung nach der Undulationstheorie in vollkomme- :m Einklang steht, wie wir bald sehen werden. Wenn mithin die ichtwellen von einem Mittel in ein anderes übergehen, in welchem sie ch langsamer fortpflanzen; so hat die größere Dichte des zweiten Mittels keinen anderen Einfluß als die Wellenlänge in demselben Ver- ältnisse zu verringern, in welchem sie die Geschwindigkeit des Lichtes :rzögert. Die Dauer jeder einzelnen Schwingung bleibt in beiden Medien dieselbe, oder was auf eins hinausläuft, die Farbe ändert sich icht. Für die Wellenlängen der mit den Buchstaben B, C, D, E, F, G, H :zeichneten Stellen des Spectrums hat Frauenhofer in Bezug auf Luft, Zasser, Terpentinöl, Anisöl in Hundertmilliontheilen des Pariser Zolles olgende Größen erhalten:

	Luft.	Wasser.	Terpentinöl.	Anisöl.
B . . .	2541	1909	1730	1651
C . . .	2422	1821	1648	1573
D . . .	2175	1631	1475	1405
E . . .	1945	1368	1315	1249
F . . .	1794	1338	1208	1144
G . . .	1587	1181	1064	1003
H . . .	1464	1082	973	309

dimmt man die arithmetischen Mittel der Wellenlängen in diesen Sub- anzen und vergleicht sie mit jenem der Wellenlänge in der Luft, so ndet man, daß die Quotienten der arithmetischen Mittel fast gleich- utend mit den auf directem Wege abgeleiteten Brechungsverhältnissen er betreffenden Substanzen sind. Für Luft und Wasser z. B. sind :ne arithmetischen Mittel beziehungsweise 13928 und 10330, deren Quotient 1,33 mit dem Brechungsverhältniß zwischen Luft und Wasser enau übereinstimmt.

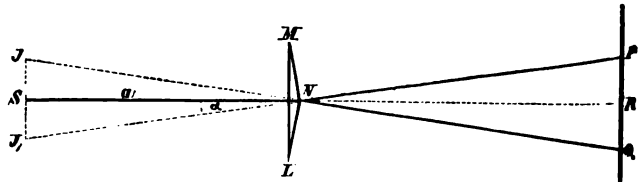
Die Interferenz des Lichtes läßt sich auch mit Hülfe der Brechung arstellen. Man bedient sich dazu des sogenannten Interferenzprisma's, . h. eines dreiseitigen Glasprisma's L N M (Fig. 166), dessen Winkel l sehr stumpf ist und dessen sehr spitze Winkel L und M einander gleich ind. Das Prisma wird so aufgestellt, daß die Gerade S N, welche on dem leuchtenden Punkte zur stumpfen Kante N geht, auf L M senk- echt steht. Indem man durch das Prisma nach dem Lichtpunkt S ieht, erblickt man ihn doppelt, weil man eigentlich durch zwei Prisma

Fig. 166.



sieht, von denen das eine den Lichtpunkt S nach J, das andere nach J, verschiebt. Diese Verschiebungen sind wegen der Kleinheit der brechenden Winkel sehr gering, so daß die aus dem Prisma heraustretenden Strahlen von zwei nahe bei einander befindlichen gleichen Lichtpunkten herzukommen scheinen, mithin in einer gewissen Entfernung vom Prisma unter sehr spitzen Winkeln zusammentreffen und durch ihre gegenseitige Einwirkung dieselbe Erscheinung hervorbringen, wie bei den Interferenzspiegeln. — Das Interferenzphänomen wird mit einer Lupe beobachtet. Gewöhnlich wird das Interferenzprisma mit seiner Fassung auf ein Stativ gesetzt, in welchem es sich aufwärts und abwärts schieben läßt, sowie auch dahinter die Lupe auf einem ganz ähnlichen Stativ in einer Entfernung von ohngefähr 1 Decimeter aufgestellt. — Bei dem Gebrauch des Interferenzprisma wendet man homogenes Licht an, weil im weißen Lichte durch die mit der Brechung des Lichtes im Prisma verknüpfte Farbenzerstreuung das Interferenzphänomen modificirt wird. Für die Breite β der hellen oder dunkeln Fransen auf dem Schirm PQ findet man, wenn ein bei dem Spiegelversuche analoges Verfahren eingehalten wird, den Ausdruck: $\beta = \frac{c\lambda}{b}$, in welchem c der Abstand des Lichtpunktes S von dem Schirm PQ (Fig. 166a) und b die Entfernung der beiden Bildpunkte J und J, bezeichnet. Der Lichtstrahl SN nimmt in Folge der Brechung durch die Fläche MN die Richtung NQ; mithin ist, wenn NP senkrecht in N auf MN steht, Winkel $QNP =$

Fig. 166a.



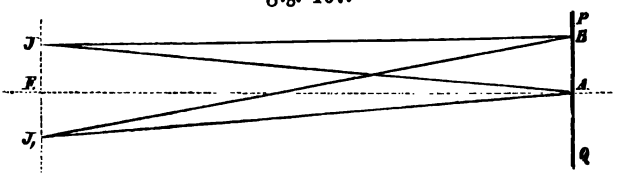
Winkel, deſſen Sinus $= \mu \sin \alpha$, wenn der Winkel PNQ = Winkel MN durch α und das Brechungsverhältniß aus Luft in Glas durch dargeſtellt wird. Nun iſt

$$SJ = \frac{b}{2} = SN \operatorname{tang} SNJ = a \operatorname{tang} (W.PNQ - W.PNR) =$$
$$= a \operatorname{tang} (\operatorname{arc\,sin} = \mu \sin \alpha - \alpha),$$

o $SN = a$ geſetzt iſt. Aus dieſer Relation ergibt ſich, wenn die all-
meine Formel $\operatorname{tang} (\alpha - \beta) = \frac{\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta}$ berückſichtigt
ird: $b = 2a \frac{\mu \sin \alpha \cos \alpha - \sin \alpha . \sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha . \sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \alpha} + \mu \sin \alpha . \sin \alpha}$; woraus weiter
ıtſpringt: $b = 2a (\mu - 1) \sin \alpha$, inſofern die höheren Potenzen von
n α vernachläſſigt werden, was wegen der Kleinheit des Winkels α
ſtattet iſt. Hiernach erhalten wir für die Breite β der hellen oder
ınkeln Streifen auf dem Schirm den Ausdruck: $\beta = \frac{c}{2a \sin \alpha} \cdot \frac{\lambda}{\mu - 1}$.
ie Abſtände der Mitten der hellen und dunkeln Streifen hängen alſo
i dem Interferenzprisma nicht blos von λ ab, ſondern von der Größe
$\frac{\lambda}{\mu - 1}$. Allein μ ändert ſich mit λ, woraus folgt, daß dieſe Streifen
ın den beim Spiegelverſuche erhaltenen verſchieden ſein müſſen.

Die Interferenzerſcheinungen zeigen ſich auch im directen Lichte, enn die dazu erforderlichen Bedingungen erfüllt ſind, wie der von m italieniſchen Phyſiker Grimaldi zuerſt angeſtellte Verſuch zeigt, der ınz in Vergeſſenheit gerathen war, bis er im Jahr 1800 von dem ıgliſchen Phyſiker Thomas Young wieder an's Licht gezogen wurde. er Verſuch gehört zwar vorzugsweiſe zur Klaſſe der Beugungserſchei-ungen, von denen im folgenden Kapitel ausführlich die Rede ſein wird. eil jedoch auf Grundlage dieſes Verſuchs zuerſt der Satz ausgeſpro-en wurde, daß Licht hinzugefügt zu einer bereits erleuchteten Fläche eſe unter Umſtänden dunkler als vorher machen könne, worin eigent-ch das Princip der Interferenz enthalten iſt, ſo glaubten wir den erſuch hier nicht ganz unerwähnt laſſen zu dürfen. — Durch zwei hr feine und einander ſehr nahe kreisförmige Oeffnungen oder verti-le Spalten J und J, (Fig. 167) in einem Schirm aus Zinnfolie

Fig. 167.



lasse man homogenes Licht von einer bestimmten Farbe in ein finstertes Zimmer treten, und fange in demselben die durch beide C nungen gehenden und sich durchkreuzenden Strahlen in einer hinl lichen Entfernung von den beiden Oeffnungen J und J, auf einer we Tafel Q P auf. Man wird dann auf derselben die Interferenzers nungen, wie sie früher schon beschrieben worden sind, ebenfalls w nehmen. Bezeichnen wir die Entfernung der Tafel von der gem Linie J J, durch c und den Abstand der beiden Oeffnungen von einan durch b die Entfernung der Mitte eines Interferenzstreifens von Mitte des Centralstreifens durch x endlich die Entfernungen der M jenes Interferenzstreifens von den beiden Oeffnungen J und J, du δ und δ_1; so erhalten wir wieder $\delta_1 - \delta = \frac{b\,x}{c}$. Ueber die aus dies Versuche sich ergebenden Folgerungen brauchen wir nichts weiter sagen, da bei dem Fresnel'schen Spiegelversuche schon Alles angefü worden ist, was zu sagen nöthig gewesen wäre.

2. Die Fessel'sche Wellenmaschine.

Um von den verschiedenen Formen der Bewegung des Lichtäthe eine deutliche Vorstellung zu gewinnen, haben die Physiker Wheatsto und Plücker höchst sinnreiche Apparate erdacht, die namentlich von d geschickten praktischen Mechaniker Fessel zu Cöln genau und eleg ausgeführt worden sind. Für die Beschreibung eines derartigen App rates, wie wir solchen aus der vortrefflichen Werkstätte des genannt Künstlers erhalten haben, dürfte hier die geeignete Stelle sein. — einiger Höhe über der oberen Seitenfläche eines länglichen, rechtwinklig Parallelepipeds von Eichenholz, von 96 Cent. Länge, 28 Cent. Bre und 9 Cent. Höhe ist eine horizontale Messingplatte m (Fig. 168) l festigt, in welcher in gleichem Abstande von der Mittellinie auf beid Seiten zwei Reihen geradliniger Einschnitte sich befinden, die um gle viel von einander abstehen und auf der Mittellinie senkrecht st Außerdem enthält die Platte in der Centrallinie eine Reihe gleichw von einander entfernter Löcher. In einiger Höhe über dieser Messin platte m ruht auf fester Unterlage wieder eine gleich gearbeitete Messin platte n dergestalt, daß jedem Einschnitte der letzteren ein paralle Einschnitt der ersteren entspricht. — In der Nähe der Mittellinie d Platte erheben sich überdies senkrecht zwei Messingplatten p, welche v ihrer oberen Kante bis nahe zur Basis gehende senkrechte Einschnit enthalten, so daß diese Einschnitte den nächst gelegenen horizontale Einschnitten der Platte n genau entsprechen. — Endlich ist längs d undurchschnittenen Theile der beiden Platten p zwischen denselben ein

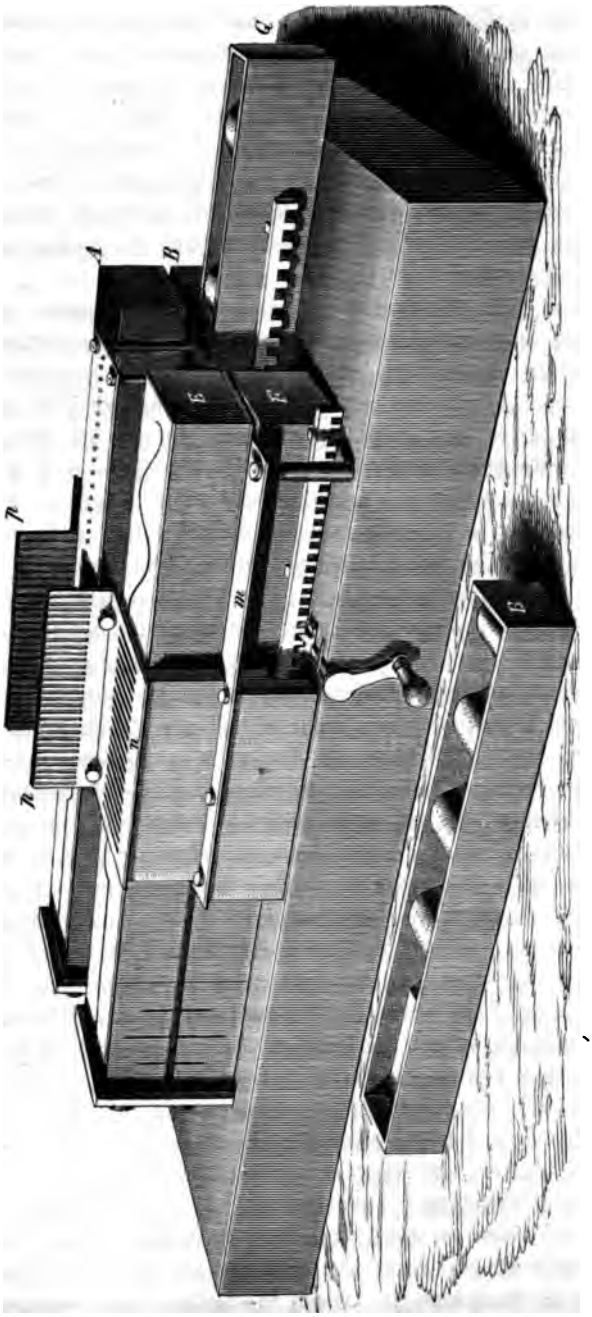


Fig. 168.

einerlei Breite sind.

Durch diese Räume können Schieber aus Mahagoni r
stalt eines rechtwinkligen Parallelepipeds hin- und hergesch
die wir nun einzeln nebst einigen dazu gehörigen Versuche
trachten wollen. In den hohlen Raum des Schiebers B ist
blech eingelassen, das zuerst wellenförmig hin und her geb
dann in eine Ebene ausläuft. Ueber diesem Schieber B
ein zweiter Schieber A, bestehend aus zwei paralleleu
Messingblechen, in denen senkrecht übereinander sich genau
vollkommen gleiche Wellenlinien geschnitten sind, die zuletz
werden. Die Länge dieser Wellenlinien stimmt zugleich mit
länge des Messingblechs des untern Schiebers B überein.
nun in die Einschnitte der obern Platte n gleichlange Nad
ihrem obern Ende ein gefärbtes Knöpfchen tragen und an il
Ende wohl abgerundet sind, damit sie auf dem Messingblec
Schiebers gehörig aufstehen; so können wir, insofern nur
Stück der Schieber besetzt ist, die Knöpfchen als Aetherth
stellend ansehen, die auf einer Geraden liegend sich im
Ruhe befinden. — Wenn aber der untere Schieber B allein
geschoben wird, so werden die Nadeln bald auf einer Erh
in eine Vertiefung des wellenförmigen Theils des Mess
stehen kommen, mithin die Knöpfe der Nadeln bald nach
nach unten zu liegen. Dabei wird jedes Knöpfchen seine
eher beginnen, als dasjenige, welches ihm in der Richt
wegung zunächst anliegt. Diejenigen Knöpfe, welche senkre

verschoben wird, so nehmen die Nadeln in den Einschnitten der Platten m und n eine vorwärts und rückwärts gehende Bewegung an. So lange eine Nadel noch an dem geradlinigen Einschnitt anliegt, nimmt sie keine Bewegung an; ihr Knopf stellt ein im Zustande der Ruhe befindliches Aethertheilchen dar. Sowie aber durch Verschiebung des Schiebers die Nadel in den wellenförmigen Theil des Einschnitts kommt, bewegt sich ihr Knöpfchen vorwärts und rückwärts. Die Oscillationsebene des Knöpfchens ist mithin in diesem Falle eine Horizontalebene.

Wird an die beiden Schieber A und B eine Verbindungsplatte angeschraubt, so daß nun beide Schieber zugleich verschoben werden können; so wird, wenn die Nadel in die wellenförmige Rinne des obern Schiebers gelangt und zugleich auf den wellenförmigen Theil des unten liegenden Messingblechs aufzustehen kommt, die Bewegung des Knöpfchens die Resultante der Bewegungen sein, wie sie die Wellenlinie und das wellenförmig gebogene Messingblech vorschreiben. Die Bewegung wird offenbar mit derjenigen übereinstimmen, welche ein Aethertheilchen annimmt, wenn es gleichzeitig zu zwei geradlinigen und senkrecht zu einander stehenden Bewegungen angeregt wird, bei denen Wellenlänge und Amplitude einander gleich sind. Ist der Phasenunterschied der schwingenden Bewegungen Null oder beträgt derselbe eine halbe Schwingungsdauer, so entspringt daraus wieder eine geradlinige Schwingung: wir können diese Bewegung nachbilden, wenn wir die Verbindungsplatte so anschrauben, daß sie an beiden Schiebern anliegt oder dies nur bei einem Schieber der Fall ist, während der andere durch die dazu gehörige Schraube um eine halbe Wellenlänge entfernt gehalten wird. — Sind die Phasenzeiten der schwingenden Bewegungen um ein Viertel der Schwingungsdauer unterschieden, so ist die resultirende Bewegung eine kreisförmige: diese Schwingungsart läßt sich zeigen, wenn die Verbindungsplatte an dem untern Schieber anliegt, während der obere um ein Viertel der Wellenlänge absteht, oder die Platte an A anliegt, während B um $^1/_4$ der Wellenlänge davon entfernt ist. — Sind die zwei rechtwinklig aufeinander stehenden Schwingungen mehr oder weniger als $^1/_4$ der Schwingungsdauer von einander verschieden, so entsteht eine elliptische Schwingung: wir können diese Bewegung nachahmen, wenn die Platte an B anliegt und A um weniger als $^1/_4$ Wellenlänge absteht; oder die Platte an B anliegt und A zwischen $^1/_4$ und $^1/_2$ Wellenlänge absteht; oder die Platte an A anliegt, während B um weniger als $^1/_4$ Wellenlänge davon entfernt ist; oder die Platte an A anliegt, während B zwischen $^1/_4$ und $^1/_2$ Wellenlänge davon absteht.

In den geradlinigen Einschnitt des Schiebers A werden Nadeln von verschiedener Länge eingelassen, die so abgemessen ist, daß, wenn

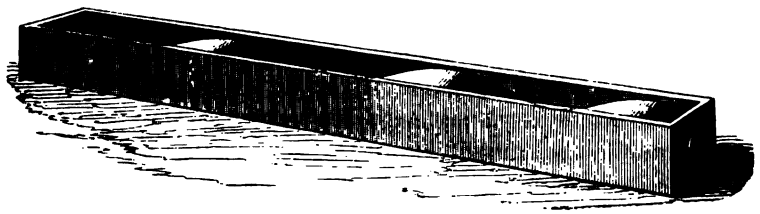
ihre unteren Enden auf dem ebenen Theile des Messingblechs des Schiebers B aufstehen, ihre Knöpfchen eine verticale Wellenlinie ν bilden. Wird nun der letztere Schieber verschoben, so daß die Enden der Nadeln auf seinen wellenförmigen Theil zu stehen kommen; so rücken die Knöpfchen auf eine neue Wellenlinie, wie sie die Interferenz der Wellenlinie ν und der Wellenlinie des untern Schiebers mit sich bringt. Es ist dies der Interferenzfall einer verticalen Welle mit einer andern verticalen Welle. Die Verschiebung des obern Schiebers A liefert den Interferenzfall einer verticalen Welle mit einer horizontalen. — Die gleichzeitige Verrückung beider Schieber gibt den nämlichen Interferenzfall, wenn die Verbindungsplatte an beiden Schiebern anliegt oder nur an einem derselben, während der andere um eine halbe Wellenlänge entfernt gehalten wird. Dagegen haben wir die Coincidenz einer kreisförmigen mit einer ebenen Welle, wenn die Verbindungsplatte an einem der Schieber anliegt und von dem andern um $^1/_4$ Wellenlänge absteht. Wir bekommen die Coincidenz einer elliptischen mit einer ebenen Welle, wenn die Verbindungsplatte an einem der Schieber anliegt und von dem andern um weniger oder mehr als $^1/_4$ Wellenlänge absteht. — Die früher besprochenen Versuche stellen die Wellen in ihrer wirklichen Bewegung dar, während die vier letzterwähnten die Wellen in einer bestimmten Stellung fixirt gedacht zeigen, bei denen der Phasenunterschied durch das Rücken der Schieber geändert wird.

Der Interferenzfall einer kreisförmigen Welle mit einer ebenen kommt ebenfalls zur Darstellung, wenn man durch die horizontalen Einschnitte der Platte n und den geradlinigen Einschnitt des oberen Schiebers A die verticalen Enden rechtwinklig gebogener Nadeln bis auf das ebene Messingblech des untern Schiebers herabläßt, während die horizontalen Arme der Nadeln, welche an ihrem Ende mit einem gefärbten Knöpfchen versehen sind, in die entsprechenden verticalen Einschnitte der Platte p eingelassen werden. Bei dieser Einrichtung kann sich jede Nadel sowohl in verticaler Richtung auf- und abwärts, als in horizontaler Richtung hin und her bewegen. Die Länge der horizontalen wie jene der verticalen Theile der Nadeln ist verschieden, aber so abgemessen, daß sie stets einer im Kreise vor sich gehenden Schwingung entspricht. Die Knöpfchen werden so die in einem bestimmten Momente ins Auge gefaßte Lage einer Reihe von Aethertheilchen darstellen, welche sämmtlich in Kreisen schwingen. Der in Frage stehende Interferenzfall tritt nun ein, wenn man den obern oder untern Schieber oder beide zugleich fortrückt, in welchem letzteren Falle die Verbindungsplatte entweder an beiden Schiebern oder an einem anliegt, während der andere durch die Schraube um eine halbe Wellenlänge entfernt gehalten wird.

Liegt dagegen die Verbindungsplatte an einem der Schieber an und ſteht von dem andern um weniger oder mehr als 1/4 Wellenlänge ab, ſo haben wir den Coincidenzfall einer elliptiſchen mit einer kreisförmigen Welle.

Der Schieber C (Fig. 168 a) enthält einen Meſſingſtreifen, der in ſeiner ganzen Länge nach der Form einer ſenkrechten Welle gebogen

Fig. 168 a.



iſt, deren Länge aber das Doppelte von der Wellenlänge der in dem Schieber A eingeſchnittenen Wellenlinie beträgt, während die Amplitude bei beiden Wellenlinien dieſelbe iſt. Bei der Combination dieſer beiden Schieber wird das Knöpfchen der eingeſteckten Nadel, deren unteres Ende auf dem wellenförmig gebogenen Meſſingblech aufſitzt, eine Bewegung machen, welche die Reſultante der Bewegungen iſt, wie ſolche die Wellenlinien der beiden Schieber mit ſich führen. Die Bahn des Knöpfchens wird ſich als eine Lemniscate herausſtellen, wenn die Verbindungsplatte an beiden Schiebern oder nur an einem derſelben anliegt, während der andere um eine halbe Wellenlänge davon abſteht. — Die Bahn nimmt die Geſtalt eines Parabelſtücks an, wenn die eine Platte an dem Schieber anliegt und die andere um 1/4 Wellenlänge abſteht. — Die Bahn wird die Form einer zwiſchen Lemniscaten und Parabeln liegenden Curve erhalten, wenn der Abſtand des einen Schiebers von der Platte mehr oder weniger als 1/4 Wellenlänge beträgt.

Werden die früher ſchon zur Anwendung gekommenen, der Länge nach verſchiedenen Nadeln eingeſteckt, ſo haben wir bei der Combination der Schieber A und C die Coincidenz einer Lemniscatenwelle mit einer ebenen Welle, wenn die Verbindungsplatte an beiden Schiebern anliegt oder die Platte nur an einem Schieber anliegt und von dem andern um eine halbe Wellenlänge abſteht. Die Combination der beiden Schieber zeigt das Entſtehen einer Parabelwelle mit einer ebenen Welle, wenn die Platte an einem der Schieber anliegt und von dem andern um 1/4 der Wellenlänge entfernt gehalten wird. — Werden die verticalen Enden der rechtwinklig gebogenen Nadeln bis auf die Welle des Schiebers C herabgelaſſen, ſo haben wir die Coincidenz einer Lemnis-

catenwelle mit einer kreisförmigen, wenn die Platte an beiden Schiebern oder nur an einem derselben anliegt und von dem andern um $^1/_2$ Wellenlänge absteht; dagegen bekommen wir die Coincidenz einer Parabelwelle mit einer kreisförmigen, wenn die Platte an einem der Schieber anliegt und von dem andern um $^1/_4$ Wellenlänge entfernt gehalten wird.

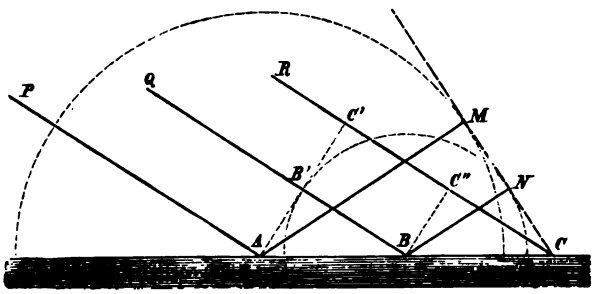
Der Schieber F hat dieselbe Einrichtung wie der Schieber B, und der schmälere Schieber G eine solche wie der Schieber C. Jeder der drei Schieber A, G, F hat seine besondere Wellenlänge; sie beträgt für A 11,2 Cent.; für G 10 Cent.; für F 17 Cent. Die Amplituden der Schieber A und B sind einander gleich und verhalten sich zu der von G wie $1 : \sqrt{2}$. Die Bewegung dieser drei Schieber wird durch eine Kurbel vermittelt, deren Achse drei gezahnte Räder trägt, welche in gezahnte Stangen eingreifen, die an den Schiebern der Länge nach ansitzen. Die Zahl der Zähne an den drei Rädern ist dergestalt gewählt, daß sich die Schieber, wenn die Kurbel gedreht wird, mit einer ihrer Wellenlänge proportionalen Geschwindigkeit bewegen. Der Schieber E entspricht dem darunter liegenden F oder C in gleicher Weise, wie dies bei dem Schieber A der Fall ist. Auch werden die Schieber F und E durch eine Platte mit einander in Verbindung gesetzt, wie solches bei den Schiebern A und B geschieht. — Der so erweiterte Apparat gestattet nun auch den Hergang bei der doppelten Brechung zu veranschaulichen. Zu diesem Behufe werden die gleichlangen horizontalen Arme rechtwinklich gebogener, mit Knöpfchen versehenen Nadeln abwechselnd in den ersten, dritten, fünften ... verticalen Einschnitt der einen Platte p eingelassen, während die gleichlangen verticalen Enden der Nadeln durch die entsprechenden horizontalen Einschnitte und den Einschnitt des obern Schiebers A gesteckt, auf dem ebenen Theil des untern Schiebers B aufsitzen. Dasselbe geschieht genau so bei dem zweiten, vierten, sechsten ... verticalen Einschnitt der andern Platte p, so daß die verticalen Enden der Nadeln auf dem ebenen Theil des untern Schiebers F stehen. Um die in die Einschnitte der einen Platte p eingelassenen Nadeln von den in die Einschnitte der andern Platte p eingesteckten zu unterscheiden, haben die Knöpfchen der ersteren Reihe von Nadeln eine bestimmte Farbe, z. B. weiße, und die Knöpfchen der zweiten Reihe eine andere bestimmte Farbe, z. B. rothe, erhalten. Auf diese Weise liegen dann sämmtliche Knöpfchen auf einer mit der Centrallinie parallelen Geraden. In die in der schmalen Messingplatte befindliche Löcherreihe werden gleichlange mit Knöpfen versehene Nadeln eingelassen, die auf der Welle des Schiebers G aufsitzen. Diese Knöpfe stellen eine Lichtwelle in der Luft dar und haben einen bestimmt farbigen Anstrich, z. B. gelben. — Drehen wir die Kurbel, wenn die

Platte g u des Schieberpaares an beiden Schiebern anliegt, so werden die rechtwinklig gebogenen Nadeln zu schwingen beginnen, sobald sie auf den wellenförmigen Theil des entsprechenden Messingbleches zu stehen kommen. Die Oscillationsebenen der zu den Schiebern B und C gehörigen Wellenbewegungen sind unter einem Winkel von 45° gegen die senkrechte Oscillationsebene der gelben Knöpfe geneigt, so daß jene beiden Oscillationsebenen senkrecht zu einander stehen. Der Hergang entspricht dem Fall einer Lichtwelle, die auf einen parallel mit der Achse geschnittenen Doppelspath senkrecht auffällt und deren Ebene mit dem Hauptschnitt einen Winkel von 45° bildet und sich in zwei senkrecht gegen einander schwingende geradlinige Wellen auflöst. Dreht man die Kurbel dergestalt, daß sich die Schieber in einer der vorhergehenden Richtung bewegen, so versinnlicht uns der Apparat den Fall, wie sich die beiden Strahlen bei ihrem Austritt aus dem Krystall in die Luft zu einem geradlinig polarisirten Strahle zusammensetzen. — Wenn der Phasenunterschied der beiden Wellen in den Schiebern A und B, sowie in E und F genau 1/4 Wellenlänge beträgt, so haben wir den Fall einer Lichtwelle, die nach der Achse im Bergkrystall eintretend, sich in zwei kreisförmig polarisirte, sich rechts und links drehende Wellen zerlegt. — Zwei elliptisch polarisirte, sich rechts und links drehende Wellen werden wir erhalten, wenn der Phasenunterschied der beiden Wellen in jedem Schieberpaar weniger oder mehr als 1/4 Wellenlänge ausmacht.

3. Reflection des Lichtes im Sinne der Wellentheorie.

Das Licht theilt sich bei seiner Ankunft an der Grenze zweier heterogener Mittel in zwei Theile, wovon der eine in das neue Mittel eintritt, der andere aber ins alte Mittel zurückkehrt. Es soll nun Rechenschaft von den bei diesen Vorgängen obwaltenden Gesetzen gegeben werden, indem wir die Erklärung auf die einfachsten Fälle beschränken. Die Reflection möge den Anfang machen. Es seien PA, QB, RC (Fig. 169) von einem sehr fernen leuchtenden Punkt herkommende,

Fig. 169.



deßhalb parallele Strahlen, welche die spiegelnde Ebene in den sehr nahe gelegenen Punkten A, B, C treffen. Da wir uns kleine Theile der Wellenfläche senkrecht stehend auf der Fortschreitungsrichtung des Lichtes zu denken haben, so wird die von A aus auf die Richtung erwähnter Strahlen gefällte Senkrechte dieselben in den Punkten A, B', C' schneiden, welche von der Lichtquelle aus völlig in der gleichen Weise angeregt werden in dem Augenblicke, wo die einfallende Welle in A die reflectirende Ebene trifft. Die Punkte A, B, C können als neue Erregungsstellen betrachtet werden, von denen kugelförmige Wellen in das alte Mittel zurückkehren. In dem Augenblicke, wo der Punkt C eine Anregung erfährt, wird aber von A aus schon eine kugelförmige Welle M ausgegangen sein, deren Radius CC' und deren Mittelpunkt A ist. Auf die gleiche Weise wird, wenn BC'' senkrecht auf RC steht, von B aus in das alte Mittel eine kugelförmige Welle N gegangen sein, deren Radius CC'' und deren Mittelpunkt B ist. Dasselbe gilt von allen auf der Strecke AC gelegenen Punkten, so daß dadurch eine Reihe stetig aufeinander folgender Kugelflächen entsteht, von denen die an der Stelle C sich auf einen Punkt reducirt und jene an der Stelle A die ausgedehnteste sein wird. Diese dicht aneinander gereihten Kugelwellen werden in ihren successiven Durchschnittspunkten, mithin in ihrer Umhüllungsfläche einander verstärken, weil die daselbst anlangenden Vibrationen in gleichen Phasen stehen und solche nächste Kugelflächen fast einerlei Mittelpunkt und Radius haben, wiewohl in demselben Augenblicke die Punkte A, B, C verschiedene Phasen zeigen. Die an gedachte Halbkugelflächen gelegte Berührungsebene wird die Einfallsebene in einer Geraden CNM schneiden, welche die Kugelflächen in den Punkten N und M berührt, so daß die Fortpflanzung der reflectirten Lichtstrahlen in der Einfallsebene in Richtungen wie BN, AM erfolgt. Erwägt man weiter, daß die Berührungslinie eines Kreises senkrecht auf dem Halbmesser steht, mithin der Winkel AMC ein rechter, also dem Winkel AC'C gleich ist; so werden die beiden rechtwinkligen Dreiecke AMC und AC'C einander gleich sein, weil die Seite AC ihnen gemeinsam angehört und die Seiten AM und C'C der Construction gemäß von gleicher Länge sind. In der Einfallsebene sind folglich der einfallende und der zurückgeworfene Lichtstrahl unter demselben Winkel gegen die spiegelnde Ebene geneigt; es werden also auch Einfallswinkel und Reflectionswinkel einander gleich sein, weil sie die Complemente jener Neigungswinkel sind. — Eine derartige Uebereinstimmung in den Schwingungen wird aber nicht mehr stattfinden, wenn die Größen AM und CC', sowie die Größen BN und CC'' von einander verschieden sind, oder mit anderen Worten, wenn die Richtung der zurückgeworfenen Elemen-

tarstrahlen nicht mehr mit dem Einfallsloth einen Winkel macht, der dem Einfallswinkel gleich ist. Im Gegentheil werden dergleichen Strahlen im Punkte ihres Zusammentreffens Schwingungen bewirken, die mehr oder weniger in Discordanz stehen. Ja es läßt sich dann der Punkt B immer in einem solchen Abstande von A nehmen, daß die Wegdifferenz jener Strahlen eine halbe Wellenlänge beträgt, mithin die von ihnen ausgehenden Vibrationen völlig einander aufheben. Auf gleiche Weise kann man sich das Licht aufgehoben denken, welches in verschiedenen aus der Einfallsebene heraustretenden Richtungen reflectirt wird; es wird demnach nur in derjenigen Richtung, wie solche das Reflectionsgesetz vorschreibt, eine Lichtwirkung erfolgen.

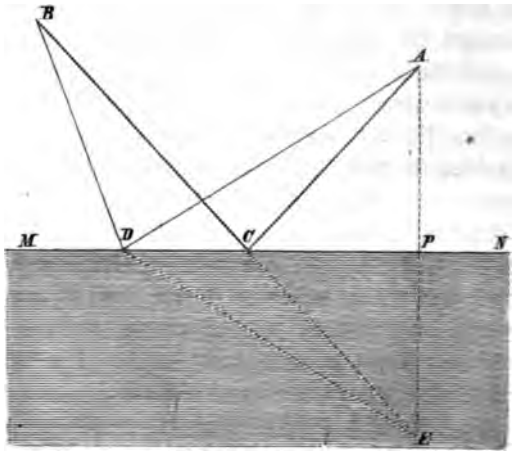
Folgende zwei von Fresnel angeführten Thatsachen können als Belege für die Richtigkeit dienen, den Vorgang der Reflection des Lichtes in der oben angegebenen Art zu betrachten. Man lasse in einem dunkeln Zimmer die Strahlen eines leuchtenden Punktes auf einen Metallspiegel fallen, dessen spiegelnde Fläche mit einem recht matten Schwarz überzogen ist, bis auf einen etwas langen und sehr schmalen Raum, den zwei unter einem sehr scharfen Winkel gegeneinander geneigte Linien einschließen. Beobachtet man nun in hinlänglicher Entfernung von dem Spiegel das von demselben reflectirte Licht mittelst einer Lupe, so bemerkt man, daß das in der Nähe vom Scheitel reflectirte Lichtbündel breiter ist, als der vom entgegengesetzten Ende hervorkommende. An dem letzteren Ende wird nämlich eine größere Menge von den nach allerlei Richtungen ausgesandten Strahlen zurückgehalten, als an dem breiteren Ende, woher es kommt, daß an jenem Ende von den reflectirten Strahlen mehr als an diesem übrig bleiben, deren Wirkung durch Interferenz nicht vernichtet wird. Die an dem breiten Ende reflectirten Strahlen werden somit weniger ausgebreitet erscheinen, als die nahe am Scheitel des Winkels zurückgeworfenen, wiewohl auch hier das nach der Reflectionsrichtung fortgepflanzte Licht stärker ist, als das nach andern Richtungen zurückgesandte.

Man nehme einen matt geschliffenen Spiegel und neige denselben gegen die einfallenden Strahlen, bis man von dem durch Reflection gesehenen weißen Gegenstande ein ziemlich deutliches Bild zu erblicken anfängt. Dasselbe wird vorerst einen röthlichen Farbenton haben und später weißer werden, wenn die Schiefe der einfallenden Strahlen größer geworden ist. Der mattgeschliffene Spiegel reflectirt nämlich die im weißen Lichte enthaltenen rothen und gelben Strahlen, welche die größeren Undulationslängen haben, schon ziemlich regelmäßig, während er die violetten und blauen Strahlen, deren Undulationslängen die kleineren sind, noch stark zerstreut. Daher kommt es denn, daß in

einem regelmäßig reflectirten Bilde eines weißen Gegenstandes das Roth und Gelb vorherrschen, das Blau und Violet dagegen weniger darin vorhanden ist, was zu einem orangerothen Farbenton Veranlassung geben muß.

Wenn das Licht von einem leuchtenden Punkt A zum andern beleuchteten B auf directem Wege in demselben Mittel gelangen soll, so ist, da die Bewegung des Lichtes gleichförmig vor sich geht, die gerade Linie der kürzeste Weg zwischen jenen zwei Punkten: wir dürfen also sagen, das Licht pflanzt sich auf directem Wege von einem Punkt nach einem andern in der möglichst kleinsten Zeit fort. Ein solches Gesetz der schnellsten Fortpflanzung hat auch Bestand, wenn das Licht von einem Punkt zum andern nach vorhergegangener Reflection kommen soll. Es sei A der leuchtende Punkt, B der beleuchtete (Fig. 170), MN der

Fig. 170.

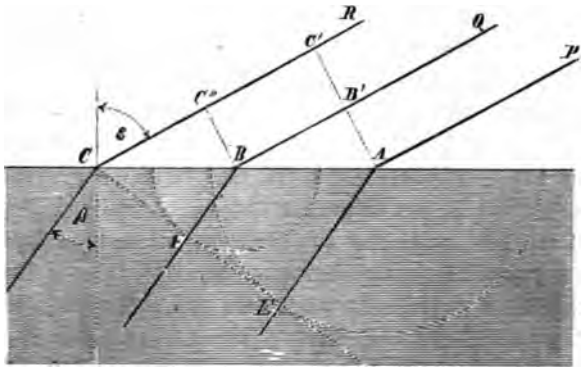


Spiegel. Jeder Lichtstrahl AD bewegt sich im vorliegenden Falle von A nach B, indem er die gebrochene Linie ADB beschreibt. Es läßt sich aber leicht zeigen, daß von allen Linienpaaren ADB, ACB und so fort, dasjenige das kürzeste ist, welches zwei gleiche Winkel mit der Geraden MN bildet; d. h. wenn $ACN = BCD$, so wird das Linienpaar ACB kürzer sein als jedes andere Paar ADB. Man fälle von A die Senkrechte AP auf die Linie MN und verlängere sie um das Stück $PE = AP$. Da die Winkel PCE und BCD einander gleich sind, so wird die Linie BCE eine gerade sein; man hat daher $BD + DE > BE$ oder $BD + DA > BC + CA$, was zu beweisen war. Auch ist einleuchtend, daß diese kürzeste Linie in der Einfallsebene liegt.

4. Refraction des Lichtes im Sinne der Wellentheorie.

Wir gehen jetzt zu der Brechung des Lichtes über, welche im Sinne der Wellentheorie zu erklären ist. Es stelle zu diesem Behufe ABC (Fig. 171) die Trennungsfläche der beiden Mittel dar, auf welche

Fig. 171.

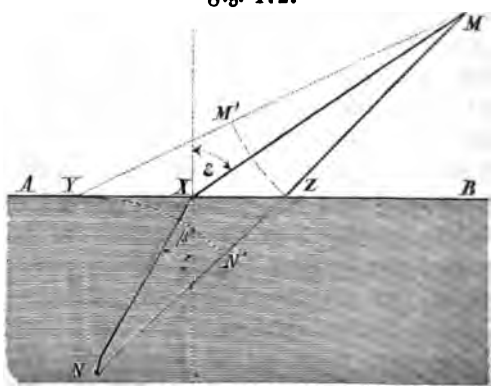


Fläche die nahe aneinander gelegenen Lichtstrahlen PA, QB, RC in parallelen Richtungen fallen. Eine auf die Richtung dieser Strahlen senkrecht gelegte Ebene wird denselben in den Punkten A, B', C' begegnen, welche in dem nämlichen Augenblicke in gleichen Phasenzuständen sich befinden. Die in jenen Punkten herrschende Bewegung wird später zu den Stellen B und C gelangen als zu der Stelle A, und zwar um so viel später als die Wellenbewegung Zeit braucht, um die Strecken BB' und CC' zu durchlaufen. Bei dem Uebergange des Lichtes in das neue Mittel an den Stellen A, B, C können diese als neue Erschütterungsmittelpunkte gelten, deren Resultat der Zusammenwirkung wir aufzusuchen haben. — Wir erwägen deßhalb, wenn u die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im ersten Mittel, u' die im zweiten ist, ferner AE und BF Größen sind, wie solche aus den Proportionen $u : u' = CC' : AE$ und $u : u' = CC'' : BF$ sich ergeben, daß in dem Augenblicke, wo der ins Auge gefaßte Bewegungszustand die Stelle C erreicht, von den Stellen A und B in das zweite Mittel schon kugelförmige Wellen eingedrungen sind, deren Radien die Längen AE und BF haben. Diese stetig nebeneinander liegenden Kugelwellen werden in ihren successiven Durchschnittspunkten oder in ihrer Umhüllungsfläche eine größere Wirkung hervorbringen, als an andern Stellen. Die an gedachte Umhüllungsfläche gelegte Berührungsebene wird die Brechungsebene in der Geraden CFE schneiden, welche die mit den Radien BF und AE be-

ſchriebenen Kreiſe in den Punkten F und E berührt, ſo daß di
pflanzung des Lichtes im zweiten Mittel in Richtungen erfolgt,
zu AE parallel laufen. Um dieſe Richtung kennen zu lernen, l
ten wir die rechtwinkligen Dreiecke ACE und ACC', aus de
ergibt: $\cos CAE = \frac{AE}{AC}$ und $\cos C'CA = \frac{CC'}{AC}$;
woraus $\cos C'CA : \cos CAE = CC' : AE = u : u'$ entſpringt
ſind aber C'CA und CAE die Winkel, welche der einfallende
gebrochene Strahl mit der Brechungsebene bilden, Winkel, wel
Einfallswinkel ε und den Brechungswinkel β beziehungsweiſe zu
Rechten ergänzen. Wir haben daher die Proportion $\sin\varepsilon : \sin\beta =$
welche ausſagt, daß das Verhältniß des Sinus des Einfallswin
dem Sinus des Brechungswinkels für zwei beſtimmte Mittel e
ſtantes iſt. — Bei andern Elementarſtrahlen, welche das Refr
geſetz nicht befolgen, werden die von denſelben ausgehenden Oscill
bewegungen gegenſeitig aufgehoben nach der Art, wie es bei d
flection angedeutet wurde. So käme denn das Princip der Inte
welches eine unmittelbare Folgerung der Wellentheorie iſt,
geradlinigen Fortpflanzung wie bei der Reflection und der Re
des Lichtes in Betracht, was im erſten Augenblicke nicht der
ſein ſcheint. Bei dem einen wie dem andern dieſer Vorgäng
Urſache, daß die Wirkung, welche die Elementarwellen zu erzeug
mögen, ganz dieſelbe iſt, wie ſie ſein würde, wenn die Hauptwell
vorhanden wäre, oder mit andern Worten, es iſt Urſache, daß b
Vorgängen die Lichtwirkung blos nach beſtimmten Richtungen
nehmbar bleibt.

Das Geſetz der ſchnellſten Fortpflanzung findet auch bei d
fraction des Lichtes ſtatt, wie aus folgender Betrachtung ſich
Es ſeien M (Fig. 172) der leuchtende Punkt in dem einen Mitt

Fig. 172.



zweiten Mittel N ein Punkt, zu welchem das Licht durch Brechung gelangen soll; AB die Trennungsfläche der beiden Mittel; ferner u und u' die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichtes in denselben; endlich X der Punkt auf AB, so daß der Weg MX + XN in möglichst kleinster Zeit zurückgelegt wird. Wählt man nun auf beiden Seiten von X zwei Punkte Y und Z, für welche die Wege MY + YN und MZ + ZN nicht in jener möglichst kürzesten Zeit, aber doch in gleich großen Zeiten durchlaufen werden; so hat man

$$\frac{1}{u}.MY+\frac{1}{u'}.YN=\frac{1}{u}.MZ+\frac{1}{u'}.NZ$$

oder

$$\frac{1}{u}(MZ-MY)=\frac{1}{u'}(NY-NZ)$$

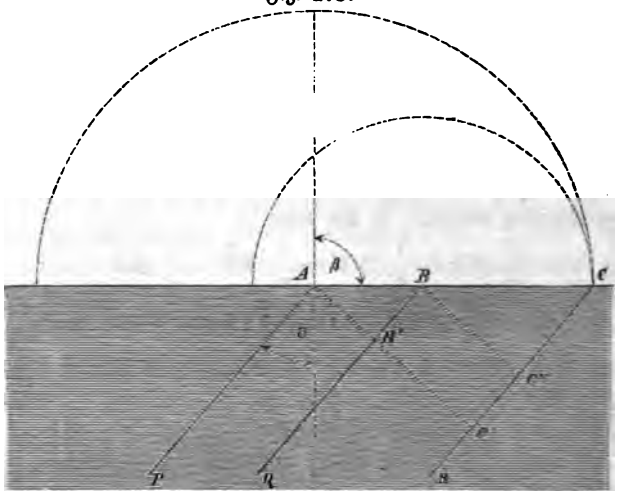
d. h. wenn M'Z und N'Y aus den Mittelpunkten M und N beschriebene Kreise darstellen,

$$\frac{1}{u}.M'Y=\frac{1}{u'}.N'Z, \text{ oder } \frac{M'Y}{N'Z}=\frac{u}{u'}; \quad \text{woraus } \frac{M'Y:YZ}{N'Z:YZ}=\frac{u}{u'}.$$

Diese Gleichung gilt, so nahe auch die Punkte Y und Z dem Punkte M gerückt werden mögen. Je kleiner man aber den Abstand YZ nimmt, desto mehr nähern sich die Quotienten M'Y : YZ und N'Z : YZ den Werthen von sin ε und sin β, welche in der That die Sinus des Einfallswinkels und des Brechungswinkels vorstellen, weil die Schenkel der Winkel ε und β beziehungsweise auf denjenigen der eigentlichen Einfalls- und Brechungswinkel senkrecht stehen. Es ist folglich $\frac{\sin\varepsilon}{\sin\beta}=\frac{u}{u'}$. — Tritt der Punkt X aus der Einfallsebene heraus und zwar in einer senkrechten Richtung auf dieselbe, so nehmen die Entfernungen MX und NX beide zu, mithin wächst auch die Zeit. Der Punkt X muß also in der Ebene liegen, welche auf der spiegelnden oder brechenden Fläche AB senkrecht steht.

Das Phänomen der totalen Reflection, welches ein besonderer Fall des Refractionsgesetzes ist, erklärt sich nicht minder leicht aus der Wellentheorie. Es seien AP, BQ, CR (Fig. 173) Lichtstrahlen, welche im ersteren dichteren Mittel auf die Trennungsfläche beider Medien unter einem Winkel auffallen, welcher dem Grenzwinkel gleich ist. In dem Augenblicke, wo die Welle in C anlangt, hat sich um A im ersten Mittel eine Halbkugelwelle gebildet, deren Halbmesser = CC' und um B eine solche, deren Radius = CC": diese Wellen setzen sich zu der regelmäßig reflectirten Hauptwelle zusammen. — In dem zweiten dünneren Mittel wird die von A aus kugelförmig fortschreitende Welle größer sein, als die ihr zugehörige im ersten Mittel und zwar wird ihr Radius gleich sein $CC'.\frac{u}{u'}$, wo u die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle

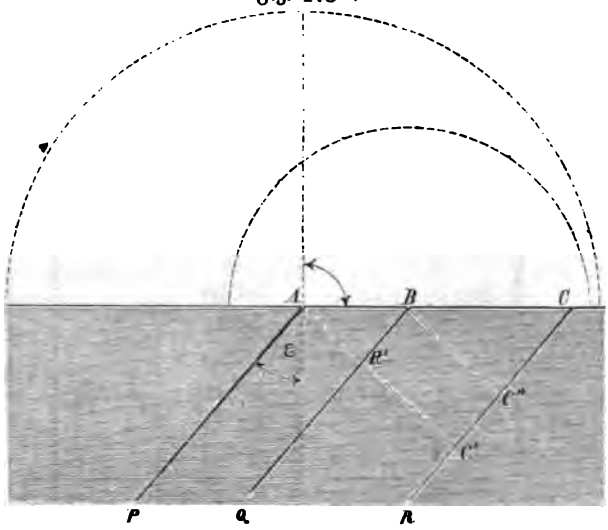
Fig. 173.



im zweiten dünneren und u' ihre Geschwindigkeit im ersten dich
Mittel. Es ist aber der Winkel C A C' gleich dem Einfallswinkel
welcher im vorliegenden Fall der Brechungswinkel $\beta = 90^0$ entspri
mithin $\frac{u}{u'} = \frac{1}{\sin \varepsilon}$, d. h. der Radius $\frac{u}{u'}$ CC' $= \frac{CC'}{\sin \varepsilon} =$ AC. Der P
B wird zu derselben Zeit eine Welle erregt haben, deren Ra
$BC = \frac{CC''}{\sin \varepsilon}$ ist, während C im Begriff steht, eine Welle zu erzeu
Sämmtliche auf diese Art entstandenen Elementarwellen berühren
in keinem andern Punkte als in C; die gebrochenen Strahlen we
also der Trennungsfläche der beiden Mittel parallel sein, mithin an
halb des ersten Mittels keine Lichterregung stattfinden, indem die
mentarwellen für sich eine solche nicht hervorzurufen vermögend
-- Ueberschreitet der Einfallswinkel im dichteren Mittel den Gr
winkel, so berühren sich die gebrochenen Elementarwellen, wie die
173a zeigt, nicht mehr; sie setzen sich deßhalb zu keiner wirksa
Hauptwelle zusammen, d. h. es wird in dem zweiten Mittel kein
merkbares Licht erscheinen.

Auch von dem Phänomen der Dispersion des Lichtes hat die
dulationstheorie in neuerer Zeit eine befriedigende Erklärung gege
Aus den analytischen Untersuchungen Cauchy's hat nämlich der engli
Physiker Baden-Powell eine Formel hergeleitet, welche die Relation
schen der Wellenlänge λ und dem Brechungsverhältniß n ausdrückt. D
Formel ist: $n = C . \frac{\frac{\pi \varrho}{\lambda}}{\sin \frac{\pi \varrho}{\lambda}}$; in welcher C und ϱ zwei Constanten f

Fig. 173 a.



die von der Natur des brechenden Mittels abhängen. Für verschiedene untersuchte Substanzen hat sich die Formel gut bewährt, so daß sie wohl als ein getreuer Ausdruck des Gesetzes der Dispersion angesehen werden kann. — Auf diese Weise hätte sich dann die von Fresnel früher ausgesprochene Vermuthung bestätigt, die darin besteht, daß die Geschwindigkeit der Wellenverbreitung in einem und demselben Mittel constant sei, wenn der Wirkungskreis der Theilchen des Mittels unendlich klein wäre im Vergleich zu der Wellenlänge, wie dies bei den ponderabelen Stoffen der Fall ist; daß dagegen jene Geschwindigkeit von der Länge der Welle abhänge, wenn die Entfernung, auf welche sich die gegenseitige Einwirkung der Theilchen des Mediums erstreckt, gegen die Wellenlänge gehalten nicht verschwindet, wie dies bei dem Aether stattzufinden scheint. Dergestalt ereignet es sich denn, daß alle Wellen im freien Aether mit einerlei Geschwindigkeit fortschreiten, während in brechenden Medien die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, für Wellen von verschiedenen Längen verschieden ist.

Um die Richtigkeit der in Rede stehenden Formel: $n = C \cdot \frac{\frac{\pi \varrho}{\lambda}}{\sin \frac{\pi \varrho}{\lambda}}$

zu erproben, nahm Baden-Powell zuerst für die äußersten Strahlen Bogen, welche einmal im Verhältniß der Werthe von λ und dann zu ihrem Sinus im Verhältniß der Werthe von n standen. Nachdem auf diesem Wege ein Fundamentalbogen erhalten worden war, wurden durch Divi-

sion mit dem entsprechenden Werth von λ die Bogen für die übrigen Strahlen hergeleitet und das durch Multiplication eines constanten Coefficienten mit dem Verhältniß des Bogens zum Sinus entstandene Product mit dem durch Beobachtung gefundenen Brechungsverhältniß verglichen. Auf solche Weise ergab sich folgende Tabelle:

	Strahl.	Beobachteter Werth von n.	Angenommener Werth von $\frac{\pi\varrho}{\lambda}$	Coefficient C.	Berechneter Werth von n.
Flintglas.	B.	1,6277	16°10′		1,6275
	C.	1,6297	16°41′		1,6299
	D.	1,6350	18°35′		1,6355
	E.	1,6420	20°44′	1,607	1,6426
	F.	1,6483	22°31′		1,6486
	G.	1,6603	25°29′		1,6609
	H.	1,6711	27°39′		1,6711
Crownglas.	B.	1,5258	11°18′		1,5259
	C.	1,5269	11°51′		1,5269
	D.	1,5296	13°12′		1,5296
	E.	1,5330	14°46′	1,516	1,5332
	F.	1,5360	16°0′		1,5360
	G.	1,5416	18°5′		1,5416
	H.	1,5466	19°37′		1,5462
Terpentinöl.	B.	1,4705	12°25′		1,4703
	C.	1,4715	13°1′		1,4715
	D.	1,4744	14°30′		1,4746
	E.	1,4783	16°13′	1,459	1,4786
	F.	1,4817	17°35′		1,4821
	G.	1,4882	19°51′		1,4886
	H.	1,4939	21°32′		1,4938
Wasser.	B.	1,3309	9°54′		1,3309
	C.	1,3317	10°25′		1,3315
	D.	1,3336	11°36′		1,3333
	E.	1,3358	12°57′	1,324	1,3356
	F.	1,3378	14°3′		1,3376
	G.	1,3413	15°51′		1,3413
	H.	1,3442	17°1′		1,3443

II. Von der Beugung des Lichtes und den Farben dünner Körper.

1. Beugung des Lichtes durch kleine Oeffnungen.

Unter Beugung oder Diffraction des Lichtes versteht man die Ablenkung desselben von seiner geradlinigen Richtung und im Allgemeinen eine damit verbundene Erzeugung von farbigen und dunklen Streifen, wenn es durch feine Oeffnungen oder an den Kanten eines schmalen undurchsichtigen Körpers vorbeigeht. Die erste Erscheinung dieser Art beobachtete, wie schon bemerkt worden, Grimaldi, als er in ein verfinstertes Zimmer einen Lichtkegel eindringen ließ, einen feinen Draht darin hielt, dessen Schatten in einer gewissen Entfernung davon maß und solchen weit breiter fand, als derselbe in Folge der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes hätte sein sollen. Bei genauerer Untersuchung zeigen sich die Schatten im weißen Lichte von regenbogenfarbigen Fransen eingefaßt, welche mit ihrem Abstande vom Rande des Schattens an Breite und Intensität abnehmen. Im homogenen Lichte sind die Fransen in größerer Menge vorhanden und von verschiedener Breite, je nachdem das Licht verschiedene Farben hat, indem sie im rothen Lichte am breitesten und im violetten am schmälsten erscheinen. Die Masse, Dichte, chemische Beschaffenheit, die Verschiedenheit in der Temperatur der Körper haben, wie aus den aufs sorgfältigste angestellten Versuchen ausgezeichneter Experimentatoren unzweifelhaft hervorgeht, auf die Breite und Farbe der Fransen nicht den mindesten Einfluß, dagegen ändern sich dieselben mit der Entfernung des beugenden Randes von der leuchtenden Quelle. Diese Umstände zeigen deutlich, daß jene Fransen keineswegs durch von den Körpern ausgehende Kräfte erzeugt werden können, indem solche Kräfte nothwendigerweise von der Beschaffenheit der Körper abhängen; sondern ihr Ursprung einzig und allein in der Natur des Lichtes zu suchen ist, wie sie sich denn auch als ganz einfache Folgerungen aus der Wellentheorie ergeben.

Sollen die Beugungsphänomen deutlich erscheinen, so muß die Lichtquelle so viel als möglich nur ein leuchtender Punkt oder eine Lichtlinie sein. Bei Anwendung des Sonnenlichtes läßt man vermittelst des Heliostates ein Lichtbündel in eine dunkle Kammer durch eine runde Oeffnung oder eine enge Spalte fallen. Will man den Versuch mit homogenem Lichte anstellen, so bringt man hinter die Oeffnung eine durchsichtige gefärbte Substanz, die nur eine Strahlengattung durchläßt oder stellt daselbst ein Prisma auf, durch dessen Drehung man den verschiedenen Farben des Spectrums nach und nach zu dem beugenden

Körper zu gelangen gestattet. — Bedient man sich des künstlichen Lichtes, so setzt man über den Glascylinder einer Argand'schen Lampe noch einen Cylinder von Eisenblech, der der Flamme gegenüber eine runde Oeffnung oder eine enge Spalte hat, durch welche sich das Licht nach dem beugenden Körper fortpflanzen kann. — Es läßt sich auch als Lichtquelle benutzen die im Brennpunkte einer gewöhnlichen oder in der Brennlinie einer cylindrischen Linse vereinigten Sonnenstrahlen, wie Fresnel gethan. Man kann auch, wie Schwerd angegeben, einen passenden Lichtpunkt durch ein innen geschwärztes Uhrglas und eine Lichtlinie durch eine innen geschwärzte Glasröhre sich verschaffen, indem man die Gläser den Sonnenstrahlen aussetzt.

Der beugende Körper, welcher ohngefähr einen halben Meter von der Lichtöffnung abstehen muß, können sein:

1) Ein Schirm mit einer feinen Spalte, die sich mittelst einer Schraube weiter und enger machen läßt.

2) Ein Schirm mit zwei, drei, vier gleichen schmalen nebeneinander liegenden Spaltöffnungen, oder ein sogenanntes Stabgitter. Unter Gitter versteht man im Allgemeinen eine Menge kleiner gleicher Oeffnungen, welche in gleichen Abständen von einander geordnet sind. Man erhält ein Stabgitter, wenn man dünne Drähte parallel nebeneinander und in gleichen Entfernungen auf einen hölzernen Rahmen befestigt. Feinere Drahtgitter verfertigten Frauenhofer und Schwerd, indem sie auf einen messingenen Rahmen die Gänge einer feinen Schraube einschnitten und zwischen den Gängen sehr dünne Metalldrähte spannten. Die feinsten Gitter erhielten sie, indem sie auf ein mit Goldblättchen belegtes Planglas mit einer Stahlspitze Parallellinien nahe aneinander radirten; oder solche Linien mit einer Diamantspitze in ein polirtes Planglas einschnitten, in welchem Falle die Furchen die undurchsichtigen Theile des Gitters bildeten.

3) Runde oder eckige Oeffnungen, Kreisgitter oder Dreiecksgitter, d. h. Gruppen dergleichen in symmetrischer Anordnung nebeneinander stehender kleiner Oeffnungen. Solche Oeffnungen werden am besten aus Staniolblättchen ausgeschnitten, die, um den Versuch bequem anstellen zu können, man dann auf einen Ring von Messingblech klebt.

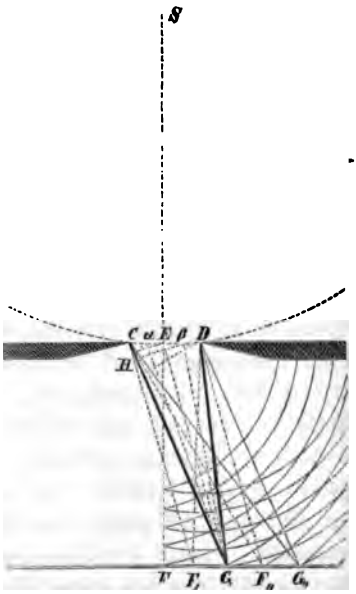
4) Ein feiner Metalldraht oder ein Haar, auch ein auf einer Glasplatte befestigter runder Schirm von etwa 2 Millimeter Durchmesser, um die innerhalb des Schattens dünner Körper oder schmaler Schirme entstehenden Fransen zur Wahrnehmung zu bringen.

Der Beobachter muß sich in gehöriger Entfernung vom beugenden Körper befinden. Die beste Entfernung des Beobachters richtet sich nach der Intensität des Lichtes, nach der Größe der beugenden Oeff-

nung oder des Drahts, nach der Art und Weise wie das gebeugte Licht ins Auge gelangt. Wenn man das Licht auf einem weißen Schirm in einiger Entfernung auffängt, so nimmt man nur lichtschwache Fransen wahr, weil die gebeugten Strahlen vom beugenden Körper an nach allen Seiten zerstreut werden, mithin nur in sehr geringer Menge ins Auge kommen. Fresnel leitete deßhalb das gebeugte Licht mittelst einer Convexlinse ins Auge, bevor es die Zerstreuung erlitt, und betrachtete die Beugungserscheinungen durch eine Lupe. Frauenhofer und Schwerd nahmen die von der Lichtquelle herkommenden Strahlen mit einem Fernrohr auf, dessen Ocular so gestellt war, daß sie dieselbe deutlich sahen; hierauf setzten sie den in einer Fassung von Holz befestigten beugenden Körper vor das Objectiv und beobachteten das Beugungsphänomen im Gesichtsfeld des Fernrohrs. Wenn die Oeffnungen sehr fein sind, so zeigen sich die Beugungserscheinungen schon schön, wenn man die Oeffnung unmittelbar vor das Auge bringt und nach dem Lichtpunkte hinsieht. — Wir gehen nun zu der Betrachtung der einzelnen Beugungserscheinungen über, indem wir mit den durch eine enge Spalte hervorgebrachten den Anfang machen.

Es sei CD (Fig. 174) die Breite einer engen Spalte in einem Schirme, auf welchen die homogenen Lichtstrahlen von einer entfernten Lichtquelle S senkrecht auffallen. Wegen der großen Entfernung dieser Quelle bezüglich der Dimensionen der Spalte kann man das an der Spalte CD anlangende Stück der kugelförmigen Lichtquelle als eine mit der Spalte zusammenfallende Ebene ansehen; sämmtliche in der Spalte befindlichen Aethertheilchen werden sich daher in dem nämlichen Augenblicke durchgehends in einerlei Schwingungsphase befinden. Von diesen Theilchen gehen gleichzeitig Lichtschwingungen aus, die bei ihrer Ankunft an dem entfernt stehenden Schirme GF an verschiedenen Stellen mehr oder weniger übereinstimmend sind, daher eine Steigerung oder eine Abnahme der Lichtintensität zur Folge haben. In dem Punkte F, welcher der auf CD senkrechten Mit-

Fig. 174.



erreicht, an welcher alle dahin übertragenen Schwingung
tilgen, mithin völlige Aufhebung des Lichtes ſtattfind
wegen der Kleinheit der Spaltöffnung dann ſehr nahe
$CG - EG = \frac{\lambda}{2}$; deßgleichen wenn α und β Punkte ſind,
erſterer von C eben ſo weit abſteht, als β von E, ſehr nahe αG
Die von dergleichen einander entſprechenden Punkten der b
CE, ED der Welle CD erregten Schwingungen werden
gegengeſetzter Phaſe ſein, alſo an der Stelle G keine Vibrati
Dies wird von je zwei zuſammengehörigen auf G
Schwingungen, mithin Solches auch von ihrer Geſamm
folglich in G Dunkelheit herrſchen. Dasſelbe ereignet
Punkte G', für welchen die Differenz der äußerſten Strah
CG' — DG' das doppelte der Wellenlänge ausmacht. Den
ſich CD in vier gleiche Theile getheilt, ſo daß der Ga
zwiſchen den Strahlen des erſten und zweiten Theils, wie j
den Strahlen des dritten und vierten Theils einer halben
gleich kommt, ſo wird die Wirkung des erſten Theils d
zweiten und die Wirkung des dritten durch die des vierten
den, alſo die Lichtintenſität in G' auf Null herabſinken.
wandtniß hat es mit allen Stellen, für welche der Ga
einer geraden Anzahl von halben Wellenlängen gleich kom
trägt für einen Punkt F' der Gangunterſchied der äußerſt
CF' und DF' die Hälfte einer Wellenlänge, ſo werden ſic
Strahlen gegenſeitig aufheben, aber noch die Wirkung der

Stelle liefert. Da aber nur ein Drittel aller Strahlen zur Wirkung kommt, so wird die Schwingungsintensität dreimal schwächer sein als in dem Falle, wo der Gangunterschied gleich $\frac{\lambda}{2}$ war: die Lichtstärke wird demnach in dem Punkte F'' nur ein Neuntel von der in F' sein, weil die Lichtintensität proportional dem Quadrat der Schwingungsintensität ist. Auf ähnliche Art kann man schließen, daß an den Stellen, für welche der Gangunterschied der äußersten Strahlen $^5/_2\lambda$, $^7/_2\lambda$ oder überhaupt eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt, noch ein Theil der Strahlen zur Wirkung kommt und daselbst die Lichtstärke $\frac{1}{25}, \frac{1}{49}, \frac{1}{81}$ u. s. w. von derjenigen ist, welche bei F' statt hat. Wir werden demnach auf beiden Seiten von F, wie bei dem Interferenzphänomen, eine abwechselnde Folge von dunklen und hellen Streifen wahrnehmen, die jedoch in größerem Abstande von der Mitte unkenntlich werden. — Setzt man den Unterschied zwischen den äußersten Strahlen CG und DG, nämlich $CH = \delta$; ferner $CD = b$, $EF = c$, den Winkel CDH oder $FEG = \varphi$, den Abstand $FG = x$; so hat man $b \sin\varphi = \delta$ oder $b\varphi = \delta$, ferner $x = c \operatorname{tang}\varphi = c\varphi = c\frac{\delta}{b}$. Daraus entspringen für die Maxima oder Minima der Lichtstärke folgende Ausdrücke: $\varphi = \frac{n\lambda}{2b}$ und $x = c \cdot \frac{n\lambda}{2b}$: d. h. die Breite der Fransen ist wieder dem Abstande der Tafel von der beugenden Spalte und der Wellenlänge direct, dagegen der Breite der Spalte umgekehrt proportional, was alles mit der Erscheinung übereinstimmt.

Gebraucht man ein Fernrohr, vor dessen Objectiv der Schirm mit der Spalte sich befindet, so können alle das Objectiv treffenden Strahlen als parallel angesehen werden. Sämmtliche Elementarstrahlen, welche dann von der Spalte nach irgend welcher paralleler Richtung zu dem Objectiv gelangen, vereinigen sich in einem Punkte des durch die Mitte des Objectivs gehenden Strahles, wobei sie verschiedenartige Schwingungsphasen haben. Die Figuren 174 a und b sollen zur Ver-

Fig. 174 a und b.

sinnlichung der dabei sich zutragenden Vorgänge dienen. Bei der ersteren beträgt der Unterschied der Randstrahlen zwei, bei der zweiten derselbe drei halbe Wellenlängen: im ersten Falle werden sich die Strahlen gegenseitig zerstören; im zweiten wird nur ein Drittel des parallelen

Strahlenbündels zur Wirkung kommen. Setzt man die beugende Spalte vor das Objectiv des Fernrohrs eines Theodolithen, so lassen sich die Winkelabstände der dunklen Streifen von der Mitte des Bildes leicht messen. Schwerd fand für eine Spalte von 1,353 Millimeter Breite im rothen Lichte folgende Winkelabstände der dunklen Streifen von der Mitte des Bildes:

für den ersten dunklen Streifen . . . . . 1′41″;
für den zweiten dunklen Streifen . . . . . 3′18″:
für den dritten dunklen Streifen . . . . . 4′55″;
für den vierten dunklen Streifen . . . . . 6′27″.

Die Winkelabstände für den zweiten, dritten, vierten dunklen Streifen sind also nahe 2, 3, 4mal so groß als der Winkelabstand des ersten dunklen Streifens von der Mitte des Bildes. Als Mittelwerth für den Winkelabstand zweier aufeinander folgenden dunklen Streifen ergibt sich hiernach die Größe 1′38″. — Für die Breite der Fransen im rothen Lichte fand Schwerd bei Anwendung von verschieden breiten Spalten folgende Werthe:

Breite der Spalte.	Winkelabstände zweier aufeinander folgender dunkler Streifen.
1,353 Millim.	1′38″.
1,274 Millim.	1,45″.
0,689 Millim.	3′7″.

Die Breiten der Streifen verhalten sich also sehr nahe umgekehrt wie die Breiten der Spalten. Aus der Relation $\lambda = b \sin \varphi$, worin b die Breite der beugenden Spalte und φ den Winkelabstand des ersten dunklen Streifens von der Mitte des Bildes bezeichnet, läßt sich leicht die Wellenlänge λ berechnen. Bei einem Versuche mit rothem Glas, wo $b = 1{,}353$ Millim. und $\varphi = 1'38''$ war, fand Schwerd $\lambda = 0{,}000643$ Millim.; welcher Werth ohngefähr dem Roth entspricht, das zwischen B und D in der Mitte liegt. — Bei anders gefärbtem Lichte ergaben sich für die Wellenlänge kleinere Werthe als beim rothen Lichte, gerade so wie wir es bei dem Fresnel'schen Spiegelversuche gefunden haben; weßhalb es unnöthig ist, die Resultate aus speciell darüber angestellten Versuchen hier beizubringen.

Ist die Spalte so eng, daß $b < \lambda$ wird, so liefert die Formel $b \sin \varphi = \lambda$ für φ einen unmöglichen Werth: es herrscht alsdann an keinem Ort des Gesichtsfeldes Dunkelheit. Ist dagegen b sehr groß, so liegen die Spectra unendlich nahe und werden auf diese Art unmerklich. — Die hier gegebene Erklärung zeigt zugleich, was es eigentlich mit der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes für eine Bewandtniß habe. Eine derartige Fortpflanzung findet im Allgemeinen nicht statt, wie die Beugungserscheinungen lehren, indem der durch eine

schmale Spalte hindurch von einem Punkte erleuchtete Raum größer sich herausstellt, als er vermöge einer solchen Fortpflanzungsweise des Lichtes sein sollte. Wo die geradlinige Fortpflanzung des Lichtes wahrgenommen wird, ist sie eine Folge davon, daß alles Seitenlicht durch Interferenz zur Tilgung kommt. Hindert man aber einen Theil der einander zerstörenden zu den übrigen zu gelangen, so tritt deren Wirkung zu Tage, wie wir dies bei den Beugungserscheinungen sehen.

Die Verschiedenheit in der Größe der Wellenlänge bewirkt, daß im weißen Lichte nicht einfach helle und dunkle Streifen, sondern verschiedenfarbige sich zeigen. Der mittlere Streifen erscheint in der Mitte weiß, indem daselbst alle farbigen Bestandtheile des weißen Lichtes zusammenfallen; an beiden Enden ist er gelb und roth gefärbt, weil der rothe und gelbe Streifen von den übrigen schmälern nicht ganz zur Deckung gebracht werden. An den weißen Streifen schließt sich an ein Farbenbild, in welchem man alle sechs Farben erkennt, von denen die violette dem weißen Streifen am nächsten liegt, die rothe dagegen am weitesten von ihm absteht. Beim folgenden Farbenbilde fehlt Violet, im dritten Violet und Blau, zuletzt bemerkt man nur schwaches Roth. Diese verschiedenen Farbentöne rühren von den den einzelnen Lichtsorten zukommenden Erscheinungen her, so daß an der einen oder andern Stelle diese oder jene Farbe vorherrscht, welche hier gerade in ihrem Maximum ist. — Die Ordnung und Beschaffenheit der Farbenbilder wird auf beiden Seiten des weißen Streifens vollkommen gleich sein, wenn die Lichtstrahlen die beugende Oeffnung senkrecht treffen. Wenn die Strahlen schief gegen die Oeffnung einfallen, wird der Gangunterschied der Randstrahlen auf der einen Seite größer sein, als derjenige der Randstrahlen auf der andern Seite, was bewirkt, daß auf dieser letzteren die Spectra breiter erscheinen müssen. Dieses Resultat stimmt mit der Erfahrung aufs Vollständigste überein, wie denn alle Nebenumstände bei den Beugungserscheinungen mit großer Genauigkeit voraus bestimmt werden können. Als Beleg für die Richtigkeit dieser Aussage mögen folgende aus Schwerds classischem Werke über die Beugungserscheinungen entlehnte Beispiele dienen.

Fallen die von einem weit entfernten homogenen Lichtpunkte kommenden parallelen Strahlen senkrecht auf einen Schirm, in welchem eine schmale geradlinige Oeffnung sich befindet, so liefert die mathematische Physik für die Lichtstärke J^2 des gebeugten Lichtes, wenn die Intensität des ungebeugten Lichtbündels als Einheit angenommen wird, folgenden Ausdruck: $J^2 = \left(\frac{\sin \frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi}{\frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi} \right)^2$. In diesem Ausdrucke

ſtellt b die Breite der Oeffnung dar, λ die Wellenlänge des
und φ den Beugungswinkel, d. h. den Winkel zwiſchen den p
ungebeugten und den gleichfalls parallelen gebeugten Strahlen.
Ausdruck von J^2 wird Null, wenn deſſen Zähler verſchwinde
daß Solches bei dem Nenner der Fall iſt. Dies geſchieht
$\frac{\pi}{\lambda} b \sin\varphi = \pm m\pi$ oder $b \sin\varphi = \pm m\lambda$, wo m jedwede ga
bedeutet. Die aus dieſer Relation hergeleiteten Werthe von
ſprechen den dunklen Stellen des Beugungsbildes, während die
Relation: $\frac{\pi}{\lambda} b \sin\varphi = \pm (2m + \frac{1}{2})\pi$ oder $b \sin\varphi = \pm (4m$
berechneten Werthe von φ den helleren Stellen angehören. D
ſtärke an dieſen letzteren Stellen wird durch $J^2 = \frac{1}{(2m+\frac{1}{2})^2}$
geſtellt, woraus folgt, daß die Seitenſpectra um ſo lichtſchwäch
den, je weiter ſie von dem mittleren abſtehen. — Dieſe Reſulta
men im Weſentlichen mit dem überein, was oben über die Erſ
ausgeſagt worden, wenn wir erwägen, daß $b \sin\varphi$ dem Gangunt
der Randſtrahlen gleich iſt.

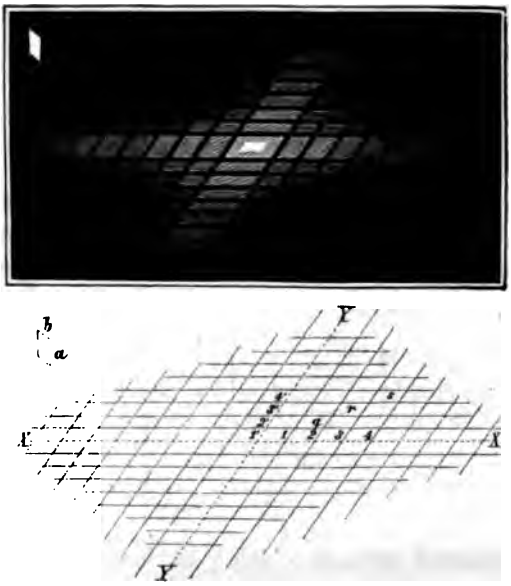
Gelangen von einem weit entfernt liegenden homogenen L
die Strahlen in ſenkrechter Richtung auf einen Schirm, in welc
parallelogrammförmige Oeffnung angebracht iſt, ſo liefert die
matiſche Phyſik für die Lichtſtärke eines beliebigen auf dem
beugte Licht auffangenden Schirm befindlichen Punktes nachſ
Ausdruck, wo die Intenſität des auf die Oeffnung einfallenden
als Einheit angenommen wird:

$$J^2 = \left(\frac{\sin.\frac{\pi h x}{\lambda}}{\frac{\pi h x}{\lambda}}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sin.\frac{\pi k y}{\lambda}}{\frac{\pi k y}{\lambda}}\right)^2.$$

In dieſem Ausdrucke bezeichnen h und k die Höhen des Parallelog
deſſen Seiten beziehungsweiſe a und b ſind; ferner x und y di
dinaten des ins Auge gefaßten Punktes, wenn die aus der M
Beugungsbildes auf die Seiten a und b ſenkrecht gehenden
als ſchiefwinklige Coordinatenachſen angenommen werden. Dieſ
mögen Hauptrichtungen heißen. — Setzen wir blos $x = 0$,
der erſte Factor des Ausdruckes von J^2 gleich 1 und die In
des Lichtes für einen beliebigen auf der einen Hauptrichtung beſi
Punkt wird durch: $J_1^2 = \left(\frac{\sin.\frac{\pi k y}{\lambda}}{\frac{\pi k y}{\lambda}}\right)^2$ dargeſtellt, welcher A
die nämliche Form hat, wie der für das Beugungsbild dur

schmale geradlinige Oeffnung oben angegeben. Eben so hat man für die Intensität des Lichtes eines auf der andern Hauptrichtung liegenden Punktes den Ausdruck: $J_n^2 = \left(\frac{\sin . \frac{\pi h x}{\lambda}}{\frac{\pi h x}{\lambda}} \right)^2$. — Machen wir $\frac{\pi k y}{\lambda} = \pm m\pi$ oder $y = \pm \frac{m\lambda}{k}$, so wird $J^2 = 0$. Tragen wir daher vom Ursprung an auf die Achse der y oben und unterhalb die Stücke $\frac{\lambda}{k}, \frac{2\lambda}{k}, \frac{3\lambda}{k}, \frac{4\lambda}{k} \ldots$ und ziehen wir durch die Endpunkte Linien parallel mit der Achse der x, so werden diese Linien dunkle Stellen in dem Spectrum bezeichnen. — Setzen wir $\frac{\pi h x}{\lambda} = \pm m\pi$ oder $x = \pm \frac{m\lambda}{h}$, so wird ebenfalls $J^2 = 0$. Tragen wir daher wieder vom Ursprung an auf die Achse der x rechts und links die Stücke $\frac{\lambda}{h}, \frac{2\lambda}{h}, \frac{3\lambda}{h}, \frac{4\lambda}{h} \ldots$ und ziehen wir durch die Theilungspunkte Linien parallel mit der Achse der y, so bezeichnen diese Linien abermals dunkle Stellen. Da $\frac{\lambda}{h}$ und $\frac{\lambda}{k}$ den Grundlinien eines Parallelogramms gleich sind, dessen Flächeninhalt λ und dessen Höhen h und k sind und jene Grundlinien sich wie die Seiten a und b verhalten, so kann man auf die Achse der x die Seite a und auf die Achse der y die Seite b selbst auftragen. Das Beugungsbild ist in Fig. 175 besonders dargestellt. — Die dunklen

Fig. 175.



Stellen sind die durch die Punkte 1, 2, 3, 4 ... parallel mit Y die durch die Punkte 1', 2', 3', 4 ... parallel mit XX ge Linien. Das Beugungsbild besteht daher aus lauter parallelo förmigen Spectren, deren Winkel den Winkeln der Oeffnung sind. — Das mittlere Spectrum hat die größte Lichtstärke. D tensitäten derjenigen Punkte der Richtungen XX und YY, wel Mitten der Linien 12, 23 u. s. w., 1'2', 2'3' u. s. w. entf sind beziehungsweise:

$$\left(\frac{1}{\frac{1}{2}\pi}\right)^2,\ \frac{1}{9}\cdot\left(\frac{1}{\frac{1}{2}\pi}\right)^2,\ \frac{1}{25}\cdot\left(\frac{1}{\frac{1}{2}\pi}\right)^2,\ \frac{1}{49}\cdot\left(\frac{1}{\frac{1}{2}\pi}\right)^2\cdots$$

so daß die letzten Spectra sich nur bei sehr intensivem Einfa erkennen lassen. Aus der Relation: $J^2 = J_x^2 \times J_y^2$ folgt, d Intensität eines beliebig liegenden Punktes q des Bildes gleich i Producte der coordinirten Punkte auf den beiden Hauptrichtunge die Lichtstärke der coordinirten Punkte rasch abnimmt, so werd Spectra, welche die Hauptrichtungen nicht durchschneiden, ausn lichtschwach ausfallen. — Für die Mitten der Seitenspectra, wel Hauptrichtungen durchschneiden, ergeben sich folgende Zahlen:

Spectrum.	J^2.	Spectrum.	J.
1tes	1,0000	5tes	0,0
2tes	0,4053	6tes	0,0
3tes	0,0450	7tes	0,0
4tes	0,0162	8tes	0,0

Hiernach haben die Mitten der Winkelspectra q, r, s, t beziehun die Intensitäten:

$$0{,}0450 \times 0{,}0450 = 0{,}0020;$$
$$0{,}0450 \times 0{,}0162 = 0{,}0007;$$
$$0{,}0450 \times 0{,}0083 = 0{,}0004;$$
$$0{,}0450 \times 0{,}0050 = 0{,}0002.$$

Geht das von einem weit entfernten homogenen Lichtpunkte eine dreieckige Oeffnung, so erhält man für die Intensität J^2 Punktes, wenn die Intensität des directen auf die Oeffnung fal Lichtes als Einheit angenommen wird, folgenden Ausdruck:

$$J^2 = \frac{1}{\left(\frac{\pi x h}{\lambda} + \frac{\pi y k}{\lambda}\right)^2}\left[\left(\frac{\sin\frac{\pi x h}{\lambda}}{\frac{\pi x h}{\lambda}}\right)^2 + \left(\frac{\sin\frac{\pi y k}{\lambda}}{\frac{\pi y k}{\lambda}}\right)^2 - 2\,\frac{\sin\frac{\pi x h}{\lambda}}{\frac{\pi x h}{\lambda}}\cdot\frac{\sin\frac{\pi k y}{\lambda}}{\frac{\pi k y}{\lambda}}\cdot\cos\left(\frac{\pi h x + \pi k}{\lambda}\right.\right.$$

In diesem Ausdrucke bedeuten x und y die schiefwinkligen Coord

des ins Auge gefaßten Punktes, wenn zwei von den aus der Mitte des Beugungsbildes auf die drei Seiten a, b, c des Dreiecks gezogenen Linien als Coordinatenachsen angenommen sind; ferner h und k zwei Höhen des Dreiecks, zu denen als Grundlinien die Seiten gehören, deren entsprechende Senkrechten man zu Coordinatenachsen gewählt hat. Gedachte drei aus der Mitte des Beugungsbildes gezogenen senkrechten Linien mögen wieder Hauptrichtungen heißen. — Setzen wir x und $y = 0$ in dem vorstehenden Ausdrucke, so reducirt sich derselbe auf die Einheit, wie man bald findet, wenn man für unendlich kleine Bögen sich der Relationen: $\sin \alpha = \alpha - \frac{1}{6}\alpha^3$ und $\cos \alpha = 1 - \frac{1}{2}\alpha^2$ bedient: in der Mitte des Beugungsbildes ist daher die Intensität der des directen Lichtes gleich, wie dies zu erwarten stand. — Setzen wir blos $x = 0$, so erhalten wir:

$$J_1^2 = \frac{1}{\left(\frac{\pi y k}{\lambda}\right)^2}\left\{1 + \left(\frac{\sin\frac{\pi y k}{\lambda}}{\frac{\pi y k}{\lambda}}\right)^2 - 2\,\frac{\sin\frac{\pi y k}{\lambda}}{\frac{\pi y k}{\lambda}}\cos\frac{\pi y k}{\lambda}\right\}.$$

Dieser Ausdruck auf die Form gebracht:

$$J_1^2 = \left(\frac{\sin\frac{\pi k y}{\lambda}}{\frac{\pi k y}{\lambda}}\right)^2 + \frac{1}{\left(\frac{\pi k y}{\lambda}\right)^2}\left\{\cos\frac{\pi k y}{\lambda} - \frac{\sin\frac{\pi y k}{\lambda}}{\frac{\pi y k}{\lambda}}\right\}^2$$

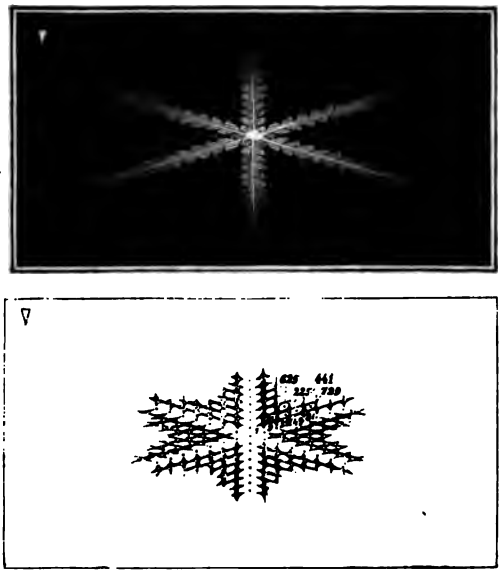
zeigt, daß er niemals Null werden kann; woraus folgt, daß in den Hauptrichtungen keine dunklen Punkte vorkommen können. Zugleich zeigt er, wenn man erwägt, daß $\left(\frac{\sin\frac{\pi k y}{\lambda}}{\frac{\pi k y}{\lambda}}\right)^2$ die Intensität auf den Hauptrichtungen einer parallelogrammartigen Oeffnung vorstellt, daß bei gleicher Lichtmenge und gleicher Höhe der beiden Arten von Oeffnungen die Intensität bei dem Dreieck jederzeit größer ist, als bei dem Parallelogramm, die Mitte des Bildes ausgenommen, wo beide Lichtstärken gleich sind. — Setzen wir in dem Ausdruck von J_1^2 die Größe $\frac{\pi k y}{\lambda} = \pm m\pi$, oder $y = \pm\frac{m\lambda}{k}$; so bekommen wir $J_1^2 = \frac{1}{(2m \cdot \frac{1}{2}\pi)^2}$.

Diese Werthe entsprechen den dunklen durch ein Parallelogramm erzeugten Stellen; wir wollen sie Minima der Hauptrichtung nennen, dagegen Maxima der Hauptrichtung die in der Mitte zwischen diesen Minimis liegenden Punkte. Die Intensitätswerthe der Minima verhalten sich demnach umgekehrt wie die Quadrate der geraden Zahlen. Setzen wir $\frac{\pi k y}{\lambda} = \pm(2m+1)\frac{1}{2}\pi$ oder $y = \pm\left(\frac{2m+1}{k}\right)\frac{\lambda}{2}$, so

Die Intensitäten der vier ersten Maxima sind 0,5695; 0,04
0,0083; die der vier ersten Minima dagegen 0,1013; 0,02
0,0063, insofern die Lichtstärke der Mitte zur Einheit
wird. — Der allgemeine Ausdruck von J^2 reducirt sich au
$\frac{\pi h x}{\lambda} = \pm m\pi$ und $\frac{\pi k y}{\lambda} = \pm n\pi$, oder $x = \pm \frac{m\lambda}{h}$ und

In den Räumen, welche zwischen den Armen des Stern
finden sich also isolirte dunkle Punkte, welche da liegen,
durch die Stellen der vorhin erwähnten zu den Hauptrichtu
gezogenen Linien schneiden. Um diese Punkte zu bestimmen
wie bei der parallelogrammartigen Oeffnung verfahren, näm
Mitte des Beugungsbildes Linien senkrecht auf die Seiten
ziehen, sodann auf diese Linien Einheiten auftragen, welche
$x = \frac{\lambda}{h}$ und $y = \frac{\lambda}{k}$ proportional sind; zu solchen Einheiten
die entsprechenden Seiten a und b des Dreiecks wählen.
schnittspunkte dieser Linien geben alsdann die Stellen an,
Intensität Null ist. — Machen wir
$\frac{\pi k y}{\lambda} = (2m+1)\frac{1}{2}\pi$ und $\frac{\pi h x}{\lambda} = (2n+1)\frac{1}{2}\pi$, oder $y = \pm$
und $x = \pm \frac{(2n+1)}{h}\frac{\lambda}{2}$; so nimmt der Ausdruck für die
folgende Form an: $J^2 = \frac{1}{(\frac{1}{2}\pi)^4} \cdot \frac{1}{(2m+1)^2 (2n+1)^2}$.
darin für m und n nach und nach 0, 1, 2, 3, 4 ...,
wir die Intensitäten derjenigen Punkte, welche sich in d
Winkelspectra befinden. Die Lichtstärke dieser Oerter nim

Fig. 176.



kommt man die Intensitäten der mit 9, 25, 49, 81 bezeichneten Punkte, welche beziehungsweise $\frac{1}{9}, \frac{1}{25}, \frac{1}{49}, \frac{1}{81}$ mal kleiner sind als die Lichtstärke der mit 1 bezeichneten Punkte. Für $n=1$ und $m=1$; $n=1$ und $m=2$; $n=2$ und $m=1$; $m=n=2$; ergeben sich die mit 81, 225, 225, 625 bezeichneten Stellen, deren Intensitäten bezüglich $\frac{1}{81}, \frac{1}{225}, \frac{1}{225}, \frac{1}{625}$ mal kleiner sind als die, welche in den durch 1 dargestellten Punkten sich vorfindet. Die ganz dunklen Stellen sind in der Figur durch schwarze Punkte angedeutet worden.

Das Beugungsbild, welches ein homogener Lichtpunkt durch eine kreisrunde Oeffnung betrachtet zeigt, besteht aus abwechselnd dunklen und hellen Ringen. Für die Sinus der Halbmesser der ersten fünf dunklen Ringe hat man:

$$\frac{1{,}220\lambda}{D};\ \frac{2{,}233\lambda}{D};\ \frac{3{,}238\lambda}{D};\ \frac{4{,}241\lambda}{D};\ \frac{5{,}243\lambda}{D}.$$

Die Differenzen dieser Sinus sind der Reihe nach:

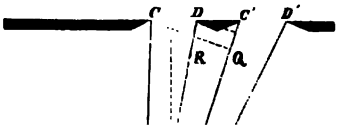
$$\frac{1{,}013\lambda}{D};\ \frac{1{,}005\lambda}{D};\ \frac{1{,}003\lambda}{D};\ \frac{1{,}002\lambda}{D};$$

d. h. die Ringe sind sehr nahe gleichbreit. Die Halbmesser der Ringe verhalten sich wie die Wellenlängen und wachsen in demselben Verhältniß, in welchem der Durchmesser der beugenden Oeffnung abnimmt. —

bildchen auf dem Uhrglase als ein helles weißes Scheibch
reren Ringen umgeben, welche halb so breit waren als der
des Scheibchens. — Die Erscheinung ist auch der Grund,
Fixsterne, welche durch Fernröhre betrachtet als bloße Li
scheinen sollten, mehr oder weniger als runde Lichtsc
zeigen, welche von zwei oder mehreren abwechselnd dunkle
Ringen umgeben sind, die an ihren Rändern eine schwc
wahrnehmen lassen: die kreisförmige Blendung vertritt hier
Stelle der beugenden Oeffnung.

Wird den von einem Lichtpunkte oder einer Lichtlinie
Strahlen ein Schirm mit zwei oder mehreren gleichen Oeff
recht dargeboten, so erblickt man im Wesentlichen dasselbe B
welches eine einzelne dieser Oeffnungen für sich geben wü
dem werden aber diese primären oder Spectra erster
schwarze Streifen durchschnitten, wodurch schmale Farbenbil
die man secundäre oder Spectra zweiter Klasse nennt.
Entstehung dieser schwarzen Streifen zu erklären, betrachten
die durch zwei Oeffnungen erzeugte Beugungserscheinung.
und C'D' (Fig. 177) zwei gleichbreite Oeffnungen, die u

Fig. 177.



einer Oeffnung von einander entfernt sind; mithin $CD = DC' = C'D'$. Homogene Strahlenbündel, welche in paralleler Richtung von beiden Oeffnungen ausgehen, werden in dem Brennpunkte des Fernrohrs vereinigt oder kommen in einem Punkt der auffangenden Tafel zusammen. Ist nun die Ablenkung der gebeugten Strahlenbündel von der Art, daß jedes Bündel für sich schon im Interferenzpunkt zur Aufhebung kommt; so wird ebenfalls durch das Zusammenwirken der beiden Strahlenbündel kein Licht hervorgebracht werden können: die einer Oeffnung angehörigen dunklen Stellen werden also noch dunkel bleiben, wenn neben der ersten Oeffnung eine zweite angebracht wird. Sind G und G' die auf einer Seite befindlichen Minima der Lichtstärke, so bestehen für

G die Relationen: $\varphi = \frac{\lambda}{b}$ und $x = \frac{c\lambda}{b}$;

für G' die Relationen: $\varphi' = \frac{2\lambda}{b}$ und $x' = \frac{2c\lambda}{b} = 2x$ u. s. w.;

wo φ, φ'... die Beugungswinkel; x, x' ... die Abstände der dunklen Stellen von M bezeichnen; ferner b die Breite der Oeffnung und c die Entfernung der Tafel von dem beugenden Schirm darstellt. — Anders verhält es sich aber bei den lichten Stellen, an denen durch das Zusammenwirken der von CD ausgehenden Strahlen mit jenen, die in C'D' ihren Ursprung haben, besondere Effecte zu Stande kommen. Ist nämlich m ein Punkt, für welchen der Gangunterschied δ der Strahlen C'm und Cm gleich einer halben Wellenlänge ist, d. h.

$$C'Q = C'm - Cm = \frac{\lambda}{2}; \text{ also } DR = \delta, = \frac{\lambda}{4};$$

so werden alle Strahlen, die von CD nach m gelangen, durch die von C'D' dahin gesendeten getilgt, wonach in m kein Licht sich vorfindet. Für diesen Punkt ist der Ablenkungswinkel

$$\varphi, = \frac{DR}{b} = \frac{\lambda}{4b} \text{ und } Mm = x, = \frac{x}{4} = \frac{c\lambda}{4b}, \text{ weil } x = \frac{c\lambda}{b}.$$

Dasselbe wird sich an den Stellen ereignen, für welche

$$\delta = \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \frac{7\lambda}{2} \ldots, \text{ mithin } \delta, = \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \frac{7\lambda}{4} \ldots$$

und deren Abstand von M beziehungsweise $\frac{3x}{4}, \frac{5x}{4}, \frac{7x}{4}$... ist. Wegen $Mm = \frac{x}{4}$, $Mn = \frac{3x}{4}$, $MG = x$, und $Mp = \frac{5x}{4}$ wird $mn = \frac{2x}{4}$ und $Gp = \frac{x}{4}$; die Breite des mittleren Spectrums ist daher doppelt so groß als die der beiden andern. Zur Bestimmung der Position der dunklen

Punkte beſteht demnach die Gleichung: $\sin\varphi, = \frac{n\lambda}{2b'}$, wobei n eine ungerade Zahl und b' die Diſtanz der Mitten zweier nächſten Spaltöffnungen darſtellt. — An den Punkten h, h' ..., welche zwiſchen jenen dunklen Stellen liegen und deren Abſtände von M ſind $\frac{2x}{4}$, $\frac{6x}{4}$..., findet die größte Lichtſtärke ſtatt: die Oerter derſelben werden durch die Gleichung $\sin\Psi, = \frac{m\lambda}{b'}$ gegeben, worin m eine ganze Zahl iſt. An den Stellen, an welchen die Mitte eines ſecundären Spectrums mit der Mitte eines primären Spectrums zuſammenfällt, werden die beiden Strahlenbündel übereinſtimmend ſein, alſo eine Vibrationsintenſität hervorbringen, welche doppelt ſo groß als bei einer Oeffnung; die Lichtſtärke wird mithin an dergleichen Stellen viermal größer ſein als wenn nur eine Oeffnung da wäre. — Die Figur der Taf. I. ſtellt die Erſcheinung dar, wie man ſie bei zwei gleichen Spalten beobachtet, die um die Breite einer Spalte von einander entfernt ſind.

Enthält der Schirm drei oder mehrere gleiche und gleichweit von einander abſtehende Spalten, ſo werden die ſchwarzen Streifen noch zahlreicher, welche die primären Spectra durchſchneiden. Die dunklen Stellen werden hier durch die Formel $\sin\varphi, = \frac{u\lambda}{rb'}$ angegeben, wobei u eine ganze durch die Anzahl der Oeffnungen nicht theilbare Zahl und b' den Abſtand der Mitten zweier nächſten Oeffnungen bezeichnet. — Iſt nämlich für einen Punkt des Geſichtsfeldes der Gangunterſchied je zweier nächſten von ähnlich liegenden Punkten der Spalten ausgehenden Strahlen gleich $\frac{u}{r}\lambda$, ferner t die Phaſenzeit der Schwingung, welche der längſte jener Strahlen an dem in's Auge gefaßten Punkt mit ſich bringt, und T die Dauer einer ganzen Schwingung; ſo ſind die Phaſenzeiten der Schwingungen, welche ſämmtliche Strahlen in demſelben Augenblicke dahin tragen, der Reihe nach:

$$t;\ t+\frac{u}{r}T;\ t+\frac{2u}{r}T;\ \ldots;\ t+\frac{(r-1)u}{r}T.$$

Die dadurch zu Stande gekommene Oscillationsgeſchwindigkeit v, wenn c die den Elementarſtrahlen gemeinſame Schwingungsintenſität bezeichnet, wird folglich ſein:

$$v = c\cos 2\pi\frac{t}{T} + c\cos\frac{2\pi}{T}\left(t+\frac{u}{r}T\right) + \ldots c\cos\frac{2\pi}{T}\left(t+\frac{(r-1)u}{r}T\right).$$

Dieſer Ausdruck reducirt ſich auf:

$$v = \frac{\sin\left(2\pi\frac{t}{T} - \frac{\pi u}{r} + 2\pi\right) - \sin\left(2\pi\frac{t}{T} - \frac{\pi u}{r}\right)}{2\sin\frac{\pi u}{r}},$$

wenn man erwägt, daß die Summe der endlichen Reihe:

$$\cos\alpha + \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha+2\beta)\ldots\cos(\alpha+(r-1)\beta)$$

gleich $\sin\dfrac{(\alpha+(r-\frac{1}{2})\beta) - \sin\left(\alpha-\frac{\beta}{2}\right)}{2\sin\frac{\beta}{2}}$ ist.

Sämmtliche in dem betrachteten Punkte zusammenkommende Strahlen vernichten sich also, weßhalb derselbe völlig dunkel erscheint. — Daß die Stellen, für welche der Gangunterschied δ je zweier nächsten von ähnlich liegenden Punkten der Spalten ausgehenden Strahlen $= \frac{u}{r}\lambda$ ist, dunkel bleiben müssen, beweisen Baumgartner und Ettingshausen folgendermaßen. Wenn man jede der Phasen:

$$t;\ t+\frac{u}{r}T;\ t+\frac{2u}{r}T;\ \ldots\ t+\frac{(r-1)u}{r}T$$

um $\frac{u}{r}T$ vermehrt, so erhält man:

$$t+\frac{u}{r}T;\ t+\frac{2u}{r}T;\ t+\frac{3u}{r}T;\ \ldots\ t,$$

wonach nur die Ordnung und nicht die Größe der oben bezeichneten Phasen geändert wird, mithin das Resultat der Interferenz dasselbe bleiben muß. Käme nun an jenen Stellen durch das Zusammenwirken der Strahlen eine Undulation zu Stande, so würde sie von solcher Beschaffenheit sein, daß die nämliche Phase nach dem Verlauf der Zeit $\frac{u}{r}T$, mithin nach einer Zeit, welche kleiner ist als die Schwingungsdauer T, wiederkehrt. Die Farbe des Lichtes, welche von der Schwingungsdauer abhängt, mußte sich also geändert haben. Da aber, wie die Erfahrung zeigt, bei dergleichen Phänomenen sich die Farbe nicht ändert; so sind wir zu der Annahme genöthigt, daß das Licht an den Stellen, deren Lage durch die Gleichung $\sin\varphi, = \frac{u\lambda}{rb'}$ bestimmt wird, sich gänzlich aufhebt. — Die Maxima der Lichtstärke herrschen an den Orten, welche der Formel $\sin\Psi = \frac{m\lambda}{b'}$ entsprechen, worin m eine ganze Zahl ist. Daraus folgt, daß die Abstände der einzelnen Farbenbilder von der Achse wachsen wie die Glieder einer arithmetischen Reihe, deren Differenz dem ersten Gliede gleich ist; ferner, daß bei verschiedenen Gittern und einer gleichen Anzahl Zwischenräume die Abstände derselben

Lichtlinie gerichtetes Fernrohr, so sieht man im homogen
Bild jener Linie in der Mitte des Gesichtsfeldes; außerde
Seiten eine Reihe gleichweit von einander abstehender,
Zwischenräume getrennter Bilder der Lichtlinie, von denen
teren im Vergleich zu den nach der Mitte hinzuliegenden so
sind, daß sie schwer wahrgenommen werden können. Für v
stehen die hellen Streifen der Mitte am nächsten, für rot
am weitesten davon entfernt; für die andern Farben lieg
Streifen zwischen den violetten und den rothen.

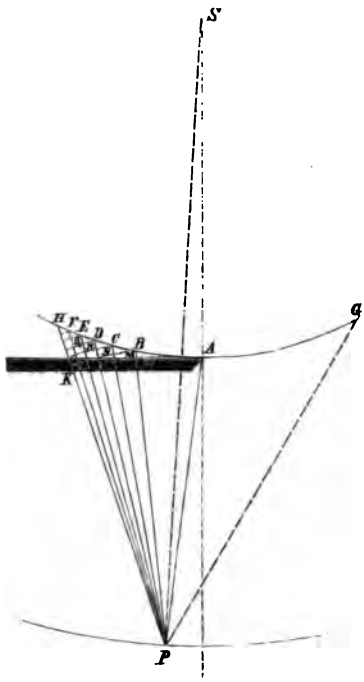
Wendet man directes Sonnenlicht an, so gibt jede ei
enthaltene ihr eigenes Bild. In der Mitte des Gesichtsfel
die Lichtlinie farblos, wie ohne Gitter, weil dort die M
Farben zusammenfallen. Auf jeder Seite dieser Linie befi
völlig dunkler Raum, an den sich ein prismatisches Farbenb
dessen rothes Ende nach Außen gekehrt ist. Darauf komm
dunkler Raum, an welchen ein zweites breiteres Farbenb
dessen rothes Ende mit dem violetten Ende des dritten
zusammenfällt, wodurch eine purpurrothe Farbe entsteht.
weiter abliegenden Farbenbildern überdecken mehrere Far
nächst vorhergehenden, wodurch Mischungsfarben zum Vorsch
Die Farbenbilder werden in dem Maße lichtschwächer al
von der Mitte abstehen. Bei den lebhaftesten sieht man
hofer'schen Linien: denn jedes Spectrum besteht aus den
denen Lichtsorten angehörigen Bildern; fehlt demnach eine
von bestimmter Wellenlänge, so wird an der entsprechende

Sehr schöne Beugungsphänomene zeigen sich, wenn die von einem weißen Lichtpunkte herkommenden Strahlen durch mehrere runde oder eckige in symmetrischer Anordnung neben einander stehende kleine Oeffnungen auf das Objectiv des Fernrohrs fallen. Sie hängen von der Anzahl, Gestalt und Anordnung dieser Oeffnungen ab. — Tafel II. stellt die Erscheinung dar, wie man sie durch ein feines Stabgitter erhält, wenn man nach einem weißen Lichtpunkt hinsieht. — Durch zwei solche rechtwinklig gekreuzte Gitter gewinnt das Beugungsbild das Ansehen der in der Tafel III. verzeichneten Figur. In der Mitte der Erscheinung befindet sich das Bild des weißen Lichtpunktes, welches von einer Menge von Farbenbildern umgeben ist, die ihr rothes Ende nach außen kehren. — Aehnliche Erscheinungen nimmt man wahr, wenn man durch ein Stück Musselin, Drahttuch oder Seidenband, nach einem Lichtpunkte hinblickt. — Auch gehören hierher die Farbenbilder, welche man bemerkt, wenn man durch die Fahne einer Vogelfeder nach einem Lichtpunkte sieht; deßgleichen die farbigen Ringe, welche man wahrnimmt, wenn man durch ein mit Hexenmehl bestreutes Glas auf einen stark beleuchteten Punkt blickt; ferner das Farbenspiel an den feinen Haaren der Hüte, wenn man durch sie nach der Sonne sieht. — Einige Erscheinungen, wie man sie bei Anwendung eines homogenen Lichtpunktes erhält, sind in den vier Figuren der Tafel IV. abgebildet. — Fig. a zeigt die Erscheinung für vier Quadrate, welche die in der Zeichnung angegebene Lage zu einander haben; Fig. b stellt die Erscheinung für zwei regelmäßige Dreiecke dar; Fig. c zeigt die Erscheinung, wie sie durch zwei neben einander liegende kreisförmige Oeffnungen; Fig. d die Erscheinung, wie solche durch vier dergleichen Oeffnungen hervorgebracht wird.

2. Beugung des Lichtes am Rande eines Schirmes oder an den Rändern eines schmalen Körpers und bei der Reflection.

Es sei GAH (Fig. 178) das Stück einer Welle, welche von dem homogenes Licht gebenden Punkt S ausgesendet wird; P ein in hinlänglicher Entfernung befindliches Aethertheilchen, das die von jenem Wellenstücke ausgehenden secundären Wellen zur Bewegung anregen. Insofern der Fortpflanzung der Wellen kein Hinderniß entgegensteht, werden sämmtliche um die Länge SP von S entfernten Theilchen durch die von den Theilchen gedachter Welle ausgeübten Wirkungen dieselbe Bewegung, mithin auch dieselbe Lichtstärke erhalten, da die ersteren Theilchen zu den letzteren beziehungsweise eine gleiche Lage haben. Diese Gleichheit der Bewegung wird aber nicht mehr stattfinden, wenn die Welle durch einen undurchsichtigen Körper theilweise aufgehalten

Fig. 178.

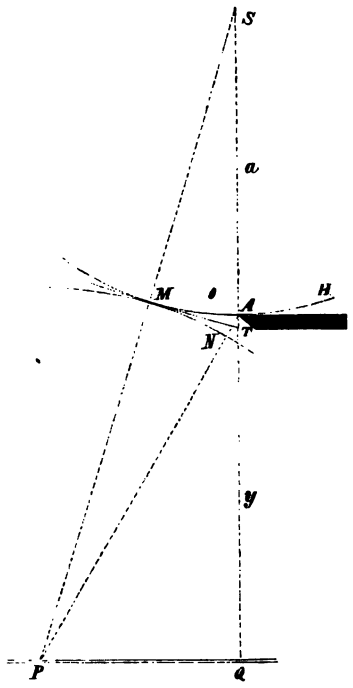


wird. Um den Erfolg einer solchen gehinderten Fortschreitung zu beurtheilen, denken wir uns aus P als Mittelpunkt mit dem Halbmesser PA einen Kreisbogen beschrieben, und die Linien PB, PC, PD, PE ... dergestalt gezogen, daß ihre zwischen den Kreisbogen AH und AK enthaltenen Stücke BM, CN, DR, EQ ... bezüglich 1, 2, 3, 4 ... halbe Wellenlängen betragen. Die Größe der entsprechenden Bogen, AB, BC, CD, DE ... hängt ab von der Entfernung des Punktes P von der Welle GAH sowohl, wie von der Entfernung des letztern von dem leuchtenden Punkt; immerhin wird sie aber von der Art sein, daß der erste Bogen größer ist als der zweite, der zweite größer als der dritte, ꝛc. Wegen dieses Umstandes und wegen der Schiefe der Strahlen, welche mit der Entfernung der Bogen von der Normale SAP zunimmt, werden die von derselben nach P übertragenen Wirkungen mehr und mehr abnehmen. Außerdem ist die Wirkung, welche der erste Bogen erzeugt, widerstreitend mit der Wirkung, welche der zweite Bogen ausübt; diese widerstreitend mit der Wirkung des dritten Bogens u. s. w. Bezeichnen wir demnach die vom ersten, dritten ... Bogenstücke hervorgebrachten Wirkungen auf den Punkt P mit a, a', a''... und mit b, b', b'' ... diejenigen, welche das zweite, vierte, sechste ... Bogenstück des Wellentheils AH ausüben; so kann die Gesammtwirkung J, welche dem Punkt P von diesem Wellentheil eingeprägt wird, dargestellt werden durch: $J = a - b + a' - b' + a'' - b'' +$ u. s. w., in welchem Ausdrucke die Glieder a, b, a', b', ... eine rasch abnehmende Reihe bilden, so daß a — b ein genäherter Werth ihrer Summe ist. Der Wellentheil AG gibt denselben Ausdruck; die Gesammtwirkung beider Wellentheile AG und AH auf den Punkt P wird folglich gleich 2 J sein. Denken wir nun, daß der Theil AH der Welle durch einen Schirm aufgefangen wird, so erhält P die Hälfte der Wirkung, welche ohne Anwesenheit des Schirms erfolgt wäre. Reicht der Schirm

bis B, so daß blos der Theil BH der Welle aufgefangen wird; so erhält P die Wirkung von GA und die Wirkung von AB, deren Summe J + a größer als 2J ist. Hat mithin der Punkt P eine solche Lage gegen den Schirm, daß die Summe der Entfernungen der Punkte P und S von dem Rande des Schirmes die Länge des Strahls SP um eine halbe Wellenlänge übertrifft; so ist die Lichtstärke von P größer als ohne Schirm. — Geht der Schirm bis C, so wird die Lichtstärke von P durch J + a − b ausgedrückt, d. h. sie ist kleiner als 2J. Hat also der Punkt P gegen den Schirm eine solche Lage, daß die Summe der Entfernungen der Punkte P und S von dem Rande des Schirmes um 2 halbe Undulationslängen die Länge SP übersteigt, so ist die Lichtstärke geringer als ohne Schirm. Durch die Gegenwart des Schirmes wird also die Lichtstärke in allen den Punkten vergrößert, für welche der Gangunterschied des vom Rande des Schirmes kommenden Strahls und des directen eine ungerade Anzahl halber Wellenlängen beträgt; dagegen wird die Lichtstärke in allen den Punkten verringert, für welche der eben erwähnte Unterschied eine gerade Anzahl halber Wellenlängen ausmacht. — Je weiter man den Schirm zurückrückt, desto mehr nähern sich die helleren und minder hellen Stellen hinsichtlich ihrer Lichtstärke dem Werthe 2J, wonach der Lichtwechsel bald unmerklich wird und eine gleichmäßige Helligkeit eintritt. — Obschon hier nur die Wirkung eines Durchschnitts der Welle berücksichtigt worden ist, so sieht man doch leicht ein, daß ähnliche Resultate sich ergeben werden, wenn man die von andern Durchschnitten der Welle herrührenden Wirkungen in die Betrachtung aufnimmt.

Ist AH (Fig. 178a) der beugende Schirm und QP die auffangende Tafel, ferner PM ein aus P mit dem Halbmesser PM beschriebener Kreisbogen, so hat man für den Gangunterschied δ der Strahlen AP und PM, von welchem die Lichtstärke in P abhängt, die Größe AN = AT + NT, wo der Punkt T der die Bogen MA und MN in dem Punkt M berührenden Geraden angehört. Folglich ist, wenn SA durch a und AQ durch y bezeichnet wird: $AN = \delta = \frac{\overline{MA}^2}{2a} + \frac{\overline{MN}^2}{2y} = \overline{MA}^2 \left(\frac{a+y}{2ay}\right)$, wenn man MA gleich MN annimmt, was geschehen darf, sobald AH und PQ in einiger Entfernung zu einander stehen. Insofern $MA = \frac{PQ \cdot a}{a+y}$ ist, erhält man, wenn PQ = x gesetzt wird: $2\delta y\,(a+y) = a x^2$. — Für die helleren Stellen ist $\delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$, folglich $a x^2 = (2m+1)\,y\,(a+y)$: d. h. die Entfernungen der Lichtmaxima verhalten sich wie die Quadratwurzeln aus den ungeraden Zahlen. Für die minder hellen Orte dagegen ist $\delta = 2m\frac{\lambda}{2}$, mithin

Fig. 178a.

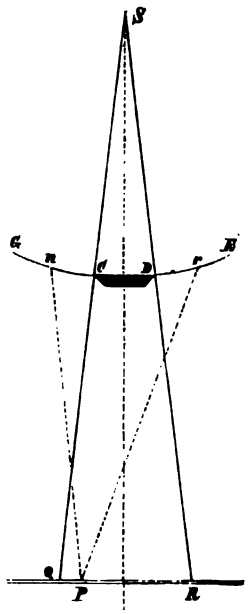


$a x^2 = 2 m y (a + y)$: d. h. die Entfernungen der Lichtminima verhalten sich wie die Quadratwurzeln aus den geraden Zahlen. — Bei dem nämlichen δ und y wächst x, wenn a abnimmt; d. h. die Entfernung der Maxima oder Minima ist im Zunehmen begriffen, wenn bei unveränderter Lage des Schirmes und der Tafel der Lichtpunkt S sich nähert. — Für denselben Werth von a und δ gehört die Gleichung $2 \delta y (a + y) = a x^2$ einer Hyperbel an: d. h. die hellen und dunkeln Fransen bilden Hyperbeln, wenn man die Tafel von dem Schirme entfernt. Die Breiten der hellen Streifen verhalten sich unter übrigens gleichen Umständen wie die Quadratwurzeln aus den Wellenlängen. Wendet man daher weißes Licht an, so fallen die violetten und blauen Maxima innerhalb der gelben und rothen, dergestalt, daß die hellen Fransen nach innen blau und nach außen roth gefärbt erscheinen. Die Farbenfolge in der ersten hellen Franse ist: violet, blau, grün, gelb, roth; in der zweiten Franse: blau, gelb, roth; u. s. w.

Fällt die von einem homogenes Licht gebenden Punkt S (Fig. 179) ausgesendete Welle GE auf einen schmalen undurchsichtigen Körper CD, wie z. B. auf ein dünnes Drahtstück oder auf ein Haar; so bildet sich auf beiden Seiten des Schattenraumes eine Reihe von hellen und dunklen Streifen, die auf ähnliche Weise entstehen, wie die oben betrachteten bei der Beugung des Lichtes an der Kante eines Schirmes von unbestimmter Breite. Aber außerdem sieht man im inneren Raum des Schattens helle mit dunklen wechselnde Streifen, welche durch Interferenz der von den beiden Seiten des schmalen Körpers herkommenden Strahlen erzeugt werden. — Um das Entstehen dieser inneren Fransen einzusehen, sei innerhalb des Schattenraumes P ein Punkt, dessen Schwingung in Folge der Einwirkungen der beiden Wellenstücke CG und DE bestimmt werden soll. Die von dem Bogen CG herrührende resultirende Bewegung kann man sich füglich mit der Wirkung übereinstim-

mend denken, welche von einem nahe an C liegenden Punkt n herkommt. Desgleichen wird die aus dem Wellenstücke DE hervorgehende Wirkung der Bewegung gleichgeltend sein, welche in einem nahe an D befindlichen Punkte r ihren Ausgangspunkt hat. Der Punkt P wird daher hell oder dunkel erscheinen, je nachdem der Unterschied rP — nP eine gerade oder eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt. Die Mitte des Schattens wird einem Maximum der Helligkeit angehören, weil daselbst der Unterschied der Wege gleich Null ist. — Wird die Wellenlänge kleiner, so werden die Streifen schmäler. Im weißen Lichte ist die Mitte eine glänzend weiße Lichtlinie, an welche sich Farbenstreifen anschließen, welche ihre rothe Seite nach außen kehren. — Ist der auffangende Schirm weit genug vom beugenden Körper entfernt, so wird die resultirende Schwingung vom Gangunterschied der Randstrahlen abhängen. — Hält man das an dem einen Rande vorübergehende Licht auf, so werden die inneren Fransen verschwinden, weil alsdann keine Interferenz mehr möglich ist; immer wird jedoch noch etwas Licht von dem nicht zurückgehaltenen Wellenstücke in den Schattenraum gelangen. — In dem Falle, daß der beugende Körper sehr schmal ist, werden die äußeren Streifen, welche das eine Wellenstück hervorbringt, durch den Einfluß des andern Wellenstückes dergestalt modificirt, daß sie nicht mehr leicht zu erkennen sind.

Fig. 179.



Fällt das Licht durch eine hinreichend kleine runde Oeffnung auf einen auf einer Glasplatte befestigten kreisförmigen undurchsichtigen Schirm von 1 bis 2 Millimeter im Durchmesser, so erscheint die Mitte des Schattens eben so hell erleuchtet, wie wenn der Schirm durchsichtig wäre. Um Rechenschaft von dieser Erscheinung zu geben, denken wir uns mit Fresnel die einfallende Wellenfläche vom Umfange des runden Schirmes ab in eine große Menge kleiner concentrischer Ringe von gleicher Oberfläche getheilt, deren entsprechende nach dem Mittelpunkt des Schattens hingesendete Strahlen um eine halbe Wellenlänge verschieden sind. Es läßt sich dann annehmen, daß die von einem Ringe herkommenden Strahlen völlig vernichtet werden durch die Hälfte der Strahlen der zwei ihm angrenzenden Ringe, den äußersten Ring und

Es wird folglich die Mitte des Schattens des runden Sch
ſtark erleuchtet ſein, als wenn kein Schirm vorhanden wä

Bei der Reflection des Lichtes von ſchmalen ſpiegeln
findet die Beugung ſtatt, wie wenn das Licht durch eine
Streifen an Ausdehnung gleiche Spaltöffnung gegangen
zwei oder mehreren parallelen und ſchmalen reflectirend
die man im Sonnenlichte betrachtet, wird man deßhalb Be
wahrnehmen, wie bei einem Stabgitter. Dergleichen dur
des Lichtes erzeugte Beugungserſcheinungen gewahren w
Körpern, deren glatte Oberflächen durch feine Furchen
ſind. Daraus erklärt ſich das lebhafte Farbenſpiel der
Barton'ſchen Irisknöpfe, welche aus polirtem, in kleine F
tem Metall beſtehen und ſo ein höchſt feines Reflections
— Hierher gehört auch das bekannte Farbenſpiel der Perl
Oberfläche mikroſkopiſchen Unterſuchungen zufolge ſehr
regelmäßige Furchen beſitzt. — Dieſe iriſirende Eigenſchaf
anderen weichen Subſtanzen, wie feinem Siegellack, arabiſc
Wachs, Leim mittheilen, indem man Perlmutter, Irisk
abdrückt, was beweiſt, daß die Beugungsfarben nur von de
heit der Oberfläche abhängen. — Zu den Erſcheinungen
reflectirter Strahlen gehört das Farbenſpiel an den Flüge
cher Inſecten, die mit gefurchten Schuppen bedeckt ſind; d
Glanz der Vogelfedern; das Schillern abgeſtandener G
Färbeſtoffe und dergleichen mehr.

Helle der Sonne sind die Sonnenhöfe schwerer zu erkennen als die Mondhöfe; man nimmt die ersteren aber auch wahr, wenn man das Bild der Sonne im ruhigen Wasser oder in einem auf der Rückseite geschwärzten Glasspiegel betrachtet. — Da die Höfe nur sichtbar sind, wenn die Luft mit leichten Dünsten erfüllt ist, so mußte man wohl bald auf den Gedanken kommen, die Ursache des Phänomens in der Beugung der Lichtstrahlen zu suchen, die an den Rändern der in der Atmosphäre schwebenden Dunstkügelchen vorbeigehen. Diese Erklärung findet darin ihre Bestätigung, daß man die Sonne und den Mond mit einem kleinen Hofe umgeben sieht, wenn man sie durch ein leicht angehauchtes Glas betrachtet; ferner darin, daß in einem Zimmer, in welchem viel Dunstbläschen in der Luft schweben, um die Flamme einer brennenden Kerze ein Kranz oder Hof sich zeigt. — Die großen Höfe sind ziemlich weit von der Sonne und dem Mond abstehende Ringe, deren Halbmesser 22° beträgt; manchmal sieht man noch einen zweiten farbigen Lichtring in doppelt so großer Entfernung vom Centralkörper, in seltenen Fällen sogar noch einen dritten. Frauenhofer erklärt die Entstehung des ersten Ringes dieser Höfe aus der Brechung des Lichtes in feinen Eiskrystallen, die in der Gestalt von sechsseitigen und dreiseitigen Prismen in der Atmosphäre schweben. Dergleichen Eiskrystalle kann man an heiteren Wintertagen häufig wahrnehmen und in der That erscheinen die großen Höfe am häufigsten zur Winterzeit. Die Bildung des zweiten Ringes erklärt Frauenhofer aus der Brechung der Lichtstrahlen in Eiskrystallen, welche die Gestalt von sechsseitigen Prismen mit pyramidaler Zuspitzung haben. — Mit diesen Höfen treten manchmal zugleich andere durch das Gestirn gehende weiße Kreise auf; die Stellen, an denen diese weißen Kreise die Höfe durchschneiden, erscheinen von vorzüglicher Helligkeit und werden Nebensonne oder Nebenmonde genannt, je nachdem die Sonne oder der Mond den leuchtenden Körper abgibt. Bei manchen Erscheinungen dieser Art wurden auch helle Bögen wahrgenommen, welche die Höfe von außen berührten. Die Nebensonnen und Nebenmonde haben nicht selten vom Gestirn abgewendete lange weiße Streifen, und sind bisweilen mit dem Gestirne durch ein lichtes Kreuz verbunden. Man bemerkte auch schon beim Sonnenaufgange oder Sonnenuntergange Nebensonnen in einer lichten von der Sonne vertical aufwärts steigenden Säule. Daß die hier in Rede stehenden Phänomene zum Theil von der Beugung des Lichtes an Dunstkügelchen oder horizontal liegenden Schneenadeln herrühren, findet darin seine Bestätigung, daß, wenn man durch ein Gitter, welches aus horizontalen nahe aneinander liegenden und gleichweit abstehenden Fäden besteht, nach der aufgehenden oder untergehenden Sonne sieht, man

und ſo lang als das Glas. Sieht man die Sonne du
an, auf welchem gerade von einem Punkte ausgehende L
ſind, ſo erblickt man bei gehöriger Neigung des Glaſes ei
digen weißen Kreis, welcher eine horizontale Lage hat:
der Lichtſtrahlen hat hier in horizontaler Richtung ſtattgefun
auch in verticaler Richtung einige Lichtſtrahlen gebeugt we
merkt man auch einen verticalen Lichtſtreifen vom leucht
aus, ſo daß derſelbe mit einem Kreuze erſcheint.

3. Von den Farben dünner Blättchen.

Eine beſondere Klaſſe von Farbenerſcheinungen nim
allen durchſichtigen Körpern wahr, wenn ſie nur hinlängli
Dergleichen Farbenerſcheinungen zeigen ſich in den Sprün
ner Gläſer, zwiſchen den abgeſpalteten Blättchen von K
den dünnen Oxydſchichten, die ſich auf polirten Metallflü
der Wirkung der Wärme bilden, an dünnen Schichten von
einer andern Flüſſigkeit, womit man eine dunkle Unterla
Dieſe Erſcheinungen haben das Eigenthümliche, daß in je
ſich die Farben ändern mit der Dicke der Schichten und m
der Richtung, unter welcher man ſie betrachtet; ſie verſc
immer, wenn die Schichten zu dünn oder zu dick ſind. M
recht deutlich bei den Seifenblaſen, die nichts anders als d
häutchen ſind: anfänglich ſehen ſie ganz weiß aus, wenn ſi
und damit dünner geworden, zeigen ſie lebhafte Farben, w
Verminderung der Dicke der Wände beſtändig ändern. A

Dicke hat. Es entstehen nun concentrische farbige Ringe, deren Menge von dem Unterschiede der Krümmungen beider Gläser abhängt; ist dieser bedeutend, so wächst die Dicke der Schichte zu rasch, weßhalb schon in einer geringen Entfernung vom Berührungspunkte die Farbenringe verschwinden. — Die Gläser dieses von Newton erdachten Apparates, welcher deßhalb auch Newtons Farbenglas heißt, werden in eine Fassung so eingeschlossen, daß sie mittelst Schrauben mehr oder minder aneinander gedrückt werden können. Auch kann man dem Farbenglase eine solche Einrichtung geben, daß der Raum zwischen beiden Gläsern luftleer oder mit einer farblosen Flüssigkeit angefüllt werden kann.

Werden durch einen gewissen Grad des Druckes beide Gläser in einige Berührung gebracht, so sieht man bei weißer Beleuchtung im reflectirten Lichte einen mehr oder weniger großen schwarzen Centralfleck, um welchen mehrere concentrische gefärbte Ringe gruppirt sind. Die Farbenfolge der reflectirten Newton'schen Ringe, von der Mitte ausgehend, ist folgende:

1. Ordnung: Schwarz, Bläulich, Weiß, Gelb, Orange, Roth.
2. Ordnung: Violet, Blau, Grün, Gelb, Orange, Roth.
3. Ordnung: Purpur, Blau, Grün, Gelb, Roth, Bläulichroth.
4. Ordnung: Bläulichgrün, Gelblichgrün, Roth.

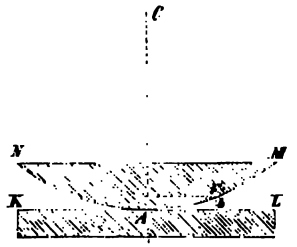
Die nachfolgenden Ringe sind abwechselnd blaßgrün und blaßroth; sie werden immer schwächer, so daß sie vom Weiß nicht mehr leicht zu unterscheiden sind. — Vermehrt man allmählig den Abstand beider Gläser, so verschwindet zuerst der schwarze Centralfleck und an seiner Stelle erscheint der erste farbige Ring; hierauf verschwindet dieser Ring, indem er durch den zweiten ersetzt wird und so fort, bis zuletzt alle Ringe verschwinden. Bei Annäherung der Gläser kommt ein Ring nach dem andern zuerst in der Mitte als ein Scheibchen zum Vorschein, worauf er sich mehr und mehr erweitert, bis endlich der schwarze Fleck sich wieder zeigt. Die Farbe an einer bestimmten Stelle hängt demnach blos von dem Abstande der Oberflächen beider Gläser ab, vorausgesetzt, daß man sie immer unter derselben schiefen Richtung betrachtet.

Hält man das Farbenglas gegen das Sonnenlicht, daß in das Auge nur durchgelassene Strahlen gelangen können, so sieht man ebenfalls Farbenringe. Diese durchgelassenen Ringe sind jedoch sehr viel matter als die reflectirten, weßhalb man in ihnen weniger Farbennüancen zu unterscheiden vermag. Die Farbenfolge der durchgelassenen Ringe ist folgende:

1. Ordnung: Weiß, Gelblich, Schwarz, Violet, Blau.
2. Ordnung: Weiß, Gelb, Roth, Violet.

Lichte eine beträchtliche Anzahl heller, durch dunkle Zwisch
einander getrennter Ringe, deren Farbe mit der des auffall
übereinſtimmte. — Dieſe Ringe ſchienen deſto ſchmäler z
weiter ſie ſich vom Mittelpunkt entfernen. — An der St
cher ſich im reflectirten Lichte ein farbiger Ring zeigte,
durchgelaſſenen ein dunkler und umgekehrt. — Wurden die
oder minder aneinander gedrückt, ſo ging der Centralfleck
mal aus dem Hellen ins Dunkle und umgekehrt aus dem
Helle über. — Der Ring, welcher den Centralfleck umgib
ſelbe dunkel iſt und die Gläſer ſich berühren, heißt der
ring, der darauf folgende der zweite und ſo fort.

Fig. 180.



Um die jedem einzelner
ſprechende Dicke der Luftſd
mitteln, ſei r (Fig. 180) der
halbmeſſer der convexen Linſe
Berührungspunkt mit dem P
$Ab = y$ der Halbmeſſer ei
welchem bei ſenkrechter
Strahlen die Dicke der Luftſch
entſpricht. Man hat alsdann y
oder $y^2 = 2rx$, weil x ſehr klein gegen 2r iſt. Die
Halbmeſſer der farbigen und dunklen Ringe verhalten ſich
Dicken der ihnen entſprechenden Luftſchichten. — Mißt ma
meſſer der farbigen und dunklen Ringe mit dem Zirkel,

rbenringen das nämliche Verhältniß statt wie bei den dunklen Rin- n im reflectirten Lichte.

Um zur Kenntniß des Werthes von c zu gelangen, braucht man r, während man das Auge möglichst senkrecht über dem Farbenglas lt, den Radius y irgend eines Ringes genau zu messen und hierauf n Werth von x mittelst einer Relation $x = \frac{y^2}{2r}$ zu berechnen. Wenn : dem Halbmesser y entsprechende Dicke x gefunden ist, läßt sich der erth von c leicht ermitteln. Newton legte zu diesem Behufe eine ichseitige Convexlinse von 2,1176 Meter Brennweite aus einer Glas- ısse, deren Brechungsverhältniß $\frac{17}{11}$ war, auf ein Planglas und maß it großer Sorgfalt den Durchmesser des fünften dunklen Ringes, hrend das Licht, welches die Grenze zwischen Orange und Gelb bil- te, auf den Apparat auffiel. Er fand jenen Durchmesser 5,132 Millim. oß; folglich die Dicke x der Luftschichte gleich 0,001427 Millimeter. a diese Dicke nach den oben angegebenen Gesetzen 10mal größer ist s die dem ersten Farbenringe entsprechende, so ist c = 0,0001427 illim. Durch Anwendung desselben Verfahrens auf die übrigen Far- n ergibt sich für die Dicke der Luftschichte, welche dem ersten Farben- ıge entspricht, folge Tafel:

Farbe.	Dicke der Luftschichte in Milliontel Millimetern.
Aeußerstes Roth	161,15
Orangeroth	148,95
Gelborange	142,70
Grüngelb	133,01
Blaugrün	122,97
Indigo	114,64
Violet	109,80
Aeußerstes Violet.	101,51.

Fällt weißes Licht auf das Farbenglas, so bildet jede Strahlen- ittung ihr Ringsystem, wie wenn wir sie allein vor uns hätten. Der jwarze Centralfleck scheint mit einem bläulichen Ring umgeben, weil r violette und blaue Ring der Mitte am nächsten liegen. An jenen äulichen Ring schließt sich an ein weißer, weil nunmehr die hellen inge von allen Farbengattungen übereinander fallen. Diesem weißen ing folgt ein gelber, aus der theilweisen Uebereinanderlegung eines ünen, gelben, orangen und rothen Ringes hervorgehender. An den lben Ring reiht sich an ein orangefarbiger, der von einem rothen inge umschlossen ist, weil das Orange sich nicht so weit als das Roth ch erstreckt. — In ähnlicher Weise entstehen die übrigen auf einander

Stelle das, was wir nacheinander setzen würden, wenn wi
trum durch Drehung des Prismas über das Farbenglas sic
ließen. Denn betrachten wir die zusammengesetzte Erscl
ein homogen rothes Glas, so sehen wir wieder an der näm
ganz dieselben Abwechselungen heller und dunkler Ringe
rothen Beleuchtung.

In Folge des oben angeführten Gesetzes, daß die
Halbmesser der aufeinander folgenden hellen Ringe sich wi
den Zahlen 1, 3, 5, 7 . . . verhalten, müssen die Ringe
aneinander rücken, je weiter sie sich vom Mittelpunkte entf
bezeichnet man mit 1 den Durchmesser des ersten hellen
beliebigen homogenen Farbe, so werden die Abstände der ei
Ringe von einander sein:

$$\sqrt{3}-1;\ \sqrt{5}-\sqrt{3};\ \sqrt{7}-\sqrt{5};\ \sqrt{9}-\sqrt{7}\ldots$$

oder $$0{,}73205;\ 0{,}50402;\ 0{,}40968;\ 0{,}35425\ldots$$

Die Größe der Ringe hängt ab von dem Neigungsw
Auge gelangenden Strahlen. Die Ringe erscheinen am
senkrechtes Einfallen und werden größer bei schiefer Incid
fand durch seine Messungen, daß wenn x die Dicke ist, bei
senkrechtem Einfallen eine bestimmte Farbe im weißen Li
dieselbe Farbe bei schiefem Einfallen da sich zeigt, wo die
$x \sec u$ ist, wenn $\sin u = \frac{106\,n+1}{107\,n} \sin \varepsilon$ gewonnen wird
Ausdrucke n das relative Brechungsverhältniß und ε den
bezeichnet, in dem der Strahl aus dem dünneren Mittel in

Newton, daß die Dicken verschiedener Flüssigkeiten, bei denen eine bestimmte Farbe erscheint, im umgekehrten Verhältnisse ihrer Brechungsverhältnisse stehen. Man braucht also nur die Dicke der Luftschichte für eine gegebene Farbe durch das Brechungsverhältniß eines andern Mittels hinsichtlich der Luft zu dividiren, um die jener Farbe entsprechende Dicke des neuen Mittels zu erhalten. — Außerdem fand Newton, daß das für die Ausdehnung der Ringe unter schiefer Incidenz oben ausgesprochene Gesetz jederzeit stattfindet, welches auch das zwischen die Gläser gebrachte Mittel sein mochte.

Um die hier in Rede stehenden Erscheinungen zu erklären, stellte Newton seine Theorie von den Anwandlungen der leichteren Zurückwerfung und des leichteren Durchgangs auf. Das Licht gelangt nämlich in abwechselnd periodisch wiederkehrende Zustände, in Folge deren es in das Innere eines Körpers einzudringen oder von ihm reflectirt zu werden vermag. — Die Zeiten, in denen diese Anwandlungen oder Dispositionen wiederkehren, sind bei den verschiedenen Strahlengattungen verschieden, am längsten für rothe, am kürzesten für violette Strahlen. Das Maximum der Anwandlung des leichteren Durchgangs erreicht Licht bei der Dicke des Mittels 0, 2c, 4c... und jenes der Anwandlung der leichteren Zurückwerfung bei der Dicke c, 3c, 5c .... — Bei schiefer Incidenz des Lichtes sind die Längen c der Anwandlungen größer als bei dem senkrechten Einfallen. — Bei verschiedenen Mitteln steht die Länge der Anwandlung im verkehrten Verhältniß mit dem Brechungsverhältniß. Diese Theorie ist eine getreue Darstellung der Thatsachen: denn dieselben nöthigen uns dem Lichte periodisch wiederkehrende gleichartige Zustände zuzuschreiben, wie sie denn uns auch weiter nöthigen anzunehmen, daß zwischen dieser Wiederkehr und der Empfindung einer bestimmten Farbe irgend welcher Zusammenhang obwalten müsse.

Wir wollen nun sehen, wie die Undulationstheorie die Farbenerscheinungen dünner Blättchen erklärt. Wir kehren deßhalb zu dem Phänomen der Farbenringe zurück und betrachten zuerst den einfachen Fall, wo das Auge die vom Farbenglas reflectirten homogenen Lichtstrahlen unter senkrechter Richtung oder in einer wenig davon verschiedenen Richtung erhält. Es sei für dieses homogene Licht die Wellenlänge in der Luft gleich λ und x die Dicke der dem betrachteten Punkte entsprechenden Luftschichte. Der an der zweiten Fläche der Luftschichte reflectirte Strahl hat einen um $2x$ längeren Weg zurückgelegt als der an der ersten Fläche zurückgeworfenen. Außerdem besteht noch ein anderer Unterschied zwischen diesen beiden Strahlen, nämlich der, daß der an der ersten Fläche innerhalb des Glases, mithin von einem stärker

brechenden Mittel in ein schwächer brechendes reflectirt ist, während der andere außerhalb des untern Glases, mithin von einem schwächer brechenden Mittel in ein stärker brechendes zurückgeworfen wird: für die beiden zum Interferenzpunkte gelangenden Strahlen bringt die erwähnte Entgegengesetztheit dieselbe Wirkung hervor, wie wenn der Gangunterschied $2x$ um eine halbe Undulationslänge oder um $\frac{\lambda}{2}$ größer geworden wäre. Die beiden interferirenden Strahlen werden mithin in einer völligen Uebereinstimmung der Vibrationsbewegungen sein oder der betrachtete Punkt hell erscheinen, wenn

$$2x + \frac{\lambda}{2} = \frac{2m\lambda}{2} \text{ oder } x = (2m-1)\frac{\lambda}{4} \text{ ist;}$$

dagegen werden die beiden Strahlen im vollkommenen Widerstreit sich befinden oder der entsprechende Punkt dunkel sich zeigen, wenn

$$2x + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \text{ oder } x = 2m\frac{\lambda}{4},$$

wo in dem einen wie in dem andern Falle m eine ganze Zahl bedeutet. Hieraus folgt, daß die Dicken der Luftschichten, welche den hellsten Punkten der Farbenringe entsprechen, sich wie die Zahlen 1, 3, 5 ... verhalten, dagegen die Dicken der Schichten, an denen die dunkelsten Punkte der Ringe auftreten, in dem Verhältniß der Zahlen 0, 2, 4 ... stehen.

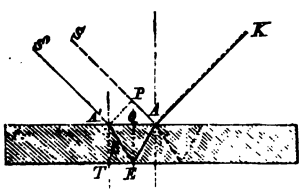
Aus dieser Erklärung ergibt sich: daß die Wellenlänge das Vierfache der Länge beträgt, welche Newton Länge der Anwandlungen des Lichts genannt hat. Wenn man demnach die für die verschiedenen Farben oben angegebenen Längen der Anwandlungen mit 4 multiplicirt, so wird man die entsprechenden Undulationslängen erhalten, wie dies in der That der Fall ist. Durch eine derartige Identität der Zahlenresultate, welche zuerst Young bemerkt hat, sind wir also berechtigt, das Phänomen der Farben an dünnen Blättchen, wie die Erscheinung der Diffraction als ein einfaches Ergebniß der Interferenz des Lichtes anzusehen. — Aus dieser Erklärung folgt von selbst weiter, daß die Dicke bei der nämlichen Substanz von einer Farbe zur andern nach der Undulationslänge sich ändern, mithin für das rothe Licht am größten und für das violette am kleinsten sein muß. — Ferner erhellet aus dieser Erklärung, da die Lichtundulationen in der Luft zu denen in einer andern Substanz in dem Verhältnisse verkürzt werden, in welchem der Sinus des Einfallswinkels zu dem Sinus des Brechungswinkels steht, wenn das Licht aus der Luft in jene andere Substanz übergeht, daß die Dicken der beiden Schichten, welche in der Luft und in gedachter Substanz derselben Ringe reflectiren, sich verhalten wie der Sinus des

Einfallswinkels zu dem Sinus des Brechungswinkels bei dem Uebergange des Lichtes aus der Luft in jene zweite Substanz. — Die Vorstellung der periodischen Anwandlungen des Lichtes, welche als Gegensätze in Bezug auf Spiegelung und Brechung gelten, wäre demnach gänzlich zu verlassen, zumal ähnliche Erscheinungen auch zu Tage treten, wenn die zusammentreffenden Lichtmengen entweder beide gespiegelt oder beide gebrochen sind, mithin von einer Anwandlung des leichteren Durchgangs und der leichteren Zurückwerfung nicht die Rede sein kann.

Für das Auge, welches die in senkrechter Richtung hindurchgehenden Strahlen erhält, hat der innerhalb der Luftschichte zweimal reflectirte Strahl einen um $2x$ längeren Weg zurückgelegt als der direct hindurchgegangene. Da beide Reflectionen beim Uebergange aus dem weniger dichten in das dichtere Mittel sich zugetragen haben, mithin gleichsam eine Totalverzögerung von einer ganzen Wellenlänge sich ergeben hat; so wird letztere Verzögerung ohne Einfluß auf das Ergebniß der Interferenz bleiben, welches so nur von dem Gangunterschied $2x$ abhängig ist. Die Oscillationsgeschwindigkeiten sind daher übereinstimmend, wenn $2x = 2m\frac{\lambda}{2}$ oder $x = 2m\frac{\lambda}{4}$; dagegen einander entgegengesetzt, wenn $2x = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$ oder $x = (2m+1)\frac{\lambda}{4}$. Die Dicken der den im durchgelassenen Lichte entstehenden hellen Ringen zugehörigen Luftschichten verhalten sich also wie die Zahlen 0, 2, 4, 6 ... und die den dunklen Ringen entsprechenden wie die Zahlen 1, 3, 5, 7 .... — Im reflectirten Lichte sind die Farben der Ringe recht lebhaft, weil die interferirenden Strahlenbündel hinsichtlich der Intensität wenig von einander verschieden sind; dagegen erscheinen die Farben der Ringe im durchgelassenen Lichte sehr blaß, weil die beiden interferirenden Lichtbündel eine große Intensitätsverschiedenheit besitzen, indem das direct durchgegangene Bündel bedeutend intensiver ist als das andere, welches zwei Reflectionen erfahren hat.

Auch von der bei schiefer Incidenz stattfindenden Vergrößerung der Farbenringe gibt diese Theorie hinlängliche Rechenschaft, wie folgende einfache Betrachtung zeigt. Es seien SA und S'A' (Fig. 181) zwei in schiefer Richtung auf das Farbenglas fallende parallele Strahlen. Von dem Strahl SA wird ein Theil nach der Richtung AK reflectirt, während von dem anderen Strahl S'A' ein Theil in A' eine Brechung erfährt, der dann zum Theil durch Reflection die Richtung EA erhält und in A abermals eine Theilung er-

Fig. 181.



leidet, indem ein Theil aus der Luft in Glas in der Richtung AK übertritt und mit dem andern in dieser Richtung gehenden zur Interferenz kommt. Ist nun A'P senkrecht auf SA gezogen und sind λ' und λ die Wellenlängen des angewandten Lichtes in dem Glase und in der Luft, so drückt die Größe $\frac{A'E+EA}{\lambda}-\frac{AP}{\lambda'}+\frac{1}{2}$ die Anzahl der Undulationen aus, um welche der zweite reflectirte Strahl gegen den ersten zurück ist, da wegen des Einflusses der Reflection an dem zweiten Glase eine halbe Undulation hinzugefügt werden muß. Es ist aber $EA=A'E=\frac{x}{\cos\beta}$, wo x die Dicke QE der Luftschichte und β den Brechungswinkel TA'E bezeichnet. Ferner ist $PA=2x\,\mathrm{tang}\,\beta\,\sin\varepsilon$, wenn der entsprechende Einfallswinkel durch ε dargestellt wird. Hiernach ergibt sich für den fraglichen Unterschied in der Anzahl der Undulationen der Ausdruck: $\frac{2x}{\cos\beta}\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{\sin\varepsilon\sin\beta}{\lambda'}\right)+\frac{1}{2}$, oder, wenn man in Erwägung nimmt, daß $\lambda=\lambda'\frac{\sin\varepsilon}{\sin\beta}$, der Ausdruck: $\frac{2x\cos\beta}{\lambda}+\frac{1}{2}$. Der Gangunterschied der bei der Reflection zur Interferenz kommenden Strahlen beträgt mithin $2x\cos\beta+\frac{\lambda}{2}$. Soll sich dieser Unterschied nicht ändern, wenn die Schiefe der Strahlen vermehrt wird, mithin $\cos\beta$ abnimmt; so muß x größer werden, folglich auch der entsprechende Ring.

4. Farbenerscheinungen dicker Platten.

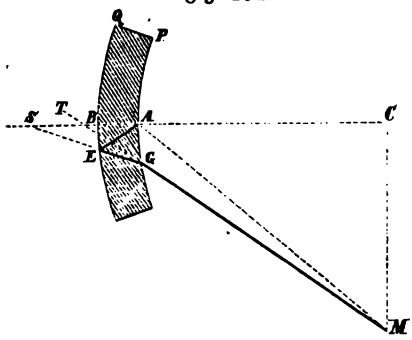
Unter gewissen Umständen lassen sich auch Farbenerscheinungen durch dicke Platten von undurchsichtigen Mitteln hervorbringen. Den ersten darüber angestellten Versuch verdanken wir wieder dem Scharfsinn Newtons. Er ließ nämlich einen Sonnenstrahl durch eine kleine runde Oeffnung in ein dunkles Zimmer auf einen sphärischen Glasspiegel fallen, dessen Rückseite belegt war. Indem er dann in den Mittelpunkt des Spiegels einen weißen Schirm von weißem Papier hielt, der mit einer kreisförmigen Oeffnung versehen war, dergestalt, daß der Strahl hindurch und wieder zurückgehen konnte, bemerkte er auf dem Schirm eine Reihe farbiger Ringe, ähnlich den Ringen dünner Blättchen bei hindurchgelassenem Lichte. Die Lebhaftigkeit dieser Ringe ist am größten, wenn der Schirm genau im Mittelpunkt des Spiegels sich befindet; mit der Entfernung des Schirmes aus dieser Lage werden die Ringe schwächer und verschwinden endlich ganz. — Bei Anwendung eines homogenen Lichtes sind die Ringe abwechselnd dunkel und hell, ohne irgend eine andere Nüance: wenn der Beobachtungsort ganz dun-

kel ist, kann man deren 10 bis 15 zählen. — Für irgend ein homogenes Licht verhalten sich die Quadrate der Durchmesser der hellen Ringe wie die geraden Zahlen 0, 2, 4, 6 . . . und die Quadrate der Durchmesser der dunklen Ringe wie die ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7 . . . — Bei dem nämlichen Spiegel und bei unverändertem Abstande desselben vom Schirm nehmen die Durchmesser der Ringe von derselben Ordnung für die verschiedenen Farben von dem Roth bis zu dem Violet ab wie bei dünnen Blättchen. — Bei Spiegeln von verschiedener Dicke, aber von einerlei Krümmungshalbmesser verhalten sich die Durchmesser der Ringe von derselben Farbe und Ordnung umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den Dicken der Spiegel. — Wurde die Belegung von der Rückseite weggenommen, so waren die Ringe minder lebhaft und verschwanden gänzlich, wenn man die Rückseite des Spiegels mit einer Schichte Terpentinöl bedeckte. Daraus geht hervor, daß die hintere Seite des Spiegels mit der vordern bei der Erzeugung der Ringe wirksam ist.

Aehnliche Erscheinungen zeigen sich, wenn man statt des Glasspiegels einen Metallspiegel anwendet und vor seine reflectirende Oberfläche in einiger Entfernung eine halbdurchsichtige Platte von irgend einer Substanz bringt: die Dicke des Spiegels wird hier durch die zwischen der durchsichtigen Platte und der concaven Fläche des Spiegels liegende Luftschichte ersetzt. — Herschel brachte die Ringe dadurch hervor, daß er vor dem Metallspiegel ein feines Pulver in die Luft streute und das zurückgeworfene Licht auf einem Schirm auffing. — Pouillet bediente sich zur Hervorbringung der in Rede stehenden Erscheinungen eines concaven Metallspiegels, vor den ein durchbrochener undurchsichtiger Schirm gestellt war, so daß die einfallenden wie die zurückgeworfenen Lichtstrahlen durchgehen konnten. — Newton suchte die durch Glasspiegel hervorgebrachten Erscheinungen aus den Anwandlungen leichterer Zurückwerfung und leichteren Durchganges des von der ersten Fläche des Glases nach allen Richtungen hin zerstreuten Lichtes zu erklären. Biot dehnte diese Erklärung auf die durch Metallspiegel erzeugten Farben aus, wobei er jedoch zu sehr verwickelten und unwahrscheinlichen Hypothesen seine Zuflucht zu nehmen gezwungen war. Dagegen erklärt die Undulationstheorie die Erscheinung durch Interferenz derjenigen beiden Theile vom Licht, welche beim Durchgang und Zurückgang des Strahles durch die brechende Fläche zerstreut werden. Die dabei erhaltene Formel stimmt genau mit Newtons Messungen überein.

Es sei P A (Fig. 182) die Vorderfläche, Q B die Hinterfläche des Spiegels, welcher dem von C herkommenden homogenen Lichtstrahle C A

Fig. 182.



senkrecht entgegen gehalten wird. Ein Theil dieses Strahles geht in A hindurch und wird in B wiederum nach A hin reflectirt, von wo aus er dann nach allen Richtungen hin zerstreut wird. Außerdem verhält sich der Punkt A wie ein Lichtpunkt, weßhalb durch Reflection von der Fläche QB ein Bild desselben etwa in S entsteht, dergestalt, daß der Strahl AE nach der Reflection in E die Richtung EG annimmt, welche rückwärts verlängert die Linie AB in S trifft. Nach der Brechung in G ändert der Strahl abermals seine Richtung, so daß er nach M geht und seine Verlängerung die Achse des Spiegels im Punkte T schneidet, welches so ein Bild des Punktes A darstellen wird. Der außerhalb der Richtung des direct durchgegangenen Strahls CA befindliche Punkt M wird demnach gleichzeitig von zwei Wellensystemen angeregt, von denen das eine seinen Mittelpunkt in A und das andere solchen in T hat. Die Intensität des Punktes M wird daher in Folge der Interferenz von dem Gangunterschied δ, welcher $= TA + AM - TM$ ist, abhängen. Da sämmtliche Strahlen rings um C einerlei Lage haben, so werden die Punkte, in denen die Gangunterschiede, mithin auch die Intensitäten einander gleich sind, in concentrischen Kreisen liegen, deren Mittelpunkt C ist. Der Ort der dunklen wie der hellen Ringe wird durch die Relation $\delta = \frac{m\lambda}{2}$ bestimmt; für die ersteren ist nämlich m eine ungerade und für die zweiten eine gerade Zahl. Bezeichnen wir AT durch x, AC durch r, und CM durch y; so haben wir $\delta = \frac{m\lambda}{2} = x + \sqrt{r^2 + y^2} - \sqrt{(x+r)^2 + y^2}$; woraus annäherungsweise entspringt: $y = \sqrt{m}\sqrt{\frac{\lambda}{x} \cdot r\,(x+r)}$. Die Durchmesser der abwechselnd dunklen und hellen Ringe verhalten sich demnach wie die Quadratwurzeln der Zahlen 0, 1, 2, 3, 4 .... — Ferner verhalten sich die Durchmesser eines Ringes von derselben Ordnung in verschiedenem homogenen Lichte wie die Quadratwurzeln aus den Wellenlängen. — Ist c die Dicke des Spiegels, so haben wir, da S der zu A gehörige Bildpunkt ist, wenn wir den Halbmesser der Rückseite gleich $r + c$ setzen, nach den Gesetzen der Reflection, abgesehen vom Zeichen:

$SB = \frac{r+c}{r-c} \cdot c$; woraus $SA = a = \frac{2rc}{r-c}$. Hieraus entspringt nach den Gesetzen der Brechung, wenn wir von der auf der Seite 369 aufgestellten Formel $x = \frac{nar}{(n-1)a-r}$ Gebrauch machen, in welcher $\frac{1}{n}$ statt n gesetzt werden muß: $AT = x = \frac{2rc}{2c-n(r+c)}$; oder für eine geringe Dicke: $x = \frac{2c}{n}$. Wir bekommen hiernach für den Werth des Durchmessers $2y$ der Ringe folgenden Ausdruck:

$$2y = 2r\sqrt{m} \cdot \sqrt{\frac{n}{2} \cdot \frac{\lambda}{c}}:$$

die Durchmesser verhalten sich in diesem Falle direct wie die Quadratwurzel aus dem Brechungsverhältniß und umgekehrt wie die Quadratwurzel aus der Spiegeldicke.

Verwandten Ursprungs mit dieser Erscheinung sind verschiedene andere, von denen bloß einige Beispiele angeführt werden mögen. Legt man eine parallelflächige Glasplatte von mehreren Millimetern Dicke auf eine polirte Metallplatte, zu welcher sie fast parallel ist; so sieht man durch die Glasplatte auf der Metallplatte das zurückgeworfene Bild einer Oeffnung in dem Fensterladen der dunklen Kammer. Dieses Bild erscheint mehr oder weniger mit Farbennüancen, die in der Interferenz der direct hindurch gegangenen und der reflectirten Lichtstrahlen ihren Grund haben. — Betrachtet man durch zwei vollkommen gleichdicke Glasplatten, die unter einem sehr kleinen Winkel gegeneinander geneigt sind, die Oeffnung in dem Fensterladen einer dunklen Kammer; so erblickt man außer dem directen ungefärbten Bilde der Oeffnung noch mehrere Seitenbilder, in denen sich Farbenstreifen zeigen. Das ins Auge kommende Licht besteht bei diesem Versuche aus solchen Strahlen, welche durch die vier Flächen der beiden Platten gebrochen wurden, dann aus solchen Strahlen, welche vor ihrem Austritte aus der letzten Fläche eine größere oder geringere Anzahl Reflectionen zwischen den vier Flächen erlitten haben. Je größer diese Zahl der inneren Reflectionen ist, desto lichtschwächer werden die Bilder ausfallen, bei denen dergleichen reflectirten Strahlen wirksam sind. — Hierher dürften auch jene farbigen Streifen gehören, welche man wahrnimmt, wenn man das Bild einer Kerze in einem ebenen Glasspiegel betrachtet, während die Kerze in geringer Entfernung vor das Auge gehalten wird, so daß die einfallenden und zurückgeworfenen Strahlen einen kleinen Winkel mit einander machen. Deßgleichen die farbigen Fransen, welche man im Tageslichte bemerkt, wenn man zwei geblasene Glasschichten aufeinander legt und welche man bei ihnen einzeln genommen nicht sieht. — Alle diese Erscheinungen bedürfen wie die Phänomene der

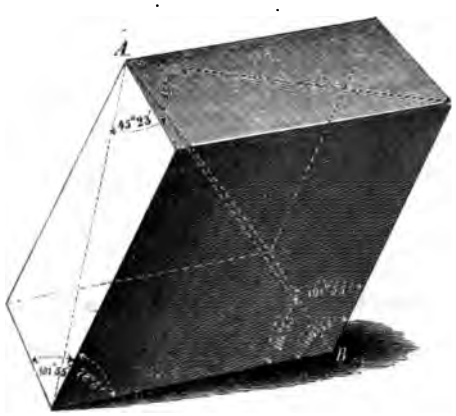
stand unſerer Betrachtungen abgeben ſollen.

III. Von der doppelten Brechung des L

1. Einachſige Kryſtalle. Poſitive und negative

Unter den feſten durchſichtigen Körpern gibt es ſold bemerkenswerthe Eigenſchaft haben, einen auf ſie einfallend im Allgemeinen in zwei nach verſchiedenen Richtungen ſich Strahlen zu zertheilen und ſomit die Gegenſtände dopp Man nennt dergleichen durchſichtige Körper doppelt br die Art, wie ſich ein Lichtſtrahl bei ſeinem Eintritt in brechenden Körper in zwei andere ſpaltet, die doppelt dieſes Körpers. Am auffallendſten zeigt ſich die Trennu Lichtſtrahlen an dem kohlenſauren Kalk oder isländ pelſpath, welcher ſchon im ſiebenzehnten Jahrhundert v in Kopenhagen als ein doppelt brechender Körper erkannt die Natur der Doppelbrechung näher kennen zu lernen, w leichteren Ueberſicht der Erſcheinungen wegen zunächſt bl neral betrachten und hernach zu andern doppelt brechen übergehen. Der Kalkſpath, welcher in Island in große ſichtigen Kryſtallen vorkommt, zeigt ſich in mannigfaltige ſonders häufig iſt das Rhomboeder (Fig. 183), welch rhombiſchen Flächen begrenzt wird. An demſelben komme überliegende Ecken A und B vor, deren jede von drei glei Kantenwinkeln von 101° 55′ gebildet wird, mithin an den

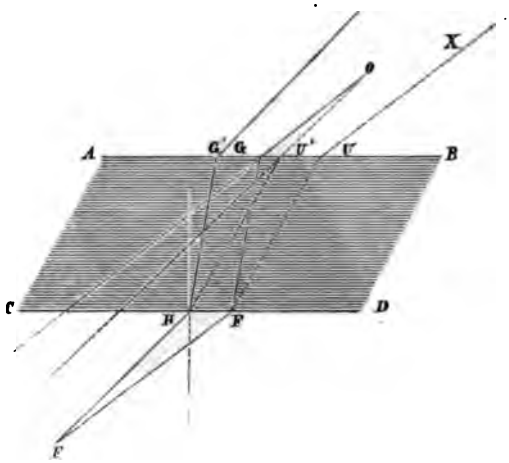
Fig. 183.



Kryſtalls. Der Begriff der optiſchen Achſe und des Hauptſchnittes iſt, wie die Folge lehren wird, von Wichtigkeit und findet auch bei andern doppelt brechenden Körpern Anwendung.

Von dem Daſein der doppelten Brechung werden uns folgende einfache Thatſachen überzeugen: Man lege ein Kalkſpathrhomboeder auf ein Blatt weißen Papiers, worauf ein ſchwarzer Punkt gezeichnet iſt. Wenn man durch den Kryſtall dieſen Punkt betrachtet, ſo ſieht man von demſelben zwei von einander getrennte Bilder, deren eines unbeweglich bleibt, während das andere ſich dreht, ſobald der Kryſtall um eine verticale Achſe gedreht wird. — Man bedecke ferner die eine Fläche eines Doppelſpaths mit Papier, worin eine kleine Oeffnung iſt. Läßt man durch dieſe Oeffnung einen Lichtſtrahl auf den Kryſtall fallen, ſo wird man bemerken, daß der Strahl bei ſeinem Eintritt in den Kryſtall ſich in zwei Strahlen ſpaltet. — Recht deutlich ſtellt ſich dieſe Erſcheinung dar, wenn man einen Lichtſtrahl durch ein Helioſtat ins dunkle Zimmer ſenkrecht auf eine Kalkſpathfläche fallen läßt. Die beiden geſonderten Strahlen können durch erregten Staub oder Rauch ſichtbar gemacht werden. Fängt man die austretenden Strahlen auf einem Schirm auf, ſo nimmt man in der Richtung des einfallenden Lichtes ein Bild wahr, außerdem ihm zur Seite aber noch ein zweites gleich intenſives, welches um das erſte ſich bewegt, wenn der Kryſtall um das einfallende Strahlenbündel gedreht wird. — Man halte einen Doppelſpath nahe ans Auge und ſehe nach einem Punkt, ſo daß man denſelben doppelt wahrnimmt. Führt man dann ein Stückchen Papier längs der untern Fläche des Doppelſpaths hin, ſo wird das vom Rande des Papiers weiter abliegende Bild zuerſt verſchwinden. Um dieſe Erſcheinung zu erklären, ſei A B C D (Fig. 184) ein Doppelſpath;

Fig. 184.



E ein leuchtender Punkt. Ein Theil FG des einfallenden Strahles EF gelangt in das Auge, während ein anders gebrochener Antheil FUX dieſes Strahls für dasſelbe verloren geht; dafür empfängt es von einem zweiten einfallenden Strahl EH den gebrochenen Antheil HU', während der anders gebrochene Theil HG' nicht in das Auge kommt. Dasſelbe ſieht daher den Punkt E zweimal, nämlich in den Verlängerungen von OG und OU'. Das von dem Strahl EF herrührende Bild wird mithin weiter von D entfernt erſcheinen als das durch den Strahl EH entſtandene. Da die beiden gebrochenen Strahlenbündel GF und HU' im Innern des Doppelſpaths einander durchkreuzen, ſo muß beim Vorüberführen des Papiers an demſelben das am weiteſten abſtehende Bild zuerſt verdeckt erſcheinen.

Um die Geſetze aufzufinden, nach denen die Doppelbrechung im Kalkſpath vor ſich geht, muß man daraus Prisma ſchneiden, deren brechende Kante entweder der Achſe des Kryſtalls parallel iſt oder irgend eine andere Lage gegen ſie hat. In dem Fall, daß die brechende Kante des Prismas der Achſe parallel iſt, findet man mit Hülfe der Formel: $n = \frac{\sin\left(\frac{k+\gamma}{2}\right)}{\sin\frac{\gamma}{2}}$, wo γ der brechende Winkel des Prismas und k die kleinſte Abweichung bezeichnet, für das eine Bild $n = 1{,}654$ und für das andere $n' = 1{,}483$. In dieſem Falle bewegen ſich beide Strahlen in einer auf der Achſe des Kryſtalls ſenkrechten Ebene. — Hat die brechende Kante irgend eine andere Lage gegen dieſe Achſe als

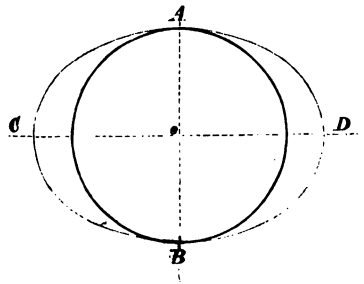
die eben besprochene, so findet man für den einen Strahl abermals $n = 1{,}654$; für den andern n' dagegen einen zwischen den Grenzen 1,654 und 1,483 liegenden Werth, der mit der Richtung des Strahles gegen die Achse des Krystalls sich ändert. — Der erste Strahl, welcher jederzeit am meisten abgelenkt ist, liefert stets das nämliche Brechungsverhältniß 1,654, welche Lage er auch gegen die Achse haben mag: er richtet sich ganz nach dem gewöhnlichen Brechungsgesetz, weßhalb man ihn den gewöhnlichen oder ordinären Strahl nennt. — Der zweite Strahl, dessen Brechungsverhältniß veränderlich ist und seinen kleinsten Werth hat, wenn er den Kalkspath senkrecht zur Achse durchläuft, befolgt ein anderes Gesetz: er heißt deßwegen der ungewöhnliche oder extraordinäre Strahl. In einem besonderen Falle stimmt jedoch sein Brechungsverhältniß mit dem des gewöhnlichen Strahles überein; es ereignet sich dies, wenn er den Krystall in der Richtung der optischen Achse durchläuft: in diesem Falle spaltet sich der einfallende Lichtstrahl nicht in zwei andere und die Doppelbrechung zeigt sich nicht.

Aus dem Gesagten geht offenbar hervor, daß der gewöhnliche Strahl den Krystall nach allen Richtungen mit einerlei Geschwindigkeit durchläuft, nämlich mit der Geschwindigkeit gleich $\frac{1}{1{,}654} = 0{,}6045 = b$, wenn die Geschwindigkeit des Lichtes in der Luft als Einheit genommen wird, weil die Geschwindigkeiten sich umgekehrt wie die zugehörigen Brechungsverhältnisse verhalten. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des ungewöhnlichen Strahles ändert sich aber mit der Neigung gegen die optische Achse, ist aber immer größer als die des gewöhnlichen Strahles, da letzterer stärker gebrochen wird. In der Richtung der Achse ist seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieselbe wie die des gewöhnlichen Strahles, nämlich $= b$; dagegen erreicht sie in einer auf der Achse senkrechten Richtung ihren größten Werth, der gleich $\frac{1}{1{,}483} = 0{,}6742 = a$ ist, während sie mit dem Winkel φ sich ändert, welchen der ungewöhnliche Strahl mit der Achse bildet, und so alle zwischen jenen zwei äußersten Grenzen b und a liegenden Werthe annimmt. Bei einiger Ueberlegung mußte man daher wohl bald auf den Gedanken kommen, daß die aus dem Mittelpunkte einer Ellipse, deren kleine Achse $2b$ und große Achse $2a$ ist, ausgehenden Leitstrahlen das Gesetz darstellen, nach welchem sich die Geschwindigkeit des außergewöhnlichen Strahles im Krystall mit seiner Neigung gegen die Achse ändert. Eliminirt man demnach zwischen der auf ihre Achsen bezogenen Gleichung der Ellipse, nämlich $a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2$ und den dem Leitstrahle u' zukommenden zwei Re-

lationen $u'^2 = y^2 + x^2$ und $x = u' \sin \varphi$, wo φ den Winkel bezeichnet, welchen derselbe mit der kleinen Achse macht; so wird die daraus resultirende Gleichung $u'^2 = b^2 + (a^2 - b^2) \sin^2 \varphi$ die Geschwindigkeit u' des ungewöhnlichen Strahles in einer Richtung, die mit der optischen Achse den Winkel φ bildet, darstellen, wenn b (0,6045) und a (0,6742) zugleich die Geschwindigkeiten der Lichtfortpflanzung im Sinne der Achse des Doppelspaths und nach einer darauf senkrechten Richtung angeben, die Geschwindigkeit des Lichtes in der Luft = 1 gesetzt.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des gewöhnlichen Strahles ist nach allen Richtungen eine und dieselbe, nämlich gleich b (0,6045); seine Wellenfläche muß daher eine Kugel sein. Den ungewöhnlichen Strahlen muß aber eine andere Wellenfläche zukommen, weil sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dergleichen Strahlen mit dem Winkel derselben gegen die Achse ändert. In der Richtung der optischen Achse fallen der gewöhnliche und der ungewöhnliche Strahl zusammen, was zur Folge hat, daß diejenigen Punkte, in denen die Kugelfläche der gewöhnlichen Strahlen die optische Achse schneidet, auch der Wellenfläche der ungewöhnlichen Strahlen angehören müssen. Für jede andere Richtung ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der ungewöhnlichen Strahlen aber größer als die der gewöhnlichen; daraus geht hervor, daß die Kugelfläche der letzteren von der Wellenfläche der ersteren ganz eingehüllt ist und beide Flächen nur an den Endpunkten der optischen Achse einander berühren. In allen zur Achse senkrechten Richtungen ist die Geschwindigkeit des ungewöhnlichen unveränderlich und erreicht ihren größten Werth; es muß daher eine durch den Kugelmittelpunkt zur optischen Achse senkrecht gelegte Schnittebene die Kugelfläche der gewöhnlichen Strahlen und die Wellenfläche der ungewöhnlichen in Kreisen schneiden, deren Mittelpunkte zusammenfallen und deren Halbmesser in dem Verhältniß der Geschwindigkeiten der Lichtfortpflanzung in der Richtung der Achse und in einer darauf senkrechten Richtung zu einander stehen, d. h. in dem Verhältniß von b (0,6045) zu a (0,6742). — Denken wir uns demnach ein Rotationsellipsoid construirt, dessen Umdrehungsachse in die optische Achse AB (Fig. 185) fällt und an Größe gleich der doppelten Geschwindigkeit der Lichtfortpflanzung im Sinne der Achse des Doppelspaths, mithin

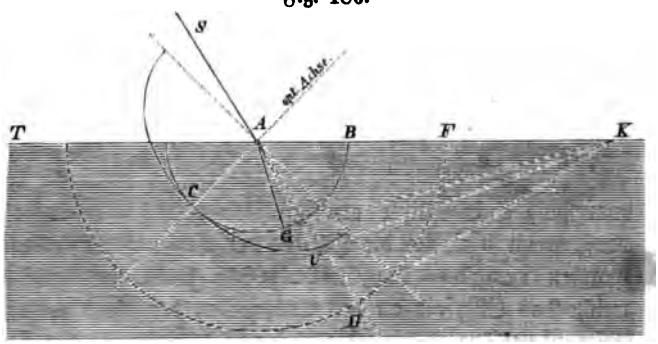
Fig. 185.



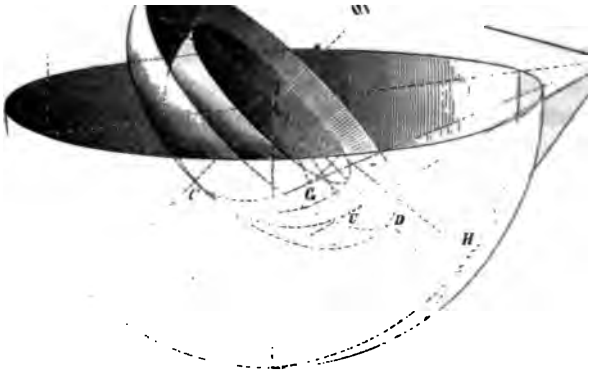
gleich $2 \times 0{,}6045$ und dessen Aequatorialdurchmesser CD gleich ist der doppelten Geschwindigkeit der Lichtfortpflanzung im Sinne nach einer auf der Achse senkrechten Richtung, mithin gleich $2 \times 0{,}6742$, die Geschwindigkeit des Lichtes in der Luft gleich 1 gesetzt; so wird dieses abgeplattete Ellipsoid die Wellenfläche der ungewöhnlichen Strahlen ein Kalkspath darstellen. Die Rotationsachse des Ellipsoids stimmt mit dem Durchmesser der Kugelfläche der gewöhnlichen Strahlen überein, so daß letztere das Ellipsoid an den Endpunkten der Rotationsachse von innen berührt.

Um die Richtungen der beiden gebrochenen Strahlen im Doppelspath zu bestimmen, hat Huyghens folgende Construction angegeben. Wir wollen zuerst den einfacheren Fall betrachten, in welchem die Einfallsebene des Strahles SA (Fig. 186) zugleich ein Hauptschnitt des

Fig. 186.



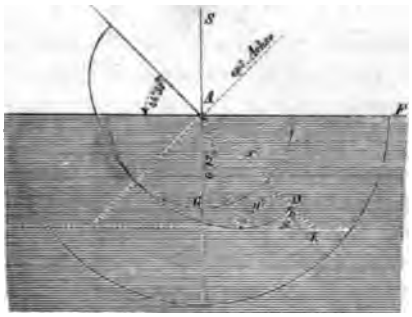
Krystalls ist. Man beschreibe in dieser Ebene aus A als Mittelpunkt mit einem beliebigen Radius AF einen Halbkreis, construire zugleich eine Ellipse, deren Mittelpunkt in A liegt, deren kleinere Achse mit der optischen Achse AC und größere Achse mit der auf AC Senkrechten AD zusammenfällt, und wähle die Dimensionen dieser halben Achsen AC und AD so, daß die Proportion $AC : AD : AF = 0{,}6045 : 0{,}6742 : 1$ besteht. Man verlängere hierauf die Richtung des einfallenden Strahles SA, bis sie den Halbkreis in H schneidet, ziehe dann an denselben die Tangente HK und aus dem Durchschnittspunkte K der letzteren mit der verlängerten AF die Berührungslinie KU an die Ellipse. Die durch den Punkt A und den Berührungspunkt U dieser Tangente gezogene Gerade AU wird die Richtung des zum einfallenden Strahle SA gehörenden ungewöhnlichen Strahles angeben. Die Richtung des gewöhnlichen Strahles erhält man, wenn man aus A mit dem Halbmesser AC einen Halbkreis beschreibt und aus K an ihn eine Tangente KG legt: die Gerade AG, welche den Berührungspunkt G mit dem Ein-



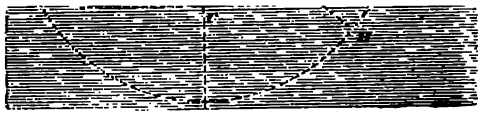
durch Umdrehung einer Ellipſe um ihre kleinere Achſe er
ſoid, ſo daß, wenn b und a die Hälften der Achſen jene
die Proportion r : a : b = 1 : 0,6742 : 0,6045 ſtattfindet
Kugel, welche das Ellipſoid an den Endpunkten der Rota
rührt. Hierauf verlängere man die Richtung des einfalle
bis ſie die erſte Halbkugel in H trifft; lege dann zu dem
Durchſchnittspunkt H eine Berührungsebene an die Halbk
die Durchſchnittslinie KR gedachter Ebene mit der G
Doppelſpaths, in welcher der Einfallspunkt A liegt.
Durchſchnittslinie KR lege man weiter eine Berührungse
Ellipſoid und eine Berührungsebene an die ihm eingeſch
und verbinde endlich die beiden Berührungspunkte L' und
ſoids und der Kugel mit dem Einfallspunkte A: die Ge

dienen, deren Ergebnisse mit den beobachteten Eigenthümlichkeiten der ungewöhnlichen Brechung des Lichtes im Doppelspath in genauester Uebereinstimmung stehen. — Zunächst falle der Lichtstrahl SA (Fig. 186b)

Fig. 186b.



senkrecht auf eine natürliche Theilungsfläche AF des Doppelspaths, gegen welche die optische Achse überhaupt um einen Winkel von 45° 23′ geneigt ist. Die Construction läuft in diesem Falle darauf hinaus, an die Ellipse eine Berührungslinie zu ziehen, welche eine zu der Linie AF parallele Richtung hat. Ist mithin LU gedachte Berührungslinie, so besteht abgesehen vom Zeichen die Relation: $\frac{b^2 x'}{a^2 y'} = \text{tang } 44^\circ 37'$, in welcher x′ y′ die Coordinaten des Berührungspunktes U bezeichnen, wenn man erwägt, daß beim Gebrauch der auf die Achsen bezogenen Gleichung der Ellipse: $a^2 y^2 + b^2 x^2 = a^2 b^2$ die Gleichung der Berührungslinie die Form: $a^2 y y' + b^2 x x' = a^2 b^2$ hat. Aus der Relation $\frac{b^2 x'}{a^2 y'} = \text{tang } 44^\circ 37'$ entspringt nun $\frac{y'}{x'} = \frac{b^2}{a^2 . \text{tang } 44^\circ 37'} = \text{tang UAL}$; d. h. Winkel UAD = 39° 11′; folglich Winkel GAU = 90° — 39° 11′ — — 44° 37′ = 6° 12′. Der ungewöhnlich gebrochene Strahl wird also von dem in unveränderter Richtung fortgehenden gewöhnlichen Strahl um 6° 12′ an der Austrittsfläche abgelenkt erscheinen, mit demselben aber in dem durch den Einfallspunkt geführten Hauptschnitte liegen. — Es stehe zweitens die Einfallsebene senkrecht zur optischen Achse. In diesem Falle wird das Ellipsoid von der Einfallsebene in einem Kreise geschnitten, dessen Halbmesser der größern Halbachse der das Ellipsoid erzeugenden Ellipse gleich ist und der die Lage des ungewöhnlichen Strahles bestimmende Berührungspunkt verbleibt stets in der Einfallsebene. Der außergewöhnlich gebrochene Strahl befolgt demnach hier ganz das Gesetz der einfachen Brechung, nur weicht sein Brechungsverhältniß 1 : 0,6742 am meisten von jenem 1 : 0,6045 des gewöhnlich gebrochenen Strahles ab. — Es werde drittens des Lichtstrahl PA



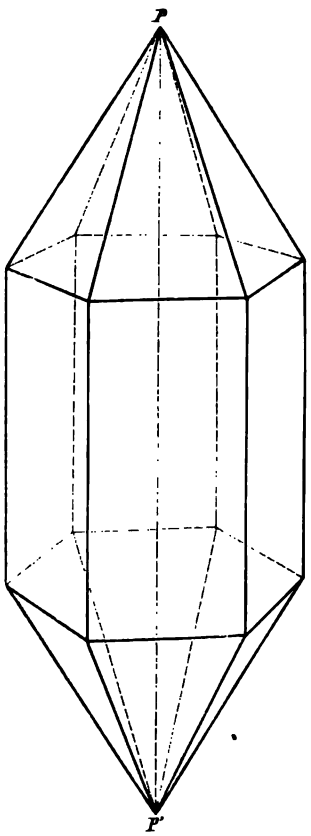
(Fig. 186c) senkrecht geleitet auf eine gegen die optis
rechtwinklig geschliffene Fläche des Doppelspaths. Die E
innere Kreis haben in solchem Falle eine gemeinschaftl
CL, woraus hervorgeht, daß der parallel zur Achse einf
PA weder in zwei Bündel gespalten, noch überhaupt gebr
Allein ein schief auf eine derartige Schnittfläche auffallen
SA erleidet die doppelte Brechung, wobei der ungewöhnlic
in der Einfallsebene verbleibt, weil dieselbe jederzeit mit
schnitte zusammenfällt.

Auf ähnliche Weise wie im Doppelspath erfolgt die
Lichtes in allen krystallisirten Körpern, welche zum tetra
hexagonalen Krystallsystem gehören. Beide System
Achse, die sich durch ihre Größe von den übrigen unterei
Achsen absondert und als Mittellinie darstellt, um welche
in symmetrischer Ordnung gelagert sind. Alle dahin gehö
spalten den einfallenden Lichtstrahl im Allgemeinen in
Strahlen, von denen der eine dem gewöhnlichen Brech
horcht, während der andere dasselbe nur dann befolgt, w
fallsebene auf der optischen Achse senkrecht steht: die letzter
jederzeit mit der krystallographischen Hauptachse ü
nennt derlei Krystalle optisch einachsige und unterscheide

durch eine gewisse Kraft von der Achse gleichsam weggetrieben. — Bei Körpern der zweiten Klasse, zu denen der Bergkrystall gehört, ist das Brechungsverhältniß des gewöhnlichen Strahles kleiner als das des ungewöhnlichen. Man nennt sie *positive*, weil bei ihnen das Brechungsverhältniß des ungewöhnlichen Strahles aus dem Brechungsverhältniß des gewöhnlichen Strahles *mehr* einem veränderlichen Antheil bestehend angesehen werden kann: sie heißen auch *anziehende* oder *attractive*, weil man dachte als würde der ungewöhnliche Strahl gewissermaßen zur Achse hingetrieben. — Die Klasse der optisch negativen Krystalle ist zahlreicher als die der optisch positiven; zu den ersteren gehören Kalkspath, Turmalin, Beryll, Saphir, Rubin, Smaragd, Honigstein, salpetersaures Natron; zu der andern gehören Quarz, Zirkon, essigsaures Kalkkupfer, Eis.

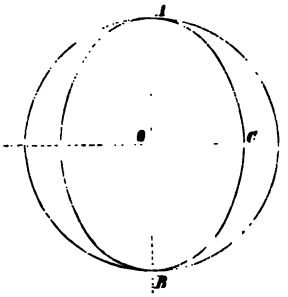
Um den Unterschied des Verhaltens zwischen den negativen und positiven Krystallen mehr hervorzuheben, wollen wir die Erscheinungen bei dem Bergkrystall näher ins Auge fassen. Der Bergkrystall erscheint häufig als Combination eines sechsseitigen Prismas und einer doppelten sechsseitigen Pyramide (Fig. 187). Durch die Scheitel P und P′ der beiden Pyramiden geht die krystallographische Hauptachse, zu welcher die optische Achse parallel liegt. — Schleift man nun aus einer solchen natürlichen sechsseitigen Säule eines Bergkrystalls ein Prisma, dessen brechende Kante der Achse parallel ist und läßt einen Lichtstrahl auf eine Fläche des Prismas fallen; so findet man 1,548 und 1,558 für die Brechungsverhältnisse der beiden Strahlen. — Für ein anders geschliffenes Prisma, dessen brechende Kante nicht der Achse parallel ist, ergibt sich für den einen Strahl wieder 1,548, für den zweiten aber ein zwischen 1,548 und 1,658 liegender Werth, der mithin größer ist als das Brechungsverhältniß des gewöhnlichen Strahles. — Im Bergkrystall ist also die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des gewöhnlichen Strahles die größere,

Fig. 187.



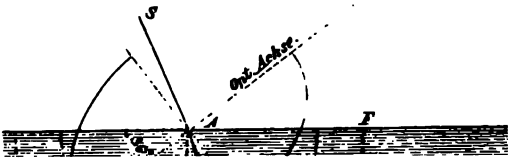
wöhnlichen Strahles im Krystall mit seiner Richtung
durch eine Ellipse dargestellt (Fig. 188), deren gro

Fig. 188.



$AO = 0{,}6459 = a$ und klei
$CO = 0{,}6418 = b$ ist, ob
Formel: $u'^2 = a^2 + (b^2 - a$
φ den Winkel bezeichnet, we
gewöhnliche Strahl mit der
— Denkt man sich diese El
größere Achse AB umgedreht
ein gestrecktes Rotationsellipsoi
lenoberfläche der außergewöhn
len im Bergkrystall. Die K
gewöhnlichen Strahlen umhü
soid gänzlich, dasselbe nur in
A und B der größeren Achse berührend. — Ein durch den
senkrecht zur Achse gelegte Schnittebene liefert für beide
ebenfalls zwei concentrische Kreise, deren Halbmesser sich
zu 0,6418 verhalten: der äußere entspricht der Wellens
wöhnlichen Strahlen, während der innere der Wellenflä

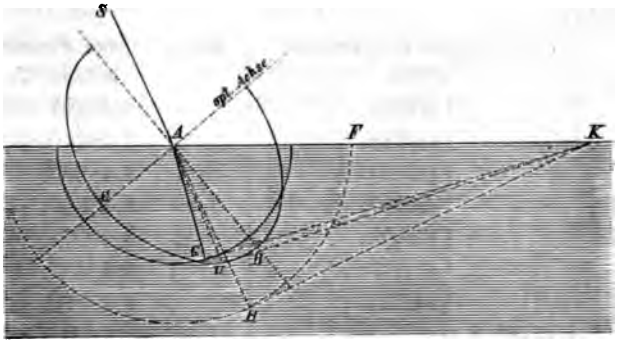
Fig. 189.



einfallenden Lichtstrahl SA. Der außergewöhnliche Strahl AU liegt hier der optischen Achse näher als der gewöhnliche AG, dagegen bei dem Kalkspathe das Umgekehrte der Fall ist.

Die Dimensionen der Ellipse, durch deren Rotation die Wellenfläche des außergewöhnlichen Strahles entsteht, ändern sich mit der materiellen Beschaffenheit des Krystalles; bei den negativen ist es die kleinere, bei den positiven die größere Achse der Ellipse, welche als Umdrehungsachse des Ellipsoids erscheint. Meistens berühren sich die Wellensphäre und das Wellenellipsoid an den Endpunkten der Rotationsachse; indeß gibt es auch Krystalle, bei denen diese zwei Wellen ganz von einander getrennt sind. Ein derartiger Fall gibt sich dadurch zu erkennen, daß ein in den Krystall parallel mit dessen Achse auf eine senkrecht gegen dieselbe geschnittene Fläche eintretender Lichtstrahl aus zwei in der nämlichen Richtung ungleich schnell fortschreitenden Strahlen zusammengesetzt ist, welche die doppelte Brechung erleiden, sobald sie an einer zweiten Fläche unter schiefem Winkel aus dem Krystalle heraustreten. — Die Huyghens'sche Construction zur Auffindung der Richtungen beider Strahlen behält jedoch immer ihre Anwendung. Die Zeichnung (Fig. 190) bezieht sich auf einen positiven Krystall, bei

Fig. 190.



welchem der Durchmesser der sphärischen Welle größer ist als die Rotationsachse des demselben zugehörigen Wellenellipsoids. In der Zeichnung haben die Buchstaben dieselbe Bedeutung wie die ihnen gleichen in der Figur 189. — Bei den meisten doppelt brechenden Körpern werden die zwei Strahlen zu wenig von einander gesondert, weßhalb an ihnen die doppelte Brechung nicht leicht zu bemerken ist. Um solche zur deutlichen Wahrnehmung zu bringen, muß man den Krystallen künstliche, gegen die Achse geneigte Flächen geben. — Auch ändert sich bei einem und demselben Krystalle der Unterschied zwischen den Brechungsverhältnissen für die beiden durch Doppelbrechung gesonderten

Strahlen mit der Temperatur, wie aus den Untersuchungen hervo welche Rudberg über die doppelte Brechung im Kalkspath und krystall bei höheren Temperaturen angestellt hat. Das außerge liche Brechungsverhältniß ändert sich nämlich mit steigender Temp merklicher als das gewöhnliche, so daß beide Brechungsverhältniß ander näher rücken, wenn die Temperatur wächst.

Bemerkt muß noch werden, daß die Brechungsverhältnisse n des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahles für jede Farb ändern und daß die oben angeführten Werthe sich auf die gelben S len beziehen, welche in die Mitte des Spectrums fallen. Mit eines Prismas, dessen Kante der optischen Achse parallel lag und Flächen genau eben waren, hat Rudberg für den negativen Kal und den positiven Bergkrystall nach der früher auseinandergeg Methode für die einzelnen Frauenhofer'schen Linien der vorhan Spectra das Minimum der Ablenkung k bestimmt und hieran entsprechende Brechungsverhältniß n nach der Formel $n = \frac{\sin \frac{1}{2}(k}{\sin}$ berechnet, in welcher γ den brechenden Winkel des Prismas bezei Auf diese Weise hat Rudberg folgende Resultate erhalten. Für Kalkspath:

Strahl.	Gewöhnliches Brechungsverhältniß.	Ungewöhnliches Brechungsverhältniß.
B	1,65308	1,48391.
C	1,65452	1,48455.
D	1,65850	1,48635.
E	1,66360	1,48868.
F	1,66802	1,49075.
G	1,67617	1,49453.
H	1,68330	1,49780.

Für den Bergkrystall:

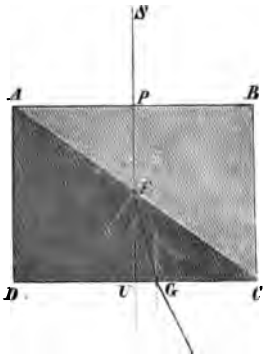
Strahl.	Gewöhnliches Brechungsverhältniß.	Ungewöhnliches Brechungsverhältniß.
B	1,549070	1,54990.
C	1,54181	1,55085.
D	1,54418	1,55328.
E	1,54711	1,55631.
F	1,54965	1,55894.
G	1,55425	1,56365.
H	1,55817	1,56772.

Aus der vergleichenden Zusammenstellung dieser Werthe ergibt

daß in einer und derselben doppeltbrechenden Substanz der Unterschied zwischen den beiden Brechungsverhältnissen vom rothen bis zum violetten Strahl fortwährend zunimmt.

Man hat ein Kalkspathprisma ABC (Fig. 191), dessen Kanten der optischen Achse parallel sind, mittelst Canadabalsams mit einem ganz gleichen Glasprisma ADC zusammengekittet. Durch diese Combination erhält man ein achromatisches Kalkspathprisma. Fällt nämlich ein Strahl SP senkrecht auf die Fläche AB des Kalkspaths auf, so geht der außergewöhnliche Strahl FU ohne merkliche Ablenkung und wenn das einfallende Licht nicht homogen ist, ohne merkliche Dispersion durch beide Prisma hindurch, weil das Brechungsverhältniß des Glases jenem des ungewöhnlichen Strahles ziemlich gleich ist. Dagegen erfährt der gewöhnliche Strahl FG, welcher ein stärkeres Brechungsverhältniß als das Glas besitzt, eine bedeutendere Ablenkung, die beim Austritte in die Luft noch vergrößert wird. Sieht man demnach durch ein solches achromatisches Kalkspathprisma nach irgend einem Gegenstande, so erblickt man zwei Bilder, von denen das gewöhnliche noch farbige Säume darbietet, während das andere davon befreit ist. Um das letztere dreht sich das erstere, wenn man das Prisma vor dem Auge dreht.

Fig. 191.



Auf eine sinnreiche Weise hat der Engländer Nicol zwei Kalkspathprisma mit einander combinirt. Die Herstellung dieses Nicol'schen Prismas geschieht auf folgende Weise. Statt der zwei natürlichen Flächen AB, DC (Fig. 192) eines Kalkspathrhomboeders, welche mit den stumpfen Kanten K einen Winkel von 71° bilden, schleife man ein Paar Andere, die wie jene auf dem Schnitt ABCD senkrecht stehen, aber mit den Kanten K Winkel von 68° machen. Hierauf theilt man den Krystall durch eine Ebene, die auf dem Schnitt ABCD und den angeschliffenen Flächen senkrecht steht, in zwei Theile; polirt dann die beiden Schnittflächen wohl und kittet endlich mit Canadabalsam die beiden Theile in ihrer ursprünglichen Lage wieder zusammen. Ein so hergestelltes Prisma wird mittelst Kork in eine passende Metallhülse gefaßt, dergestalt, daß eine der angeschliffenen Flächen dem einfallenden Lichte zugekehrt ist. — Fig. 192a stellt einen durch die Kanten gelegten Hauptschnitt eines Nicol'schen Prismas dar. Der in diesem Schnitt

Fig. 192.

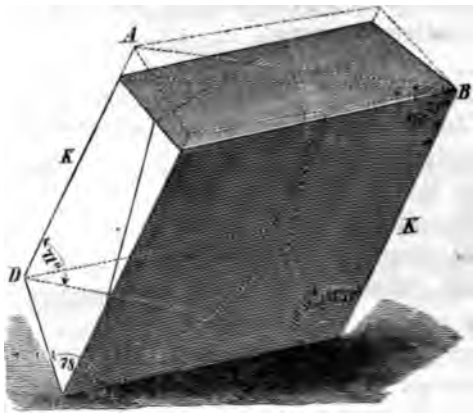
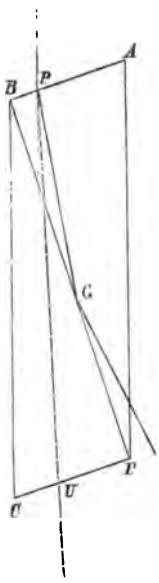


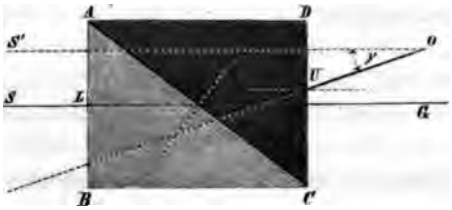
Fig. 192 a.



liegende Lichtstrahl SP wird beim Eindringen in das erste Prisma in einen ordentlichen PG und außerordentlichen Strahl PU zerspalten, die beide in dem Hauptschnitte ABCD verbleiben. Der ordentliche Strahl PG erleidet die stärkere Ablenkung und an der trennenden Balsamschichte die totale Reflection. Das Brechungsverhältniß des Balsams ist nämlich 1,54 und jenes des ordentlichen Strahles 1,65; mithin der Balsam optisch dünner als der Kalkspath, weßhalb beim Uebergange aus diesem in jenen die totale Reflection eintritt, wenn der Einfallswinkel wenigstens 68° beträgt. Um diesen Werth zu erhalten, darf der einfallende Strahl sich nicht über gewisse Grenzen hinaus von der Achse des Prismas entfernen. Der ordentliche dringt also nicht in das zweite Prisma ein, sondern wird nach den Wänden des ersten gänzlich zurückgeworfen und von denselben, welche mit einem schwarzen Pigmente überzogen sind, verschluckt. — Der außergewöhnliche Strahl, dessen Brechungsverhältniß kleiner als das des Balsams ist, durchdringt die Balsamschichte und gelangt in das zweite Prisma, welches er in der Richtung des einfallenden Strahles verläßt.

Von der doppelten Brechung hat der Franzose Rochon eine sinnreiche Anwendung gemacht, indem er zwei doppeltbrechende Prisma zu einer Mikrometer Vorrichtung combinirte. — Das Mikrometer von Rochon besteht aus zwei gleichen dreiseitigen Prismen ABC und ACD (Fig. 193) von Bergkrystall, die zu einem rechtwinkligen Parallelepiped

Fig. 193.



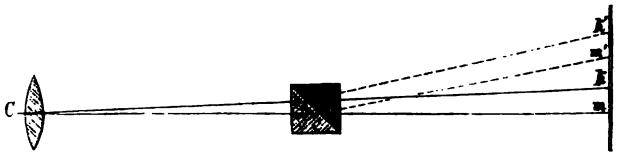
aneinander gekittet sind. Diese Prismen sind dergestalt geschnitten, daß die optische Achse bei dem ersten auf der dem Gegenstande zugekehrten Fläche AB senkrecht steht, in dem zweiten aber mit den drei Seitenflächen parallel läuft. Fällt ein Lichtstrahl SL von einem entfernten Objecte S senkrecht auf die Fläche AB, so geht er ungebrochen und ungetheilt durch das erste Prisma, wird aber an der den Prismen gemeinsamen Fläche AC in zwei Strahlen gesondert. Der gewöhnlich gebrochene Strahl schreitet ohne Aenderung seiner Richtung fort und tritt an der Hinterfläche CD parallel mit der Richtung des auffallenden Strahles heraus. Der ungewöhnlich gebrochene Strahl PU nähert sich dem Einfallslothe PQ und wird beim Eindringen in die Luft nach der Richtung QUO abgelenkt, indem er sich von der Normale entfernt. Das in O befindliche Auge sieht daher das ungewöhnliche Bild in der Richtung OU und das gewöhnliche Bild in der ungeänderten Richtung OS' an dem Orte, wo es auch ohne das Instrument sich gezeigt hätte. Der Winkel S'OU, den die beiden austretenden Strahlen miteinander machen, läßt sich leicht ermitteln. Denn bezeichnet man den brechenden Winkel des Prismas BAC = ACD mit A, das Brechungsverhältniß für den gewöhnlichen Strahl mit n und das für den ungewöhnlichen mit n', ferner den Brechungswinkel an der Fläche AC mit β und jenen an der Austrittsfläche DC mit γ; so bestehen folgende zwei Gleichungen:

$$\frac{\sin A}{\sin \beta} = \frac{n'}{n} \text{ und } \frac{\sin (A - \beta)}{\sin \gamma} = \frac{1}{n'}$$

aus denen der Winkel γ = S'OU berechnet werden kann, wenn der brechende Winkel A gegeben ist, da n' = 1,558 und n = 1,548. Für A = 30°; 40°; 50°; 60° sind diese Werthe γ beziehungsweise gleich: 19'30"; 28'20"; 40'; 57'40".

Ein solches Doppelprisma wird zwischen das Objectiv C eines Fernrohrs und dessen Brennpunkt gebracht. Dadurch entstehen von einem fernen Gegenstande zwei Bilder km und k'm' (Fig. 193a), von dem das erstere mit demjenigen übereinstimmt, welches das Fernrohr ohne Doppelprisma liefern würde und das zweite durch die außergewöhnlichen Strahlen erzeugte mehr oder weniger von dem andern

Fig. 193 a.



absteht. Der Winkel γ, welchen die gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahlen mit einander bilden, bleibt für ein bestimmtes Prisma constant; daher wird die Entfernung jener Bilder wachsen, wenn man das Prisma von dem Schirme oder dem Ocular entfernt; dagegen die Entfernung der Bilder abnehmen, wenn man das Prisma dem Schirme oder dem Ocular nähert. Man kann leicht dem Prisma eine solche Lage geben, in welcher die beiden Bilder einander berühren und diese Lage ist es, welche zur Beobachtung gewählt wird. Bezeichnet x in diesem Falle die Entfernung des Prismas von dem Bilde, so hat man die Relation: $x \operatorname{tang} \gamma = k\,m$. Ferner besteht zwischen dem Winkel $KCM = \phi$, welcher dem Winkel gleich kommt, unter dem der Gegenstand ohne Fernrohr erscheint, und der Brennweite des Objectivs, die Gleichung: $f \operatorname{tang} \phi = k\,m$; aus deren Verbindung mit der vorhergehenden entspringt: $\operatorname{tang} \phi = x \cdot \frac{\operatorname{tang} \gamma}{f}$. Da f für ein bestimmtes Fernrohr und γ für ein bestimmtes Prisma bekannt sind, so sieht man, daß die Tangente des Gesichtswinkels oder der scheinbaren Größe des Gegenstandes der Entfernung x des Prismas von dem Brennpunkte des Objectivs proportional ist. Bei dem Gebrauche wird die Verschiebung des Prismas durch gezahntes Rad und Stange bewirkt und die in Rede stehende Entfernung an einer außen am Fernrohr angebrachten Theilung abgelesen.

2. Polarisation durch Doppelbrechung. — Geradlinig, kreisförmig, elliptisch polarisirtes Licht.

Die beiden gebrochenen Strahlen, in welche sich ein directer auf einen doppeltbrechenden Krystall fallender Sonnenstrahl zertheilt, haben gleiche Intensität. Anders verhält es sich aber, wenn man die beiden aus einem solchen Krystall tretenden Strahlen durch einen zweiten ebenfalls doppeltbrechenden Krystall gehen läßt. Es treten nämlich aus dem zweiten Krystalle vier Lichtstrahlen heraus, welche aber im Allgemeinen verschiedene Helligkeit besitzen. Oder mit anderen Worten betrachtet man einen Gegenstand durch solche zwei aufeinandergelegte Krystalle, so sieht man von demselben im Allgemeinen vier Bilder von ungleicher Intensität. Das durch einen doppeltbrechenden Krystall gegangene Licht

hat also eine Eigenschaft erhalten, die es wesentlich von einem directen Strahle unterscheidet, da dieser bei seinem Durchgange durch den Krystall immer zwei Strahlen von gleicher Intensität liefert. — Um diese charakterisirende Eigenschaft näher kennen zu lernen, kann man den zweiten Krystall so weit von dem ersten entfernen, daß man mit dem aus demselben heraustretenden gewöhnlichen oder ungewöhnlichen Strahl besonders zu operiren vermag. Es ergeben sich alsdann folgende Thatsachen:

1) Der gewöhnliche Strahl des ersten Krystalles wird im zweiten ganz gewöhnlich und der ungewöhnliche Strahl des ersten Krystalls ebenfalls im zweiten ganz ungewöhnlich gebrochen, wenn die Hauptschnitte der beiden Krystalle einander parallel sind.

2) Wenn die beiden Hauptschnitte auf einander senkrecht stehen, wird der gewöhnliche Strahl des ersten Krystalles im zweiten ganz ungewöhnlich und der ungewöhnliche Strahl ganz gewöhnlich gebrochen.

3) Wenn die beiden Hauptschnitte um 45° gegen einander geneigt sind, wird der gewöhnliche wie der ungewöhnliche Strahl des ersten Krystalles in dem zweiten in zwei Strahlen von gleicher Intensität getheilt.

4) Bei jeder andern Neigung der Hauptschnitte gegen einander, gibt jeder Strahl des ersten Krystalles im zweiten zwei Strahlen von verschiedener Intensität.

Bei Versuchen dieser Art kann man auch achromatisirte Kalkspathprismen oder Prismen von Bergkrystall gebrauchen. Die beiden Strahlen werden durch dergleichen Prismen mehr oder weniger von einander getrennt, was ein Mittel abgibt, jeden einzelnen Strahl für sich leichter beobachten zu können. Ein sehr geeigner Apparat um das Verhalten eines einzigen durch Doppelbrechung gewonnenen Strahles besser zu analisiren und die Verwirrung zu vermeiden, welche durch Uebereinandergreifen der von den beiden Strahlen herrührenden Erscheinungen entstehen kann, ist das Nicol'sche Prisma, insofern es den gewöhnlichen Strahl total reflectirt und blos den außerordentlichen Strahl durchläßt. Betrachtet man nämlich die beiden Bilder eines Kalkspathprismas oder eines Prismas von Bergkrystall durch ein Nicolsches Prisma, so wird man bei einer bestimmten Lage desselben nur ein Bild in voller Helligkeit wahrnehmen; bei geringer Drehung des Nicol's erscheint noch ein zweites Bild aber schwach, seine Helligkeit wächst mit dem Grade der Drehung des Nicol's, während das andere Bild matter wird. Nach einer Drehung von 90° verschwindet das erste Bild und das zweite erscheint in größter Helligkeit. Nach einer abermaligen Drehung von 90° verschwindet das letztere und das erste zeigt sich hell.

Mit den eben besprochenen verwandte Erscheinungen bieten die Turmaline dar, welche in länglichen Säulen kryſtallisiren. Die der Länge der Säule parallele Richtung gibt die Achse des Kryſtalls. Eine sehr dünne Turmalinplatte liefert zwei Bilder; bei zunehmender Dicke wird aber eines derselben, nämlich das gewöhnliche, immer matter bis es endlich ganz verschwindet. Das Verlöschen dieses Bildes erfolgt am schnellsten in den gelben Turmalinen, welche aber selten sind. Darauf kommen bezüglich auf die in Rede stehende Wirkung die braunen, dann die grünen brasilianischen, welche am häufigsten zu optischen Zwecken gebraucht werden, da man sie am leichtesten in hinlänglicher Größe erhalten kann; am wenigsten leisten die blauen Turmaline. — Eine hinreichend dicke Turmalinplatte absorbirt also den gewöhnlichen Strahl und läßt nur den ungewöhnlichen durch, bringt mithin eine dem Nicol'schen Prisma vollkommen analoge Wirkung hervor. Man stellt dergleichen parallel zur Achse geschnittene Turmalinplatten in Korkringe und faßt sie in passende Metallhülsen, damit, wenn eine Platte festgehalten wird, die andere in ihrer Ebene herumgedreht werden kann. — Legt man nun zwei solche Platten dergestalt auf einander, daß ihre Achsen parallel sind; so lassen sie das einfallende directe Licht eben so gut hindurch wie eine Platte, welche an Dicke jener der beiden Platten zusammengenommen gleich kommt. Dreht man aber die eine Platte in ihrer Ebene, ohne die Lage der andern zu ändern; so wird das durchgelassene Licht immer schwächer, bis es bei einer Drehung von 90° gänzlich erloschen ist. Bei einer abermaligen Drehung von 90° verschwindet es wieder und verschwindet abermals bei einer weiteren Drehung von 90°. — Um zwei solcher Platten bequemer handhaben zu können, wird ein Messingdraht in die Form einer Zange gebogen. Die beiden Enden des Drahtes laufen in Ringe aus, in deren jedem eine drehbare Hülse sich befindet, in welche eine Turmalinplatte gefaßt ist. Durch die Federkraft des Drahtes werden die beiden Hülsen sanft aneinander gedrückt, so daß der Apparat in jeder beliebigen Lage vor die Augen gebracht werden kann.

Diese eigenthümliche Modification, derzufolge jeder der beiden durch doppelte Brechung entstandenen Strahlen sich vom directen Lichte unterscheidet, nennt man Polarisation des Lichtes und den auf diese Weise modificirten Strahl einen polarisirten. Die eben angeführten Versuche zeigen in der That, daß es nicht gleichgültig ist, welche Seite der aus doppelter Brechung hervorgegangene Strahl dem Hauptschnitte eines andern doppelt brechenden Körpers zuwendet, indem der Erfolg der Brechung sich mit der Lage dieses Hauptschnittes gegen den eintretenden Strahl ändert. Die beiden durch Doppelbrechung des directen

Lichtes erzeugten Strahlen haben darum im Vergleich zu letzterem nicht ringsum auf allen Seiten dieselbe Eigenschaft. Man nahm anfänglich an, daß die Lichttheilchen wie kleine Magnete mit zwei Polen versehen seien, welche in einem durch Doppelbrechung entstandenen Strahle übereinstimmende Stellungen erlangt hätten, während sie in einem directen Strahle alle möglichen Richtungen besäßen: dieser Vorstellungsweise haben wir die Entstehung des Wortes Polarisation zuzuschreiben. — Der gewöhnliche wie der ungewöhnliche Strahl, in welche sich ein directer Lichtstrahl in einem doppeltbrechenden Körper spaltet, zeigen im Allgemeinen einerlei Verhalten; nur sind sie dadurch von einander unterschieden, daß die mit gleichnamiger Eigenschaft begabten Seiten des einen und des andern Strahles nicht nach derselben Gegend gekehrt sind, sondern um 90° von einander abstehen. Die beiden durch Doppelbrechung hervorgehenden Strahlen sind also *polarisirte* und zwar *entgegengesetzt polarisirte*. — Um die verschiedenen Seiten eines polarisirten Lichtstrahles gehörig unterscheiden zu können, ist man übereingekommen, sie auf eine bestimmte durch jeden solchen Lichtstrahl gelegte Ebene zu betrachten; diese heißt die *Polarisationsebene* des Strahles. Es wird angenommen, daß bei dem in einem Doppelspathe gewöhnlich gebrochenen Strahle die Polarisationsebene mit dem Hauptschnitte des Krystalls zusammenfällt, die Polarisationsebene des ungewöhnlich gebrochenen Strahles aber gegen den Hauptschnitt senkrecht steht. Man sagt deßhalb auch, der ordentlich gebrochene Strahl sei im Hauptschnitte, der außerordentlich gebrochene Strahl aber sei senkrecht gegen den Hauptschnitt polarisirt. — Eine parallel zur Achse geschnittene Turmalinplatte absorbirt den gewöhnlich gebrochenen, nach der Achse polarisirten Strahl und läßt den ungewöhnlich gebrochenen senkrecht gegen die Achse polarisirten ungeschwächt hindurch. Eine solche Turmalinplatte ist daher für einfallendes bereits polarisirtes Licht undurchsichtig, wenn dessen Polarisationsebene zu der Achse der Platte parallel liegt; dagegen ist dieselbe für einen derartigen Strahl völlig durchsichtig, wenn die Achse auf seiner Polarisationsebene senkrecht steht.

Eine parallel zur Krystallachse geschnittene Turmalinplatte gibt ein treffliches Mittel an die Hand, um in einer bestimmten Richtung polarisirtes Licht sich zu verschaffen, oder auch um zu prüfen, ob ein in das Auge gelangender Lichtstrahl polarisirt sei und welche Lage dessen Polarisationsebene habe. Aendert sich nämlich beim Drehen der vor das Auge gehaltenen Platte die Intensität des Lichtes und verschwindet es einmal vollständig, so ist dasselbe polarisirt und seine Polarisationsebene stimmt mit der durch den Strahl und durch die Achse der Tur-

malinplatte gelegten Ebene in der Lage überein, bei welcher dieser Strahl gänzlich erloschen ist. — Zeigt das Licht beim Drehen der Platte blos Abwechselungen der Helligkeit, ohne dabei einmal vollkommen zu verschwinden, so ist das Licht *theilweise polarisirt*; dagegen ist es *unpolarisirt*, wenn es bei dem Drehen keine Aenderung in der Intensität zu erkennen gibt: ein solches Licht wird öfters auch gewöhnliches oder gemeines oder natürliches oder directes Licht genannt, für welche Benennungen wir ein- für allemal den Ausdruck *unpolarisirtes* Licht gebrauchen wollen. — Die Turmalinzange kann durch ein Nicol'sches Prisma ersetzt werden, welches vor der ersteren den Vorzug hat, daß es vollkommen farblos ist, mithin die Erscheinungen in größerer Reinheit darstellt. Ein Nicol'sches Prisma läßt also auffallendes, bereits polarisirtes Licht ohne Schwächung seiner Helligkeit blos hindurchgehen, wenn dessen Polarisationsebene senkrecht auf dem Hauptschnitte des Prismas steht. — Jede Vorrichtung, wodurch sich einerseits polarisirtes Licht verschaffen und anderseits dasselbe weiter prüfen läßt, wird *Polarisationsapparat* genannt: ein derartiger Apparat besteht demnach aus zwei Theilen, einem *polarisirenden* Theil oder *Polariseur*, welcher das einfallende Licht polarisirt, und einem *analysirenden* Theil oder *Analyseur*, der den Unterschied nachweist, welcher dieses Licht von dem unpolarisirten charakterisirt. Dergleichen einfache Polarisationsapparate sind also die Combinationen von zwei Turmalinplatten oder zwei Nicol'schen Prismen, deren eines als Polarisationsmittel und das andere als Zerlegungsmittel benützt wird. Anderweitige Polarisationsapparate werden wir in der Folge kennen lernen, wenn von den übrigen Mitteln die Rede sein wird, durch welche die Polarisation zu Stande kommt.

Man nehme ein achromatisches Kalkspathprisma zur Hand, dessen brechende Kante zur optischen Achse parallel läuft, und betrachte damit irgend einen Gegenstand, etwa einen weißen Papierstreifen oder eine Kerzenflamme. Man erblickt von dem Gegenstande zwei deutlich getrennte Bilder, von denen das gefärbte der gewöhnlichen und das ungefärbte der ungewöhnlichen Brechung des Lichtes entspricht. Bringt man nun eine Turmalinplatte zwischen das Prisma und das Auge, so verschwindet das gewöhnliche Bild, wenn die Achse des Turmalinplättchens parallel mit der Kante des Prismas, folglich parallel mit der Achse des Doppelspaths gehalten wird. Dreht man das Turmalinplättchen um 90°, so erscheint dieses Bild wieder, dagegen ist jetzt das ungewöhnliche verschwunden. — Nun läßt aber ein Turmalinplättchen nur solches polarisirtes Licht hindurch, dessen Polarisationsebene senkrecht auf seiner Achse steht: es sind demnach die Strahlen, welche das

ungewöhnliche Licht geben, im Doppelspath senkrecht gegen den Hauptschnitt, die Strahlen hingegen, denen das gewöhnliche Bild angehört, im Hauptschnitte polarisirt; eine Folgerung, welche mit dem oben Gesagten aufs Vollkommenste übereinstimmt. — Aehnliche Resultate ergeben sich für alle übrigen doppeltbrechende einachsigen Krystalle, wenn man die beiden Bilder mittelst einer Turmalinplatte untersucht; wodurch der Ausdruck, die beiden durch Doppeltbrechung erzeugten Strahlen entgegengesetzt polarisirte zu nennen, vollkommen gerechtfertigt erscheint.

Betrachtet man das Licht als Schwingungen der Aethertheilchen, so kommt man bei einiger Ueberlegung wohl bald auf den Gedanken, daß die Schwingungen in einem polarisirten Strahle in einer Ebene vor sich gehen und geradlinig sind. Ein solcher Strahl mag ein *geradlinig polarisirter* heißen, und die Ebene, in welcher die Schwingungen vollzogen werden, die *Schwingungsebene* oder *Vibrationsebene*. Da sich bei dem polarisirten Lichte eine bestimmte Polarisationsebene, keine solche Ebene aber im unpolarisirten Lichte nachweisen läßt; so dürfte dieß wohl nichts anderes heißen, als wechsele im unpolarisirten Lichte die Schwingungsrichtung von Augenblick zu Augenblick, so daß innerhalb einer gewissen Zeit die Schwingungen nach allen möglichen Richtungen erfolgen. Der Vorgang der Polarisation bei den doppeltbrechenden Körpern bestände folglich nach dieser Ansicht ganz einfach in der Zerlegung der Schwingungen in zwei aufeinander rechtwinkligen Richtungen und in der daraus entspringenden Trennung der so entstandenen beiden Wellensysteme. — Die erste dieser von Fresnel ausgesprochenen Ansichten hat Dove durch den Versuch bestätigt. Er ließ nämlich die Strahlen einer Lampe durch ein mit großer aber gleichförmiger Geschwindigkeit rotirendes Nicol'sches Prisma parallel der Drehungsachse gehen, wodurch also die Polarisationsebene der einzelnen Strahlen bei einer Umdrehung des Prismas alle möglichen Richtungen erhielten. Das austretende Licht zeigte bei näherer Prüfung ein dem unpolarisirten Lichte analoges Verhalten: denn es gab durch ein doppeltbrechendes Prisma untersucht bei langsamer Drehung desselben stets Bilder von gleicher Intensität. — Von dem wirklichen Vorhandensein der Polarisation in dem hier zur Anwendung gekommenen Lichte konnte man sich überzeugen, wenn man die Dauer des Lichtes so verkürzte, daß die Polarisationsebene während jener Dauer nur einen kleinen Kreisbogen durchlief. Wurde in der That das Licht der Lampe durch den Funken einer sich selbst entladenden Leydener Flasche ersetzt, um den im Dunkeln rotirenden Nicol nur für einen Augenblick zu beleuchten und die Rotation in scheinbare Ruhe zu verwandeln; so erkannte man das herausfahrende Licht als polarisirtes. — Das theilweise po-

wellen ſein. Bei der erſten Annahme, wenn die Schwingu
Richtung der Strahlen geſchähen, läßt ſich nicht gut einſe
dergleichen Schwingungen nicht eben ſo leicht durch zwei g
rechtwinklig gekreuzte Turmalinplatten gehen ſollten als du
cher Platten, deren Achſen eine parallele Lage zu einander
bleiben daher nur die transverſalen Schwingungen übrig,
empfindungen hervorzurufen vermögen. — Die Schwingu
durch eine Turmalinplatte polariſirten Strahles iſt zu der
phiſchen Achſe der Turmalinplatte parallel: denn es lä
wieder ſchwer erklären, warum der polariſirte Strahl nicht
durch die zweite Platte dringen ſollte bei der gekreuzten
parallelen Lage. So wären wir denn zu dem Reſultat
von dem in einem optiſch einachſigen Kryſtall erzeugten un
Strahle auszuſagen, daß die Schwingungsrichtung des letzte
Hauptſchnitt parallel läuft. - Da die beiden durch D
des unpolariſirten Lichtes hervorgehenden Strahlen im All
ähnliches Verhalten zeigen, nur ihre mit derſelben Eigenſch
Seiten um 90° differiren; ſo liegt wieder der Gedanke
einem optiſch einachſigen Kryſtall erzeugten gewöhnlichen
als ſolchen vorzuſtellen, bei welchem die Schwingungsricht
zum Hauptſchnitt ſteht. — Dieſe Beſtimmungen hinſichtlich
ungsrichtung in den durch Doppelbrechung erhaltenen
Strahlen ſtehen in dem genaueſten Zuſammenhange, ſo d
tigkeit der einen die Richtigkeit der andern nach ſich zieht.
Uebereinſtimmung mit den verſchiedenartigſten Erſcheinung

besitzt. Denkt man sich die Schwingung des letzteren bei seinem Eintritt in das Prisma in zwei rechtwinklige Schwingungen zerlegt, wovon die eine parallel zu dem Hauptschnitt, die andere senkrecht gegen ihn gerichtet ist; so werden $c \cos \varphi$ und $c \sin \varphi$ Schwingungsintensitäten der beiden Schwingungen sein, wenn c die Schwingungsintensität des einfallenden Strahles bezeichnet. Daraus ergibt sich: $c^2 \cos^2 \varphi + c^2 \sin^2 \varphi = c^2$, d. h. die Summe der Intensitäten der beiden hindurchgegangenen Lichtstrahlen ist gleich der Intensität des einfallenden Lichtstrahles, vorausgesetzt, daß kein Licht bei der Reflection und durch Absorption verloren geht. — Setzt man die Intensität des einfallenden Strahles $= 1$, so erhält man für die Intensität U des ungewöhnlichen Strahles, dessen Schwingungen zu dem Hauptschnitte parallel sind: $U = \sin^2 \varphi$, und für die Intensität G des gewöhnlichen Strahles, bei welchem die Schwingungen senkrecht gegen den Hauptschnitt gerichtet sind: $G = \cos^2 \varphi$. — Für $\varphi = 0$ erlischt der ungewöhnliche Lichtstrahl, während der gewöhnliche seine größte Intensität $= 1$ hat. — Für $\varphi = 90^0$ erlischt der gewöhnliche Strahl und der ungewöhnliche besitzt seine größte Intensität. — Für $\varphi = 45^0$ sind die Intensitäten beider Strahlen einander gleich; ist jener Winkel kleiner als 45^0, so ist der ordentlich gebrochene Strahl der intensivere; dagegen ist der ungewöhnliche Strahl der stärkere, wenn gedachter Winkel größer als 45^0 wird. — Dieses Gesetz über die Vertheilung des polarisirten Lichtes hat zuerst Malus aufgestellt, weßhalb es das Malus'sche Gesetz heißt.

Ein unpolarisirter Lichtstrahl von der Intensität $= 1$ läßt sich als die Zusammensetzung zweier entgegengesetzt polarisirter Lichtstrahlen betrachten, deren jeder die Intensität $= \frac{1}{2}$ hat. Läßt man nämlich einen unpolarisirten Strahl auf ein doppelt brechendes Prisma fallen, dessen Hauptschnitt mit der Polarisationsebene der einen Hälfte einen Winkel φ, folglich mit der Polarisationsebene der zweiten Hälfte einen Winkel $= 90 - \varphi$ bildet; so erhält man in dem Prisma für die erste Hälfte zwei Strahlen, einen gewöhnlichen von der Intensität $\frac{\cos^2 \varphi}{2}$; und einen ungewöhnlichen von der Intensität $\frac{\sin^2 \varphi}{2}$; desgleichen für die zweite Hälfte zwei Strahlen, einen gewöhnlichen von der Intensität $\cos^2 \frac{(90^0 - \varphi)}{2} = \frac{\sin^2 \varphi}{2}$; und einen ungewöhnlichen von der Intensität $\sin^2 \frac{(90^0 - \varphi)}{2} = \frac{\cos^2 \varphi}{2}$. Demnach ist die Summe der Intensitäten der beiden gewöhnlichen Bilder $= \frac{\cos^2 \varphi}{2} + \frac{\sin^2 \varphi}{2} = \frac{1}{2}$; und die Summe der Intensitäten der beiden ungewöhnlichen Bilder $= \frac{\sin^2 \varphi}{2} + \frac{\cos^2 \varphi}{2} = \frac{1}{2}$,

. h. die zwei Bilder haben stets gleiche Intensitäten bei jeder Lage des Hauptschnittes des doppeltbrechenden Prismas, worin gerade der Character des unpolarisirten Lichtes besteht.

Combinirt man zwei doppeltbrechende Prismen miteinander, so rhält man im Allgemeinen vier Bilder, indem jeder aus dem ersten Prisma austretende Strahl in dem zweiten Prisma eine abermalige Doppelbrechung erleidet. Der gewöhnliche Strahl G theilt sich in die wei Strahlen Gg und Gu, deren Intensitäten beziehungsweise $\frac{\cos^2\varphi}{2}$ nd $\frac{\sin^2\varphi}{2}$ sind, wenn φ der Winkel ist, welchen die Hauptschnitte bei er Prismen miteinander machen; desgleichen spaltet sich der ungewöhnliche Strahl U in die zwei Strahlen Ug und Uu, deren Intensitäten espective durch $\frac{\sin^2\varphi}{2}$ und $\frac{\cos^2\varphi}{2}$ ausgedrückt werden. — Ist nun $\varphi = 0$, so wird $Gg = \frac{1}{2} = Uu$; dagegen $Gu = 0 = Ug$: es bleiben nithin dann blos zwei Bilder übrig und zwar wird der gewöhnliche Strahl im zweiten Prisma gewöhnlich und der ungewöhnliche darin ngewöhnlich gebrochen. — Für $\varphi = 90^0$ wird $Gg = 0 = Uu$ und $Gu = \frac{1}{2} = Ug$: d. h. man erhält abermals zwei Bilder, diesmal erfährt aber der gewöhnliche Strahl im zweiten Prisma die ungewöhnliche und der ungewöhnliche Strahl darin die gewöhnliche Brechung. — für $\varphi = 45^0$ wird $Gg = \frac{1}{4} = Uu = Gu = Ug$; d. h. man bekommt ier Bilder, welche gleiche Helligkeit besitzen. — Für die übrigen gegenseitigen Lagen der beiden Hauptschnitte gibt es vier Bilder, von denen wei die beiden anderen an Intensität übertreffen.

Legt man ein zugeschnittenes Turmalinplättchen auf ein Kalkspathrisma, so werden die Intensitäten der beiden Bilder, wenn 1 die Intensität des einfallenden Lichtes ist und die Absorption bei dem Durchange durch die Krystalle unberücksichtigt bleibt, durch $Gu = \frac{\sin^2\varphi}{2}$ nd $Uu = \frac{\cos^2\varphi}{2}$ ausgedrückt, wo φ den Winkel bezeichnet, welchen ie Hauptschnitte der Krystalle miteinander einschließen. — Für $\varphi = 0$ nd $\varphi = 90^0$ erhält man nur ein einziges Bild, das in dem einen ie in dem andern Falle einerlei Helligkeit besitzt: der Unterschied zwihen jenen zwei Bildern besteht nur darin, daß das erstere von dem ewöhnlich gebrochenen Strahl im Prisma und das zweite von dem arin ungewöhnlich gebrochenen Strahle herrührt. — Legt man zwei ugeschnittene Turmalinplättchen aufeinander, so werden, wenn 1 die ntensität des einfallenden Lichtes ist, die Veränderungen der Intensität es aus dem zweiten Plättchen ausfahrenden Lichtes durch die Formel $u = \frac{\cos^2\varphi}{2}$ dargestellt, da der aus dem ersten Plättchen austretende

ungewöhnlich gebrochene und polarisirte Strahl im zweiten Plättchen nur auf die ungewöhnliche Weise gebrochen wird. Die Intensität des durch das zweite Plättchen durchgelassenen Lichtes nimmt desto mehr ab, je größer der Winkel φ wird, den die beiden Achsen einschließen und wird Null, wenn dieser Winkel ein rechter ist.

Wir wollen nun untersuchen, welche gegenseitige Einwirkung polarisirte Lichtstrahlen aufeinander ausüben, wobei die Theorie uns als Führerin dienen mag, ihr Ausspruch aber stets mit der Erfahrung zusammengehalten werden soll. — Zwei polarisirte Lichtstrahlen, deren Polarisationsebenen parallel sind, werden bei ihrem Zusammentreffen genau dieselben Erfolge zu Stande bringen, wie sie unter den nämlichen Umständen bei unpolarisirtem Lichte stattfinden. Dergleichen Strahlen werden sich mithin an dem Orte ihres Zusammentreffens verstärken, wenn der eine Strahl dem andern um ein gerades Vielfache einer halben Wellenlänge vorangeeilt ist; dagegen sich tilgen, wenn der eine Strahl hinter dem andern um ein ungerades Vielfache einer halben Wellenlänge zurücksteht. — Die Vibrationsintensität C der zusammengesetzten Schwingung, welche in der nämlichen Richtung wie bei den Componenten vor sich geht, wird im Allgemeinen durch den Ausdruck: $C = \sqrt{c^2 + c'^2 + 2cc' \cos \frac{2\pi\delta}{T}}$ dargestellt, wo c und c' die Schwingungsintensitäten der zwei übereinstimmend polarisirten Strahlen und $\frac{2\pi\delta}{T}$ ihre Phasendifferenz bezeichnen. — Bilden die Polarisationsebenen der beiden interferirenden Strahlen einen Winkel φ miteinander, so können sich dieselben nicht mehr gänzlich vernichten, selbst wenn sie auch in einer solchen Phasendifferenz zusammentreffen, daß sie sich vollständig aufheben müßten, wenn sie unpolarisirt wären. Diese Bemerkung ist von Wichtigkeit, indem sie zur Entdeckung einer eigenthümlichen Lichtbewegung führte und das Experiment hervorrufen half, durch welches die Richtigkeit von transversalen Lichtschwingungen definitiv entschieden ward. Die einzelnen hier vorkommenden Fälle näher ins Auge zu fassen dürfte deßhalb ganz an seinem Orte sein. Ist der Phasenunterschied der beiden interferirenden Strahlen Null, deren Vibrationsintensitäten ein für allemal c und c' sein mögen; so ist die resultirende Bewegung eine geradlinige. Die Lage der Bahn wird gefunden, wenn man auf den Richtungen der Componenten die Schwingungsintensität c und c' aufträgt und damit ein Parallelogramm construirt: die Diagonale dieses Parallelogrammes wird die gesuchte Bahn darstellen, so daß die Intensität C^2 des resultirenden geradlinig polarisirten Strahles zum Ausdruck hat: $C^2 = c^2 + c'^2 + 2cc' \cos\varphi$. Das *Minimum* $C^2 = c^2 + c'^2$ findet statt wenn $\varphi = 90°$ ist, d. h. wenn

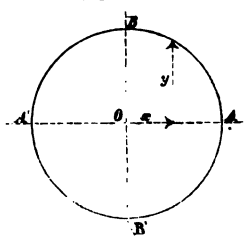
zum Ausdruck: $C^2 = c^2 + c'^2 - 2cc' \cos\varphi$; sie erreicht
$C^2 = c^2 + c'^2$, wenn $\varphi = 90^0$; und ihr Minimum C
für $\varphi = 0$. Sobald folglich die Polarisationsebenen der
ferirenden Strahlen einen Winkel einschließen, geht die Sc
Lichtes nicht mehr bis zur Vernichtung und beträgt um s
größer jener Winkel ist, dergestalt, daß das Interferenzph
im entsprechenden Grade an Deutlichkeit verliert.

Zur Begründung dieser wichtigen Thatsache werden
von Fresnel und Arago zuerst angestellten Versuche dien
lasse wie bei den Beugungsversuchen die von einer leu
kommenden Strahlen auf zwei in einem Metallschirme be
der Lichtlinie parallele Spalten auffallen: es entsteht
Spalte entsprechende Beugungsphänomen und außerdem
der Mitte des Gesichtsfeldes Interferenzen, welche durch
der von beiden Spalten herrührenden Strahlen entstand
Wesentlichen wird an der Erscheinung nichts geändert, w
jede Spalte ein der Krystallachse parallel geschnittenes T
chen von einerlei Dicke so anbringt, daß die Achsen beid
platten parallel sind. Dreht man aber das eine Plättche
die Deutlichkeit der letzterwähnten Interferenzstreifen me
ab und die Wahrnehmbarkeit derselben fällt ganz hinw
Achsen der Plättchen einen rechten Winkel miteinander m
die Polarisationsebenen der aus den Plättchen austreten
senkrecht aufeinander stehen. — Man nehme statt der Turi
zwei gleich dicke der Krystallachse parallel geschnittene Bergk

welche in den beiden Krystallplatten die nämliche Brechungsart erlitten haben, also mit gleichen Geschwindigkeiten fortgegangen sind; so wird das Phänomen in der Mitte des Gesichtsfeldes sich zeigen, welche gleichen zurückgelegten Wegen entspricht. — Haben die Achsen der Platten eine geneigte Lage gegeneinander, so kommen noch die Interferenzen von G mit U' und von U mit G' hinzu. Die ihnen zugehörigen Fransengruppen werden auf beiden Seiten der oben erwähnten mittleren Fransengruppe zum Vorschein kommen, weil sie von Strahlen herstammen, welche in den beiden Platten verschiedene Brechungen erfahren haben. — Stehen endlich die Achsen der Platten senkrecht zu einander, so werden die Lichtstrahlen gleichen Namens senkrecht aufeinander polarisirt sein, was zur Folge hat, daß nunmehr die mittlere Fransengruppe verschwindet, dagegen jetzt die Seitenspectra ihre größte Stärke erreichen, weil die interferirenden Strahlen parallel zu einander polarisirt sind. — Aus diesen Versuchen geht klar hervor, daß die Fähigkeit polarisirter Lichtstrahlen durch Interferenz Modificationen zu bewirken, wie unpolarisirtes Licht in dem Maße zu- oder abnimmt, in welchem sich ihre Polarisationsebenen dem Parallelismus nähern oder davon entfernen, gerade wie die Theorie es aussagt.

Stehen die Polarisationsebenen der beiden interferirenden Strahlen senkrecht aufeinander, sind ferner die Amplituden a und a' der Seitenstrahlen sich gleich und beträgt ihr Gangunterschied ein Viertel oder drei Viertel einer Wellenlänge, so erhält man, wenn die Richtungen der Bewegung, welche das Theilchen vermöge des einen und des andern Strahles allein machen würde, zu Coordinatenachsen angenommen werden: $x^2 + y^2 = a^2$ für die Gleichung der Bahn, welche dasselbe durch das Zusammenwirken der beiden geradlinig polarisirten Strahlen beschreibt. Die Gleichung drückt einen Kreis mit dem Halbmesser a aus. Einen solchen Strahl, dessen Theilchen gleiche Kreise beschreiben, nennt man einen circular oder kreisförmig polarisirten, im Gegensatz zu dem linear oder geradlinig polarisirten, bei welchem die Theilchen in geradlinigen Bahnen schwingen. Ein kreisförmig polarisirter Strahl kann also entstanden angesehen werden aus dem Zusammenwirken zweier rechtwinklig aufeinander polarisirten Strahlen von gleicher Intensität, deren einer dem andern um $^1/_4\,\lambda$ oder $^3/_4\,\lambda$ voraus ist. — Für beide Fälle bleibt der Kreis derselbe; nur erfolgt für den einen die Schwingung von der Linken gegen die Rechte und für den andern von der Rechten gegen die Linke. — Um dies deutlicher einzusehen,

Fig. 194.



seien AA' und BB' (Fig. 194) die Bahnen des Theilchens O für die zwei Seitenstrahlen, OA = OB = a die positiven Amplituden, O die Ruhelage des Theilchens. Die Elongation x des Theilchens nach der Richtung OA ist zu einer gewissen Zeit $= a \sin \frac{2\pi t}{T}$ und die Elongation y desselben nach der Richtung OB in dem nämlichen Augenblick $= a \sin \frac{2\pi}{T}\left(t + \frac{T}{4}\right) = a \cos \frac{2\pi t}{T}$, da die Phasenzeiten der beiden Seitenstrahlen um ein Viertel der Schwingungsdauer differiren.

Für $t = 0$ wird $x = 0$ und $y = a$; das Theilchen ist also in B;

für $t = \frac{T}{4}$ wird $x = a$ und $y = 0$; das Theilchen befindet sich dann in A;

für $t = \frac{T}{2}$ wird $x = 0$ und $y = -a$; das Theilchen ist zur Zeit in B';

für $t = \frac{3T}{4}$ wird $x = -a$ und $y = 0$; das Theilchen befindet sich in diesem Augenblick in A'. In diesem Falle bewegt sich das Theilchen in der ersten Hälfte seiner Kreisbahn von der Linken gegen die Rechte wie der Zeiger einer Uhr; weßhalb ein solcher Strahl ein rechts circular polarisirter genannt wird. — In dem zweiten Fall haben wir $x = a \sin \frac{2\pi t}{T}$ und $y = a \sin \frac{2\pi}{T}\left(t + \frac{3T}{4}\right) = -a \cos \frac{2\pi t}{T}$.

Für $t = 0$ wird $x = 0$ und $y = -a$; das Theilchen ist also in B';

für $t = \frac{T}{4}$ wird $x = a$ und $y = 0$; das Theilchen befindet sich in A;

für $t = \frac{T}{2}$ wird $x = 0$ und $y = a$; das Theilchen ist dann in B;

für $t = \frac{3T}{4}$ wird $x = -a$ und $y = 0$; das Theilchen ist in diesem Moment in A'. In dem zweiten Fall durchläuft mithin das Theilchen die erste Bahnhälfte von der Rechten gegen die Linke, folglich die zweite von der Linken gegen die Rechte; ein derartiger Strahl heißt deßhalb ein links circular polarisirter.

Bezeichnet $\frac{2\pi\delta}{T}$ den Phasenunterschied der beiden in verschiedenen Ebenen polarisirten interferirenden Lichtstrahlen, so ergibt sich, wenn als Coordinatenachsen die Richtungen der Bewegung, welche das Theilchen vermöge des einen oder des andern Strahles allein vollenden würde, angenommen werden, für die Gleichung der Bahn, welche das Aethertheilchen durch das Zusammenwirken der beiden Strahlen zurücklegt, der Ausdruck:

$$a^2 y^2 + a'^2 x^2 - 2 a a' x y \cos \frac{2\pi\delta}{T} = a^2 a'^2 \sin^2\left(\frac{2\pi\delta}{T}\right).$$

Derselbe gehört im Allgemeinen einer Ellipse an, deren Achsen nicht

mit den Ausschlagsrichtungen zusammenfallen. Einen solchen Strahl, bei welchem die Theilchen gleiche Ellipsen beschreiben, nennt man einen elliptisch polarisirten. — Beträgt der Phasenunterschied ein Viertel oder drei Viertel einer Schwingungsdauer, so verwandelt sich die vorstehende Gleichung in: $a^2y^2 + a'^2x^2 = a^2a'^2$. Diese gehört abermals einer Ellipse an, bei welcher zwei conjugirte Durchmesser mit den Ausschlagsrichtungen der zwei interferirenden Strahlen zusammenfallen. Diese conjugirte Durchmesser gehen in die Achsen der Ellipse über, wenn außerdem die Polarisationsebenen der interferirenden Strahlen senkrecht aufeinander stehen. — Auch hier können die Aethertheilchen ihre auf der Richtung des Strahles senkrechten elliptischen Bahnen in zweierlei entgegengesetztem Sinne durchlaufen; weßhalb man einen Unterschied zwischen rechts und links elliptisch polarisirtem Lichte macht. Bei dem rechts polarisirten Lichte durchläuft das Theilchen die erste Bahnhälfte wie der Zeiger einer Uhr von der Linken gegen die Rechte, bei dem links polarisirten erfolgt jene Bewegung nach der gerade entgegengesetzten Richtung. — Aus der Interferenz geradlinig polarisirter Lichtstrahlen sehen wir unter Umständen nicht blos geradlinig polarisirtes, sondern auch circular oder elliptisch polarisirtes Licht hervorgehen. Ob der eine oder der andere Fall stattfindet, hängt ab einerseits von dem Gangunterschied der interferirenden Strahlen und anderseits von dem Winkel, den ihre Polarisationsebenen miteinander bilden. Auch kommt dieser Winkel bei der Beurtheilung der resultirenden Intensität in Betracht, während bei der Intensität unpolarisirten oder in einerlei Ebene linearpolarisirten Lichtes der Gangunterschied der Strahlen allein einen Einfluß auf die resultirende Intensität ausübt. Das circular und elliptisch polarisirte Licht, welches letztere das erstere und das linearpolarisirte als besondere Fälle in sich begreift, wird in einem späteren Kapitel den Gegenstand unserer Untersuchung abgeben.

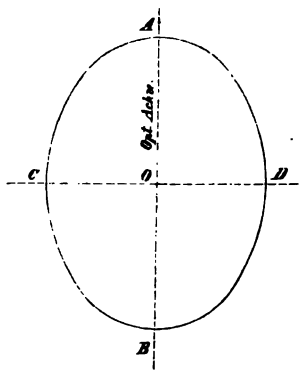
3. Elasticitätsfläche der einachsigen Krystalle. — Doppelte Brechung in zusammengedrücktem oder erwärmtem Glase.

Fragen wir nach der eigentlichen Ursache der Doppelbrechung in den Krystallen, so liegt der Gedanke nahe, diese Ursache in einem ungleichen Baue des durchsichtigen Körpers nach verschiedenen Richtungen hin und in einer daraus entspringenden ungleichen Elasticität des im Körper befindlichen Aethers nach verschiedenen Seiten hin zu suchen. Schon in der Akustik haben wir gesehen, daß der Doppelspath wie der Bergkrystall nicht nach allen Richtungen einerlei Elasticität haben, daß bei beiden Körpern die Elasticität nach allen Richtungen senkrecht auf die Achse dieselbe ist, bei dem Doppelspath aber der Achse die geringste

Elasticität, dagegen bei dem Bergkrystall in der Achse die größte Elasticität sich vorfindet. Es wird darum wohl nicht gewagt erscheinen, für die Theilchen des Aetherfluidums ebenfalls anzunehmen, was für die Theile jener Körper thatsächlich nachgewiesen ist. Die Lichtfortpflanzung wird nach dieser Ansicht also von der in der Schwingungsrichtung entwickelten Elasticität des Aethers abhängen, mithin desto schneller sein, je größer die Elasticität des Aethers in der Richtung der Vibration ist. Kennt man demnach bei einem doppeltbrechenden Körper die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes nach verschiedenen Richtungen hin, so wird sich daraus das Gesetz der Elasticität des Aethers nach jenen Richtungen entnehmen lassen. Die Fläche, welche das Gesetz darstellt, nach welchem sich die Elasticität des Aethers nach den verschiedenen Richtungen in einem Körper ändert, nennt Fresnel die Elasticitätsfläche des Körpers, die von der Wellenfläche wohl zu unterscheiden ist.

Wir betrachten zunächst die Elasticitätsfläche der einachsigen negativen Krystalle. Bei dieser Klasse von Körpern ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in der Richtung der optischen Achse am kleinsten, mithin die Elasticität des Aethers ein Minimum nach allen Richtungen, welche auf der optischen Achse senkrecht stehen. Dagegen ist die Elasticität des Aethers in der optischen Achse ein Maximum, weil das Licht in dem zur Achse senkrechten Schnitte sich mit der größten Geschwindigkeit fortpflanzt. Stellt daher A B (Fig. 195) die Elasticität des Aethers in der Richtung der optischen Achse eines negativen Krystalls dar, ferner C D die Elasticität rechtwinklig zur optischen Achse; so wird das Rotationsellipsoid, welches durch Umdrehung der Ellipse, deren große Achse A B und kleine Achse C D ist, um die Achse A B entsteht, das Gesetz der Elasticitätsänderung des Aethers für alle Richtungen im Raume angeben.

Fig. 195.

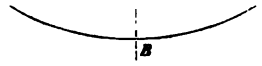


Jede durch die optische Achse gelegte Ebene schneidet die Elasticitätsfläche in einer Ellipse, deren Achsen mit den Achsen des Ellipsoids zusammenfallen. Wenn nun ein Lichtstrahl senkrecht zu einer solchen Schnittebene, mithin auch senkrecht zur optischen Achse durch den Krystall hindurch geht; so werden die Schwingungen, welche parallel zu A B erfolgen, sich schneller fortpflanzen als die Schwingungen, welche parallel zu C D vor sich gehen. Erstere erzeugen den ungewöhn-

lichen Strahl, der senkrecht zur Achse seine größte Geschwindigkeit erreicht, letztere hingegen begründen den gewöhnlichen Strahl, der nach allen Seiten hin gleiche Elasticität in Anspruch nimmt. Die durch den Mittelpunkt der Elasticitätsfläche rechtwinklig gegen die optische Achse gelegte Ebene erzeugt an der Elasticitätsfläche einen Kreis, der anschaulich macht, daß die Elasticität des Aethers nach allen auf der optischen Achse rechtwinkligen Richtungen die nämliche ist. Durchläuft nun der Strahl den Krystall in der Richtung der optischen Achse, so werden für alle Vibrationen, die immer senkrecht auf dem Lichtstrahle stehen, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eine und dieselbe sein, weßhalb denn auch in einem solchen Falle sich keine Doppelbrechung mehr zeigen wird.

Jede andere durch den Mittelpunkt der Elasticitätsfläche beliebig gelegte Ebene schneidet diese Fläche in einer Ellipse, deren kleinere Achse an Größe der Achse C D gleich kommt und sich zugleich in der auf der optischen Achse A B rechtwinklig stehenden Ebene befindet, und deren größere Achse einem Durchmesser der Erzeugungsellipse gleich ist, welcher eine zwischen den Längen von A B und C D liegende Größe hat. Wenn nun ein Lichtstrahl senkrecht zu der Ebene eines solchen elliptischen Schnittes den Krystall durchläuft, so zerfallen die von jenem Strahle herrührenden Vibrationen in zweierlei Vibrationen, nämlich einmal in Schwingungen, die der kleinen Achse des elliptischen Schnittes parallel sind, folglich auf der optischen Achse senkrecht stehen und so den gewöhnlichen Strahl erzeugen; dann in Schwingungen, welche zu der großen Achse des elliptischen Schnittes parallel sind, d. h. in einer Richtung vor sich gehen, welche mit der optischen Achse einen gewissen Winkel einschließt. Bei den einachsigen negativen Krystallen ändert sich aber die Elasticität des Aethers in den Richtungen zwischen der optischen Achse und der darauf senkrechten Geraden von einem Maximum bis zu einem Minimum; was zur nothwendigen Folge hat, daß die zweite Gattung von Schwingungen mit einer andern Geschwindigkeit als die erste weiter getragen wird. Auf diese Weise entsteht dann der ungewöhnliche Strahl, der nach verschiedenen Richtungen gegen die optische Achse verschiedene Elasticitäten weckt und sich deßhalb nach verschiedenen Richtungen ungleich schnell fortpflanzt.

Bei den einachsigen positiven Krystallen herrscht in der Richtung der optischen Achse die geringste, in der zu ihr senkrechten Richtung die größte Elasticität. Stellt daher A B (Fig. 196) die Größe der Elasticität in der Richtung der optischen Achse und C D die in der darauf senkrechten Richtung dar, so verzeichne man wieder eine Ellipse mit diesen Achsen und lasse dieselbe um A B als Achse sich drehen: das



Schwingungen ver
die ſenkrecht auf
Achſe ſtehen, und andere, welche im Hauptſchnitte ſtattfi
erzeugen den gewöhnlichen Strahl, der in den poſitiven
ſchneller fortpflanzt als der ungewöhnliche Strahl, der v
Art von Schwingungen herrührt und deſſen Geſchwindigk
Brechungsverhältniß, außerdem mit dem Einfallswinkel
Folge der beſonderen Elaſticität des im Innern des Kr
teten ätheriſchen Fluidums.

Unkryſtalliſirte Körper, wie Glas, tropfbare Flüſſigke
ebenſo Kryſtalle des regulären Syſtems, d. h. ſolche K
drei aufeinander rechtwinklige und gleichwerthige Achſen
keine Doppelbilder. Doch bewirken dergleichen Körper,
ner viele vegetabiliſche und animaliſche Subſtanzen, ebenſa
Brechung, wenn ſie nach einer Seite einem ſtarken D
werden oder erhitzt und dann ſchnell abgekühlt worde
neuen Thatſachen können gewiſſermaßen als Beleg di
Gruppirungsweiſe der Maſſentheilchen eines Körpers nich
auf das Aetherfluidum iſt, welches in dem Innern de
vorfindet. Dergeſtalt ſind wir gleichſam genöthigt, ei
Gruppirungsweiſe bedingte Anordnung der Aethertheilche
in Folge derer die letzteren Theilchen ſich in einer Richtu
in einer andern verſchieben laſſen. — Wenn man ein
Platte von dickem Spiegelglaſe mittelſt einer eiſernen Pr

zu bilden. Sah er nun durch dieses von Prismen zusammengesetzte Parallelepiped nach einem um ein Meter entfernt liegenden Lichtpunkte, so erblickte er zwei Bilder, die um ein Millimeter von einander abstanden. Im vorliegenden Falle rührt die doppelte Brechung von der ungleichen Elasticität des Aethers in den zusammengedrückten und in den nicht zusammengedrückten Prismen her.

Was hier durch Pressung hervortrat, das ließ sich auch mit einer ähnlichen Zusammensetzung von ausgekühlten mit ungekühlten abwechselnden Glasprismen bewirken. Erhitzt man ein Glas auf die Weise, daß die Wärme sich von einer der begrenzenden Flächen aus allmählig in das Innere verbreitet, so zeigen sich analoge Erscheinungen. Die Doppelbrechung ist aber vorübergehend und verschwindet, sobald der Körper überall gleichmäßig erhitzt ist; dasselbe ereignet sich bei dem gleichmäßigen Abkühlen. Geschieht aber Letzteres ungleich, so fixirt sich der Spannungsunterschied in den Massentheilchen und das Glas erhält eine bleibende doppelte Structur. Es ist dies z. B. der Fall bei einem Glascylinder, wenn man ihn bis zum Rothglühen erhitzt und dann mit seiner Cylinderfläche auf einer kalten Metallplatte hin- und herrollt, bis er kalt geworden ist. Ueber die hier besprochenen Phänomene werden wir Weiteres mittheilen, wenn von den Farbenerscheinungen die Rede sein wird, zu denen die doppeltbrechenden Körper im polarisirten Lichte Veranlassung geben. — Wie innig übrigens die Wirkung krystallisirter Substanzen auf das Licht mit der durch die Krystallisation bedingten Gruppirungsweise ihrer Theilchen zusammenhängt, geht auch daraus hervor, daß, wenn durch Temperaturerhöhung die rhomboedrische Form des Kalkspaths der Würfelform des regulären Systems näher gebracht wird, der Unterschied hinsichtlich der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes nach verschiedenen Richtungen hin mehr und mehr abnimmt.

4. Optisch zweiachsige Krystalle. — Die Fresnel'sche Fläche. — Optische Constanten. — Die conische Brechung.

Alle Krystalle, welche zu den drei letzten Krystallsystemen, mithin zu dem rhombischen oder dem monoklinischen oder dem triklinischen Systeme gehören, sind optisch zweiachsig, d. h. es gibt in ihnen zwei Richtungen, in denen der einfallende Lichtstrahl nicht in zwei andere Strahlen getheilt wird. Die drei genannten Systeme stimmen darin überein, daß in ihnen keine gleichgroßen Achsen vorkommen. — Bei näherer Untersuchung der hierher gehörigen Krystalle fand Fresnel, daß keiner der beiden Lichtstrahlen, welche durch die Theilung des ein-

fallenden Strahles entſtehen, dem Geſetze der gewöhnlichen Brechung unterworfen iſt; beide ſind ungewöhnlich gebrochen. — Der Winkel der beiden optiſchen Achſen, d. h. der Winkel der zwei Richtungen, in denen ein Strahl ſich fortpflanzen kann, ohne die Doppelbrechung zu erleiden, ändert ſich von Kryſtall zu Kryſtall. In welchen weiten Grenzen dieſer Winkel ſich bewegt, wird man aus nachſtehender Tabelle erſehen:

Namen der Kryſtalle.	Winkel der optiſchen Achſen.
Kohlenſaures Bleioxyd	5° 15′.
Salpeterſaures Kali	5° 20′.
Glimmer (gewiſſe Arten)	6°.
Talk	7° 24′.
Arragonit	18° 18′.
Glimmer (gewiſſe Arten)	25°.
Anhydrit	28° 7′.
Borax	28° 42′.
Glimmer (gewiſſe Arten)	30° bis 36°.
Schwerſpath	37° 42′.
Salpeterſaures Zinkoxyd	40°.
Glimmer	45°.
Schwefelſaures Ammoniak	49° 42′.
Zucker	50°.
Phosphorſaures Natron	55° 20′.
Gyps	60°.
Feldſpath	64°.
Topas	65°.
Kohlenſaures Natron	70°.
Weinſteinſaures Kalinatron	80°.
Chlorſaures Kali	82°.
Salzſaures Kupfer	84° 30′.
Peridot	87° 56′.
Schwefelſaures Eiſenoxydul	90°.

Diejenige Linie, welche den ſpitzen Winkel der beiden optiſchen Achſen halbirt, heißt Mittellinie; die Linie, welche zu ihr ſenkrecht ſteht und den ſupplementaren ſtumpfen Winkel halbirt, Supplementarlinie; die Linie endlich, welche ſenkrecht auf der Ebene der optiſchen Achſen ſteht, Perpendicularlinie.

Die Geſetze der doppelten Brechung bei den optiſch zweiachſigen Kryſtallen ſind viel verwickelter als bei den optiſch einachſigen, weil jedes der beiden gebrochenen Bündel ſeine eigenen Geſetze befolgt. Indeſſen ſind doch die drei durch je zwei der eben erwähnten drei Linien gelegten Ebenen von ſolcher Beſchaffenheit, daß die innen liegenden

Strahlen wenigstens ein Bündel liefern, das der gewöhnlichen Brechung unterworfen ist. — Schneidet man nämlich zunächst aus dem zweiachsigen Krystall ein Prisma, bei welchem die Kante des brechenden Mittels der Mittellinie parallel ist; so findet man, wenn die Einfallsebene senkrecht auf der Kante des Prismas steht, daß das eine Bündel ganz nach dem Descartes'schen Gesetze gebrochen wird, während das zweite Bündel ein mit der Lage des Strahles veränderliches Brechungsverhältniß besitzt. Der eine Strahl durchläuft folglich in dieser Ebene den Krystall nach allen Richtungen mit einer constanten Geschwindigkeit $= \frac{1}{n}$, wenn n das hier entsprechende constante Brechungsverhältniß ist. — Man schneide ferner aus dem betreffenden zweiachsigen Krystall ein Prisma, bei welchem die Kante des brechenden Winkels der Supplementarlinie parallel ist. Es erleidet alsdann das Bündel, welches vorhin auf ungewöhnliche Weise gebrochen wurde, die gewöhnliche Brechung, während das andere Bündel seinerseits jetzt ungewöhnlich gebrochen wird. Mithin hat der Strahl, welcher vorhin eine veränderliche Geschwindigkeit besaß, jetzt eine constante Geschwindigkeit $= \frac{1}{n'}$, wenn n' das hier stattfindende constante Brechungsverhältniß bezeichnet. — Man schneide endlich aus dem Stoffe, um den es sich handelt, ein Prisma, bei welchem die Kante des brechenden Winkels der Perpendicularlinie parallel ist. Das Brechungsverhältniß des Strahles, das im zweiten Falle ganz nach dem Descartes'schen Gesetz gebrochen wird, ist hier abermals constant. Der Strahl durchläuft mithin den Krystall nun mit einer constanten Geschwindigkeit $= \frac{1}{n''}$, wenn n'' das hierher gehörige constante Brechungsverhältniß bezeichnet.

Für die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten u, u' der beiden gebrochenen Strahlen hat Fresnel folgende allgemeine Formel angegeben:

$$u^2 = b^2 + (a^2 - b^2) \sin^2 \tfrac{1}{2} (\varphi - \Psi),$$
$$u'^2 = b^2 + (a^2 - b^2) \sin^2 \tfrac{1}{2} (\varphi + \Psi);$$

wo a die für alle Durchgangsrichtungen constante Geschwindigkeit des einen Strahles in der auf der Mittellinie senkrechten Ebene bezeichnet; b die für alle Durchgangsrichtungen constante Geschwindigkeit in der auf der Supplementarlinie senkrechten Ebene ausdrückt; ferner φ und Ψ die Winkel sind, welche die Strahlen mit den optischen Achsen machen. Setzen wir $\varphi = \Psi$, in welchem Falle die beiden Achsen sich auf eine einzige reduciren; so verwandeln sich die zwei vorhergehenden Formeln in: $u^2 = b^2$ und $u'^2 = b^2 + (a^2 - b^2) \sin^2 \varphi$,

welche den Geschwindigkeiten der gebrochenen Strahlen bei den einachsigen Krystallen angehören. Die Geschwindigkeit u, welche im All-

gemeinen von dem Unterschiede der beiden Winkel φ, Ψ abhängt, entspricht folglich derjenigen, die bei den einachsigen die gewöhnliche genannt wurde; die andere Geschwindigkeit u' dagegen, welche von der Summe jener Winkel abhängig ist, gehört der sogenannten ungewöhnlichen Brechung an. — Nehmen wir an, daß der einfallende Strahl in der auf der Mittellinie senkrechten Ebene liegt, so ist $\varphi + \Psi = 180°$; wodurch unsere Formeln in: $u^2 = b^2 + (a^2 - b^2)\cos^2\varphi$ und $u'^2 = a^2$ übergehen. Der eine Strahl hat folglich nach allen Richtungen in gedachter Ebene eine constante Geschwindigkeit; dagegen ist die Geschwindigkeit des andern Strahles veränderlich und hat für den Fall, daß $a > b$ zum Minimum den Werth b und zum Maximum den Werth $\sqrt{b^2 + (a^2 - b^2)\sin^2\frac{\gamma}{2}}$, worin γ den Winkel der optischen Achsen bezeichnet. Für $a < b$ vertauschen das Minimum und das Maximum ihre Rollen. — Für die in der auf der Supplementarlinie senkrechten und zugleich durch die Mittellinie gehenden Ebene liegenden Strahlen wird $\varphi = \Psi$. Daraus entspringt $u^2 = b^2$ und $u'^2 = b^2 + (a^2 - b^2)\sin^2\varphi$. Der eine Strahl behält also nach allen Richtungen in der angenommenen Ebene einerlei Geschwindigkeit; die Geschwindigkeit des andern Strahles ist aber veränderlich und hat, wenn $a > b$ ist, zum Maximum den Werth a und zum Minimum den Werth $\sqrt{b^2 + (a^2 - b^2)\sin^2\frac{1}{2}\gamma}$, wo γ wieder den Winkel der optischen Achsen bedeutet. Das Maximum wird zum Minimum und umgekehrt, wenn $b > a$ ist. — Für die Strahlen, deren Einfallsebene mit der Ebene der optischen Achse zusammenfällt, hat man $\varphi = \Psi + \gamma$, wo γ immer den Winkel der optischen Achsen darstellt. Daraus ergibt sich:

$$u^2 = b^2 + (a^2 - b^2)\sin^2\frac{\gamma}{2} \quad \text{und} \quad u'^2 = b^2 + (a^2 - b^2)\sin^2\left(\Psi + \frac{\gamma}{2}\right).$$

Die Geschwindigkeit u ist alsdann abermals constant; dagegen ist die Geschwindigkeit u' wieder veränderlich: sie erreicht für $a > b$ ihr Minimum b, wenn $\Psi = -\frac{\gamma}{2}$, und ihr Maximum a, wenn $\Psi = 90 - \frac{\gamma}{2}$. Für $a < b$ vertauschen das Minimum und das Maximum wieder ihre Rollen. — Sind also die drei constanten Geschwindigkeiten a, b, c für ein zweiachsiges Mittel bekannt, von denen die erstere a den Strahlen zukommt, welche in den auf der Mittellinie senkrechten Einfallsebene liegen, die zweite b den Strahlen angehört, welche in der auf der Supplementarlinie senkrechten Einfallsebene sich befinden, die dritte c den Strahlen entspricht, welche in der auf der Perpendicularlinie senkrechten Ebene enthalten sind; so kann der Winkel γ zwischen den optischen Achsen ebenfalls als bekannt angesehen werden. Denn vermöge der oben angeführten Relation:

$c^2 = b^2 + (a^2 - b^2) \sin^2 \frac{\gamma}{2}$ haben wir $\tang \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{c^2 - b^2}{a^2 - c^2}}$. —
h Subtraction der beiden Fresnel'ſchen Formeln erhält man:
$- u^2 = (a^2 - b^2) \sin \phi \sin \Psi$; d. h. für jedes Paar Strahlen,
e beim inneren Durchgange die nämliche Richtung verfolgen, iſt
Unterſchied der Quadrate ihrer Geſchwindigkeiten proportional
Produkt aus den Sinus der Winkel, welche die gemeinſame Rich-
mit jeder der beiden Achſen bildet; ein Geſetz, das Biot und
ſter in der Erfahrung aufgefunden hatten, bevor Fresnel ſeine
neine Formeln für die doppelte Brechung in den zweiachſigen auf-
lt hatte. — Die vollſtändige Uebereinſtimmung der aus den Fres-
hen Formeln hergeleiteten Reſultate mit den Thatſachen berechtigt
jene Formeln als eine getreue Darſtellung der Geſetze der Licht-
jung bei den zweiachſigen Kryſtallen anzunehmen.

Fresnel hat auch den einfachen Grund von dieſen Geſetzen ange-
, der bloß in der Verſchiedenheit der Elaſticität des Aethers nach
ſiedenen Richtungen zu ſuchen iſt. Er nahm an, daß dieſe Elaſti-
in den optiſch zweiachſigen Kryſtallen nach drei aufeinander ſenk-
n Richtungen, den ſogenannten *Elaſticitätsachſen*, ungleich ſeien.
tellen alſo OX, OY, OZ (Fig. 197) dieſe Elaſticitätsachſen in
ı Punkte O des kryſtalli-
ı Mittels dar; ferner ſei
Geſchwindigkeit, mit wel-
ſich in der Ebene YOZ
Verrückung des Theilchens
ıch der Richtung OX fort-
gt; b die Geſchwindigkeit,
welcher ſich die Bewegung
Theilchens O in der Ebene
X nach der Richtung OY
r trägt; c die Geſchwin-
it, mit welcher die Vibra-
des Theilchens O in der
e XOZ nach OZ fortſchreitet. Es läßt ſich annehmen, ohne da-
ı die Folgerungen im Allgemeinen in irgend welcher Weiſe zu be-
nken, daß von jenen drei Geſchwindigkeiten, welche die *Hauptge-
indigkeiten* heißen mögen, a die größte, c die kleinſte und b die
ere iſt: es wird bei dieſer Annahme OX die Achſe der größten
icität, OZ die der kleinſten und OY die der mittleren ſein. —
lt man ſich nun über gedachte drei rechtwinklig aufeinander ſtehen-
Richtungen ein Ellipſoid mit drei ungleichen Achſen conſtruirt, der-

Fig. 197.

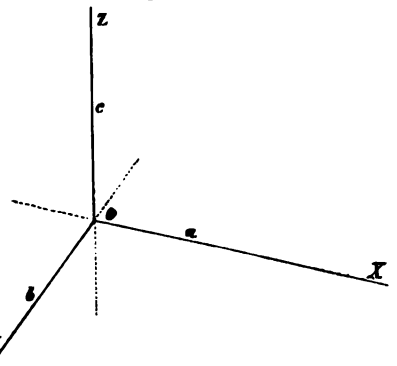
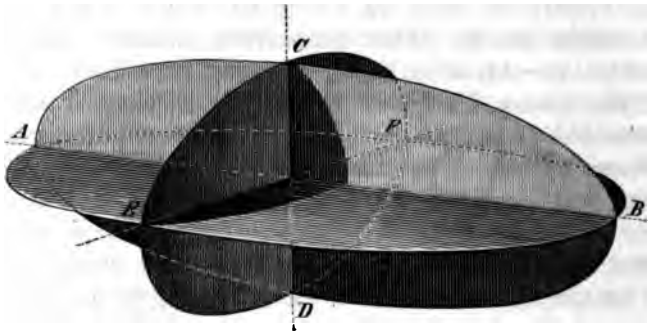


Fig. 198.



gestalt, daß die größere davon $AB = 2a$ (Fig. 198), die kleinere $CD = 2c$ und die mittlere $EF = 2b$ ist; so wird dieses Ellipsoid die Elasticitätsfläche zweiachsiger Krystalle darstellen, gerade so wie das Rotationsellipsoid die Elasticitätsfläche einachsiger Krystalle vorstellt. — Mit Hülfe der Elasticitätsfläche können wir jetzt die Gesetze der Fortpflanzung der Strahlen ableiten, in ähnlicher Weise, wie dies mit der Elasticitätsfläche einachsiger geschehen ist, und damit zugleich eine Vorstellung von der Wellenoberfläche zweiachsiger Krystalle erhalten. Die von Fresnel zu diesem Behufe aufgestellte Regel lautet folgendermaßen: Man schneide die Elasticitätsfläche durch eine durch ihren Mittelpunkt O beliebig gelegte Ebene; errichte hierauf in der Mitte des dadurch entstandenen elliptischen Schnittes ein Perpendikel auf dessen Ebene; trage dann auf das Perpendikel vom Mittelpunkt aus beiderseits die Längen der großen und kleinen Halbachse besagten elliptischen Schnittes: die solchergestalt erhaltenen vier Endpunkte des Perpendikels werden der fraglichen Wellenoberfläche angehören, indem die zwei äußeren Punkte auf der äußeren Schale und die zwei inneren Punkte auf der inneren Schale der Fläche liegen. Der geometrische Ort aller auf diese Weise bestimmten Endpunkte wird die Wellenoberfläche für die beiden durch Doppelbrechung erzeugten Strahlen sein und die beiden auf jedem Perpendikel aufgetragenen Stücke werden die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden Strahlen nach dieser Richtung vorstellen. — Wir wollen jetzt sehen, mit welchen Geschwindigkeiten sich die Strahlen durch den Krystall innerhalb der Ebenen fortpflanzen, welche durch je zwei Achsen des Ellipsoids gelegt werden können, oder mit anderen Worten die Durchschnitte der Wellenoberfläche mit jenen Ebenen oder die sogenannten drei Hauptschnitte bestimmen.

Wir betrachten zuerst den Strahl in der durch die Achsen der größten und mittleren Elasticität, d. h. durch AB und EF gelegten

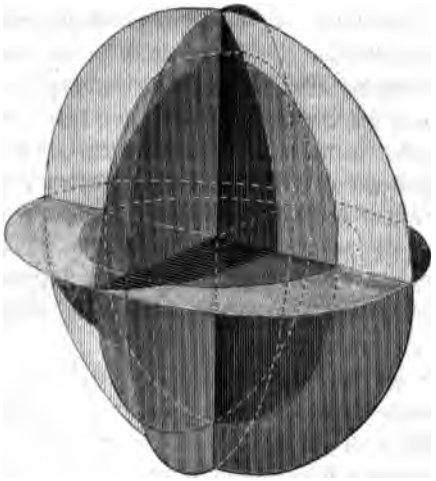
Ebene. Der in der Richtung AB sich fortpflanzende Strahl erzeugt zweierlei Vibrationen, solche welche parallel zu OC geschehen und mit der kleinsten im Krystall vorkommenden Geschwindigkeit c fortschreiten; und andere, welche mit der mittleren Geschwindigkeit b nach der Richtung OE weiter getragen werden. Bei dem in der Richtung EF anlangenden Strahl erfolgen die Schwingungen wieder parallel zu OC, die mit der Geschwindigkeit c fortgehen, und dann parallel zu OA, die mit der größten Geschwindigkeit a sich fortpflanzen. Für jeden andern zwischen den Achsen AB und EF liegenden Strahl geschehen die Vibrationen abermals parallel zu OC, welche mit der kleinsten Geschwindigkeit c fortschreiten, und außerdem solche, welche senkrecht auf der Richtung OC stehen und mit einer Geschwindigkeit weiter gehen, die kleiner als die größte und größer als die mittlere b ist. Beschreibt man daher in der angenommenen Ebene um O einen Kreis mit dem Halbmesser c und dann eine Ellipse, deren Halbachsen a und b sind; so wird man die Durchschnitte der Wellenoberfläche mit der durch die größte und mittlere Elasticitätsachse gelegten Ebene erhalten. Der Kreis wird hier von der Ellipse gänzlich eingeschlossen. Ein Strahl, der in dem Hauptschnitt der größten und der mittleren Elasticität durch den Krystall geht, theilt sich demnach in zwei Theile, deren einer nach allen Richtungen gleiche Geschwindigkeit c besitzt, und anderer mit einer von der Richtung abhängigen Geschwindigkeit fortschreitet.

Wir betrachten zweitens den Strahl, der in der durch die Achsen der kleinsten und mittleren Elasticität, d. h. durch CD und EF gelegten Ebene liegt. In der Richtung CD pflanzen sich einmal zu AB parallele Schwingungen mit der größten Geschwindigkeit a fort; dann Schwingungen parallel zu EF mit der mittleren Geschwindigkeit b. In der Richtung EF geschieht die Fortpflanzung einerseits wieder durch zu AB parallele Schwingungen, welche sich mit der Geschwindigkeit a verbreiten, und anderseits durch zu CD parallele Schwingungen, welche die der kleinsten Elasticitätsachse entsprechende Geschwindigkeit c besitzen. Für die zwischen CD und EF liegenden Richtungen können sich Strahlen fortpflanzen, bei denen die zu AB parallele Schwingungen den Krystall mit der Geschwindigkeit a durchwandern; überdies auch Strahlen, bei denen die Vibrationen senkrecht auf AB stehen und mit einer Geschwindigkeit fortgehen, die kleiner als b und größer als c ist. Beschreibt man also wieder um O einen Kreis mit dem Halbmesser a und ferner eine Ellipse mit den Halbachsen b und c, so bekommt man den Hauptschnitt der Wellenfläche mit der durch die Achsen der kleinsten und mittleren Elasticität gelegten Ebene. Die Ellipse wird aber jetzt von dem Kreise eingeschlossen. Ein Strahl, welcher in der durch die Achsen

parallel sind und auch durch Stellen mit einer dieser Ach
den Geschwindigkeit b fortgehen; dann Strahlen, deren
senkrecht auf gedachter Achse stehen und mit einer zwis
liegenden Geschwindigkeit den Krystall durchlaufen. W
folglich abermals um O einen Kreis mit dem Halbme
eine Ellipse mit den Halbachsen a und c; so bekommt m
schnitte der Wellenoberfläche mit einer durch die Achsen de
der kleinsten Elasticität gelegten Ebene. Im vorliegenden
sich Kreis und Ellipse in vier Punkten. Die in der Eben
und der größten Elasticitätsachse liegenden Strahlen zers
lich in zwei Theile, von denen der eine mit einer constan
digkeit b fortschreitet, der andere aber mit einer veränder
den Grenzen a und b enthaltenen Geschwindigkeit.

Die Wellenoberfläche der zweiachsigen Krystalle oder d
Fläche hat das Ansehen eines ellipsoidischen Körpers, der
tung zusammengedrückt erscheint, in welcher die entspred
tätsfläche ausgedehnt ist und umgekehrt, so daß die gr
Fresnel'schen Fläche mit der kleinen Achse der Elasticität
menfällt und umgekehrt. Außerdem bietet die Fresnel'sd
zwei sich diametral gegenüberliegende Vertiefungen dar, d
Spitzen auslaufen und an den Stellen liegen, in denen s
Ellipse schneiden. — Die Figur 199 gewährt eine persp
sicht der drei Hauptschnitte der Wellenoberfläche. Um zu
Anschauung dieser Fläche zu gelangen, ist es gut, ihre
nebst einigen anderen Schnitten in geeignetem Maßstabe a
auszuschneiden und in der gehörigen Weise aneinander zu

Fig. 199.



18 Centimeter und 15 Centimeter an. Hierauf berechneten wir mittelſt der Gleichung der Wellenfläche, welche in dem vorliegenden Falle folgende iſt: $(x^2+y^2+z^2)(400x^2+324y^2+225z^2) - 219600x^2 - 202500y^2 - 162900z^2 + 29160000 = 0$ die mit der Ebene XZ parallelen Schnitte. Wir ſetzten zu dieſem Behuf ſucceſſive für y die Werthe 0, 1, 2, 3, ... 16, 17 in die vorige Gleichung, wodurch wir die um 1 Centimeter von einander abſtehenden Durchſchnitte erhielten. Hierauf wurden Schichten von Pappe, deren Dicke 1 Cent. betrug, nach dieſen Durchſchnitten angefertigt. Nachdem jene Schichten in der richtigen Ordnung aufeinander geleimt und die vorſpringenden Kanten weggenommen waren, fiel das Modell in ziemlich guter Form aus.

Mit den Richtungen der optiſchen Achſen eines zweiachſigen Kryſtalles iſt die Lage ſeiner Elaſticitätsachſen gegeben, da die Richtungen derſelben mit denen der Mittellinie, der Supplementarlinie und der Perpendicularlinie bezüglich zuſammenfallen. Zugleich iſt die Größe der Elaſticitätsachſen als bekannt anzuſehen, wenn die Hauptgeſchwindigkeiten a, b, c des Lichtes nach den Richtungen jener Achſen in Zahlen beſtimmt ſind. Dergeſtalt kann alſo angenommen werden, daß die Wellenoberfläche des Kryſtalls conſtruirt werden könne. Will man nun für einen einfallenden Strahl die Richtungen der beiden gebrochenen Strahlen in einem optiſch zweiachſigen Kryſtall graphiſch beſtimmen, ſo beſchreibe man in der Einfallsebene mit einem der Einheit gleichen Halbmeſſer einen Halbkreis; verlängere hierauf den einfallenden Strahl, bis er dieſen Halbkreis trifft und lege durch den Durchſchnitts-

punkt H an denselben die Berührungslinie HK; durch den Durchschnittspunkt K der letzteren Linie mit der Fläche des Krystalls errichte man ferner auf die Einfallsebene eine Normale KR; und lege endlich durch gedachte Normale an die Wellenfläche eine Berührungsebene. Die geraden Linien, welche die Berührungspunkte mit dem Einfallspunkte verbinden, werden eben so viele dem einfallenden Lichtstrahle zugehörige gebrochene Strahlen geben. Im Allgemeinen lassen sich durch eine bestimmte gerade Linie vier Berührungsebenen an die Fresnel'sche Fläche legen; zwei jener Ebenen sind aber der Aufgabe fremd, weil für sie die Berührung oberhalb der Begrenzungsfläche stattfindet. Die Construction wird daher im Allgemeinen blos zwei gebrochene Strahlen liefern.

Wählen wir die durch die drei Elasticitätsachsen gelegten Ebenen zu Coordinatenebenen, wo die Achse der x mit der Achse der größten Elasticität, die Achse der y mit jener der mittleren, die Achse der z mit der der kleinsten zusammenfallen mag; so ist die Gleichung des Ellipsoids oder der Elasticitätsfläche der optisch zweiachsigen Mittel von der Form:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}-1=0,$$

worin a, b, c die Hauptgeschwindigkeiten des Mittels wie oben bezeichnen. Mittelst dieser Gleichung einerseits und mit Hülfe des Satzes anderseits, in Folge dessen die Halbachsen des diametralen Schnittes der Elasticitätsfläche die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden gebrochenen Strahlen darstellen, welche dem einfallenden Strahle entsprechen, dessen Richtung durch das durch den Mittelpunkt gefällte Perpendikel angegeben wird, läßt sich die Gleichung der Fresnel'schen Fläche herleiten. In Bezug auf das gewählte Coordinatensystem entspringt daraus für die Fresnel'sche Fläche folgende Gleichung:

$$(x^2+y^2+z^2)(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)-a^2(b^2+c^2)x^2- \\ -b^2(a^2+c^2)y^2-c^2(a^2+b^2)z^2+a^2b^2c^2=0.$$

Machen wir in der letzteren Gleichung nach und nach $x=0$, $y=0$, $z=0$; so finden wir wie oben, daß die Hauptschnitte ein Kreis und eine Ellipse sind, welche zu Gleichungen haben:

für die Ebene yz . . . $z^2+y^2-a^2=0$, $b^2y^2+c^2z^2-b^2c^2=0$;
für die Ebene xz . . . $x^2+z^2-b^2=0$, $a^2x^2+c^2z^2-a^2c^2=0$;
für die Ebene yx . . . $x^2+y^2-c^2=0$, $a^2x^2+b^2y^2-a^2b^2=0$.

Für die Durchschnitte der Elasticitätsfläche mit den drei Coordinatenebenen erhalten wir:

in der Ebene yz: $c^2y^2+b^2z^2-b^2c^2=0$;

in der Ebene xz: $c^2x^2 + a^2z^2 - a^2c^2 = 0$;
in der Ebene xy: $b^2x^2 + a^2y^2 - a^2b^2 = 0$.

Aus der vergleichenden Zusammenstellung dieser Resultate ergibt sich:

1) daß der elliptische Schnitt in der Wellenfläche derselbe ist wie in der Elasticitätsfläche; nur fällt die große Achse des einen Schnittes mit der kleinen Achse des andern zusammen und umgekehrt;

2) daß der Kreisschnitt zum Durchmesser diejenige Achse der Elasticitätsfläche hat, welche senkrecht auf der Ebene des Kreisschnitts steht.

Für $b = c$ erhält die Gleichung der Wellenfläche folgende Form: $(x^2 + y^2 + z^2 - b^2)(a^2x^2 + b^2(y^2 + z^2) - a^2b^2) = 0$. Die Wellenfläche besteht dann aus einer Kugelfläche und aus einem Rotationsellipsoid. Dieser Fall findet bei den doppelt brechenden einachsigen Krystallen statt. — Für $b = a = c$ verwandelt sich die Gleichung der Wellenfläche in: $x^2 + y^2 + z^2 - a^2 = 0$, welche einer Kugelfläche angehört. Der letztere Fall ereignet sich, wenn die Fortpflanzung der Wellenbewegung nach allen Seiten mit der nämlichen Geschwindigkeit erfolgt, wie es bei unkrystallisirten Substanzen und den Krystallen des regulären Systems geschieht. So schließt denn das Fresnel'sche Gesetz das von Huyghens und das von Descartes als besondere Fälle in sich; d. h. es verwandelt sich in die letzteren, wenn von den drei aufeinander rechtwinkligen Elasticitätsachsen zuerst zwei und dann alle drei an Größe gleich werden.

Um also alle Bewegungsgesetze der beiden gebrochenen Strahlen in einem optisch zweiachsigen Krystall zu bestimmen, kommt es zunächst darauf an, die Hauptgeschwindigkeiten a, b, c, d. h. die Geschwindigkeiten nach den drei Elasticitätsachsen zu ermitteln, oder mit andern Worten die Brechungsverhältnisse $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ aufzufinden, welche diesen Geschwindigkeiten entsprechen und welche die Hauptbrechungsverhältnisse oder die optischen Constanten zweiachsiger Krystalle genannt werden. Man wird deßhalb aus dem Krystall drei Prismen schneiden, deren brechenden Kanten bezüglich zu den drei Elasticitätsachsen parallel sind und hierauf in Bezug auf die ordentlich gebrochenen Strahlen in diesen Prismen ganz auf ähnliche Weise verfahren wie bei einfach brechenden Mitteln. Damit man bei dieser Methode es blos mit dem nach dem Descartes'schen Gesetze gebrochenen Strahle zu thun habe, kann man sich einer Turmalinplatte bedienen, deren Achse der Kante des betreffenden Prismas parallel liegt: denn bekanntlich läßt eine solche Platte nur dasjenige polarisirte Licht hindurch, dessen Vibrationen parallel zu seiner Achse geschehen. — Der schwedische Physiker Rudberg hat dieses Verfahren auf den Arragonit und den farb-

losen Topas angewandt und die diesen Substanzen zugehörigen Brechungsverhältnisse für die sieben Frauenhofer'schen Linien B, C, D, E, F, G, H des Farbenspectrums mit großer Sorgfalt bestimmt. Die von ihm gefundenen Resultate sind hier unten zusammengestellt:

Hauptbrechungsverhältnisse für den Arragonit.

Strahl.	$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{b}$	$\frac{1}{c}$
B	1,52749	1,67631	1,68061
C	1,528820	1,67779	1,68203
D	1,53013	1,68157	1,68589
E	1,53264	1,68634	1,69084
F	1,53479	1,69053	1,69515
G	1,53882	1,69836	1,70318
H	1,54226	1,70509	1,71011

Hauptbrechungsverhältnisse für den farblosen Topas.

Strahl.	$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{b}$	$\frac{1}{c}$
B	1,60840	1,61049	1,61791
C	1,60935	1,61144	1,61880
D	1,61161	1,61375	1,62109
E	1,61452	1,61668	1,62408
F	1,61701	1,61914	1,62662
G	1,62154	1,62365	1,63123
H	1,62539	1,62745	1,63506

Zu bemerken ist, daß bei dem Arragonit die erste Reihe der oben angeführten Brechungsverhältnisse, nämlich die Reihe der kleinsten Werthe jener Verhältnisse dem Prisma angehörte, dessen brechende Kante der Mittellinie parallel war; dagegen die dritte Reihe, welche die größten Werthe enthielt, dem Prisma entsprach, dessen brechende Kante der Supplementarlinie parallel lag. Bei dem farblosen Topas trat der entgegengesetzte Fall ein, indem man die erste oder die Reihe der kleinsten Brechungsverhältnisse mit dem Prisma erhielt, dessen Kante der Supplementarlinie parallel lief; hingegen die dritte oder die Reihe der größten Brechungsverhältnisse bei dem Prisma fand, dessen Kante der Mittellinie parallel war. Es zeigt sich also hinsichtlich des optischen Verhaltens zwischen dem Arragonit und dem farblosen Topas ein Unterschied, auf welchen wir bald wieder zurückkommen werden. — Die von Rudberg bestimmten Brechungsverhältnisse des Arragonits und des farblosen Topas zeigen, daß ebenfalls für die optisch zweiachsigen Krystalle die Doppelbrechung für verschiedenfarbige Strahlen verschieden ist

und zwar desto stärker, je größer die einfache Brechbarkeit der Farbe oder je kürzer die Undulationslänge derselben ist. -- Auch hat Rudberg gefunden, daß der Winkel zwischen den optischen Achsen im Arragonit vom violetten bis zum rothen Ende des Spectrums fortwährend wächst, im farblosen Topas aber der umgekehrte Fall eintritt. — Ferner fand er, daß der Winkel zwischen den optischen Achsen für gleichfarbiges Licht mit der Temperatur sich ändert.

Was nun die Lage der beiden optischen Achsen bei den zweiachsigen Krystallen überhaupt anlangt, so hat man bis jetzt noch kein Gesetz aufgefunden, wonach diese Lage von den krystallographischen Achsen in allen Fällen abhängig gemacht werden könnte, wie es bei den einachsigen Krystallen der Fall ist. Einige Beispiele mögen dies erläutern. Wir betrachten zuerst vier verschiedene Krystalle aus dem rhombischen System, das drei aufeinander senkrechte Achsen aufweist, die sämmtlich an Größe verschieden sind. Von den drei ungleichen Achsen wird eine, gewöhnlich die größere als Hauptachse gewählt, wobei denn die beiden anderen Achsen zu sogenannten Nebenachsen werden. — Bei dem Topas und dem Arragonit fällt die Mittellinie mit der Hauptachse und die Ebene der optischen Achsen mit der durch die Hauptachse und die größere Nebenachse gelegten Ebene zusammen. — Bei dem Schwerspath und dem Weißbleierz steht die Ebene der optischen Achsen senkrecht auf der Hauptachse und die Mittellinie coincidirt mit der kleineren Nebenachse. Diese Beispiele und andere zeigen, daß bei den Krystallen, welche zu dem rhombischen Systeme gehören, die optischen Achsen in eine durch zwei krystallographische Achsen gelegte Ebene zu liegen kommen.

Wir nehmen einige Beispiele aus dem monoklinischen Systeme, bei welchem eine Achse senkrecht auf den zwei andern steht, die sich unter spitzem Winkel schneiden. Die erstere Achse heißt die symmetrische Achse und die Ebene der beiden andern Achsen die symmetrische Ebene. Die Ebene der optischen Achsen steht hier entweder auf der symmetrischen Ebene senkrecht oder fällt mit dieser Ebene zusammen. Ersteres ereignet sich z. B. beim Borax und bei der Weinsäure, das Andere z. B. beim Zucker und bei der schwefelsauren Magnesia. — Für die Krystalle des triklinischen Systems endlich, dessen drei untereinander ungleiche Achsen alle drei schief gegeneinander geneigt sind, ist man bis jetzt noch nicht dahin gelangt, einen Zusammenhang zwischen der Lage der optischen Achsen und jener der krystallographischen Achsen nachzuweisen. Bei dem Kupfervitriol fällt die eine optische Achse in die Richtung der einen krystallographischen Achse und die Ebene der optischen Achsen steht fast senkrecht auf einer der Säulenflächen des Krystalls. Bei dem doppelt chromsauren Kali steht die Ebene der opti-

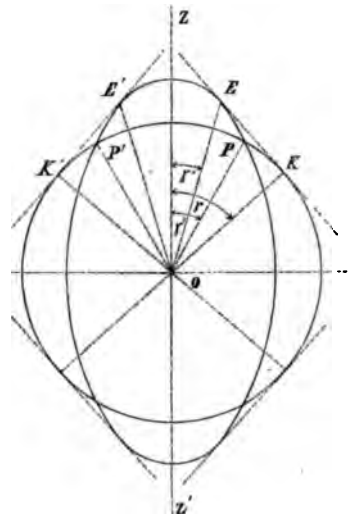
schen Achsen fast senkrecht auf den Säulenkanten des Krystalls. — Diejenigen Leser, welche sich eine klare Anschauung von der Verschiedenheit der Lage der optisch zweiachsigen Krystalle verschaffen wollen, glauben wir auf die schöne Sammlung von optischen Krystallmodellen aufmerksam machen zu dürfen, die der geschickte Mechanikus Fessel zu Cöln anfertigt. Auf jedem einzelnen dieser mit vieler Sachkenntniß ausgearbeiteten Modelle ist alles Bemerkenswerthe schriftlich angeführt und die Lage der optischen Achsen durch Stahlstifte angegeben.

Wir müssen hier auf den Unterschied aufmerksam machen, welcher zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtstrahles und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der ebenen Wellen in den doppeltbrechenden Mitteln besteht. Nach der vorhin angeführten Construction wird die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Strahles durch die Verbindungslinie des Einfallspunktes mit dem aufgefundenen Berührungspunkt, d. h. durch den Lichtstrahl der Wellenoberfläche angegeben. Dagegen wird, da die gebrochenen ebenen Wellen sich parallel zur Berührungsebene im Krystall verbreiten, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser Wellen durch ein vom Einfallspunkt auf die Berührungsebene gefälltes Perpendikel dargestellt. Bei den Kugelwellen stehen die nach dem Berührungspunkt gezogenen Leitstrahlen senkrecht auf der Berührungsebene, was bei den elliptischen Wellen sich nur in einzelnen Fällen ereignet; der Werth des Leitstrahles ist deßhalb von dem Werth des erwähnten Perpendikels verschieden. Daher kommt es denn, daß die Geschwindigkeiten, womit sich in zweiachsigen Krystallen die Strahlen nach verschiedenen Richtungen fortpflanzen, nicht mit den Geschwindigkeiten zusammenfallen, womit die auf den Strahlen senkrecht stehenden Wellenebenen fortschreiten.

Die optische Achse eines doppelt brechenden Krystalls ist diejenige Richtung, nach welcher sich die ebenen Wellen mit der nämlichen Geschwindigkeit verbreiten; jene Achse wird daher auf der Berührungsebene, welche den beiden Theilen der Wellenoberfläche gemeinsam angehört, senkrecht stehen. Man findet die Richtung der fraglichen Achse in einem zweiachsigen Krystalle, wenn man an den Kreis und die Ellipse, welche die durch die Achsen der größten und kleinsten Elasticität gelegte Ebene als Schnitte liefert, eine gemeinschaftliche Tangente KE (Fig. 201) legt und von O aus eine Senkrechte OK auf diese Tangente zieht. Die Senkrechte, welche mit dem Radius OK zusammenfällt und verlängert auf der diametral gegenüberliegenden gemeinsamen Tangente jene beiden Schnitte ebenfalls senkrecht steht, wird die Richtung der einen optischen Achse angeben. Das von O aus auf die zwei anderen

jenen Schnitten gemeinſchaftlichen Tangenten, welche wieder diametral gegenüber liegen und parallel zu einander laufen, gefällte Perpendikel wird die Richtung der zweiten optiſchen Achſe bezeichnen. Die ebenen Wellen, welche den in den Richtungen des Leitſtrahls OE und des Radius OK liegenden beiden Strahlen angehören, gehen folglich mit gleicher Geſchwindigkeit durch den Kryſtall.

Fig. 200.



Der Punkt P, in welchem Kreis und Ellipſe einander ſchneiden, gehört beiden Theilen der Wellenoberfläche an; in der Richtung des Leitſtrahls OP können deßhalb zwei Strahlen mit gleicher Geſchwindigkeit fortſchreiten, von denen die Schwingungen des einen rechtwinklig zu jenen des andern ſtehen. Die Fortpflanzungsgeſchwindigkeit der ihnen entſprechenden Wellen wird aber nicht die nämliche ſein, weil die in P an Kreis und Ellipſe gelegten Berührungslinien nicht zuſammenfallen, mithin die von O aus auf dieſe Linien gefällten Perpendikel nicht einander gleich ſind. Wegen dieſer bemerkenswerthen Eigenſchaften heißen die Richtungen OP und OP' die ſcheinbar optiſchen Achſen oder die optiſchen Achſen für Strahlen im Gegenſatz zu den wahren optiſchen Achſen OK und OK' oder den optiſchen Achſen für Wellen.

Es ſollen nun die Winkel berechnet werden, welche die elliptiſchen Leitſtrahlen OP, OE und der Radius OK mit der Achſe OZ oder mit der Mittellinie einſchließen. Um den halben ſcheinbaren Achſenwinkel $POZ = \gamma'$ zu beſtimmen, nehmen wir die drei Gleichungen: $x^2 + z^2 = b^2$, $a^2x^2 + c^2z^2 = a^2c^2$ und $z \cdot \operatorname{tang}\gamma' = x$ zu Hülfe. Die erſtere gehört dem Kreisſchnitte, die zweite dem elliptiſchen Schnitte, die dritte der geraden Linie OP an. Für den Punkt P finden dieſe drei Gleichungen gleichzeitig ſtatt. Führen wir mithin den Werth von x aus der dritten in die beiden erſteren ein, ſo verwandelt ſich dieſelbe in: $z^2(1 + \operatorname{tang}^2\gamma') = b^2$ und $z^2(a^2\operatorname{tang}^2\gamma' + c^2) = a^2c^2$, aus welchen durch Diviſion entſpringt:

$$\frac{1 + \operatorname{tang}^2\gamma'}{a^2\operatorname{tang}^2\gamma' + c^2} = \frac{b^2}{a^2c^2}.$$

Diese Gleichung in Bezug auf tang γ' aufgelöst liefert den Werth:

$$\text{tang } \gamma' = \frac{c}{a}\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2 - c^2}}.$$

Um den halben wahren Achsenwinkel $KOZ = \gamma$ zu bestimmen, nehmen wir zuerst die Gleichung $zz' + xx' = b^2$ zur Hand, welche der Berührungslinie des Kreises angehört und in welcher x', z' die Coordinaten des Berührungspunktes K bezeichnen. Diese Gleichung gibt uns für die Entfernung $OZ = z$ des Durchschnittspunktes der Berührungslinie mit der Mittellinie von dem Punkte O den Werth $z = \frac{b^2}{z'}$. Nun ist aber $z'^2 + x'^2 = b^2$ oder $z'^2(1 + \text{tang}^2\gamma) = b^2$, weil $x' = z \,.\, \text{tang}\,\gamma$ ist. Wird der Werth von $z' = \frac{b}{\sqrt{1 + \text{tang}^2\gamma}}$ in die Relation $z = \frac{b^2}{z'}$ substituirt, so bekommt man $z = b \,.\, \sqrt{1 + \text{tang}^2\gamma}$. Als Tangente der Ellipse hat unsere Linie aber auch $a^2 x x' + c^2 z z' = a^2 c^2$ zur Gleichung, in welcher x', z' die Coordinaten des Berührungspunktes E bedeuten. Aus dieser Gleichung erwächst für die nämliche Größe z der Werth $z = \frac{a^2}{z'}$. Nun ist $a^2 x'^2 + c^2 z'^2 = a^2 c^2$, welche Gleichung vermöge der Relation $\text{tang}\,\gamma = \frac{a^2 x'}{c^2 z'}$ sich in $z'^2(c^2 \text{tang}^2\gamma + a^2) = a^4$ verwandelt. Wird der daraus entnommene Werth von

$$z' = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + c^2 \text{tang}^2\gamma}}$$

in die Relation $z = \frac{a^2}{z'}$ eingeführt; so bekommt man $z = \sqrt{a^2 + c^2 \text{tang}^2\gamma}$. Indem wir die beiden Werthe von z einander gleich setzen, erhalten wir $a^2 + c^2 \text{tang}^2\gamma = b^2(1 + \text{tang}^2\gamma)$; aus welcher entspringt:

$$\text{tang}\,\gamma = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2 - c^2}}.$$

Um endlich den Winkel $EOZ = \gamma''$ zu finden, erwägen wir einmal, daß $z' \,\text{tang}\,\gamma'' = x'$ ist, worin z' und x' wieder die Coordinaten des Berührungspunktes E bedeuten; ferner daß $\text{tang}\,\gamma = \frac{a^2 x'}{c^2 z'}$. Aus der Verbindung dieser beiden Gleichungen ergibt sich:

$$\text{tang}\,\gamma'' = \frac{c^2}{a^2}\,\text{tang}\,\gamma = \frac{c^2}{a^2}\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2 - c^2}}.$$

Die Ausdrücke für die Tangenten der drei Winkel γ, γ' und γ'' sind demnach, wie wir sehen, nur durch die Factoren $\frac{c}{a}$, $\frac{c^2}{a^2}$ von einander verschieden. Der Unterschied zwischen jenen Winkeln wird in den meisten Fällen unbedeutend sein, da die Factoren $\frac{c}{a}$, $\frac{c^2}{a^2}$ in den Krystallen größtentheils der Einheit sehr nahe kommen.

Nach den von Rudberg mit großer Sorgfalt angeſtellten Meſſungen haben wir bei dem Arragonit für den Strahl D;

$$a^2 = \frac{1}{1{,}53013^2} = 0{,}42713; \quad b^2 = \frac{1}{1{,}68157^2} = 0{,}35364;$$

$$c^2 = \frac{1}{1{,}68589^2} = 0{,}35183.$$

Mittelſt dieſer Werthe ergibt ſich nach der Formel $\operatorname{tang}\gamma = \sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}$ für die Tangente der Hälfte des Winkels zwiſchen den wahren optiſchen Achſen bei dem Arragonit die Größe $\sqrt{\frac{7349}{180}}$, welche einem Winkel von 81°5′ entſpricht. Demnach beträgt bei dem Arragonit der ſtumpfe Winkel zwiſchen den wahren optiſchen Achſen 162°10′, mithin ihr ſpitzer Winkel 17°50′. — Die Tangente der Hälfte des Winkels zwiſchen den ſcheinbaren optiſchen Achſen beim Arragonit hat folglich vermöge der Relation $\operatorname{tang}\gamma' = \frac{c}{a}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}$ zum Ausdruck: 0,91802 tang 8°55′, welcher einem Winkel von etwa 8°13′ entſpricht. Mithin beträgt der Unterſchied zwiſchen den beiden Achſenwinkel bei dem Arragonit ohngefähr 1°4′. — Bei dem farbloſen Topas haben wir für den Strahl D:

$$a^2 = \frac{1}{1{,}61161^2} = 0{,}38502; \quad b^2 = \frac{1}{1{,}61375^2} = 0{,}38399;$$

$$c^2 = \frac{1}{1{,}62109^2} = 0{,}38053.$$

Mit Hülfe der vorſtehenden Werthe finden wir den wahren Achſenwinkel bei dem farbloſen Topas gleich 57°4′. Für dieſen Kryſtall iſt das Verhältniß $\frac{c}{a} = 0{,}9941$; folglich die Tangente des halben Winkels der ſcheinbaren optiſchen Achſen = 0,9941 tang 28°32′, woraus ein Winkel von 28°23′ erwächſt. Hiernach beläuft ſich der Unterſchied zwiſchen dem wahren und ſcheinbaren Achſenwinkel für den farbloſen Topas etwa auf 18′. — Da die nach der von Fresnel aufgeſtellten Theorie berechneten Achſenwinkel mit den gemeſſenen ſo genau übereinſtimmen, als man es hier nur erwarten kann, ſo dürfen wir annehmen, daß die fragliche Theorie mit der Natur im vollkommenſten Einklange ſteht.

Laſſen wir die mittlere Achſe b der Elaſticität der größten Achſe a der Elaſticität gleich werden, ſo geht die Gleichung der Elaſticitätsfläche in folgende über:

$$c^2(x^2+y^2)^2 + a^2z^2 - a^2c^2 = 0,$$

welche einem abgeplatteten Rotationsellipſoid angehört, deſſen Rotationsachſe in die Achſe der z fällt. Die Elaſticitätsfläche zweiachſiger Mittel wird folglich der Elaſticitätsfläche optiſch einachſig negativer Mittel deſto

ähnlicher werden, je weniger a und b von einander abweichen oder je spitzer der Winkel der optischen Achsen ist, welcher von der Achse der kleinsten Elasticität halbirt wird. Ein zweiachsiges Mittel wird darum ein sogenanntes negatives sein, wenn die Mittellinie in die kleinste Achse der Elasticitätsfläche fällt. Zu den negativen zweiachsigen Krystallen gehören: Arragonit, Weißbleierz, Zucker, Kupfervitriol, Glimmer, schwefelsaure Magnesia, Feldspath, Weinsäure. Lassen wir dagegen die mittlere Achse b der Elasticität der kleinsten Achse c der Elasticität gleich werden, so verwandelt sich die Gleichung der Elasticitätsfläche in nachstehende:

$$c^2 x^2 + a^2 (y^2 + z^2) - a^2 c^2 = 0,$$

welche einem verlängerten Umdrehungsellipsoid zukommt, dessen Rotationsachse in die Achse der x fällt. Die Elasticitätsfläche zweiachsiger Mittel wird also mit der Elasticitätsfläche optisch einachsiger positiver Mittel desto größere Aehnlichkeit haben, je weniger b und c von einander verschieden sind oder je näher die optischen Achsen der Achse der größten Elasticität näher rücken. Ein zweiachsiges Mittel wird deßhalb positiv sein, wenn die Mittellinie in die größte Elasticitätsachse zu liegen kommt. — Zu den positiven zweiachsigen Krystallen gehören: Topas, Schwerspath, Seignettesalz, Borax, doppelt chromsaures Kali, essigsaures Kupferoxyd, Gyps, schwefelsaures Kali.

Durch eine genauere Untersuchung der Natur der Wellenoberfläche zweiachsiger Krystalle hat Hamilton gefunden, daß für diese Fläche an jedem der Punkte P (Fig. 200), wo Kreis und Ellipse einander schneiden und sie eine trichterförmige Vertiefung besitzt, sich unendlich viele Berührungsebenen legen lassen, welche einen Tangentialkegel bilden. Wenn demnach ein Strahl in der Richtung OP der scheinbaren optischen Achsen den Krystall durchläuft, so wird er sich beim Austritt aus demselben nicht mehr in zwei Strahlen theilen, sondern in einen Strahlenkegel öffnen, weil jeder gedachter Berührungsebenen ein anderer austretender Strahl entspricht, Hamilton nannte diese Art conischer Brechung die äußere conische Refraction. Dem englischen Physiker Lloyd ist es gelungen, die aus der Fresnel'schen Fläche abgeleitete merkwürdige Eigenschaft, zufolge derer ein einzelner Lichtstrahl sich in einen Strahlenkegel aufzulösen vermag, durch den Versuch zu bestätigen. — Lloyd nahm zu seinen Versuchen eine senkrecht zur Mittellinie geschliffene Arragonitplatte. In diesem Krystall schließen die Richtungen der gleichen Strahlengeschwindigkeit einen Winkel von beinahe 20° mit einander ein; die Oberfläche der Platte bildet folglich mit jenen Richtungen einen Winkel von 80°. Hierauf legte Lloyd auf jede der zwei Austrittsflächen

der Strahlen ein dünnes mit einer feinen Oeffnung versehenes Metallplättchen dergestalt, daß die Verbindungslinie der beiden Oeffnungen mit einer Richtung der scheinbaren optischen Achsen zusammenfiel. Ließ er jetzt durch eine der beiden Oeffnungen einen Lichtstrahl eintreten und in der angegebenen Richtung durch den Krystall hindurchgehen, so erblickte er in der That auf der andern Seite, wie es die Theorie forderte, einen glänzenden Lichtring. Die Oeffnung des heraustretenden Lichtkegels ist in allen Fällen nur gering und beträgt beim Arragonit etwa 3°. — Fing man die austretenden Strahlen auf einem Schirm auf, so erweiterte sich der Lichtring, je weiter der Schirm von dem Krystall abstand, zum Beweise, daß die Strahlen einem Kegel angehörten.

Neben der äußeren conischen Brechung hat Hamilton aus der Theorie noch eine zweite ähnliche Erscheinung nachgewiesen, welche er die innere conische Refraction nannte. Die den beiden Theilen der Fresnel'schen Fläche gemeinsame Berührungsebene KE (Fig. 200), welche rechtwinklig auf einer der optischen Achsen OK steht, wird wegen der trichterförmigen Vertiefung bei den Punkten P die Fläche nicht blos in den Punkten K und E berühren, sondern in unendlich vielen Punkten, die zusammen einen Berührungskreis bilden. Zu der ebenen Welle KE gehören folglich nicht allein die beiden Strahlen OK und OE, sondern unzählig viele, welche zusammen einen Kegel ausmachen, dessen Basis jener Berührungskreis ist und dessen Spitze der Mittelpunkt der Wellenoberfläche ist. Gelangt dieser innerhalb des Krystalls liegende Strahlenkegel, dessen Strahlen sämmtlich einerlei Geschwindigkeit annehmen, an die zweite Begrenzungsfläche des Krystalls; so wird er sich zu einem hohlen Strahlencylinder gestalten, indem die Strahlen zu einander und dem einfallenden parallel heraustreten. — Lloyd hat die innere conische Brechung gleichfalls durch den Versuch bestätigt. Er nahm zu diesem Behuf eine zu einer der beiden optischen Achsen senkrecht geschnittene Arragonitplatte, deren Gegenflächen er mit Staniolblättchen belegte, in denen eine feine Oeffnung sich befand. Indem er dann durch eine kleine Oeffnung eines Schirmes einen von einer entfernten Lichtquelle herkommenden Strahl unter solchem Winkel in die Oeffnung des einen Stanniolblättchen eindringen ließ, daß der gebrochene Strahl in die Richtung der optischen Achse kam, erblickte er auf der andern Seite, wenn die Oeffnung auf der Austrittsfläche die richtige Lage hatte, einen kleinen hellen Lichtring. Wurden die austretenden Strahlen auf einem Schirm aufgefangen, so bildeten sie auf demselben einen hellen Ring, dessen Größe aber bei Verrückung des Schirmes unverändert blieb; was den Beweis liefert, daß der Ring der Durchschnitt eines Cylinders war.

Nachdem über die Richtung und die Geschwindigkeit der Strahlen und Wellen in zweiachsigen Mitteln das Erforderliche mitgetheilt worden ist, wollen wir noch ein Paar Worte über die hier stattfindenden Polarisationsverhältnisse sagen, obschon an einer und der andern Stelle angedeutet wurde, daß die beiden ungewöhnlich gebrochenen Strahlen geradlinig und senkrecht auf einander polarisirt wären. Um dies mit größerer Bestimmtheit nachzuweisen, lasse man durch eine hinlänglich dicke Arragonitplatte, welche von einem Paar paralleler Flächen begrenzt ist, ein dünnes Lichtbündel durchgehen, was dadurch bewirkt wird, daß man die eine Fläche der möglichst dicken Platte mit einem Stanniolblättchen bedeckt, in welchem eine feine Oeffnung sich befindet, und nun auf diese ein intensives Strahlenbündel auffallen läßt. Werden dann die aus der Krystallplatte austretenden Strahlen auf einem weißen Schirm aufgefangen, so erblickt man auf letzterem zwei Bilder der Oeffnung. Bringt man noch zwischen Krystall und Schirm einen Doppelspath, so bemerkt man bei Drehung des letzteren ein abwechselndes Verschwinden und Wiedererscheinen des einen oder des andern Bildes, was auf eine geradlinige Polarisation der beiden Strahlen hinweist. — Deutlicher nimmt man die Doppelbrechung subjectiv wahr, wenn man die mit dem Stanniolblättchen bedeckte Seite des Krystalls gegen die Lichtquelle kehrt und durch den Krystall nach der Oeffnung sieht. Schaltet man zwischen das Auge und den Krystall ein Nicol'sches Prisma ein, so findet man, wenn bei einer bestimmten Lage des letzteren das eine Bild das Maximum, das andere das Minimum von Helligkeit zeigt, daß bei einer Drehung um 90° des Prismas die beiden Bilder in Betreff ihrer Lichtstärke die Rolle gewechselt haben.

Untersucht man den Polarisationszustand der zwei zueinander gehörigen gebrochenen Strahlen, welche die drei Prismen liefern, mit deren Hülfe die drei Hauptbrechungsverhältnisse für ein optisch zweiachsiges Mittel bestimmt werden; so ergeben sich dergleichen Strahlen als zwei aufeinander rechtwinklig polarisirte Strahlen zu erkennen. Die Polarisationsebene desjenigen Strahles, welcher dem constanten Brechungsverhältniß entspricht, ist allemal senkrecht auf der Kante des Prismas, während die Polarisationsebene des außergewöhnlichen Strahles mit einer durch diese Kante gehenden Ebene zusammenfällt, was mit dem Vorgange bei den einachsigen Krystallen im vollkommensten Einklange steht. — Um die Lage der Polarisationsebenen der beiden im Allgemeinen ungewöhnlich gebrochenen Strahlen anzugeben, denke man sich für einen einfallenden Strahl durch die Elasticitätsfläche die entsprechende diametrale Ebene gelegt: die beiden Achsen des elliptischen Schnittes werden die Richtungen der Vibrationen für die beiden auf

ungewöhnliche Weise gebrochenen Strahlen anzeigen. Denkt man sich nun durch den Mittelpunkt der Elasticitätsfläche zwei Ebenen senkrecht gegen jene zwei Achsen gelegt, so werden gedachte zwei Ebenen beziehungsweise mit den Polarisationsebenen der beiden ungewöhnlich gebrochenen Strahlen zusammenfallen, da unter Polarisationsebene immer diejenige Ebene verstanden wird, welche senkrecht auf der Richtung der Lichtschwingungen steht.

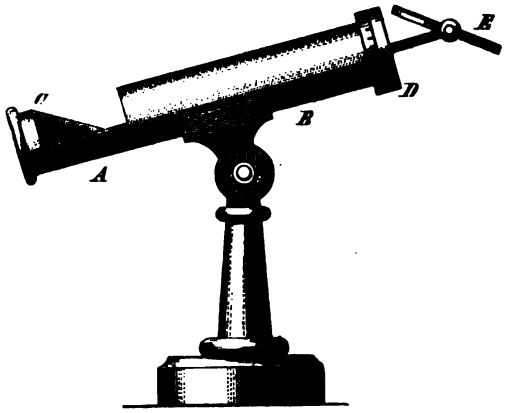
IV. Fortsetzung der Polarisation.

1. Polarisation durch Reflection und durch einfache Brechung.

Im Jahr 1810 entdeckte der französische Physiker Malus, als er das von der Abendsonne scharf beschienene Fenster eines entfernten Hauses durch einen Kalkspath betrachtete, die bemerkenswerthe Thatsache, daß bei der Drehung des Kalkspaths das von dem Fenster reflectirte Licht verschiedene Grade von Intensität annahm, mithin dieses Licht die nämliche Modification erlangt hatte, wie in dem Huyghens'schen Versuche das durch einen doppelt brechenden Körper gegangene. Dieselben Aenderungen wurden wahrgenommen, wenn man den von einer Glasfläche unter einem bestimmten Winkel reflectirten Lichtstrahl mittelst einer Glasplatte unter dem nämlichen Winkel einer zweiten Zurückwerfung unterwarf: denn, indem man die Glasplatte um den einfallenden Strahl sich drehen ließ, gab das zweimal reflectirte Licht verschiedene Grade der Intensität zu erkennen. Dasselbe erreichte das Maximum der Helligkeit, wenn die zweite Reflectionsebene mit der ersten Reflectionsebene zusammenfiel, und verschwand gänzlich, wenn die beiden Reflectionsebenen senkrecht zu einander waren. Um diesen Erscheinungen weiter nachgehen und die dahin einschlagenden Versuche mit Leichtigkeit und Genauigkeit anstellen zu können, hat man verschiedene Apparate erdacht, von denen bloß zwei hier näher beschrieben werden sollen.

Der von Biot angewandte Polarisationsapparat besteht aus einem inwendig geschwärzten Rohr AB (Fig. 201), welches auf einer verticalen Säule ruht, gegen die es alle Neigungen annehmen kann. An dem einen Ende A des Rohrs ist ein auf der Rückseite geschwärzter Spiegel C dergestalt befestigt, daß er mit der Achse des Rohrs einen Winkel von 35° 25′ macht. Die geschwärzte Rückseite dient zur Abhaltung der fremden Strahlen, welche durch das Glas hindurchgehen könnten und so mit den zurückgeworfenen Strahlen sich vermischen würden, um deren ungetrübte Beobachtung es sich handelt. Treffen unter solchen Maßregeln die Lichtstrahlen den Spiegel unter dem Neigungswinkel von 35° 25′ oder was auf eins herauskommt unter dem Einfallswinkel

Fig. 201.

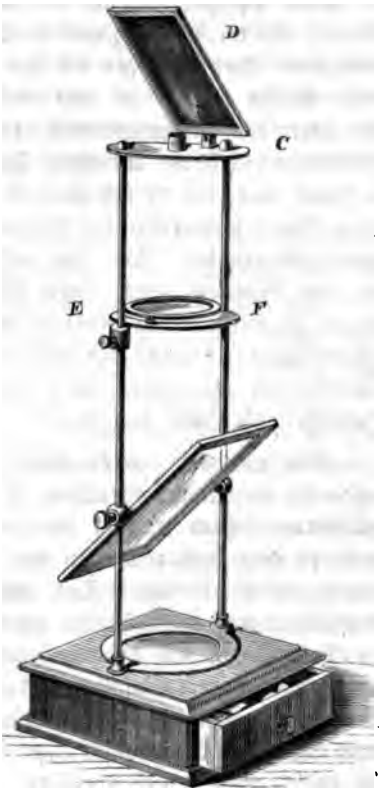


von 54° 35′, so werden die reflectirten Strahlen in der Richtung der Achse durch das Rohr gehen. An dem zweiten Ende B des Rohrs befindet sich nun ein genau eingepaßter Ring D, welcher sich in einer zur Achse des Rohrs senkrechten Ebene herumdrehen läßt. Der Ring trägt einen zweiten auf der Rückseite geschwärzten Spiegel E, welcher ebenfalls mit der Achse des Rohrs einen Winkel von 35° 25′ bildet. Durch Drehung des Ringes kann man alsdann den zweiten Spiegel in alle mögliche Lagen zu dem erstern bringen.

Ein von Nörremberg angegebener und sorgfältig in Messing ausgeführter Polarisationsapparat, dessen wir uns vorzugsweise bei unseren Versuchen bedienten, ist folgender. Auf einem Kästchen von Holz, welches mit einer Schieblade zur Aufbewahrung verschiedener kleiner Apparate versehen ist, stehen einander gegenüber zwei runde Stäbe, zwischen denen ein Rähmchen A B (Fig. 202), das eine Platte von geschliffenem Glase trägt, sich auf- und abwärts schieben und mittelst Klemmschrauben befestigen läßt. Das Rähmchen sammt Glasplatte ist vermittelst zweier Zapfen um eine horizontale Achse drehbar, so daß die Glasplatte jede beliebige Neigung gegen den Horizont erhalten kann. Gewöhnlich wird die Glasplatte in einer solchen Lage festgestellt, daß die Ebene der Platte einen Winkel von 35° 25′ mit der Verticalen einschließt. Fällt bei dieser Stellung der Glasplatte ein Lichtstrahl a b unter dem Neigungswinkel von 35° 25′ auf die Platte, so wird er polarisirt und zum Theil vertical abwärts in der Richtung b c reflectirt. — Auf dem Kästchen befindet sich nun ein horizontal liegender gewöhnlicher Planspiegel, welcher den in der Richtung b c anlangenden Strahl ohne Aenderung seines Polarisationszustandes in der Richtung c b ver-

aufwärts zurückwirft. Der
)l geht größtentheils durch
)larisirende Glasplatte hin-
und gelangt zum oberen
des Apparates, wo er dann
ſt einer paſſenden Vorrich-
des analyſirenden Beſtand-
3 des Polariſationsappara-
äher unterſucht wird, wäh-
der übrige reflectirte Antheil
weiter in Betracht kommt.
;wiſchen den beiden oberen
ı der Stäbe iſt ein mit
Kreistheilung verſehener
angebracht; der Nullpunkt
in der durch einen Durch-
: gelegten Verticalebene,
: mit der Reflectionsebene
)larisirenden Glastafel zu-
enfällt. In dem getheilten
iſt eine Meſſingſcheibe dreh-
an welche eine geſchwärzte
elplatte CD ſo angeſchraubt
n kann, daß ſie einen Win-
)n 35° 25′ mit der Vertica-
ıacht. Das Tiſchchen EF
t aus einem meſſingenen

Fig. 202.



: und einer Glasplatte, die unter verſchiedenen Winkeln gegen den
ont geneigt werden können. Eine verſchiebbare Linſe dient zu
iedenen Verſuchen, von denen ſpäter die Rede ſein wird, und kann,
ſie nicht gebraucht wird, auf die Seite geſchoben werden. —
: der analyſirenden Spiegelplatte CD laſſen ſich auch andere Ana-
:s, wie ein achromatiſches Kalkſpathprisma, ein Nicol'ſches Prisma
eine Turmalinplatte gebrauchen, welche Apparate in die in der
: der Meſſingſcheibe befindliche kurze Hülſe eingeſetzt werden.
Welchen Apparat man auch übrigens zur Anwendung bringen mag,
rhin wird man die nämlichen Erſcheinungen wahrnehmen. Von
beren Spiegelebene wird am meiſten Licht zurückgeworfen, wenn
eiden Spiegelebenen parallel zu einander ſind, am wenigſten, wenn
nen rechten Winkel miteinander machen. Die Menge des reflectirten
s nimmt ſucceſſive ab, während die beiden Spiegelebenen aus der

parallelen Lage in die senkrechte übergehen, und nimmt stetig zu, während die beiden Spiegelebenen aus der senkrechten Lage in die parallele zurückkehren. Bei der Drehung muß die Ebene des Zerlegungsspiegels eine unveränderte Stellung gegen die Verticale behalten, d. h. in allen Lagen einen Winkel von 35° 25′ mit dieser Linie machen. — Analysirt man den unter dem Neigungswinkel von 35° 25′ von der unteren Glastafel reflectirten Lichtstrahl mit einem Doppelspath oder einer Turmalinplatte, so findet man, daß er sich ganz so verhält wie ein aus einem isländischen Spath heraustretender Lichtstrahl, der darin die gewöhnliche Brechung erfahren hat. Wir sind also berechtigt, von einem Lichtstrahl, der eine Glastafel unter einem Einfallswinkel von 54° 35′ trifft, zu sagen, er werde durch Reflection vollständig polarisirt. Die Polarisationsebene des reflectirten Strahles fällt mit der Reflectionsebene zusammen, in welcher der Strahl in den vollständigen Polarisationszustand versetzt wird.

Gibt man der unteren Spiegelebene irgend eine andere Stellung gegen die einfallenden Strahlen, so tritt der Wechsel in der Menge des reflectirten Lichtes je nach der Lage der beiden Reflectionsebenen niemals so stark hervor wie in der Stellung, bei welcher der Einfallswinkel 54° 35′ beträgt. Das Licht wird demnach bei jenen anderen Stellungen nur unvollständig polarisirt, in der Weise, daß der Grad der Polarisation sich desto geringer herausstellt, je größer der Unterschied zwischen dem Einfallswinkel und dem Winkel vollkommener Polarisation ist. Man nennt den Winkel, unter welchem das einfallende Licht gegen das Einfallsloth einer Spiegelebene geneigt sein muß, wenn der größte Lichtwechsel stattfinden soll, den Polarisationswinkel der Substanz, aus welcher die Spiegelebene besteht. Jede das Licht einfach brechende Substanz hat ihren bestimmten Polarisationswinkel: er beträgt für Glas 54° 35′, für Wasser 53°, für Obsidian 57°, für Diamant 77°. Brewster hat entdeckt, daß der Polarisationswinkel stets derjenige Winkel ist, für welchen der reflectirte Strahl auf dem gebrochenen senkrecht steht. Mittelst dieses Gesetzes läßt sich der Polarisationswinkel A eines Körpers aus dem bekannten Brechungsverhältnisse n desselben herleiten, weil man hat: $\text{tang } A = \frac{1}{n}$.

Da das Brechungsverhältniß für verschiedenfarbige Strahlen verschieden ist, so wird für eine und dieselbe Substanz jede einzelne Farbengattung ihren eigenen Polarisationswinkel haben. Es kann deßhalb das bei einem bestimmten Einfallswinkel auffallende weiße Licht durch Reflection nicht vollständig polarisirt werden, mithin sich auch nicht der Reflection an der analysirenden Spiegelebene vollkommen entziehen.

Darum erscheint das von einer weißen Wolke kommende Licht nach der Reflection auf dem Zerlegungsspiegel schwach purpurroth, wenn der Polarisationswinkel den intensiven gelben Strahlen angehört: denn in diesem Falle sind die äußersten rothen und violetten Strahlen der vollkommenen Polarisation entgangen, weßwegen sie von der analysirenden Spiegelebene theilweise zurückgeworfen werden. — Unter Polarisationswinkel ist demnach derjenige Winkel zu verstehen, bei welchem die mittleren Farbenstrahlen vollständig polarisirt werden.

Der Polarisationswinkel hängt nicht allein ab von der reflectirenden Substanz, sondern auch von dem Mittel, durch welches das Licht auf dieselbe gelangt. Jener Winkel rückt der Größe von 45° desto näher, je weniger die Brechungsverhältnisse dieser zwei Körper von einander abweichen, dagegen nähert sich der Winkel einem rechten desto mehr, je größer der Unterschied zwischen den Brechungsverhältnissen der beiden Mittel ist. — Das von Arago angegebene Verfahren zur Bestimmung des Polarisationswinkels ist folgendes. Man bringe an eine verticale Wand eine horizontale Scala an, deren Theile von einem gewissen Standpunkte aus der Größe eines Grades entsprechen. Dies vorausgesetzt, befestige man die Substanz, deren Polarisationswinkel bestimmt werden soll, an einer in dem Centrum der Scala befindlichen Achse; stelle dann an einem Theilstriche der Scala eine Kerzenflamme auf und richte die fragliche Substanz so lange, bis das directe Bild und das von ihr zurückgeworfene gleich hoch erscheinen: im letzteren Falle wird die reflectirende Ebene eine verticale Lage haben. Hierauf drehe man die Substanz um die verticale Achse und folge dem reflectirten Bilde mit einem Turmalinplättchen, bis man jene Stelle erreicht hat, bei welcher das Plättchen kein Licht mehr durchläßt. Der Theil der Scala, welcher zwischen der Kerze und dem reflectirten Bilde in der Richtung der Bewegung des letzteren liegt, gibt den doppelten Polarisationswinkel an. Bringt die Substanz keine vollständige Polarisation zu Stande, so wird man wenigstens eine Stellung erhalten, in welcher das reflectirte Bild die geringste Lichtstärke besitzt.

Die Lichtmenge, welche selbst bei dem Polarisationswinkel unpolarisirt bleibt, wird desto beträchtlicher ausfallen, je größer das Brechungsvermögen oder das Zerstreuungsvermögen bei den Körpern ist. Im ersten Fall, wo der polarisirende Körper, wie z. B. der Diamant, ein starkes Brechungsvermögen besitzt, ist der Polarisationswinkel groß, mit der Größe des Einfallswinkels wächst aber auch die Menge des reflectirten Lichtes. Im zweiten Falle, wo die polarisirende Substanz, wie z. B. der Schwefelkohlenstoff ein großes Zerstreuungsvermögen hat,

ſind die äußerſten Strahlen, welche von den mittleren Strahlen ſtark abweichen, unvollkommen polariſirt, wenn die letzteren vollſtändig polariſirt werden; der Zerlegungsſpiegel wird alſo die äußerſten Strahlen wieder in reichlicher Menge zurückſenden, während die mittleren der Reflection ſich entziehen.

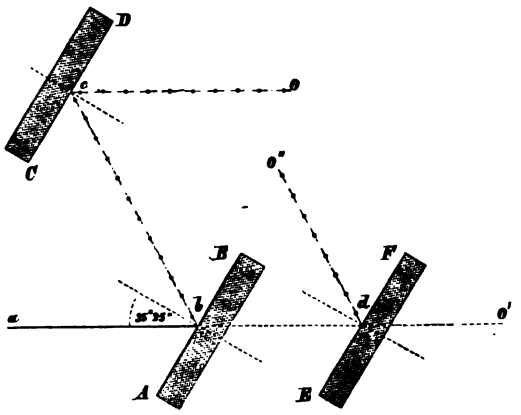
Fällt ein Lichtſtrahl unter dem Polariſationswinkel auf eine Glasplatte mit parallelen Flächen, ſo erweiſt ſich das durch die Platte hindurchgegangene Licht zum Theil als polariſirtes. Die Polariſation wird entſchiedener, wenn man das auffallende Licht durch mehrere mit einander parallele und durch kleine Zwiſchenräume von einander getrennte Platten unter dem Polariſationswinkel hindurchgehen läßt. Die Eigenſchaft einer Anzahl von parallelen Glasplatten das durch ſie gegangene Licht der vollſtändigen Polariſation näher zu bringen, findet nicht blos für den Polariſationswinkel, ſondern auch für jeden andern Winkel ſtatt; nur muß man in ſolchen Fällen eine größere Anzahl von Glasplatten nehmen. Der Hergang geſtaltet ſich hierbei gerade ſo, als ob bei jeder Brechung ein Theil des hindurchgegangenen unpolariſirt gebliebenen Lichtes polariſirt würde und durch ſeinen Hinzutritt zu dem aus den vorangegangenen Brechungen gewonnenen polariſirten Lichtes die Menge des mit dieſer Eigenſchaft begabten Lichtes ſteigerte im Vergleich zu der Menge desjenigen Lichtes, das eine derartige Eigenſchaft noch nicht beſitzt. Auf ſolche Weiſe kommt es denn, daß bei einer hinreichenden Anzahl von übereinander gelegten Platten das unpolariſirt gebliebene Licht keinen bemerkbaren Einfluß dem Lichte gegenüber mehr äußert, welches die Eigenſchaft der Polariſation erlangt hat.

ngsrichtung senkrecht auf der Polarisationsebene stehe, wird folglich
i dem durch Reflection polarisirten Lichte die Schwingungsrichtung
nkrecht zur Reflectionsebene sein; dagegen die Schwingungsrichtung
s durch einfache Brechung polarisirten Lichtes zu der Brechungsebene
rallel laufen.

Ein System von Glasplatten kann ebenfalls als Analyseur für
n Polarisationsapparat dienen. Die Glasplatten werden zu diesem
ehuf in ein Rähmchen von Messing oder Holz gefaßt, das von zwei
einen Pfeilern getragen wird. Gebraucht man eine solche Glasplatten-
ule als Analyseur auf dem Polarisationsapparat, so wird beim Hin-
rchsehen durch die Glassäule das Gesichtsfeld am lebhaftesten erschei-
n, wenn die Refractionsebene der Säule mit der Reflectionsebene
r unteren Spiegelplatte einen rechten Winkel bildet. Dagegen wird
im Durchsehen durch die Glastafeln das Gesichtsfeld sich am dunkel-
n zeigen, wenn die Refractionsebene der Säule mit der Reflections-
ene der polarisirenden Spiegelplatte zusammenfällt. Auch hier erreicht
s durchgelassene Licht während einer vollen Umdrehung der Glassäule
eimal das Minimum und zweimal das Maximum.

Um die hier besprochenen Erscheinungen des durch Reflection und
efraction erzeugten polarisirten Lichtes mehreren Personen zugleich zu
igen, leite man mittelst des Heliostats einen Sonnenstrahl in das
nkle Zimmer und lasse ihn unter einem Winkel von 35° 25′ auf eine
rke Glastafel AB (Fig. 203) oder auf ein System mehrerer auf-

Fig. 203.

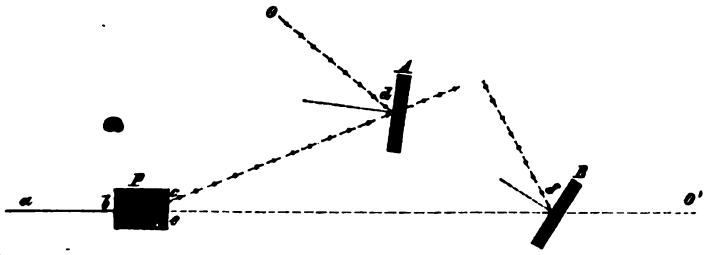


nander geschichteten Glasplättchen fallen. Der Lichtstrahl a b theilt sich
i der Platte in zwei Bündel, von denen das eine die Platte in der

Richtung b d verläßt und das andere in der Richtung b c reflectirt wird. Läßt man jetzt diesen reflectirten Strahl b c auf eine zur Platte A B parallel gestellte zweite Platte C D fallen, so bemerkt man, daß er an derselben in der Richtung c O größtentheils zurückgeworfen wird und nur sehr wenig Licht durch jene Platte C D gegangen ist. Indem man hierauf die Platte C D um den Strahl b c bei unveränderter Neigung gegen denselben dreht, wird die Intensität des von der Platte reflectirten Lichtes mehr und mehr abnehmen, in dem Maße, als der Drehungswinkel wächst, und ihren kleinsten Werth erreichen, wenn dieser Winkel ein rechter geworden ist, oder die Platten A B und C D eine gekreuzte Lage zu einander haben. Bei der Drehung in den folgenden drei Quadranten wird dieselbe allmählige Abnahme und darauf folgende Zunahme der Lichtstärke wiederkehren. — Fängt man das zweite Bündel b d ebenfalls auf einer dritten Glasplatte E F auf, welche eine parallele Lage mit der Platte A B hat; so nimmt man wahr, daß der Strahl in der Richtung d O′ die Platte E F verläßt und nur ein geringer Theil reflectirt wird. Dreht man jetzt die Platte E F um den Strahl b d als Achse in ihrer Ebene, wobei sie stets zur Platte A B parallel bleibt, so wird die Intensität des in der Richtung d O″ zurückgeworfenen Lichtes mehr und mehr zunehmen, in dem Grade man E F in dem einen oder andern Sinne dreht und ihr Maximum erreichen, wenn sich E F um 90° gegen seine erste Lage gedreht hat. Bei der weiteren Drehung stellen sich ganz ähnliche Erscheinungen dar. Der Strahl b d wird also zurückgeworfen bei gekreuzten Platten und zum großen Theil durchgelassen bei parallelen Platten; dagegen wird der Strahl b c reflectirt, wenn die Platte C D parallel zur Platte A B ist, und nicht mehr zurückgeworfen bei der gekreuzten Lage der Platten. Die Schwingungsrichtungen des durchgelassenen Strahles sind parallel mit der Reflections- oder Refractionsebene, der Strahl ist durch die einfach punktirte Linie angedeutet; die Schwingungsrichtungen des reflectirten Strahles dagegen stehen senkrecht auf der Reflectionsebene, der Strahl ist durch stärkere Punkte markirt. — Wie gesagt, die beiden Lichtbündel, in welche der unter dem Polarisationswinkel auf Glas fallende Strahl sich spaltet und deren eines zurückgeworfen, das andere gebrochen wird, verhalten sich wie die beiden durch Doppelbrechung von einander getrennten Theile. Um diese Thatsache nachzuweisen, kann man den Versuch auch umkehren, d. h. statt den vom Glas zurückgeworfenen oder gebrochenen Strahl auf einen Doppelspath zu leiten, die schon im Doppelspath gesonderten Bündel auf eine Glasplatte auffallen lassen. Um die fragliche Erscheinung mehreren Personen auf einmal deutlich zu zeigen, leite man einen Lichtstrahl mittelst des Heliostats in ein dunkles Zimmer und lasse ihn

durch ein achromatisches Doppelspathprisma hindurchgehen. Der Strahl a b (Fig. 204) wird in dem Prisma P in zwei stark divergirende

Fig. 204.



Bündel c d und e f zerlegt, dergestalt, daß man das eine auf die Glasplatte A und das andere auf die Glasplatte B leiten kann. Der gewöhnlich gebrochene Strahl e d wird beim Auffallen auf die Glasplatte A unter dem Polarisationswinkel daselbst zurückgeworfen, wenn die Einfallsebene des Strahles auf Glas mit dem Hauptschnitte des Krystalls parallel ist, dagegen nicht zurückgeworfen, sondern durchgelassen, wenn jene beiden Ebenen aufeinander senkrecht stehen. Mit dem ungewöhnlich gebrochenen Strahl e f findet das Gegentheil statt. Er wird nämlich bei seinem Auffallen unter dem Polarisationswinkel auf Glas von letzterem durchgelassen, wenn die beiden genannten Ebenen parallel zu einander laufen, und zum großen Theil zurückgeworfen, wenn diese Ebenen rechtwinklig zu einander sind. — Die auf dem gewöhnlichen Strahl c d aufgetragenen Punkte sollen andeuten, daß bei demselben die Schwingungsrichtung senkrecht zum Hauptschnitt steht; auf dem ungewöhnlichen Strahl e f sind dieselben weggelassen, was anzeigen soll, daß bei ihm die Schwingungsrichtung mit dem Hauptschnitt parallel läuft. — Bei einer schiefen Stellung der Einfallsebene des einen oder des andern der beiden doppelt gebrochenen Strahlen gegen den Hauptschnitt des Doppelspathes erfolgen Reflection und Brechung gleichzeitig, dergestalt, daß in dem einen wie in dem anderen Falle der Unterschied zwischen den Intensitäten der beiden neu entstandenen Strahlen desto größer wird, je mehr sich der Winkel, den genannte zwei Ebenen einschließen, der Null oder 90^0 nähert.

Bei genaueren Untersuchungen hat man gefunden, daß das meiste Licht, welches zu uns gelangt, schon polarisirt ist, wie das von einer Wasserfläche, einem Schieferdache, von Fenstern, Tischen u. s. w. zurückgeworfene Licht. Ja fast alle spiegelnden Oberflächen vermögen das Licht unter einem bestimmten Einfallswinkel vollständig zu polarisiren; Metalle und andere das Licht stark brechende Körper bringen jedoch nur

eine theilweise Polarisation zu Stande. — Nicht bloß beim Durchgange durch mehrere parallele Glasplatten, sondern auch beim Durchgange durch Achat, Perlmutter und andere Körper wird das Licht mehr oder weniger polarisirt. Durch eine hinreichend wiederholte Anzahl von Brechungen läßt sich die Polarisation dergestalt vermehren, daß sie wenigstens für die Wahrnehmung vollständig zu sein scheint. — Der Regenbogen verschwindet vollkommen, wenn man ihn durch eine Turmalinplatte betrachtet, deren Achse nach der Sonne weist; woraus folgt, daß sein Licht in einer durch die Sonne gehenden Ebene polarisirt ist. Arago fand, daß das von brennenden Körpern ausgesandte Licht zum Theil polarisirt ist, wenn die Körper fest oder flüssig sind; aber durchaus nicht polarisirt ist, wenn jene Körper im ausdehnsamen Zustande sich befinden.

Betrachtet man einen Fixstern durch ein achromatisches Kalkspathprisma, so haben die beiden Bilder stets einerlei Lichtstärke, welche Lage man dem Prisma auch geben mag: daraus geht hervor, daß das Licht der Fixsterne nicht polarisirt ist. Dagegen erweist sich das Licht der Kometen, der Planeten und des Mondes als polarisirtes; woraus sich ergibt, daß diese Körper nur mit erborgtem Glanze leuchten. Die Sonne zeigt keine Spur von Polarisation des Lichtes, was uns zu dem Schlusse berechtigt, den eigentlichen Kern der Sonne von einer Gasatmosphäre umgeben uns zu denken. — Das von dem blauen Himmelsgewölbe reflectirte Licht ist in einer durch die Sonne gehenden Ebene stark polarisirt; auch das von einer Wolke durchgelassene Licht gibt in einiger Entfernung davon einen merklichen Grad von Polarisation zu erkennen.

Den blendenden Glanz des von der Oberfläche des Wassers stark reflectirten Lichtes vermögen wir auf die Dauer nicht zu ertragen. Wir nehmen ein Nicol'sches Prisma zur Hand und drehen es so, daß sein Hauptschnitt senkrecht zur Zurückwerfungsebene steht: durch das Prisma betrachtet verschwindet das reflectirte Sonnenlicht, weil es polarisirt ist, während das aus dem Innern des Wassers kommende unpolarisirte Licht durch das Prisma geht. — Der Glanz der Bilder in Bildergallerien berührt uns oft sehr unangenehm; er läßt sich beseitigen, wenn wir zwei solcher Prismen zu einer Brille verbinden.

Betrachtet man ein auf einem Metallspiegel liegendes Glas mit bloßem Auge, so erscheint die Farbe nicht sehr lebhaft, weil das von der Vorderfläche des Glases zurückgeworfene Licht den Eindruck des von der Hinterfläche herkommenden farbigen Lichtes schwächt. Sieht man aber das farbige Glas unter dem Polarisationswinkel durch ein vor das Auge gehaltenes Nicol'sches Prisma, so zeigt sich die Farbe

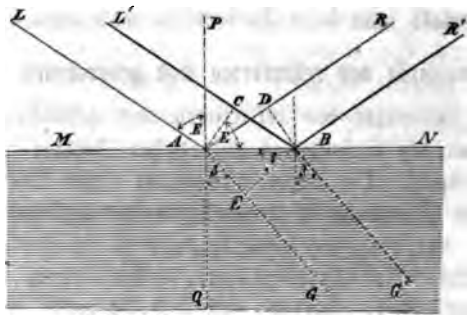
des Glases in voller Intensität, weil das von der Vorderfläche zurückgeworfene Licht von dem Prisma nicht durchgelassen wird. — Daß die zu seiner Zeit gegebene Erklärung der Newton'schen Farbenringe die richtige gewesen, insofern nämlich diese Ringe von der Interferenz der an der Vorderfläche und Hinterfläche des Newton'schen Farbenglases reflectirten Strahlen herrührten, läßt sich durch einen dem vorhergehenden analogen Versuch nachweisen. Man lege die wenig convexe Glaslinse auf einen ebenen Metallspiegel und lasse das Licht unter dem Polarisationswinkel auf die Linse auffallen. Die von der vorderen Seite des Glases reflectirten Strahlen sind polarisirt, während die vom Metall reflectirten es nicht sind. Hält man nun vor das die Erscheinung betrachtende Auge ein Nicol'sches Prisma, so wird bei gehöriger Stellung das polarisirte Licht zum Verschwinden kommen, das unpolarisirte Licht aber übrig bleiben: die Interferenz kann also nicht mehr stattfinden, weshalb man keine Farbenringe wahrnehmen wird.

2) Intensität des reflectirten und gebrochenen Lichtes.

Für die Intensität des reflectirten und gebrochenen Lichtes im Vergleich zu der des einfallenden Lichtes hat Fresnel bemerkenswerthe Formeln aufgestellt. Die Uebereinstimmung dieser Ausdrücke mit den Ergebnissen der Erfahrung ist so genügend, als man es bei dergleichen Beobachtungen nur erwarten kann; zugleich ist die Herleitung gedachter Formeln, obschon sie allerdings auf bloßen, jedoch wahrscheinlichen Voraussetzungen beruht, von der Art, daß sie mehr oder minder das Gepräge der Modificationen an sich zu tragen scheint, wie solche bei der Zurückwerfung und der Brechung des Lichtes in unkrystallisirten Substanzen stattfinden dürften: weßhalb es gerechtfertigt erscheint, wenn wir uns etwas ausführlicher mit jenen Formeln hier beschäftigen. Betrachten wir zunächst einen durch Reflection entstandenen vollkommen polarisirten Strahl, der unter dem Polarisationswinkel eine Spiegelebene trifft. Macht die Einfallsebene mit der Polarisationsebene einen Winkel φ, so läßt sich die ursprüngliche geradlinige Schwingung in zwei Seitenschwingungen zerlegen, deren Schwingungsintensitäten $c\cos\varphi$ und $c\sin\varphi$ sind. Die Intensität des reflectirten Strahles wird hiernach durch $c^2\cos^2\varphi$ und jene des durchgelassenen Strahles durch $c^2\sin^2\varphi$ ausgedrückt werden, so daß die Intensitäten dieser beiden Strahlen zusammengenommen der Intensität des einfallenden Strahles gleichkommen, welchen Winkel die Einfallsebene mit der Polarisationsebene auch einschließen mag. — Für den durch Brechung erzeugten polarisirten Strahl behalten die beiden Formeln ebenfalls ihre Gültigkeit; nur darf nicht vergessen werden, daß die Polarisationsebene eines derartigen Strahles stets zu jener des

durch Reflection hervorgerufenen ſenkrecht ſteht. — Die nämlichen Ausdrücke gelten auch für die Intenſität der zwei Strahlenbündel, in welche ein polariſirter Strahl in einem doppeltbrechenden Körper geſpalten wird, ſo daß ſich $c^2 \cos^2 \varphi$ auf den gewöhnlich gebrochenen und $c^2 \sin^2 \varphi$ auf den ungewöhnlich gebrochenen Antheil bezieht, wobei ε den Winkel bezeichnet, den der Hauptſchnitt des Kryſtalls mit der Polariſationsebene bildet. — Fällt ein polariſirter Strahl nicht unter dem Polariſationswinkel auf die Oberfläche einer unkryſtalliſirten Subſtanz, ſo iſt der Ausdruck für die Intenſität des reflectirten und durchgelaſſenen Strahles von dem vorhergehenden verſchieden. Um zu dem fraglichen Ausdrucke zu gelangen, ſtellen wir mit Fresnel folgende Betrachtungen an. Es ſei MN (Fig. 205) die Trennungsfläche beider

Fig. 205.



Mittel; ferner ſeien LA, L'B zwei parallele einfallende Lichtſtrahlen, denen die beiden reflectirten Strahlen AR, BR' und die beiden gebrochenen Strahlen AG, B'G' entſprechen. Wenn man auf BL', AR, AG bezüglich die Senkrechten AC, BD, BE fällt, ſo liegt die erſtere in der einfallenden Lichtwelle und die beiden letzteren reſpective auf der in A reflectirten und gebrochenen Welle. Es kommt nun darauf an, die Verhältniſſe der Intenſität der nach den Richtungen LA, AR, AG fortſchreitenden Schwingungen zu ermitteln. Bei einem derartigen Verlauf wird der Bewegungszuſtand der in dem Raume ABC befindlichen Aethertheilchen auf die in den Räumen ADB und ABE vorhandenen übertragen. In Folge des Reflectionsgeſetzes iſt der Raum ABC gleich dem Raume ADB; der Raum ACB verhält ſich aber zu dem Raume AEB wie das Produkt AC.CB zu dem Produkt AE.EB oder wie $\sin \varepsilon . \cos \varepsilon : \sin \beta \cos \beta$, wenn wir den Einfallswinkel LAP mit ε und den zugehörigen Brechungswinkel QAG mit β bezeichnen. Sind jetzt δ und δ' die Dichtigkeiten des Aethers in den beiden Mitteln, ſo verhalten ſich die in den Räumen ABC, ABE enthaltenen Aether-

maſſen wie $\delta . \sin\varepsilon . \cos\varepsilon : \delta' \sin\beta . \cos\beta$. Wird angenommen, daß bei der Mittheilung der ſchwingenden Bewegung das Princip der Erhaltung lebendiger Kräfte Beſtand hat, d. h. das Produkt der Maſſe mit dem Quadrat ihrer Geſchwindigkeit durch die Mittheilung der Bewegung ungeändert bleibt, ſo haben wir, wenn c, x, y die Schwingungsintenſitäten im einfallenden, reflectirten und im gebrochenen Strahle bezeichnen, die Gleichung:

$$c^2 . \delta . \sin\varepsilon . \cos\varepsilon = x^2 . \delta . \sin\varepsilon . \cos\varepsilon + y^2 . \delta' . \sin\beta . \cos\beta,$$

oder $$(c^2 - x^2) . \delta . \sin\varepsilon . \cos\varepsilon = y^2 . \delta . \sin\beta . \cos\beta.$$

Wird ferner angenommen, daß die Fortpflanzungsgeſchwindigkeiten des Lichtes in beiden Medien ſich verkehrt wie die Quadratwurzeln der Dichtigkeiten des Aethers verhalten und dabei erwogen, daß dieſe Geſchwindigkeiten in dem Verhältniſſe von $\sin\varepsilon : \sin\beta$ zu einander ſtehen; ſo haben wir: $\sin\varepsilon : \sin\beta = \frac{1}{\sqrt{\delta}} : \frac{1}{\sqrt{\delta'}}$, oder $\delta . \sin^2\varepsilon = \delta' . \sin^2\beta$. Aus der Diviſion der vorhergehenden Gleichung durch die letztere ergibt ſich endlich: $(c^2 - x^2) \cos\varepsilon . \sin\beta = y^2 . \sin\varepsilon . \cos\beta$.

Dies vorausgeſchickt betrachten wir zunächſt den Fall, in welchem das einfallende Licht in der Einfallsebene polariſirt iſt, mithin die Schwingungen ſenkrecht gegen dieſe Ebene, folglich parallel mit der Trennungsfläche beider Medien erfolgen. Angenommen, daß die Oscillationsgeſchwindigkeit des einfallenden Strahles ſich in jene des reflectirten und gebrochenen zerlegt, bekommen wir die Relation: $c = x + y$, oder $c - x = y$. Indem wir hierauf die obige Gleichung durch letztere dividiren, erhalten wir:

$$(c + x) \cos\varepsilon . \sin\beta = (c - x) \sin\varepsilon . \cos\beta;$$

woraus $$x = c . \frac{\sin(\varepsilon - \beta)}{\sin(\varepsilon + \beta)}.$$

Nimmt man die Intenſität des nach der Einfallsebene polariſirten Lichtes als Einheit an, ſo wird die des reflectirten Lichtes durch: $x^2 = \frac{\sin^2(\varepsilon - \beta)}{\sin^2(\varepsilon + \beta)}$ ausgedrückt werden. — Wird der Winkel β mittelſt der Relation $\sin\beta = \frac{1}{n}\sin\varepsilon$ eliminirt, wo n das Brechungsverhältniß bezeichnet, ſo erhält man den Ausdruck:

$$x^2 = \left\{\frac{\sqrt{n^2 - \sin^2\varepsilon} - \cos\varepsilon}{\sqrt{n^2 - \sin^2\varepsilon} + \cos\varepsilon}\right\}^2.$$

Derſelbe erreicht an der Grenze $\varepsilon = 0$ ſein Minimum, welches gleich $\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$ iſt; und ſein Maximum gleich der Einheit für $\varepsilon = 90^0$. — Die Menge des reflectirten Lichtes wächſt alſo fortwährend, wenn der Einfallswinkel von 0^0 bis 90^0 zunimmt.

Wir betrachten zweitens den Fall, in welchem das einfallende Licht ſenkrecht gegen die Einfallsebene polariſirt iſt, d. h. die Vibrationen parallel dieſer Ebene und jederzeit ſenkrecht gegen die einfallenden, zurückgeworfenen und gebrochenen Strahlen geſchehen. Denkt man ſich jede dieſer drei Schwingungen in zwei Componenten zerlegt, wovon die eine zu der Einfallsebene parallel, die andere ſenkrecht dagegen iſt; und nimmt ferner wieder an, daß die parallele Componente $c \cos \varepsilon$ des einfallenden Strahles den parallelen Componenten $x \cos \varepsilon$ und $y \cos \beta$ des reflectirten und gebrochenen Strahles gleich kommt; ſo hat man: $(c - x) \cos \varepsilon = y \cos \beta$. Dividirt man mit dieſer Gleichung in die oben gefundene: $(c^2 - x^2) \cos \varepsilon \sin \beta = y^2 \sin \varepsilon . \cos \beta$; ſo erhält man: $(c + x) \sin \beta = y \sin \varepsilon$. Durch die Elimination von y entſpringt daraus: $(c + x) \sin \beta \cos \beta = (c - x) \sin \varepsilon \cos \varepsilon$, woraus

$$x = c . \frac{\sin \varepsilon \cos \varepsilon - \sin \beta \cos \beta}{\sin \varepsilon \cos \varepsilon + \sin \beta \cos \beta} = c . \frac{\sin 2\varepsilon - \sin 2\beta}{\sin 2\varepsilon - \sin 2\beta} = c . \frac{\operatorname{tang}(\varepsilon - \beta)}{\operatorname{tang}(\varepsilon + \beta)}.$$

Wenn die Intenſität des ſenkrecht gegen die Einfallsebene polariſirten Lichtes zur Einheit angenommen wird, ſo hat jene des reflectirten Lichtes zum Ausdruck: $x^2 = \frac{\operatorname{tang}^2(\varepsilon - \beta)}{\operatorname{tang}^2(\varepsilon + \beta)}$. — Die Intenſität des reflectirten Lichtes iſt Null, wenn $\varepsilon + \beta = 90^0$ beträgt; und in der That wird das ſenkrecht gegen die Einfallsebene polariſirte Licht gar nicht zurückgeworfen, wenn es unter dem Polariſationswinkel einfällt, d. h. der reflectirte Strahl auf dem gebrochenen ſenkrecht ſteht. — Eliminirt man wieder den Winkel β mittelſt der Formel $\sin \beta = \frac{1}{n} \sin \varepsilon$ aus der Gleichung $x^2 = \left(\frac{\sin \varepsilon \cos \varepsilon - \sin \beta \cos \beta}{\sin \varepsilon \cos \varepsilon + \sin \beta \cos \beta}\right)^2$; ſo erhält man für die Intenſität des reflectirten Lichtes auch den Ausdruck:

$$x^2 = \left\{\frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} - n^2 \cos \varepsilon}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} + n^2 \cos \varepsilon}\right\}^2.$$

Es verwandelt ſich für $\varepsilon = 0^0$ in $\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$ und für $\varepsilon = 90^0$ in die Einheit; und reducirt ſich auf Null, wenn $\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} = n^2 \cos \varepsilon$, oder $\operatorname{tang} \varepsilon = \frac{1}{n}$ iſt.

Das Licht ſei weder parallel noch ſenkrecht gegen die Einfallsebene polariſirt, ſondern ſeine Polariſationsebene bilde mit jener Ebene einen Winkel φ. Die Vibrationen, welche ſenkrecht gegen die Polariſationsebene geſchehen, laſſen ſich in zwei Componenten zerlegen, deren eine der Zurückwerfsebene parallel iſt und die andere auf dieſer Ebene ſenkrecht ſteht. Wenn man die Vibrationsintenſität der einfallenden Welle

wieder zur Einheit nimmt, so wird $\sin\varphi$ die auf der Einfallsebene senkrechte Componente und $\cos\varphi$ die dieser Ebene parallele Componente sein. Auf die erste Componente muß man die Formel $\frac{\tang(\varepsilon-\beta)}{\tang(\varepsilon+\beta)}$ und auf die zweite die Formel $\frac{\sin(\varepsilon-\beta)}{\sin(\varepsilon+\beta)}$ anwenden, wenn man die Vibrationsintensitäten des reflectirten Lichtes erhalten will. Für die Componente in der Einfallsebene bekommt man so: $\cos\varphi\,.\,\frac{\sin(\varepsilon-\beta)}{\sin(\varepsilon+\beta)}$, und für die darauf senkrechte Componente: $\sin\varphi\,.\,\frac{\tang(\varepsilon-\beta)}{\tang(\varepsilon+\beta)}$; deren Resultante ist:

$$x=\sqrt{\cos^2\varphi\,.\,\frac{\sin^2(\varepsilon-\beta)}{\sin^2(\varepsilon+\beta)}+\sin^2\varphi\,\frac{\tang^2(\varepsilon-\beta)}{\tang^2(\varepsilon+\beta)}};$$

so daß die Intensität des reflectirten Lichtes durch

$$x^2=\sin^2\varphi\,.\,\frac{\tang^2(\varepsilon-\beta)}{\tang^2(\varepsilon+\beta)}+\cos^2\varphi\,.\,\frac{\sin^2(\varepsilon-\beta)}{\sin^2(\varepsilon+\beta)}$$

ausgedrückt wird. — Für $\varphi=90^0$ und $\varepsilon+\beta=90^0$ gibt die Formel $x^2=0$, was der Erfahrung gemäß ist. Für $\varphi=0^0$ und $2+\beta=90^0$ liefert die Formel $x^2=1$, was wieder mit der Erfahrung übereinstimmt.

Mit Hülfe der vorhergehenden Formeln läßt sich auch die Intensität des von unpolarisirtem Lichte durch Reflection an der Grenzfläche einer einfachen Substanz entstandenen Lichtstrahles berechnen. Denn man kann sich ein derartiges Licht stets aus zwei Bündeln bestehend denken, deren eines in der Einfallsebene und das andere senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirt ist und deren jedes die halbe Intensität des einfallenden Strahles hat. Besitzt das unpolarisirte Licht die Intensität 1, so hat jeder seiner zwei Bestandtheile die Intensität $\frac{1}{2}$. Dieselben liefern bei der Reflection zwei Lichtmengen, welche beziehungsweise gleich $\frac{1}{2}\frac{\sin^2(\varepsilon-\beta)}{\sin^2(\varepsilon+\beta)}$ und $\frac{1}{2}\,.\,\frac{\tang^2(\varepsilon-\beta)}{\tang^2(\varepsilon+\beta)}$ sind und deren Summe die Intensität des zurückgeworfenen Lichtes ausdrückt. — Ist das einfallende Licht 1 nur zum Theil polarisirt, besteht es mithin aus einer Quantität k polarisirten und aus einer Quantität $1-k$ unpolarisirten Lichtes; so wird die Intensität des reflectirten Antheils des ersteren sein:

$$k\,.\,\frac{\sin^2(\varepsilon-\beta)}{\sin^2(\varepsilon+\beta)}\cos^2\varphi+k\,\frac{\tang^2(\varepsilon-\beta)}{\tang^2(\varepsilon+\beta)}\,.\,\sin^2\varphi;$$

und der reflectirte Antheil des zweiten sein:

$$\frac{1-k}{2}\left\{\frac{\sin^2(\varepsilon-\beta)}{\sin^2(\varepsilon+\beta)}+\frac{\tang^2(\varepsilon-\beta)}{\tang^2(\varepsilon+\beta)}\right\};$$

folglich der gesammte reflectirte Antheil sein:

$$\frac{\sin^2(\varepsilon-\beta)}{\sin^2(\varepsilon+\beta)}\,.\,\frac{1+k\cos^2\varphi}{2}+\frac{\tang^2(\varepsilon-\beta)}{\tang^2(\varepsilon+\beta)}\,.\,\frac{1-k\cos 2\varphi}{2}.$$

Die nachstehenden vier Formeln gelten für gebrochenes Licht, die Intensität des einfallenden Lichtes immer als Einheit angenommen. Im Falle, daß das einfallende Licht nach der Brechungsebene polarisirt ist, hat die Intensität y^2 des gebrochenen Lichtes zum Ausdrucke: $y^2 = 1 - \frac{\sin^2(\varepsilon-\beta)}{\sin^2(\varepsilon+\beta)}$. — Im Falle, daß das einfallende Licht senkrecht auf der Brechungsebene polarisirt ist, hat das gebrochene Licht eine Intensität $y^2 = 1 - \frac{\tang^2(\varepsilon-\beta)}{\tang^2(\varepsilon+\beta)}$. — Ein unpolarisirter Lichtstrahl von der Intensität 1 liefert bei der Brechung ein nach der Brechungsebene polarisirtes Lichtbündel von der Intensität

$$y^2 = \tfrac{1}{2}\left(1 - \frac{\sin^2(\varepsilon-\beta)}{\sin^2(\varepsilon+\beta)}\right);$$

und ein senkrecht gegen die Brechungsebene polarisirtes Lichtbündel von der Intensität $y'^2 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\tang^2(\varepsilon-\beta)}{\tang^2(\varepsilon+\beta)}\right)$.

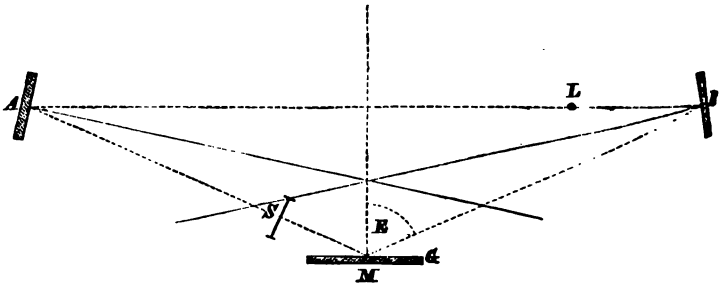
Weil $\frac{\sin^2(\varepsilon-\beta)}{\sin^2(\varepsilon+\beta)} = \frac{\tang^2(\varepsilon-\beta)}{\tang^2(\varepsilon+\beta)} \cdot \frac{\cos^2(\varepsilon-\beta)}{\cos^2(\varepsilon+\beta)}$ und $\frac{\cos^2(\varepsilon-\beta)}{\cos^2(\varepsilon+\beta)}$ größer als die Einheit ist, muß y'^2 größer als y^2 sein. Die Differenz $y'^2 - y^2$ gibt die Quantität des in dem gebrochenen Lichtbündel enthaltenen polarisirten Lichtes an, dessen Polarisationsebene senkrecht auf der Einfallsebene steht; was mit der Erfahrung vollkommen übereinstimmt.

Um die für die Intensität J des zurückgeworfenen unpolarisirten Lichtes oben mitgetheilte Formel

$$J = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\sin^2(\varepsilon-\beta)}{\sin^2(\varepsilon+\beta)} + \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\tang^2(\varepsilon-\beta)}{\tang^2(\varepsilon+\beta)},$$

wobei die Intensität des einfallenden Lichtes gleich 1 gesetzt ist, durch Versuche zu prüfen, wendeten wir in Ermangelung eines besseren Photometers dasselbe Verfahren an, welches wir bei der Prüfung über die Abnahme der Lichtstärke beim Durchgange durch ein durchsichtiges Mittel eingehalten haben. — Fig. 206 gibt die Art und Weise an,

Fig. 206.



wie dabei verfahren wurde. In L befand sich die Lichtquelle, deren Strahlen auf die beiden Spiegel A und B fielen, die so aufgestellt waren, daß die von ihnen reflectirten Strahlen AM und BM mit AB ein gleichschenkliges Dreieck bildeten. Hierauf ward in M eine Glasplatte in solcher Lage angebracht, daß der von B herkommende Strahl BM nach A zurückgeworfen wurde. Ein geölter Papierschirm ward in S aufgestellt, um auf beiden Seiten gleich beleuchtet zu werden. Bei verschiedenen Einfallswinkeln ε, welche abnahmen, wenn die Glasplatte von der Linie AB weiter abstand, mußte der Schirm an verschiedene Stellen gerückt werden, insofern man stets auf beiden Seiten des Schirmes gleiche Beleuchtung hervorbringen wollte. Setzt man nun die Wegstrecke $LAS = a$ und die Wegstrecke $LBMS = b$, bezeichnet man ferner die Intensität des von B ausgesendeten Lichtes, nachdem es in M eine zweite Reflection erlitten hat, mit J und die Intensität des von A herkommenden Lichtes mit 1; so hat man $J = \frac{b^2}{a^2}$, wenn auf beiden Seiten des Schirmes eine gleich starke Erleuchtung zu Stande gekommen ist. — Bevor wir zur Vergleichung der Ergebnisse unserer Versuche mit der Theorie schreiten, müssen wir jedoch vorerst bemerken, daß zu der an der ersten Fläche der Glasplatte reflectirten Lichtmenge noch die Gesammtsumme der durch unendliche viele Reflectionen an der zweiten Fläche der Platte erzeugten Lichtmengen hinzukommt. Die Intensität $x^2 = \frac{1}{2}\left\{\frac{\sin^2(\varepsilon-\beta)}{\sin^2(\varepsilon+\beta)} + \frac{\tang^2(\varepsilon-\beta)}{\tang^2(\varepsilon+\beta)}\right\}$ wird mithin um den Betrag sämmtlicher dadurch hervorgegangenen Schwingungsintensitäten vermehrt werden müssen, wenn es sich darum handelt, die wirkliche Intensität J zu erhalten. Bezeichnet R die an der ersten Fläche reflectirte Lichtmenge und B die daselbst durchgelassene Lichtmenge, dergestalt, daß $R + B = 1$; so ergibt sich für die Intensität J der Ausdruck:

$$J = R + BR(1 + R + R^2 \ldots) = 2R$$

oder
$$J = 2x^2 = \frac{\sin^2(\varepsilon-\beta)}{\sin^2(\varepsilon+\beta)} + \frac{\tang^2(\varepsilon-\beta)}{\tang^2(\varepsilon+\beta)}.$$

Von den Ergebnissen dieser Versuche, bei denen AB = 8 Meter und BL = 1 Meter betrug, wollen wir die vier anführen, welche mit der meisten Sorgfalt angestellt wurden, und nebenbei die Resultate aufzeichnen, wie sie die Formel $J = \frac{\sin^2(\varepsilon-\beta)}{\sin^2(\varepsilon+\beta)} + \frac{\tang^2(\varepsilon-\beta)}{\tang^2(\varepsilon+\beta)}$ liefert.

Für $\varepsilon = 78^0$ war $SM = 1{,}635$; woraus $\frac{b^2}{a^2} = \left(\frac{6{,}72}{9{,}45}\right)^2 = 0{,}505$:

die Formel, in welcher $\beta = 40^0 22'$, gibt $J = 0{,}65526$. —

Für $\varepsilon = 75^0$ war $SM = 1{,}66$; hieraus $\frac{b^2}{a^2} = \left(\frac{6{,}8}{9{,}48}\right)^2 = 0{,}514$: die Formel, in welcher $\beta = 39^0\,46'$, liefert $J = 0{,}5098$. —
Für $\varepsilon = 72^0$ war $SM = 1{,}14$; woraus $\frac{b^2}{a^2} = \left(\frac{6{,}34}{10{,}06}\right)^2 = 0{,}3969$: die Formel, in welcher $\beta = 39^0$; gibt $J = 0{,}4017$. —
Für $\varepsilon = 66^0$ war $SM = 0{,}26$; hieraus $\frac{b^2}{a^2} = \left(\frac{5{,}638}{11{,}118}\right)^2 = 0{,}257$: die Formel, in welcher $\beta = 37^0\,14'$; liefert $J = 0{,}2611$. —
Das Brechungsverhältniß der von uns angewandten Glasplatte war $= 1{,}51$. Die Formel stimmt mit den Beobachtungen bis auf Tausendtel überein; ein Resultat, das als ein ziemlich befriedigendes angesehen werden kann. Die Uebereinstimmung würde aller Wahrscheinlichkeit nach noch vollkommener sich herausgestellt haben, wenn wir uns eines besseren Photometers hätten bedienen können.

3. Aenderung der Polarisationsebene durch Reflection.

Der Polarisationszustand eines Strahles wird häufig durch eine neue Reflection geändert. Um uns von einer derartigen Aenderung einigermaßen Rechenschaft abzugeben, betrachten wir zunächst den einfallenden polarisirten Strahl, dessen Polarisationsebene mit der Zurückwerfungsebene den Winkel φ einschließt. Dieser Strahl liefert bei der Zurückwerfung einen reflectirten Strahl, der aus zwei unter einem rechten Winkel gegeneinander polarisirten Strahlenbündeln besteht. Gedachte zwei Bündel von einerlei Phase werden bei ihrem Zurücktritt in das erste Mittel sich zu einer resultirenden geradlinigen Schwingung zusammensetzen, deren Richtung durch die Diagonale eines rechtwinkligen Parallelogrammes angegeben wird, das die Größen $\frac{\sin(\varepsilon-\beta)}{\sin(\varepsilon-\beta)}\cos\varphi$ und $\frac{\tang(\varepsilon-\beta)}{\tang(\varepsilon-\beta)}\sin\varphi$ zu Seiten hat. Hieraus ergibt sich zur Bestimmung des Winkels φ, welchen die Polarisationsebene des reflectirten Strahles mit der Reflectionsebene einschließt, die Relation: $\tang\varphi, = \frac{\cos(\varepsilon+\beta)}{\cos(\varepsilon-\beta)}\tang\varphi$.

Nach dieser Formel ist für $\varepsilon+\beta = 90^0$ jederzeit $\varphi, = 0$; d. h. wenn der Lichtstrahl unter dem Polarisationswinkel auffällt, so ist der reflectirte immer in der Einfallsebene polarisirt, welche Lage die ursprüngliche Polarisationsebene auch haben mag. — Für $\varphi = 0$ ist für jeden Einfallswinkel auch $\varphi, = 0$; d. h. wenn das einfallende Licht nach der Reflectionsebene polarisirt ist, so behält es diese Polarisationsebene auch nach der Reflection für jeden Einfallswinkel bei. — Da $\cos(\varepsilon+\beta)$ immer kleiner als $\cos(\varepsilon-\beta)$ ist, so wird $\varphi,$ immer kleiner

als φ sein; woraus folgt, daß die Polarisationsebene des reflectirten Lichtes der Ebene näher rückt, an der die Zurückwerfung stattfindet. — Soll $\varphi_1 = \varphi$ werden, so muß $\cos(\varepsilon + \beta) = \cos(\varepsilon - \beta)$ sein, welcher Bedingung nur für $\varepsilon = 0$ und $\varepsilon = 90^0$ Genüge geschehen kann. Die Polarisationsebene bleibt also ungeändert, wenn die senkrechte Reflection oder die Reflection nahe unter dem Winkel von 90^0 stattfindet.

Arago und Brewster haben das Gesetz über die Aenderung der Polarisationsebene bei den verschiedensten Einfallswinkeln für Glas und Wasser geprüft und das Gesetz richtig befunden. Folgende Tabelle enthält die Resultate von Brewsters Versuchen bei Glas von 1,426 Brechungsverhältniß, zusammengestellt mit den Ergebnissen der Formel: $\text{tang}\,\varphi_1 = \frac{\cos(\varepsilon + \beta)}{\cos(\varepsilon - \beta)}$ für den Fall, daß $\varphi = 45^0$ ist.

Einfallswinkel ε.	Refractionswinkel β.	Winkel α der Polarisationsebene mit der Reflectionsebene.	
		Beobachtet.	Berechnet.
90^0	0^0	45^0	45^0
80^0	$41^0\,37'$	$33^0\,13'$	$33^0\,46'$
75^0	$40^0\,40'$	$28^0\,45'$	$27^0\,41'$
70^0	$39^0\,20'$	$22^0\,6'$	$21^0\,3'$
65^0	$37^0\,41'$	$14^0\,40'$	$13^0\,53'$
60^0	$35^0\,45'$	$6^0\,10'$	$6^0\,16'$
56^0	34^0	0^0	0^0
50^0	$31^0\,22'$	$9^0\,0'$	$9^0\,0'$
40^0	$25^0\,42'$	$22^0\,37'$	$23^0\,1'$
30^0	$19^0\,43'$	$32^0\,25'$	$33^0\,19'$

Die Uebereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Werthen ist ziemlich befriedigend.

Um die Versuche über die Aenderungen der Polarisationsebene bequem anstellen zu können, lasse man einen unpolarisirten Lichtstrahl durch ein achromatisches Kalkspathprisma gehen, dessen Hauptschnitt um 45^0 gegen die Einfallsebene des unteren Spiegels am Polarisationsapparat geneigt ist. Man erhält dergestalt zwei senkrecht aufeinander polarisirte Bündel, bei deren einem die Polarisationsebene $+ 45^0$ und bei dem andern die Polarisationsebene $- 45^0$ von der Einfallsebene des untern Spiegels absteht. Hierauf leite man die beiden Lichtbündel auf gedachten untern Spiegel und gebrauche als Analyseur eine Turmalinplatte. Fallen nun die beiden Lichtbündel auf die Spiegelebene unter dem Polarisationswinkel auf, so erblickt man bei der parallelen Lage der Achse der Turmalinplatte zu der Einfallsebene der Spiegelebene zwei gleich lebhafte Bilder. Die beiden Bilder nehmen an In-

tensität ab beim Drehen der Turmalinplatte und verschwinden zugleich, wenn man die Platte um 45° rechts oder links gedreht hat; beide Strahlen erweisen sich demnach durch die Reflection dergestalt polarisirt, daß ihre Polarisationsebene mit der Reflectionsebene des Spiegels zusammenfällt. — Fallen die aus dem Kalkspathprisma kommenden Strahlen unter dem Winkel von 50° auf die Spiegelebene, so sieht man wieder zwei gleich intensive Bilder, wenn die Achse der Turmalinplatte parallel zur Reflectionsebene gestellt ist. Dreht man hierauf die Platte um 9° rechts, so verschwindet das eine Bild; dreht man sie um 9° links, so verschwindet das andere: die Polarisationsebene des einen Strahles liegt mithin 9° rechts und die des andern 9° links von der Einfallsebene, wie oben gesagt worden.

Wir sind nun auch im Stande, uns einigermaßen Rechenschaft von den Aenderungen zu geben, welche das unpolarisirte Licht durch die Zurückwerfung überhaupt erfährt. Ein solcher Lichtstrahl läßt sich nämlich aus zwei Theilen von gleicher Intensität und entgegengesetztem Polarisationszustand bestehend annehmen, so daß ihre Polarisationsebenen auf beiden Seiten mit der Einfallsebene denselben Winkel von 45° einschließen. Bei dem einen Strahl wird also die Relation: $\text{tang}\,\varphi = +\frac{\cos(\varepsilon+\beta)}{\cos(\varepsilon-\beta)}$ und bei dem andern die Relation: $\text{tang}\,\varphi = -\frac{\cos(\varepsilon+\beta)}{\cos(\varepsilon-\beta)}$ Anwendung finden. Beim senkrechten Auffallen und bei einem Einfallswinkel von 90° wird der reflectirte Strahl unpolarisirt sein wie der einfallende, da die Polarisationsebene des einen Theils einen Winkel von + 45° und die des andern einen Winkel von — 45° mit der Einfallsebene einschließt, wie vor der Reflection. — Bei dem Einfallswinkel, welcher dem Polarisationswinkel gleich kommt und für welchen $\varepsilon+\beta=90$ ist, fallen die Polarisationsebenen der beiden Strahlen mit der Einfallsebene zusammen. Dagegen werden bei anderen Einfallswinkeln die Polarisationsebenen der beiden Strahlen von der Einfallsebene mehr oder weniger sich entfernen.

Unterwirft man den Lichtstrahl mehrfachen auf einander folgenden Reflectionen in der Weise, daß man den Strahl jedesmal unter dem nämlichen Einfallswinkel auffallen läßt und sämmtliche Einfallsebenen parallel zu einander macht; so werden die beiden Lichtbündel nach m Reflectionen nach zwei Ebenen polarisirt erscheinen, welche mit der Einfallsebene einen Winkel φ_m bilden, dessen Tangente $=\frac{\cos^m(\varepsilon+\beta)}{\cos^m(\varepsilon-\beta)}$. Die beiden Polarisationsebenen nähern sich folglich einander desto mehr, je größer die Anzahl der Reflectionen ist. Damit das vereinigte Licht

der beiden letzten zurückgeworfenen Lichtbündel für die Wahrnehmung vollständig polarisirt erscheint, braucht die Zahl m nur von solcher Beschaffenheit zu sein, daß der vorhergehende Bruch kleiner wird, als die Tangente eines halben Grades. Der entsprechende Werth von m für jene Grenze wird um so weniger betragen, je mehr sich der Einfallswinkel dem Winkel der vollkommenen Polarisation nähert.

Brewster fand, daß das Licht durch zwei Reflectionen an Glas bei 60° 28′, nach fünf Reflectionen bei 70°; an der Grenzfläche von Glas und Wasser nach zwei Reflectionen bei 44° 51′, nach drei Reflectionen bei 42° 27′ merklich vollständig polarisirt war. Die nach der Formel $\text{tang}\,\varphi_m = \frac{\cos^m(\varepsilon+\beta)}{\cos^m(\varepsilon-\beta)}$ berechneten Werthe von φ_m betrugen bei diesen Versuchen beziehungsweise 0° 33′; 0° 22′; 0° 56′; 0° 26′, welche Winkel sämmtlich sehr klein sind, wie es der Charakter der merklich erreichten vollständigen Polarisation erheischt.

Geschehen die m aufeinander folgenden Reflectionen nicht unter dem nämlichen Einfallswinkel ε, sondern unter den successiven Winkeln $\varepsilon, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \ldots$, zu denen die Brechungswinkel $\beta, \beta_1, \beta_2, \beta_3 \ldots$ gehören; so wird der Neigungswinkel φ_m, welchen die Polarisationsebene jedes der beiden partiellen Bündel nach der m-ten Zurückwerfung mit der Reflectionsebene einschließt, durch die Relation:

$$\text{tang}\,\varphi_m = \frac{\cos(\varepsilon+\beta).\cos(\varepsilon_1+\beta_1).\cos(\varepsilon_2+\beta_2)\ldots}{\cos(\varepsilon-\beta).\cos(\varepsilon_1-\beta_1).\cos(\varepsilon_2-\beta_2)\ldots}$$

bestimmt.

Daß die letztere Formel gültig ist, zeigen folgende zwei von Brewster angestellte Versuche, bei denen nach zwei successiven Zurückwerfungen der Strahl sich merklich vollständig polarisirt erwies. Bei dem ersten Versuche erfolgte die eine Reflection bei 58° 2′ und die andere bei 67° 2′; der berechnete Winkel φ_m betrug 0° 34′. Bei dem zweiten Versuche geschah die eine Reflection bei 53° und die andere bei 58° 2′; der gefundene Winkel φ_m war 0° 12′. Der Rückstand des unpolarisirt gebliebenen Lichtes war in dem einen wie in dem andern Falle jedenfalls so gering, daß er der Wahrnehmung entgehen mußte.

4. Aenderung der Polarisationsebene durch Brechung.

Die Polarisationsebene eines Strahles wird auch durch eine einfache Brechung geändert, eine Erscheinung, welche Brewster zuerst näher analysirt hat. Die Versuche werden wieder in der Weise angestellt, daß man einen unpolarisirten Lichtstrahl mittelst eines achromatischen Kalkspathprismas in zwei Theile spaltet und dieselben dann auf sehr reine Prismen unter solchen Einfallswinkeln leitet, daß der Lichtstrahl

senkrecht aus der zweiten Fläche heraustritt; die Aenderung der Polarisationsebene rührt dann einzig und allein von der ersten Fläche her. Was die Lage der Polarisationsebene des gebrochenen Strahles anlangt, so wird dieselbe wieder mittelst eines Turmalinplättchens ausgemittelt. Die Aenderung der Polarisationsebene wird nach einmaliger Brechung durch folgende Formel ausgedrückt: $\cot \Psi, = \cot \Psi \,.\, \cos(\varepsilon - \beta)$, wo Ψ den Winkel der Polarisationsebene des einfallenden Strahles mit der Brechungsebene, ε den Einfallswinkel, β den Brechungswinkel und Ψ, den Winkel der Polarisationsebene des. gebrochenen Strahles mit der Brechungsebene bezeichnet.

Die Formel verwandelt sich für den Fall einer zweimaligen Brechung vermöge Durchganges durch eine Platte mit parallelen Flächen in folgende: $\cot \Psi_2 = \cot \Psi \,.\, \cos^2(\varepsilon - \beta)$. — Nach Hindurchgang des Strahles durch m parallele Flächen eines gleichbeschaffenen Mittels wird der Werth des Winkels Ψ_m der Polarisationsebene mit der Brechungsebene durch die Formel: $\cot \Psi_m = \cot \Psi \,.\, \cos^m(\varepsilon - \beta)$ angegeben. — Nach Hindurchgang des Strahles durch m nicht parallele Flächen eines gleichbeschaffenen Mittels wird der in Rede stehende Winkel Ψ_m durch die Formel bestimmt:

$$\cot \Psi_m = \cot \Psi \,.\, \cos(\varepsilon - \beta)\, \cos(\varepsilon_1 - \beta_1) \ldots,$$

wo ε, ε_1, ε_2 ... die successiven Einfallswinkel und β, β_1, β_2 ... die ihnen entsprechenden Brechungswinkel bezeichnen. — Für einen Strahl, der in einer parallelflächigen Platte eine Brechung und dann eine Zurückwerfung erlitten hat, wird die Aenderung der Polarisationsebene durch die Formel: $\operatorname{tang} \varphi' = \operatorname{tang} \alpha \,.\, \frac{\cos(\varepsilon + \beta)}{\cos^2(\varepsilon - \beta)}$: und die Aenderung der Polarisationsebene nach zwei Brechungen und einer dazwischen liegenden Reflection durch die Formel:

$$\operatorname{tang} \varphi'' = \cot \,.\, \alpha \,.\, \frac{\cos^3(\varepsilon - \beta)}{\cos(\varepsilon + \beta)}$$

ausgedrückt: in beiden Formeln bedeutet α den Winkel der ursprünglichen Polarisationsebene mit der ersten Einfallsebene; ε den Einfallswinkel und β den Brechungswinkel.

Um die von einer einzigen Fläche hervorgebrachte Drehung zu erhalten, nahm Brewster ein gut abgekühltes Glasprisma, an welchem der brechende Winkel eine solche Größe hatte, daß ein möglichst schief einfallender Strahl senkrecht gegen die zweite Fläche austrat. Auf die Weise erhielt er bei einem Einfallswinkel von 87° 33′, wenn die Polarisationsebene um 54° 15′ gegen die Brechungsebene geneigt war, eine Drehung von 9° 15′; und bei einem Einfallswinkel von 54° 50′, wenn die beiden genannten Ebenen einen Winkel von 47° 25′ einschlossen,

eine Drehung von 2° 25′: Werthe, welche mit denen nach der Formel $\cot \Psi_1 = \cot \Psi \cos(\varepsilon - \beta)$ berechneten ziemlich gut übereinstimmten.

Bei einem Versuche mit einer Glasplatte, deren Brechungsverhältniß 1,51 betrug, fand Brewster bei einem Strahle, der um 45° gegen die Einfallsebene polarisirt war, folgende Resultate:

Einfallswinkel.	Brechungswinkel.	Neigung.	
		Beobachtete.	Berechnete.
0°	0°	45° 0′	45° 0′
10°	6° 36′	45° 13′	45° 6′
20°	13° 5′	45° 27′	46°
30°	19° 20′	45° 40′	46° 56′
40°	25° 10′	46° 30′	48° 24′
50°	30° 29′	47° 42′	50° 36′
60°	35°	50° 7′	53° 59′
70°	38° 29′	50° 7′	59° 5′
80°	40° 42′	51° 10′	61° 24′
85°	41° 17′	60° 45′	

Die Uebereinstimmung zwischen dem beobachteten und berechneten Werthe fiel ziemlich befriedigend aus, wonach die Formel

$$\cot \Psi_1 = \cot \Psi \,.\, \cos^2(\varepsilon - \beta)$$

als richtig anzunehmen ist. Die Polarisationsebene entfernt sich demnach durch die Brechung, wenn der Einfallswinkel zunimmt, immer mehr von der Einfallsebene und strebt auf derselben senkrecht zu werden, während sie durch Reflection der letztern Ebene immer näher rückt.

Das vorhergehende Gesetz belehrt uns auch, wie ein unpolarisirter Lichtstrahl durch mehrere aufeinander folgende Brechungen polarisirt werden kann. Ein solcher Strahl von der Intensität = 1 besteht nämlich aus zwei entgegengesetzt polarisirten Lichtbündeln, jedes von der Intensität = $\frac{1}{2}$, indem der eine Theil mit der Brechungsebene einen Winkel von + 45° und der andere Theil mit dieser Ebene einen Winkel von — 45° einschließt. Nach zwei Brechungen an einer parallelflächigen Glasplatte wird für jedes Bündel die Polarisationsebene um einen gewissen Winkel von der Brechungsebene gedreht und zwar für das eine auf der rechten Seite und für das andere um eben so viel auf der linken. Eine solche Drehung in demselben Sinne erfolgt beim Durchgange durch jede der übrigen Glasplatten, bis endlich die beiden Polarisationsebenen in eine einzige auf die Brechungsebene senkrechte Ebene zu liegen kommen, in welchem Falle der Strahl vollkommen polarisirt erscheint. — Dieser Fall tritt eigentlich niemals vollständig ein, weil die Größe $\cos^m(\varepsilon - \beta)$ nie ganz Null werden

kann. Indeſſen wird der Strahl für das Auge des Beobachters als vollſtändig polariſirt gelten können, wenn die entgegengeſetzten Polariſationsebenen der beiden Bündeln einen hinreichend kleinen Winkel miteinander bilden.

Brewſter fand, daß das Licht einer Wachskerze in einer Entfernung von 3 Meter bei dem Einfallswinkel von 78° 52′ durch 8 Glasplatten, bei dem Einfallswinkel von 61° durch 24 Glasplatten für die Wahrnehmung vollſtändig polariſirt war. Die Formel $\cot \Psi_m = \cos^m(\varepsilon - \beta)$ gibt im erſten Fall $\Psi_m = 88° 50'$ und im zweiten $\Psi_m = 89° 36'$. — Die letztere Formel kann alſo in der That dazu dienen, die Anzahl Brechungen durch parallelflächige Platten zu beſtimmen, welche erforderlich iſt, um einen ſtets unter demſelben Einfallswinkel einfallenden unpolariſirten Lichtſtrahl merklich vollſtändig zu polariſiren.

V. Polariſationschromatik.

1. Färbung dünner Kryſtallblättchen. — Die Talbot'ſchen Linien.

Hinreichend dünne Blättchen doppeltbrechender Kryſtalle, wie Kalkſpath, Bergkryſtall, Gyps, Glimmer erſcheinen unter gewiſſen Umſtänden im polariſirten weißen Lichte mehr oder weniger gefärbt, wenn man ſie mit einer paſſenden analyſirenden Vorrichtung, z. B. mit einem Doppelſpathprisma, einer Glasſäule, einem geſchwärzten Spiegel, einem Nicol'ſchen Prisma unterſucht. Ein und dasſelbe Licht theilt ſich alſo bei ſeinem Durchgang durch den nämlichen durchſichtigen Körper in verſchiedenfarbiges, ſo daß mithin nicht der Trübung als ſolcher die Entſtehung der Farbe zugeſchrieben werden kann. Dieſe Erſcheinung, welche zu den ſchönſten und intereſſanteſten der ganzen Optik gehört, verdanken wir dem Beobachtungsgeiſte Arago's. — Zur Hervorbringung der in Rede ſtehenden Phänomene eignet ſich ganz beſonders der Nörremberg'ſche Polariſationsapparat. Man lege ein dünnes und überall gleich dickes Gypsblättchen auf das Tiſchchen eines ſolchen Apparates und bediene ſich einer Glasſäule zur Betrachtung des Blättchens, auf welches das polariſirte Licht ſenkrecht auffällt. In der parallelen Lage der beiden Spiegelebenen erſcheint das Gypsblättchen farbig, ſowohl in dem durchgelaſſenen wie in dem reflectirten Lichte; jederzeit iſt aber die Farbe des Lichtes im durchgelaſſenen Lichte die complementäre zu der im reflectirten. Dreht man das Blättchen um den ſenkrecht einfallenden Strahl ohne die Lage der Glasſäule zu ändern, ſo bleibt die Farbe wohl dieſelbe, ihre Lebhaftigkeit aber wird merklich verändert. Die Farbe zeigt ſich am intenſivſten, wenn der Hauptſchnitt des Blättchens mit der urſprünglichen Polariſationsebene des durchgehenden Strahles

einen Winkel von 45° einſchließt; am ſchwächſten, wenn jene beiden Ebenen zuſammenfallen oder rechtwinklig aufeinander ſtehen, in welchen Fällen das Blättchen im reflectirten Lichte durchſichtig, im durchgelaſſenen aber undurchſichtig erſcheint. — In der gekreuzten Stellung der beiden Spiegelebenen iſt die Farbe in die complementäre übergegangen, d. h. man erblickt im reflectirten Lichte die nämliche Farbe, welche man bei der parallelen Lage im durchgelaſſenen geſehen hat, und umgekehrt. Dreht man bei dieſer Stellung der Glasſäule, deren Einfallsebene nunmehr ſenkrecht auf der Reflectionsebene des polariſirenden Spiegels ſteht, das Gypsblättchen abermals um den einfallenden Strahl; ſo werden dieſelben Aenderungen hinſichtlich der Intenſität der Farbe wie vorhin wahrgenommen, nur mit dem Unterſchiede, daß jetzt das Blättchen in den Lagen, in welchen der Winkel ſeines Hauptſchnittes mit der urſprünglichen Polariſationsebene Null oder ein Rechter iſt, im reflectirten Lichte undurchſichtig, im durchgelaſſenen aber durchſichtig erſcheint. — Gebraucht man ſtatt der Glasſäule einen Doppelſpath, ſo wird man beide Farben auf einmal ſehen. Bei Drehung des Hauptſchnittes gehen die Farben in die complementären über und ergänzen ſich da, wo ſie übereinander greifen, fortwährend zu Weiß. Wenn der Hauptſchnitt des Blättchens mit der urſprünglichen Polariſationsebene des Strahls und mit dem Hauptſchnitte des Doppelſpaths zuſammenfällt oder mit dieſen Ebenen einen rechten Winkel bildet, wird man nur ein einziges weißes Bild wahrnehmen, nämlich im erſten Falle das gewöhnliche im zweiten das ungewöhnliche. In den Zwiſchenlagen ſieht man zwei complementär gefärbte Bilder, die am intenſivſten erſcheinen, wenn der Hauptſchnitt des Blättchens gegen die beiden anderen genannten Ebenen um 45° geneigt iſt.

Die Beſchaffenheit der Farbe richtet ſich nach der Natur und Dicke des Blättchens. Bleibt ſeine Subſtanz dieſelbe, ſo ſind die Farben im Allgemeinen deſto lebhafter, je dünner das Blättchen iſt. Für jede Art von Kryſtallblättchen gibt es eine gewiſſe Grenze der Dicke, über welche hinaus keine Färbung mehr ſtattfindet. Dieſe Grenze beträgt für eine Bergkryſtallplatte ohngefähr $\frac{1}{2}$ Millimeter und iſt überhaupt deſto geringer, je größer der Unterſchied der Fortpflanzungsgeſchwindigkeiten der zwei Lichtbündel iſt, in welche ſich der Lichtſtrahl bei der Doppelbrechung ſpaltet. Ein zur Achſe parallel geſchliffenes Blättchen von Kalkſpath müßte demnach beinahe zwanzigmal dünner ſein als ein zur Achſe parallel geſchnittenes Blättchen von Bergkryſtall, um dieſelbe Farbe hervorzubringen, weßhalb es ſehr ſchwer hält, die in Rede ſtehenden Farbenerſcheinungen an dem Kalkſpath wahrzunehmen. — Biot hat mit großer Sorgfalt die jeder Farbe zugehörige Dicke des

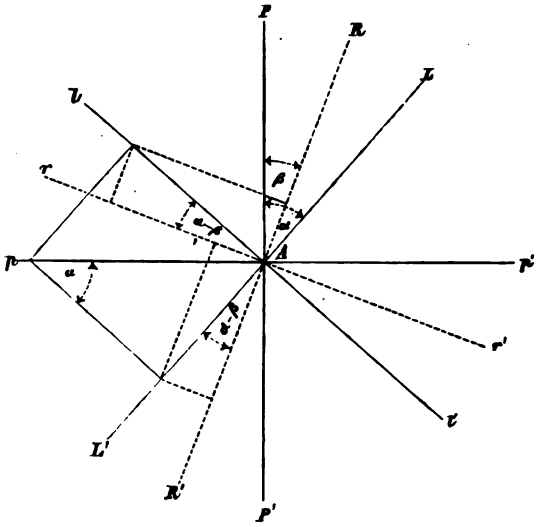
Blättchens beſtimmt und dabei gefunden, daß für die Dicken der Blättchen von demſelben Kryſtalle hinſichtlich der Farben genau das nämliche Geſetz gilt wie bei den Newton'ſchen Farbenringen. Gäbe alſo z. B. eine zur Achſe parallel geſchliffene Bergkryſtallplatte von $\frac{1}{2}$ Millimeter Dicke Roth im polariſirten Lichte, ſo würde die Platte für violettes Licht in demſelben Verhältniſſe geringer ſein, in welchem die Wellenlänge für violettes Licht kürzer als die für rothes iſt, mithin eine Dicke von $\frac{1}{2} \times 0{,}68$ Millimeter haben. Daſſelbe gilt auch für die übrigen Farben, ſo daß wir berechtigt ſind, anzunehmen, es entſtehen die Farben dünner Kryſtallblättchen im polariſirten Lichte durch Interferenz der hindurchgegangenen gewöhnlichen und ungewöhnlichen Lichtbündel, wie die Farben dünner Schichten durch Interferenz der Strahlen entſtanden ſind, welche an der erſten und zweiten Fläche einer derartigen Schichte reflectirt wurden. — Wie die Newton'ſchen Ringe bei einer zu dünnen oder zu dicken Luftſchichte verſchwinden, ſo ereignet ſich dies auch mit den Farben dünner Kryſtallblättchen: denn es zeigen ſich keine Farben mehr, wenn die Blättchen zu dünn oder zu dick ſind. — Blättchen von gleichförmiger Dicke erſcheinen einfarbig, wechſelt die Dicke an verſchiedenen Stellen, ſo kommen verſchiedene Farben zum Vorſchein. Es laſſen ſich auf dieſe Weiſe farbige Zeichnungen im polariſirten Lichte erhalten, indem man Kryſtallblättchen von verſchiedener Dicke aneinander fügt. An keilförmig geſchliffenen Gypsplatten oder an parallel mit der Achſe zugeſchliffenen Quarzplatten erſcheinen im polariſirten Lichte parallele Farbenſtreifen.

Legt man mehrere gleichartige Kryſtallplatten ſo aufeinander, daß ihre Hauptſchnitte zuſammenfallen, ſo bringen ſie auf das durchgehende Licht die nämliche Wirkung hervor, wie eine einzige Platte, deren Dicke der Summe der einzelnen Blättchen gleichkommt. Liegen aber zwei Blättchen von ungleicher Dicke ſo übereinander, daß ſich ihre Hauptſchnitte unter rechtem Winkel kreuzen, ſo wird eine Farbe ſich zeigen, welche genau der Differenz ihrer Dicken entſpricht. Die Interferenzfarben werden daher verſchwinden, wenn die gekreuzten Blättchen gleich dick ſind. — Legt man zwei Platten von ungleicher Doppelbrechung aufeinander, ſo erzeugen ſie bei parallelen Hauptſchnitten zuſammen eine Farbe, welche der Summe ihrer Dicken entſpricht, wenn beide Subſtanzen entweder zu den poſitiven oder beide zu den negativen Kryſtallen gehören. Liegt aber eine poſitive Platte auf einer negativen, ſo bringen ſie zuſammen eine Farbe hervor, welche der Differenz ihrer Dicken zukommt. Stehen die Hauptſchnitte der Platten ſenkrecht aufeinander, ſo treten die entgegengeſetzten Erſcheinungen zu Tage.

Nimmt man homogenes Licht, ſo ſind die von der analyſirenden Glasſäule reflectirten oder durchgelaſſenen Farben beſtändig die des angewandten Lichtes. Bei Anwendung eines achromatiſchen Kalkſpathprismas erhält man zwei gleichfarbige Bilder, deren relative Intenſitäten ſich mit der Lage des Prismas ändern. — Da bei verſchiedenfarbigem Lichte die verſchiedenen Wellenlängen bei demſelben Gangunterſchiede der Strahlen einen verſchiedenen Einfluß äußern, ſo wird hierdurch das Miſchungsverhältniß der Beſtandtheile des zuſammengeſetzten Lichtes geſtört, was eine Färbung des Kryſtallblättchens zur Folge hat. — Wenn man das Blättchen gegen den einfallenden polariſirten weißen Lichtſtrahl neigt, während ſein Hauptſchnitt gegen die urſprüngliche Polariſationsebene um 45° geneigt bleibt, ändert ſich die Beſchaffenheit der Farbe bald ſo, als wenn das Blättchen dicker, bald ſo, als wenn es dünner geworden wäre. Der erſtere Fall tritt ein, wenn das Blättchen um die optiſche Achſe bei einachſigen und um die Mittellinie bei zweiachſigen Kryſtallen gedreht wird; der zweite ereignet ſich, wenn die Drehung um die auf jenen Linien ſenkrechte Linie vor ſich geht.

Senkrecht aufeinander polariſirtes Licht interferirt nicht, deßhalb können auch keine Interferenzphänomene eintreten, wenn das polariſirte Licht blos durch das Kryſtallblättchen hindurchgegangen iſt. Die Eigenſchaft des Interferirens erhält ein ſolches Licht erſt, wenn es vorher durch irgend ein Mittel auf eine Schwingungsebene zurückgeführt wird, wie dies bei einem Syſtem paralleler Glasplatten oder einem Doppelſpathprisma geſchieht. — Um die Farbenerſcheinungen in dünnen Kryſtallblättchen auf eine befriedigende Weiſe zu erklären, kommt es zunächſt darauf an, die relativen Intenſitäten der beiden aus dem doppeltbrechenden Prisma tretenden Lichtbündel zu beſtimmen, was Fresnel auf folgendem Wege erreicht hat. Es ſeien PP' (Fig. 207) die urſprüngliche Polariſationsebene des einfallenden homogenen Lichtbündels, LL' der Hauptſchnitt des Kryſtallblättchens, RR' der Hauptſchnitt des doppeltbrechenden Prismas; ferner α und β die Winkel, welche dieſe beiden Hauptſchnitte mit der erſten Ebene bilden; ferner pp', ll', rr' Ebenen, welche beziehungsweiſe auf PP', LL', RR' ſenkrecht ſtehen. Der nach der Richtung pp' ſchwingende Lichtſtrahl wird bei ſeinem Eintritt in das Kryſtallblättchen in den gewöhnlichen und in den ungewöhnlichen Lichtſtrahl zerlegt, wovon der erſte nach AL die Intenſität $\cos^2\alpha = f_g$ und der zweite nach AL' die Intenſität $\sin^2\alpha = f_u$ hat, wenn die Intenſität des einfallenden Strahles gleich 1 angenommen wird. Bei dem Durchgange durch das doppeltbrechende Prisma wird jeder dieſer beiden Strahlen wieder in zwei andere zerlegt, wo-

Fig. 207.



nach im Ganzen vier Lichtbündel entſtehen, nämlich:

nach A r von der Intenſität $\cos^2\alpha\cos^2(\alpha-\beta) = f_{\varepsilon+\varepsilon'}$;

nach A R von der Intenſität $\cos^2\alpha\sin^2(\alpha-\beta) = f_{\varepsilon+\omega'}$;

nach A r von der Intenſität $\sin^2\alpha\sin^2(\alpha-\beta) = f_{\omega+\varepsilon'}$;

nach A R von der Intenſität $\sin^2\alpha\cos^2(\alpha-\beta) = f_{\omega+\omega'}$.

Das erſte Bündel mit dem dritten bildet das gewöhnliche, das zw mit dem vierten das ungewöhnliche Bild. — Berechnen wir zunä die Intenſität dieſer zwei Bilder. Die beiden jedes Bild zuſamm ſetzenden Lichtbündel haben das Kryſtallblättchen mit ungleichen G ſchwindigkeiten durchlaufen, indem das eine gewöhnlich und das and ungewöhnlich gebrochen wurde. Die beiden einzelnen Lichtbündel wer deßhalb in dem Punkte ihres Zuſammentreffens hinſichtlich ihrer Pha mehr oder weniger von einander verſchieden ſein, gleichſam als w ſie bei gleicher Geſchwindigkeit mehr oder weniger von einander v ſchiedene Wege durchlaufen hätten. Bezeichnet ε den von dem er Lichtbündel $f_{\varepsilon+\varepsilon'}$ und ε' den von dem zweiten Lichtbündel f_{ω} durchlaufenen Weg, ſo iſt $\varepsilon-\varepsilon'$ deren Gangunterſchied und $2\pi\frac{(\varepsilon-}{\lambda}$ der dadurch veranlaßte Phaſenunterſchied, wo λ die Undulationsl für die betrachtete Lichtart iſt. Hiernach ergibt ſich für die Intenſ J_{ε} des gewöhnlichen Bildes, wenn man die für die Zuſammenſet paralleler Schwingungen aufgeſtellte allgemeine Formel: $C^2 = c^2 + c'^2 + 2cc'\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$, wo c und c' die Vibrationsintenſitäten

beiden Componenten und δ die Differenz der durchlaufenen Wege bezeichnen, anwendet, folgender Ausdruck:

$$J_g = \cos^2\alpha\cos^2(\alpha-\beta) + \sin^2\alpha\sin^2(\alpha-\beta) + \\ + 2\cos\alpha\cos(\alpha-\beta)\sin\alpha\sin(\alpha-\beta)\cos 2\pi\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon'}{\lambda}\right).$$

Die Intensität J_u des ungewöhnlichen Bildes wird nach den nämlichen Principien hergeleitet. Für die beiden componirenden Lichtbündel $f_{g+u'}$ und $f_{u+u'}$ besteht derselbe Unterschied der Geschwindigkeiten oder der Wege wie bei den vorhin betrachteten zwei Lichtbündeln. Hinsichtlich der Wirkung der beiden Paare findet doch eine gewisse Entgegengesetztheit statt. Die beiden zu rr' parallelen Seitengeschwindigkeiten treiben nämlich das Aethertheilchen A nach derselben Seite hin, ihre Wirkungen verstärken einander so, daß die Vibrationsgeschwindigkeiten des gewöhnlichen Bildes einerlei Zeichen haben. Die beiden zu RR' parallelen Seitengeschwindigkeiten suchen dagegen das Aethertheilchen A nach entgegengesetzten Seiten zu bewegen, sie streben in ihren Wirkungen einander aufzuheben, so daß die Vibrationsgeschwindigkeiten des ungewöhnlichen Bildes entgegengesetzte Zeichen haben, gleichsam als wären diese beiden Bündel um eine halbe Undulation mehr von einander verschieden als die beiden ersteren Bündel. Mit Berücksichtigung dieses Umstandes ergibt sich dann für die Intensität J_u des ungewöhnlichen Bildes nachstehende Formel:

$$J_u = \cos^2\alpha\sin^2(\alpha-\beta) + \sin^2\alpha\cos^2(\alpha-\beta) - \\ - 2\cos\alpha\sin(\alpha-\beta)\sin\alpha\cos(\alpha-\beta)\cos 2\pi\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon'}{\lambda}\right).$$

Durch eine leichte Transformation lassen sich die beiden vorhergehenden Ausdrücke auf folgende Form bringen:

$$J_g = \cos^2\beta - \sin 2\alpha\sin^2(\alpha-\beta)\sin^2\pi\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon'}{\lambda}\right),$$

$$J_u = \sin^2\beta + \sin 2\alpha\sin^2(\alpha-\beta)\sin^2\pi\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon'}{\lambda}\right).$$

Die Intensität des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Bildes hängt demnach von der Undulationslänge λ und dem Unterschiede $\varepsilon-\varepsilon'$ der Wege ab. Kennt man die Dicke des Blättchens und die Geschwindigkeiten des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahles in demselben, so wird es leicht sein $\varepsilon-\varepsilon'$ zu bestimmen. In den meisten doppelt brechenden Krystallen erleidet $\varepsilon-\varepsilon'$ durch Verschiedenheit der Natur der Lichtstrahlen nur sehr geringe Veränderungen, weßhalb die Größe $\varepsilon-\varepsilon'$ für alle Farben als constant betrachtet werden kann. Dividirt man die berechnete Größe $\varepsilon-\varepsilon'$ nacheinander durch die Undulationslänge der sieben Hauptfarben, so erhält man, wenn diese verschiedenen Quotienten successive in die beiden vorhergehenden Ausdrücke substituirt

werden, sieben Gruppen von Werthen für J_g und J_u. Wendet man hierauf beziehungsweise auf die zusammengehörigen sieben Werthe die für die Vereinigung mehrerer prismatischen Farben von Newton gegebene Regel an, so erhält man die zusammengesetzten Farben des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Bildes. Nach Angabe jener Regel theilt man den Umfang eines Kreises in sieben ungleiche Theile, welche den sieben Hauptfarben des Spectrums entsprechen, indem man für Roth, Grün und Violet Bogen von 60° 45′ 34″, für Orange und Indigo Bogen von 34° 10′ 38″, für Gelb und Blau Bogen von 54° 41′ 1″ nimmt. Hierauf bestimmt man die diesen sieben Bogen entsprechenden Schwerpunkte und denkt sich in jedem dieser Punkte ein Gewicht angebracht, welches der verhältnißmäßigen Intensität der einzelnen Farbe, wie solche in der zusammengesetzten zu bestimmenden Farbe vorkommt, proportional ist. Alsdann sucht man den Schwerpunkt G aller dieser Gewichte und zieht durch denselben einen Halbmesser; derjenige Bogen, welcher von diesem Halbmesser geschnitten wird, gibt die gesuchte Farbe an. Liegt der Durchschnittspunkt K in der Mitte jenes Bogens, so stimmt die in Rede stehende Farbe mit der durch den Bogen angegebenen überein; liegt dagegen der Durchschnittspunkt dem einen Ende näher als dem andern, so nimmt die gesuchte Farbe eine von der benachbarten Farbe bedingte Nüance an; die Intensität der gesuchten Farbe ist der Entfernung des Schwerpunktes G von dem Mittelpunkt proportional. — Fresnel hat nach dieser Regel, welche bei anderweitigen Prüfungen als richtig befunden worden, die Berechnung der Farben für mehrere Fälle vorgenommen und dabei mit der Erfahrung ziemlich wohl übereinstimmende Resultate erhalten.

Aus den Formeln

$$J_g = \cos^2\beta - \sin 2\alpha \sin 2(\alpha-\beta) \sin^2\pi\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon'}{\lambda}\right)$$

und

$$J_u = \sin^2\beta + \sin 2\alpha \sin 2(\alpha-\beta) \sin^2\pi\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon'}{\lambda}\right)$$

folgt, daß für jede einzelne Farbe die Summe der Intensitäten in beiden Bildern immer der Einheit gleich ist, was für die Bilder das Vorhandensein der Ergänzungsfarben nach sich zieht. Zugleich zeigen jene Formeln, daß die Farben der beiden Bilder dieselben bleiben und blos ihre Lebhaftigkeit verändern, wenn die Dicke des Krystallblättchens oder die Größe $\varepsilon - \varepsilon'$ dieselbe bleibt, aber die Größen α und β verschiedene Werthe erhalten, d. h. die Hauptschnitte des Blättchens und des Prisma's gegen die ursprüngliche Polarisationsebene ihre Lage ändern. Von jeder Farbe wird nämlich ein gewisser durch das Product $\sin 2\alpha \sin 2(\alpha-\beta) \sin^2 . \pi\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon'}{\lambda}\right)$ ausgedrückter Theil dem einen

Bild entzogen und auf das andere übertragen: hiernach wird das ungewöhnliche Bild das intensivere, wenn jenes Produkt positiv ist, während das gewöhnliche Bild das stärkere wird, wenn dieses Produkt negativ ist. Dieser dem einen Bilde entzogene und dem andern Bilde hinzugefügte Theil ist wegen des Factors $\sin^2\pi\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon'}{\lambda}\right)$ bei einer bestimmten Dicke des Blättchens für verschiedene Farben verschieden, würde also, wenn er in einem gewissen Falle für das rothe Licht den größten Werth erhielte, dem einen Bilde die rothe und dem andern die Ergänzungsfarbe Grün ertheilen. Für sämmtliche Farben kommen nun die Factoren $\sin 2\alpha$ und $\sin^2(\alpha-\beta)$ in gleicher Weise vor, in Folge dessen die Farben der beiden Bilder für alle Werthe von α und β die nämlichen bleiben, ihre Intensitäten nur mit denselben sich ändern werden.

Sollen die Bilder farblos erscheinen, so muß $\sin 2\alpha \sin 2(\alpha-\beta)=0$ sein, weil alsdann die Strahlen aller Farben gleiche Intensitäten besitzen. Dieser Relation geschieht Genüge wenn $\alpha=0$ und $\alpha=90^0$, ferner wenn $\beta=\alpha$ und $\beta=90^0+\alpha$ ist. Die Bilder sind also immer weiß, wenn der Hauptschnitt des Krystallblättchens zu der ursprünglichen Polarisationsebene parallel läuft oder darauf senkrecht steht. Dies wird ebenfalls sich ereignen, welche Lage das Prisma auch haben mag, wenn der Hauptschnitt des Krystallblättchens und jener des Prismas senkrecht zueinander sind.

Die Bilder werden die lebhaftesten Farben zeigen, wenn das Glied der Formel, welches mit der Undulationslänge variirt, seinen größten Werth erhält. Dies findet statt für $\sin 2\alpha \sin 2(\alpha-\beta)=1$, welcher Gleichung Genüge geschieht wenn $\alpha=45^0$ und $\beta=0$ ist. Die beiden Bilder sind also am lebhaftesten gefärbt, wenn der Hauptschnitt des Krystallblättchens mit der ursprünglichen Polarisationsebene einen Winkel von 45° macht und wenn zugleich der Hauptschnitt des Doppelspathprismas zu dieser Ebene parallel läuft. Für die Intensität des gewöhnlichen Bildes hat man alsdann: $\cos^2\pi\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon'}{\lambda}\right)$ und für die Intensität des ungewöhnlichen Bildes: $\sin^2\pi\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon'}{\lambda}\right)$.

Die beiden letzteren Ausdrücke zeigen, daß in diesem Falle die Gesammtheit der beiden zum Krystallblättchen hinaustretenden Lichtbündel nach der ursprünglichen Polarisationsebene polarisirt ist, sobald $\varepsilon-\varepsilon'$ gleich Null ist oder gleich einer ganzen Anzahl von Undulationslängen, weil nämlich alsdann $\sin^2\pi\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon'}{\lambda}\right)$ gleich Null wird und das ungewöhnliche Bild verschwindet, während das gewöhnliche Bild 1

zur Intenſität hat. Wenn dagegen $\varepsilon - \varepsilon'$ gleich einer ungeraden Anzahl von halben Undulationslängen iſt, ſo wird $\cos^2 \pi \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\lambda}\right)$ gleich Null und verſchwindet dann das gewöhnliche Bild, während die Intenſität des ungewöhnlichen Bildes gleich 1 iſt; woraus folgt, daß das geſammte Licht hier nach einer gegen den Hauptſchnitt des Blättchens ſenkrechten Ebene polariſirt ſein muß. — Beträgt der Unterſchied der durchlaufenen Wege weder eine gerade noch eine ungerade Anzahl halber Wellenlängen, ſo verſchwindet keins der beiden Bilder mehr, weßhalb alsdann das aus dem Blättchen heraustretende Licht theilweiſe polariſirt iſt. Wenn $\varepsilon - \varepsilon'$ eine ungerade Anzahl von Viertelundulationen ausmacht, hat man $\cos^2 \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\lambda}\right) = \frac{1}{2}$ und $\sin^2 \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\lambda}\right) = \frac{1}{2}$; beide Bilder haben dann gleiche Intenſität oder ſind, wie man ſagt, depolariſirt und zwar immer, welche Lage man dem Hauptſchnitt des analyſirenden Prismas auch geben mag: denn ſetzt man $\alpha = 45°$ und $\sin^2 \pi \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\lambda}\right) = \frac{1}{2}$ in den allgemeinen Formeln, ſo bekommt man $J_\kappa = \cos^2 \beta - \frac{1}{2} \cos 2\beta = \frac{1}{2}$ und $J_u = \sin^2 \beta + \frac{1}{2} \cos 2\beta = \frac{1}{2}$. Die allgemeinen Formeln lehren, daß für jeden beliebigen Werth von α das ungewöhnliche Bild für $\beta = 0$ verſchwindet, wenn $\varepsilon - \varepsilon'$ gleich Null oder gleich einer geraden Anzahl von halben Undulationen iſt: das geſammte Licht wird alſo dann nach der urſprünglichen Polariſationsebene polariſirt ſein. Ebenſo ergibt ſich aus jenen Formeln, daß für jeden beliebigen Werth von α das ungewöhnliche Bild für $\beta = 2\alpha$ wieder verſchwindet, wenn $\varepsilon - \varepsilon'$ einer ungeraden Anzahl von halben Undulationen gleich iſt: das geſammte Licht wird folglich bei ſeinem Austritte aus dem Blättchen nach einer Ebene polariſirt ſein, welche mit der primitiven Polariſationsebene einen Winkel 2α einſchließt. Bei allen intermediären Werthen von $\varepsilon - \varepsilon'$ verſchwindet keines der Bilder vollſtändig, wie man auch den Hauptſchnitt des Prismas drehen mag, woraus folgt, daß das austretende Licht abermals theilweiſe polariſirt iſt. — Alle dieſe aus den Formeln hergeleiteten Folgerungen werden durch die Erfahrung beſtätigt, wonach mit Zuverläſſigkeit angenommen werden darf, daß die wahre Urſache der Farben dünner Kryſtallblättchen in der ungleichen Geſchwindigkeit der gewöhnlichen und ungewöhnlichen Lichtſtrahlen liegt, die ein Voraneilen oder ein Zurückbleiben in den verſchiedenen Wellenſyſtemen und ſomit die Interferenzfarben zur Folge hat.

Im unpolariſirten weißen Lichte zeigen dünne Kryſtallblättchen keine Farbenerſcheinungen, welche Lage das analyſirende Prisma auch haben mag. Ein ſolches Licht von der Intenſität = 2 beſteht nämlich

s zwei unter einem rechten Winkel polariſirten Lichtbündel, jedes
n der Intenſität = 1. Das erſte Bündel liefert bei ſeinem Durch-
nge durch das Kryſtallblättchen und das Prisma ein gewöhnliches
d ungewöhnliches Bild, deren Intenſitäten J_g und J_u nach den
en aufgeſtellten Formeln berechnet werden. Ebenſo gibt das zweite
ündel bei derſelben Lage des Blättchens und des Prismas zwei Bil-
r, deren Intenſitäten J'_g und J'_u nach den nämlichen Formeln be-
mmt werden, wenn man darin $\frac{\pi}{2} - \alpha$ und $\frac{\pi}{2} - \beta$ ſtatt α und β
bſtituirt, was offenbar gibt $J'_g = J_u$ und $J'_u = J_g$. Die Inten-
äten J_g und J'_g machen zuſammen die Intenſität des gewöhnlichen
ildes und die Intenſitäten $J_u + J'_u$ die Intenſität des ungewöhn-
hen Bildes aus. In Folge der vorhergehenden Relationen wird
$+ J'_g = J_u + J'_u = J_g + J_u = 1$; d. h. die beiden entgegengeſetzt
lariſirten Lichtbündel, welche einen unpolariſirten homogenen Lichtſtrahl
rtreten, erzeugen immer zwei Bilder von gleicher Intenſität. Daraus
lgt, daß bei unpolariſirtem weißem Lichte die Farben unter beide
ilder ſich gleichmäßig vertheilen, welche deßwegen weiß und von
icher Stärke ſind.

Daß die Farben dünner Kryſtallblättchen zuſammengeſetzte Farben
id, läßt ſich nachweiſen, wenn man ſie mit dem Prisma analyſirt.
i dieſem Behufe ſetze man zwei Nicol'ſche Prismen vor die enge
palte des Ladens, durch welche das Licht in das dunkle Zimmer ge-
ngt. Zwiſchen die beiden Nicols lege man ein Gypsblättchen, deſſen
uptſchnitt einen Winkel von 45° mit der Polariſationsebene beider
icismen bildet. Fällt alsdann das durchgegangene Licht auf ein Prisma
ch der bei dem Verſuche mit den Frauenhofer'ſchen Linien angegebenen
eiſe, ſo erhält man ein Spectrum, welches entweder auf einem Pa-
rſchirm oder durchs Fernrohr betrachtet werden kann. Das Spectrum
gt verſchiedene Farben und mehrere dunkle Linien, die deſto zahl-
cher werden, je dicker die Gypsblättchen ſind. Dergleichen Linien
ißen die Talbot'ſchen Linien. Talbot nahm dieſe Linien wahr bei
r Betrachtung des Spectrums im Fernrohr, während er ein dünnes
limmerblättchen von der Seite des Violet her vor die halbe Pupille
elt. Das Lichtbündel, welches das Glimmerblättchen durchlaufen
tte, kam hier mit demjenigen zur Interferenz, welches neben dem
limmerblättchen vorbeigegangen war. Am geeignetſten iſt es, das
lättchen vor dem Ocular zu befeſtigen und dann das Spectrum durch
s Fernrohr zu beobachten, vor deſſen Objectiv ein Prisma ange-
acht iſt. — Die Talbot'ſchen Linien hat Eſſelbach benutzt, um die

Wellenlängen der ultravioletten Strahlen zu bestimmen. Wie derselbe dahin gelangt ist, wird man aus nachstehenden Angaben entnehmen.

Bei dem Talbot'schen Versuche werden die beiden an Intensität einander gleichen Strahlen von denen der eine durch die Luft und die eine Hälfte der Pupille und der zweite durch das Blättchen und die andere Hälfte der Pupille gegangen ist, bei ihrem Zusammentreffen einander verstärken oder aufheben, je nachdem sie um eine gerade oder ungerade Anzahl der halben Schwingung von einander abweichen. Bezeichnet a die Dicke des Blättchens, λ die Wellenlänge des homogenen Lichtstrahles in der Luft, γ die Wellenlänge derselben Farbe in dem Blättchen vom Brechungsverhältniß n, so wird die Differenz zwischen der Anzahl von Schwingungen, welche der durch das Blättchen gehende Strahl vollzieht, und der Zahl von Schwingungen, welche der Strahl auf die Strecke a in der Luft vollbringt, $\frac{a}{\gamma} - \frac{a}{\lambda} = \frac{a}{\lambda}(n-1)$ betragen, wenn man berücksichtigt, daß $\gamma = \frac{\lambda}{n}$. Für eine andere Farbe, deren Wellenlänge in der Luft λ' ist und welcher in dem Blättchen das Brechungsverhältniß n' entspricht, gilt in ähnlicher Weise der Ausdruck: $\frac{a}{\lambda'}(n'-1)$. — Im Spectrum vom Roth nach dem Violet erlöschen nun wie gesagt die Farben, für welche die Verzögerung eine ungerade Anzahl von halben Schwingungen beträgt; für jede folgende Talbot'sche Linie nach dem brechbaren Ende des Spectrums wird folglich die Verzögerung um eine ganze Schwingung gewachsen sein. Liegen folglich zwischen zwei Strahlen, denen die Brechungsverhältnisse n und n' entsprechen, p Talbot'sche Linien; so besteht die Relation:

$$\frac{a}{\lambda'}(n'-1) = \frac{a}{\lambda}(n-1) + p,$$

aus welcher entspringt: $\lambda' = \frac{a\lambda(n'-1)}{a(n-1)+p\lambda}$. Mit Hülfe der letzteren Formel lassen sich die Wellenlängen ultravioletter Strahlen bestimmen, wenn man es dahin bringt, dergleichen Strahlen dem Auge sichtbar zu machen.

Um dahin zu gelangen, verfuhr Esselbach wie folgt. Er ließ den durch eine Spalte in horizontaler Richtung in das dunkle Zimmer eintretenden Sonnenstrahl durch ein nahe am Fenster aufgestelltes Quarzprisma gehen. Die aus demselben herkommenden Strahlen gingen durch eine zweite Spalte, welche in dem in einer Entfernung von etwa einem halben Meter davon aufgestellten Schirme sich befand. Durch geringe Drehung des Prismas konnten beliebige Theile des Ultraviolet zum Durchgange durch jene Spalte gebracht werden. Vor dem Objectiv

eines Theodolithen war ein zweites Quarzprisma befestigt, durch welches im Fernrohr der ultraviolette Theil des Spectrums mit scharfen Frauenhofer'schen Linien durchzogen erschien. Der Farbeneindruck des ultravioletten Theils war meistens der von Lavendelgrau; bei geringerer Helligkeit erschien der Grund indigoblau und bei noch größerer Lichtschwäche bisweilen entschieden violet. — Um die Talbot'schen Linien hervorzubringen, ward ein senkrecht zur Achse geschliffenes Quarzblättchen gewählt, dessen Dicke 0,195 Millimeter betrug. Mittelst dieses Werthes von a ward die Wellenlänge λ' des Ultraviolet nach der Formel $\lambda' = \frac{a\lambda(n'-1)}{a(n-1)+p}$ berechnet, wobei für λ die dem Strahle H zugehörige Wellenlänge genommen wurde. Die auf solche Weise erhaltenen Wellenlängen sind in nachstehender Tabelle zusammengestellt. Die Buchstaben A, B ... bis H in der ersten Columne bezeichnen die Frauenhofer'schen Linien im gewöhnlichen Spectrum, während die Buchstaben L bis R die Namen der noch sichtbaren Streifen im ultravioletten Theile des Spectrums sind.

Strahlen.	Brechungsverhältnisse des gewöhnlichen Strahles in Quarz.	Zahl der Talbotschen Linien zwischen zwei aufeinanderfolgenden Strahlen.	Berechnete Wellenlängen in Millimetern.	Frauenhofers Werthe der Wellenlängen.
B	1,5414		0,0006874	0,0006878
C	1,5424	7	0,0006564	0,0006564
D	1,5446	20	0,0005586	0,0005588
E	1,5476	22	0,0005260	0,0005260
F	1,5500	18	0,0004845	0,0004843
G	1,5546	31	0,0004287	0,0004291
H	1,5586	25	0,0003929	0,0003929
L	1,5605	11	0,0003791	
M	1,5621	11	0,0003657	
N	1,5646	15	0,0003498	
O	1,5674	14	0,0003360	
P	1,5690	8	0,0003290	
Q	1,5702	7	0,0003232	
R	1,5737	18	0,0003091	

Nach diesen Bestimmungen käme mithin das Verhältniß der Schwingungszahlen für die Strahlen R und B ohngefähr dem einer Octave gleich.

2. Farbenringe in einachsigen und zweiachsigen Krystallen. — Objective Darstellung der Ringsysteme. — Hyperbolische und parallele Fransen. — Polariskope.

Eine anderweitige interessante Farbenerscheinung bietet sich uns in den regelmäßig angeordneten Systemen gleichfarbiger oder isochromatischer Linien dar, welche wir erhalten, wenn wir polarisirte Lichtstrahlen unter verschiedenen Winkeln durch ein senkrecht gegen die Krystallachse geschnittenes Blättchen gehen lassen und hierauf die Strahlen mittelst eines analysirenden Apparates in das Auge leiten. Am einfachsten erzeugt man diese Linien, wenn man zwischen zwei Turmalinplatten ein senkrecht auf die Achse geschnittenes Doppelspathblättchen bringt und hindurchsieht. Man erblickt dann eine Reihe lebhafter farbiger Ringe, die durch ein schwarzes Kreuz durchschnitten sind, wenn die Achsen der Turmalinplatten senkrecht zu einander stehen. An die Stelle des schwarzen Kreuzes tritt ein weißes und die Ringe erscheinen mit den Complementärfarben der vorhergehenden, wenn die Achsen der Turmalinplatten parallel zu einander sind. Machen die letzteren Achsen einen schiefen Winkel miteinander, so sieht man ein mehr oder weniger verändertes dunkles Kreuz und die Ringe mehr oder weniger aus ihrer Stellung verrückt. — Recht lebhaft und befreit von jedem fremdartigen Farbenton erhält man die Farbenringe mittelst des Nicol'schen Prismas. Man bringt zu diesem Behuf das Prisma in eine messingene Röhre, die in die Oeffnung eines kurzen hohlen Cylinders gesteckt wird. In diesen Cylinder, in dessen Innerem zur gleichmäßigen Erleuchtung des Gesichtsfeldes eine kleine Zerstreuungslinie sich befindet, läßt sich ein zweiter kurzer hohler Cylinder einschieben, welcher das senkrecht auf die Achse geschnittene Doppelspathblättchen trägt. Leitet man nun auf letzteres polarisirtes Licht, so erblickt man durch das Prisma ein lebhaftes Ringsystem. — Um an dem Nörrem berg'schen Polarisationsapparate die Farbenringe zu beobachten, befindet sich unterhalb der Krystallplatte eine verschiebbare Sammellinse, die bewirkt, daß die parallel auffallenden polarisirten Strahlen die Krystallplatte in hinreichend schrägen Richtungen durchlaufen, um Farbenringe hervorbringen zu können. Die aus der Krystallplatte divergirend austretenden Strahlen werden durch eine zweite Linse in einen schwächer convergirenden Strahlenkegel verwandelt als der ist, unter welchem die Strahlen den Krystall durchliefen; das Ringsystem wird deßhalb kleiner erscheinen, als wenn man die Krystallplatte zwischen Turmalinen betrachtet. — Bedient man sich der beiden Spiegelebenen, so erscheint das weiße Kreuz, wenn die Reflectionsebenen der Spiegel zu einander

parallel ſind, und das ſchwarze, wenn ſie aufeinander ſenkrecht ſtehen. Iſt der analyſirende Apparat eine Glasſäule, ſo zeigt ſich im durchgelaſſenen Lichte bei jeder dieſer Stellungen die complementäre Figur der durch Reflection erhaltenen. Man nimmt zwei Ringſyſteme wahr, wenn man ein achromatiſches Doppelſpathprisma mit hinreichend großem brechenden Winkel als analyſirende Vorrichtung gebraucht.

Aehnliche Ringe bemerkt man an mehreren einachſigen ſenkrecht gegen die Achſe geſchnittenen Blättchen, wie Turmalin, ſalpeterſaures Natron, Beryl, eſſigſaures Kalkkupfer u. dgl. Nur erſcheinen die Ringe bei verſchiedenen, wenn auch gleich dicken Blättchen von verſchiedener Größe; die Ringe verengern ſich bei größerer doppeltbrechenden Kraft des Kryſtalls, d. h. bei größerem Unterſchied zwiſchen der Fortpflanzungsgeſchwindigkeit in der Achſe und in der darauf ſenkrechten Richtung. Bei gleicher Dicke gibt daher eine Platte von Kalkſpath engere Ringe als eine Platte von Turmalin oder Zirkon. Daſſelbe ereignet ſich mit den Newton'ſchen Farbenringen, die kleiner werden, wenn das ſtärker brechende Waſſer an die Stelle der Luft zwiſchen den Glasplatten tritt. — Betrachtet man das kreisförmige Ringſyſtem eines einachſigen Kryſtalls in verſchiedenen homogenen Beleuchtungen, ſo ſieht man blos eine Reihe abwechſelnd dunkler und gefärbter Ringe von der Farbe des homogenen einfallenden Lichtes und ein dunkles Kreuz, wenn die Achſen der Turmalinplatten ſenkrecht zueinander ſtehen, dagegen ein mit der nämlichen Farbe gefärbtes Kreuz, wenn die Achſen parallel zueinander ſind. Die Durchmeſſer ſind im Roth am kleinſten, im Violet am größten und liegen für die Mittelfarben zwiſchen jenen beiden Grenzen, ſo daß im weißen Lichte die von den ſieben Farben gebildeten Ringe theilweiſe übereinander fallen und durch ihre Miſchung eine zuſammengeſetzte Farbe erzeugen. — Mit zunehmender Dicke des Blättchens verengern ſich die Ringe; es findet dabei ganz die nämliche Beziehung ſtatt, welche wir bei den durchgelaſſenen und reflectirten Farbenringen zwiſchen ihren Durchmeſſern und den Dicken, in denen ſie ſich bilden, zu ſeiner Zeit haben kennen gelernt. Auch die Aufeinanderfolge der Farben iſt bei den meiſten einachſigen Kryſtallen völlig übereinſtimmend mit jener der Newton'ſchen Farbenringe. — Nur einige Kryſtalle machen davon eine Ausnahme, unter denen der Apophyllit beſonders verdient hervorgehoben zu werden. In dieſem Mineral ſieht man nämlich bei verſchiedenen homogenen Beleuchtungen des Spectrums die Ringe faſt von einerlei Größe: im Grün erſcheinen die Ringe etwas kleiner als die der übrigen Farben, die von Blau und Indigo ſind genau gleich. Hätten nun die Ringe in den verſchiedenen homogenen Farben wirklich einerlei Durchmeſſer, ſo würden bei weißer Beleuchtung blos abwech-

selnd weiße und schwarze Ringe zum Vorschein kommen. Da aber eine solche Gleichheit nur annähernd stattfindet, so werden die Uebergänge der weißen Ringe in die schwarzen bei weißer Beleuchtung durch Grün und Dunkelviolet geschehen: wir werden deßhalb fast weiße, blos an ihren Rändern gefärbte Ringe sehen, welche durch fast schwarze Zwischenräume von einander getrennt sind, gerade wie es die Beobachtung lehrt. Zugleich werden wir in dem vorliegenden Falle eine größere Anzahl von Ringen wahrnehmen, als bei den Krystallen, welche die gewöhnliche Farbenfolge zeigen, gerade so wie in homogener Beleuchtung die Zahl der Ringe sich beträchtlicher herausstellt, als in weißer Beleuchtung.

Vollkommen homogene Platten kann man um ihre Achsen drehen, ohne daß dadurch eine Aenderung in der Beschaffenheit des Kreuzes oder der Ringe bemerkbar würde: der kleinste Mangel an Homogenität wird aber die Gestalt der Ringe verzerren oder eine Biegung der Arme des Kreuzes bewirken. Nicht genau senkrecht gegen die Achse der doppelten Brechung geschnittene Blättchen geben ovale Ringe statt der kreisförmigen. — Der isländische Spath ist von allen Krystallen derjenige, welcher die regelmäßigsten Erscheinungen hervorbringt; bei ihm zeigt sich das Kreuz am bestimmtesten, das bei den übrigen Krystallen bald mehr, bald minder deutlich zu sehen ist und zuweilen sich in krummen Linien bricht. — Bei der senkrecht gegen die Achse geschnittenen Platte aus Bergkrystall erscheint kein dunkles Kreuz, sondern höchstens Spuren davon an den äußeren Farbenringen; in der Mitte bemerkt man aber einen farbigen Fleck, dessen Farbe bei der Drehung wechselt. — Bringt man ein Eisblättchen, das aus einer Eisdecke ausgeschlagen worden, die bei stillem Wetter ohngefähr 2 Centimeter dick gefroren ist, in die Turmalinzange; so erblickt man ohne Weiteres ein Ringsystem wie beim Kalkspath. Daraus folgt, daß die optische Achse des Eises rechtwinklig zur natürlichen Oberfläche der Eisdecken steht, und in der That gehört das Eis in das hexagonale Krystallsystem, wie es schon die regelmäßige Gestalt der Schneeflocken andeutet.

Legt man zwei negativ einachsige, senkrecht auf die Achse geschnittene Platten, z. B. Kalkspath und Beryll dergestalt aufeinander, daß ihre Achsen genau zusammenfallen, so werden die Ringe sich verengern, gleichsam als hätte man statt jener zwei Platten eine dickere Platte von Kalkspath oder Beryll angewandt. Dasselbe gilt für zwei Platten positiver Krystalle, wie z. B. Zirkon und essigsaures Kalkkupfer. Combinirt man dagegen eine positive Platte mit einer negativen, z. B. Zirkon mit Kalkspath, so werden die Ringe sich vergrößern, als hätte man gleichsam statt der beiden Platten eine dünnere Doppelspathplatte ge-

nommen. Wären mithin in dem letzteren Falle die beiden Scheiben von ſolchen Dicken geweſen, daß ſie gleichweite Ringe gegeben hätten; ſo würde bei einer derartigen Combination das Ringſyſtem gänzlich verſchwinden. Der Verſuch der Combinirung der Ringe iſt etwas ſchwierig auszuführen; er gelingt aber, wenn man die Platten mit weichem Wachs aneinander befeſtigt und dann ihre Oberflächen durch Druck nach der einen oder andern Seite hin in die gehörige Lage bringt. — Obſchon das Auge keinen Unterſchied zwiſchen den von poſitiven Kryſtallen erzeugten und den von negativen Kryſtallen hervorgebrachten Ringſyſtemen wahrnimmt, ſo können wir doch entſcheiden, ob ein ſolches Syſtem von einem poſitiven oder negativen einachſigen Kryſtall herrühre. Denn ziehen ſich die Ringe zuſammen, wenn man den Kryſtall mit einer dünnen ſenkrecht auf die Achſe geſchnittenen Kalkſpathplatte verbindet, ſo iſt er negativ; dagegen poſitiv, wenn ſich dabei die Ringe erweitern.

Nach dem, was früher geſagt worden, läßt ſich die Entſtehung der Farbenringe ſehr leicht erklären. Faſſen wir nämlich den einfacheren Fall ins Auge, wo das ſenkrecht zur Achſe geſchnittene Doppelſpathblättchen in die Turmalinzange gebracht iſt; ſo wird für die Intenſität J_u des aus der zweiten Turmalinplatte hinaustretenden Strahles die Gleichung: $J_u = \sin^2\beta + \sin 2\alpha \sin 2(\alpha-\beta) \sin^2\pi\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon'}{\lambda}\right)$ zur Anwendung kommen, da von der Turmalinplatte der gewöhnliche Lichtſtrahl abſorbirt und der ungewöhnliche allein durchgelaſſen wird. In dem vorſtehenden Ausdruck bezeichnet β den Winkel, welchen die Hauptſchnitte der beiden Turmalinplatten miteinander machen; ferner α den Winkel, welchen die durch den Mittelpunkt des Farbenringes und einen gewiſſen Punkt der Peripherie jenes Ringes gehende und auf den Begrenzungsflächen der drei Kryſtallplatten ſenkrecht ſtehende Ebene oder der Hauptſchnitt des Doppelſpaths mit der urſprünglichen Polariſationsebene bildet; endlich $\varepsilon-\varepsilon'$ eine Größe bedeutet, welche für eine beſtimmte Farbe ſich mit der Dicke des Doppelſpathblättchens und der Incidenz der einfallenden Strahlen ändert.

Für $\beta = 0$, d. h. wenn die Achſen der Turmalinplatten zueinander parallel ſind, bekommt man $J_u = \sin^2 2\alpha \,.\, \sin^2\pi\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon'}{\lambda}\right)$. Dieſer Ausdruck verſchwindet für jeden Werth von $\varepsilon-\varepsilon'$ und λ, d. h. für alle Farben und ſämmtliche Ringe, wenn α einer beliebigen Anzahl von Quadranten gleich iſt. Die Intenſität des Lichtes wird folglich in zwei aufeinander rechtwinkligen Richtungen auf Null herabſinken, nämlich in einer zu der urſprünglichen Polariſationsebene beziehungs-

weise parallelen und darauf senkrechten Richtung; wodurch die Entstehung des dunklen Kreuzes erklärt ist. — Für $\beta = \frac{\pi}{2}$, d. h. wenn die Achsen der beiden Turmalinplatten senkrecht aufeinander stehen, erhält man $J_u = 1 - \sin^2 . 2\alpha \sin^2 \pi \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\lambda}\right)$. Dieser Ausdruck reducirt sich für irgend eine ganze Anzahl von Quadranten auf die Einheit: die beiden aufeinander rechtwinkligen Richtungen, welche in dem vorhergehenden Falle schwarz waren, sind hiernach jetzt durch weiße ersetzt; wodurch das Zustandekommen des weißen Kreuzes erläutert ist.

Für Strahlen, welche unter gleichem Winkel auf das Doppelspathblättchen fallen, behält $\varepsilon - \varepsilon'$ den nämlichen Werth; die aus der Interferenz resultirende Farbe wird also in gleichem Abstande von der Achse genau dieselbe sein, weßhalb sie in Gestalt eines Ringes zum Vorschein kommt. Die Intensität eines solchen Ringes hat für $\beta = 0$ zum Ausdruck: $J_u = \sin^2 2\alpha \sin^2 \pi \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\lambda}\right)$ und für $\beta = \frac{\pi}{2}$ zum Ausdruck: $J'_u = 1 - \sin^2 . 2\alpha \sin^2 \pi \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\lambda}\right)$. Diese beiden Ausdrücke machen zusammen die Einheit aus, woraus erhellet, daß die Farbe eines Ringes bei paralleler Lage der Achsen der Turmalinplatten in die complementäre Farbe übergeht, wenn jene Achsen senkrecht zueinander stehen. Die Ringe müssen sich erweitern, wenn das Blättchen dünner wird: denn zur Bildung eines bestimmten Ringes ist es nöthig, daß der eine Strahl hinter dem andern um eine gewisse Größe zurückgeblieben ist, welche bei einem dünnen Blättchen erst dann erreicht wird, wenn die zum Auge gelangenden Strahlen schiefer durch das Blättchen hindurchgehen, mithin weiter von der Achse abstehen.

Die relative Verzögerung $\varepsilon - \varepsilon'$, welche in Folge der Verschiedenheit der Geschwindigkeiten des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahles in dem Krystall entsteht, ist, wenn n das gewöhnliche Brechungsverhältniß und x das ungewöhnliche, ferner c die Dicke des Krystalls bezeichnen, gleichbedeutend mit $c(n - x)$ oder mit $c\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{u}\right)$, wo a die gewöhnliche Geschwindigkeit und u die ungewöhnliche darstellt. Für die ungewöhnliche Geschwindigkeit besteht aber die Relation

$$u^2 = a^2 + (b^2 - a^2) \sin^2 \varphi,$$

wo a und b die beiden Grenzen der ungewöhnlichen Geschwindigkeit sind und φ der Winkel ist, welchen der ungewöhnliche Strahl mit der Achse des Krystalls macht. Aus der letzteren Gleichung entspringt mit großer Annäherung: $\frac{1}{a} - \frac{1}{u} = \frac{1}{2} . \frac{b^2 - a^2}{a} \sin^2 \varphi$, weil in den meisten

Fällen die Größen a und b wenig von einander verſchieden ſind. Soll nun bei den zurückgeworfenen Ringen eine dünne Schichte von einer Dicke c, und dem Brechungsverhältniſſe n, die nämliche Farbe geben wie das Kryſtallblättchen von der Dicke c, welches das polariſirte Licht unter der Neigung φ gegen die Achſe der doppelten Brechung oder der Ringe durchläuft; ſo wird der Gleichung $c(n-x) = 2c, n,$ Genüge geſchehen müſſen. Aus derſelben erhält man mit Berückſichtigung der oben aufgefundenen Werthe: $c, = \frac{c}{4} \cdot \frac{b^2 - a^2}{a \cdot n,} \sin^2 \varphi$; d. h. bei gleicher Dicke c des Minerals wird die Dicke $c,$ einer dünnen Schichte, welche bei den gewöhnlichen reflectirten Ringen dieſelbe Farbe wie die Kryſtallplatte im polariſirten Lichte hervorbringt, ſich mit dem Quadrate des Sinus der Neigung der Strahlen gegen die Achſe verändern. Biot und Brewſter haben die Farben der Kryſtallplatten mit denen der gewöhnlichen Farbenringe ſorgfältig verglichen und aus ihren Beobachtungen gefunden, daß die Vergrößerung der Neigung des polariſirten Lichtes gegen die Achſe einer Zunahme der Dicke in der oben angegebenen Weiſe aufs Vollkommenſte entſpricht.

Legt man eine ſenkrecht auf die Mittellinie geſchliffene Platte aus einem zweiachſigen Kryſtalle in die Turmalinzange, ſo bemerkt man um jede Achſe ein eigenes Ringſyſtem. Man kann beide Ringſyſteme im Geſichtsfeld haben, wenn die optiſchen Achſen keinen großen Winkel miteinander machen, wie z. B. beim Salpeter und kohlenſauren Blei. Die beiden Ringſyſteme bilden alsdann ſogenannte Lemniscaten, d. i. ſchleifenartige Curven von der Form einer liegenden Acht, welche, zwiſchen den gekreuzten Turmalinen betrachtet, von dem Arm eines ſchwarzen Kreuzes durchſchnitten ſind, deſſen anderer Arm ſenkrecht in der Mitte zwiſchen beiden Syſtemen hindurchgeht. Dreht man die Platte allmählig, ohne die Turmalinplatten zu verrücken, ſo löst ſich das ſchwarze Kreuz in zwei getrennte Hyperbeln auf. — Beträgt der Winkel zwiſchen den optiſchen Achſen mehr als 20°, wie z. B. beim Arragonit und Topas, ſo kann man bei einer ſenkrecht zur Mittellinie geſchliffenen Platte nicht mehr die beiden Ringſyſteme gleichzeitig überſehen. Das allein ſichtbare Ringſyſtem beſteht dann aus ovalen Ringen, die nur von einem dunklen Büſchel durchſchnitten ſind, der ſeine Lage ändert, wenn man die Kryſtallplatte in ihrer Ebene dreht. Zu bemerken iſt, daß der ſchwarze Büſchel in einer Richtung ſich dreht, die der entgegengeſetzt iſt, in welcher der Kryſtall gedreht wird.

Bei zunehmender Verminderung der Dicke der Kryſtallplatte vergrößern ſich die Ringe mehr und mehr, bis endlich das ganze Syſtem

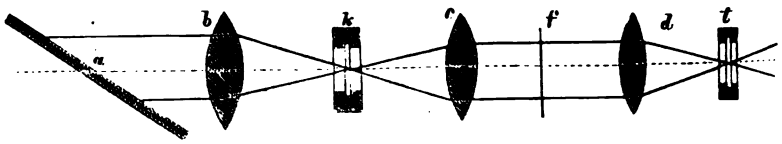
von einem einachsigen Ringsysteme nur durch das ovale Ansehen der Ringe sich unterscheidet. Auch haben im Allgemeinen die Ringsysteme dieselben Farben, welche die Ringsysteme um eine einzige Achse darbieten. Die beiden aus dem Krystallblättchen heraustretenden Lichtbündel werden demnach in ihrem Gange genau um eben so viel verschieden sein, wenn die Strahlen, welche an der ersten und zweiten Fläche einer dünnen Schichte, die dieselbe Farbe gibt, reflectirt werden. Die Dicke c, einer derartigen Schichte von dem Brechungsverhältniß n, wird folglich durch die Gleichung: $c, = \frac{c}{4} \cdot \frac{b^2 - a^2}{a\,n,} \sin\varphi \sin\Psi$ bestimmt, worin φ und Ψ die Winkel bezeichnen, welche der gebrochene Strahl mit den beiden Achsen macht, a die constante Geschwindigkeit in dem auf der Supplementarlinie senkrechten Schnitte, b die constante Geschwindigkeit in dem auf der Mittellinie senkrechten Schnitte, endlich c die Dicke der Krystallplatte. Nach den Beobachtungen von Biot und Brewster stimmen die Resultate dieser Formel mit den Ergebnissen der Erfahrung ziemlich überein, wenn die Dicke der Platte nicht eine gewisse Grenze überschreitet. Ist dies der Fall, so verlieren die Farben der Ringe die Aehnlichkeit mit den Newton'schen Ringen, obschon bei zunehmender Dicke der Platte die Ringe sich in entsprechendem Verhältnisse verengern, in ähnlicher Weise, wie Solches bei den einachsigen Krystallen sich ereignet.

Stellt man die Versuche mit homogenem polarisirten Lichte an, so erblickt man regelmäßige einfarbige krumme Linien, die durch dunkle Zwischenräume getrennt sind. Dabei zeigt sich aber, daß die Mittelpunkte der verschiedenfarbigen Ringe nicht mehr zusammenfallen. Denn betrachtet man z. B. die Ringe im Borax durch ein mittelst Kobalt gefärbtes Glas, welches nur rothes und blaues Licht durchläßt; so sieht man vier Ringsysteme, nämlich zwei rothe und zwei blaue. Verbindet man die Mittelpunkte der rothen einerseits und die Mittelpunkte der blauen Ringe anderseits, so schneiden sich diese Verbindungslinien. Die für verschiedene Farben bestehenden gleichfarbigen oder isochromatischen Linien sind demnach excentrisch in den zweiachsigen Krystallen, während sie in den einachsigen concentrisch sind. Daraus erklärt sich denn, warum die in weißer Beleuchtung erhaltene Farbenfolge der Ringsysteme zweiachsiger Krystalle von der Aufeinanderfolge der Farben der Newton'schen Ringe öfters abweicht. — Dergleichen Erscheinungen werden uns weniger befremdend erscheinen, wenn wir uns erinnern, was früher über die Lage der Achsen in den zweiachsigen Krystallen gesagt wurde. Bei diesen Krystallen fallen nämlich die optischen Achsen der verschiedenfarbigen Strahlen nicht zusammen, sondern sie liegen

mehr oder weniger auseinander, wodurch denn besondere Modificationen in der Anordnung der Farben zu Stande kommen müssen. Bei den Krystallen, welche dem rhombischen Systeme angehören, liegen die den verschiedenen Farben entsprechenden optischen Achsen sämmtlich in einer Ebene zu beiden Seiten einer gemeinsamen Mittellinie; in dem kohlensauren Blei nimmt ihr Winkel von dem Roth bis zu dem Violet ab, dagegen wächst beim Salpeter ihr Winkel mit der Brechbarkeit der Strahlen. Bei den Krystallen des monoklinischen Systems liegen die optischen Achsenpaare entweder in verschiedenen Ebenen um dieselbe Mittellinie, wie beim Borax, oder in einer Ebene um verschiedene Mittellinien, wie beim Zucker. Endlich liegen jene Achsenpaare bei den Krystallen des triklinischen Systems in verschiedenen Ebenen um verschiedene Mittellinien, wie beim Kupfervitriol. In dem rhombischen Systeme stimmen die Ringe, welche die eine Achse umgeben, vollkommen überein mit denen, welche die andere Achse umschließen: beide Ringsysteme werden von dem schwarzen Büschel symmetrisch durchschnitten, wenn man die Krystallplatte dergestalt zwischen die gekreuzten Turmaline bringt, daß die Ebene der optischen Achsen mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt. Bei einer etwas dicken Salpeterplatte zeigt der dunkle Büschel auf der inneren Seite eine entschieden gelbe, auf der äußern eine entschieden blaue Färbung, was darin seinen Grund hat, daß die dunklen Büschel der verschiedenfarbigen Strahlen nicht zusammenfallen und hier die gelben Achsen innerhalb des Winkels liegen, den die blauen Achsen miteinander machen. Wenn die Ebene der optischen Achsen einen Winkel von 45° mit der Schwingungsebene der Turmalinplatte bildet, erscheinen die beiden hyperbolisch gekrümmten Büschel namentlich in der Mitte auf der convexen Seite blau und auf der concaven Seite gelb gefärbt. — Aehnliche Erscheinungen bietet kohlensaures Blei dar. Die dunklen Büschel sind hier aber auf der äußern Seite mit einer gelben und auf der innern mit einer blauen Einsäumung versehen, weil bei diesem Mineral der Winkel der gelben Achsen größer ist als der Winkel der blauen Achsen. — In dem monoklinischen und triklinischen Systeme sind die Ringsysteme beider Achsen unter einander verschieden und werden von verschiedenfarbigen Büscheln nicht symmetrisch durchschnitten, wenn dieselben mit der Schwingungsebene der Turmalinplatte zusammenfallen.

Die Polarisationserscheinungen werden auch objectiv dargestellt, um eines Theils leichter genaue Messungen darüber anstellen und andern Theils sie mehreren Personen zugleich sichtbar machen zu können. Der von Soleil zu diesem Zwecke construirte Apparat ist in Fig. 208 dargestellt. Der Polarisationsspiegel a sendet das vollständig polari-

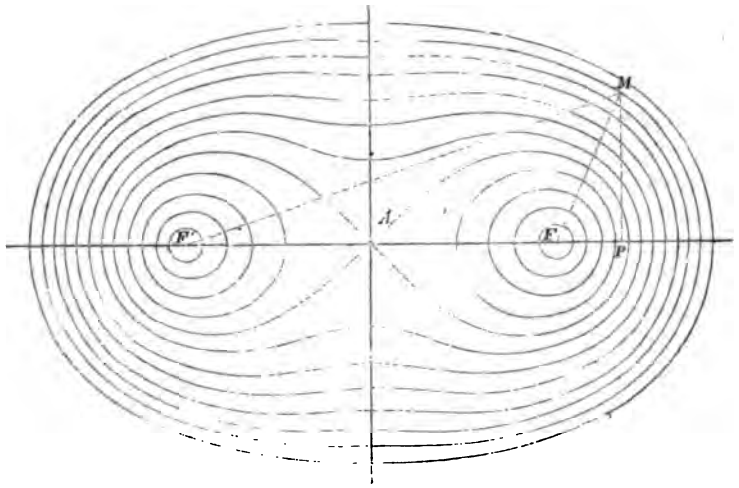
Fig. 208.



sirte Licht auf die Krystallplatte k, die sich im gemeinsamen Brennpunkte der Linsen b und c befindet, deren jede eine Brennweite von 3 Centimeter hat. Die aus der Linse c in parallelen Richtungen austretenden Strahlen werden durch die Linse d convergirend gemacht und gelangen mit den ihnen bei der Analyse durch den Zerleger t zu Theil werdenden Intensitäten auf den Schirm. Der Krystall k läßt sich um eine horizontale Achse drehen und die Größe der Drehung an einem getheilten Kreise ablesen. In dem Brennpunkt der Linse d ist ein Fadenkreuz f angebracht. — Um den Winkel zu bestimmen, den die optischen Achsen einschließen, wird die Krystallplatte so eingesetzt, daß die Ebene der beiden Achsen mit der Verticalebene zusammenfällt, in welcher die Platte drehbar ist. Hierauf stellt man die Platte so, daß der Mittelpunkt des einen Ringsystems mit dem Fadenkreuze zusammenfällt, und dreht sie alsdann so lange, bis der Mittelpunkt des zweiten Ringsystems im Fadenkreuze erscheint: die Größe der Drehung gibt den Winkel, den die optischen Achsen miteinander machen. — Die Farben erscheinen nie in ihrer ganzen Reinheit, wenn man zur Darstellung der Ringe Turmalinplatten anwendet, weil dieselben selbst gefärbt sind. Man gebraucht deßhalb als Analyseur ein Nicol'sches Prisma oder eine Glassäule, die sich drehen läßt, um die Polarisationserscheinungen sowohl im reflectirten als im durchgelassenen Lichte auf einem Schirm darstellen zu können. — Anstatt des Sonnenlichtes kann man auch künstliches Licht anwenden: in diesem Falle dient eine Glassäule als polarisirende Vorrichtung; das Linsensystem ist dasselbe wie bei dem vorigen Apparate.

Wenn man mittelst eines solchen Projectionsapparates das ganze System von Ringen im homogenen Licht auf einen Schirm projicirt, so kann man dem Umfang der Ringe mit einem Bleistift nachgehen und so eine getreue Darstellung der Ringe erhalten. Auf diese Weise hat man für eine Platte aus kohlensaurem Blei von ohngefähr $^5/_4$ Millimeter Dicke ein Ringsystem gefunden, wie die Fig. 209 zeigt, d. h. erstens vier geschlossene Curven um die Punkte F und F'; zweitens eine einzige Curve, welche in dem Punkte A einen Knoten bildet; drittens vier Curven, welche in der Nähe ihres Schnittpunktes mit der

Fig. 209.



Achse der y der x Achse die convexe Seite zukehren; viertens drei Curven, welche in Gestalt von Ovalen die vorigen Curven einschließen. Bei näherer Untersuchung dieser Curven hat sich ergeben, daß dieselben zu der Lemniscate und ihren Varietäten gehören, d. h. zu denjenigen Curven, deren Punkte M von solcher Beschaffenheit sind, daß das Produkt ihrer Entfernungen von zwei festen Punkten F und F' gleich einer constanten Größe b^2 ist. Nimmt man die Linie FF' als Abscissenachse an, die Mitte A von FF' $(2a)$ als Ursprung des rechtwinkligen Coordinatensystems; so erhält man als Gleichung einer solchen Curve:

$$\sqrt{y^2+(a+x)^2}\cdot\sqrt{y^2+(x-a)^2}=b^2,$$

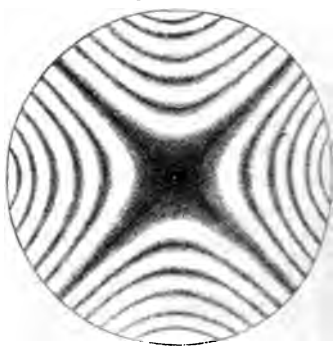
oder

$$(x^2+y^2+a^2)^2=b^4+4a^2x^2.$$ —

Ist $b^2<a^2$ oder $b^2=a^2-c^2$, so besteht die Curve für ein bestimmtes c aus zwei von einander getrennten, um die Punkte F und F' liegenden Ovalen. — Für $b=a$ geht die Curve in die schleifenartige Linie oder Lemniscate über. Für $b^2>a^2$ oder $b^2=a^2+c^2$ nimmt sie die Form einer einzigen Ovale an. — Die Gleichung verwandelt sich hiernach in folgende: $(y^2+x^2)^2+2a^2(y^2-x^2)=\pm c^2(2a^2\pm c^2)$. Für $a=0$ geht die letztere Gleichung in $y^2+x^2=c^2$ über, welche einem Kreise angehört. — Dividirt man die vorhergehende Gleichung durch $2a^2$, so bekommt man: $\frac{(y^2+x^2)^2}{2a^2}+y^2-x^2=\pm c^2\left(1\pm\frac{c^2}{2a^2}\right)$. Setzt man darin $a=\infty$, so erhält man die Gleichung: $y^2-x^2=\pm c^2$, welche eine gleichseitige Hyperbel darstellt. Die letztere Gleichung liefert für $c=0$ zwei unter einem rechten Winkel sich schneidende gerade Linien.

Nach diesen kurzen mathematischen Betrachtungen kehren wir zu unsern physikalischen Erscheinungen zurück, welche in jenen Betrachtungen ihre Ergänzung finden. Bei dem Uebergange von einem Ringe zum andern bei demselben Krystall bleibt die Entfernung 2a constant, dagegen ändert sich die Größe b in der Art, daß sie bei einer und derselben Farbe für die aufeinander folgenden dunklen Ringe wie die Glieder der arithmetischen Progression 0, 2, 4, 6 ... und für die aufeinander folgenden hellen Ringe wie die Glieder der arithmetischen Progression 1, 3, 5, 7 ... wächst. Dieses Gesetz weist deutlich darauf hin, daß die Ringe in den zweiachsigen Krystallen wie die Newton'schen der Interferenz des Lichtes ihr Entstehen verdanken. — Für verschieden dicke Platten von derselben Substanz ändert sich die Größe b unter sonst gleichen Umständen im umgekehrten Verhältnisse der Dicke. Dieses Resultat ließ sich voraussehen, da mit zunehmender Dicke der Platte der Gangunterschied der interferirenden Strahlen größer wird, was eine Verengerung der Ringe zur Folge hat. — Eine ähnliche Verengerung der Ringe gibt sich zu erkennen, wenn bei einer Platte von der gehörigen Dicke die Größe a zunimmt oder der Winkel der optischen Achsen größer wird. Erreicht dieser Winkel die Grenze von 180°, in welchem Falle man eine mit der Achse parallel geschliffene Platte eines einachsigen Krystalls erhält; so erblickt man, wenn die Krystallplatte in der Turmalinzange liegt, nach einer homogenen Lichtquelle hinsehend, vier genau charakterisirte Systeme abwechselnd heller und dunkler gleichseitiger Hyperbeln, wie sie in Fig. 210 dargestellt sind. Eine parallel mit der Achse geschnittene Platte von Bergkrystall zeigt jene hyperbolischen Curven deutlicher als eine parallel zur Achse geschliffene Platte von Kalkspath, weil die Linien bei gleicher Dicke in der letztern viel enger sind, als in der erstern. — Mit dem Kleinerwerden der Größe a oder dem Abnehmen des Winkels der optischen Achsen werden die Lemniscaten Kreisen mehr und mehr ähnlich, mit denen sie zusammenfallen, wenn a = 0 oder der Krystall einachsig ist. Die hyperbolischen Curven verwandeln sich in schwarze gerade Linien, die sich im Mittelpunkt der Ringe unter rechten Winkeln schneiden. — Die Größe b ändert sich mit der Farbe und zwar dies im entsprechenden Verhältniß mit der Wellenlänge, woraus abermals

Fig. 210.



hervorgeht, daß die Farben der Ringe in weißer Beleuchtung zuſammengeſetzte ſind und aus der Deckung der einzelnen aus homogenen Strahlen erzeugten Ringſyſtemen entſtehen.

Legt man ſtatt einer einzigen parallel zur Achſe geſchnittenen Bergkryſtallplatte zwei ſolcher Platten von gleicher Dicke ſo aufeinander, daß ſich die Achſen rechtwinklig durchkreuzen; ſo ſieht man die vorhin erwähnten hyperboliſchen Streifen auch im weißen Lichte, aber farbig. -- Erſetzt man die untere Platte durch eine ähnliche Platte, aber von größerer Dicke, ſo erblickt man noch die vier Syſteme hyperboliſcher Streifen: die dunklen Aſymptoten verwandeln ſich aber alsdann in Hyperbeln, deren Charakter in dem Maße deutlicher hervortritt, als die Platte dicker wird. -- Machen die Oberflächen einer Quarzplatte mit der optiſchen Achſe einen Winkel von 45°, ſo erblickt man, wenn man die Platte in die Turmalinzange bringt und homogenes Licht anwendet, eine Reihe von abwechſelnd dunklen und hellen parallelen Streifen. — Legt man zwei dergleichen Platten in gekreuzter Stellung in die Turmalinzange, ſo ſieht man im weißen Lichte parallele farbige Streifen, von denen der in der Mitte befindliche dunkel iſt.

Savart hat zwei ſolche gekreuzte Quarzplatten mit einer Turmalinplatte vereinigt, deren Achſe den Winkel halbirt, welchen die Hauptſchnitte der beiden Quarzplatten miteinander machen. Dieſer Apparat kann als Polariſkop dienen, d. h. zur Nachweiſung geringer Spuren von Polariſation des einfallenden Lichtes. Denn ſieht man durch die Turmalinplatte nach einer Stelle, von welcher polariſirtes Licht kommt; ſo zeigen ſich die geradlinigen Farbenſtreifen deſto deutlicher, je vollſtändiger die einfallenden Strahlen polariſirt ſind. — Ein anderes Polariſkop erhält man, wenn man eine Turmalinplatte mit einer ſenkrecht zur Achſe geſchnittenen Doppelſpathplatte verbindet. Sieht man durch die Turmalinplatte nach einer Lichtquelle, von welcher polariſirtes Licht ausgeht; ſo nimmt man Farbenringe wahr. — Aus der Beſchaffenheit der Farbenringe, welche ſenkrecht auf die Achſe oder die Mittellinie geſchliffene Kryſtallplatten im polariſirten Lichte zeigen, läßt ſich beurtheilen, ob ein Kryſtall einachſig oder zweiachſig iſt: man braucht blos deßhalb die Richtungen der Schnitte ſo lange abzuändern, bis Farbenringe hervortreten. Bei den einachſigen Kryſtallen erſcheint nur ein Ringſyſtem, bei den zweiachſigen ein doppeltes Syſtem von Ringen; die beiden Achſen gehen durch die Schnittpunkte dieſer Ringſyſteme. — Bemerkenswerth iſt das Verhalten, welches bei einer derartigen Prüfung der Glauberit zeigt. Dieſer Kryſtall erweiſt ſich in einer beſtimmten Beleuchtung als ein zweiachſiger, in einer andern als ein einachſiger. Beim allmähligen Erkalten des Kryſtalls öffnen ſich

die Winkel der einzelnen Achsenpaare immer mehr, so daß schon bei dem Gefrierpunkte der Krystall zweiachsig für alle Farben wird. Bei Erhöhung der Temperatur des Krystalles fällt eines der Achsenpaare nach dem andern zusammen, um sich hernach in einer auf seiner vorigen senkrechten Ebene zu öffnen. Weit unter dem Siedpunkt des Wassers haben sich alle Achsen wieder geöffnet, die Aufeinanderfolge der einzelnen Achsen ist aber nun gerade die umgekehrte der früheren Reihe.

3. Zubereitung der Krystalle. — Farbenerscheinungen in geglühten oder gepreßten Gläsern.

Was die Zubereitung der Krystalle anlangt, welche zu den vorhin erwähnten Versuchen gebraucht werden, so ist solche mehr oder weniger leicht zu bewerkstelligen. Krystalle, bei denen schon die natürlichen Spaltflächen senkrecht auf der optischen Achse oder der Mittellinie stehen, geben also durch bloßes Spalten Blätter zur Beobachtung der Farbenringe. Von der Art sind der sibirische Glimmer, der Topas, der Zucker und das schwefelsaure Nickeloxyd, von denen die drei ersteren optisch zweiachsig sind und das letztere optisch einachsig, wenn es bei einer Temperatur von 15° bis 20° krystallisirt. Nachdem man durch Spaltung eine brauchbare Platte erhalten hat, polirt man ihre Flächen auf einem leinenen Läppchen, auf welchem feines Eisenoxyd mit einer geringen Menge von Wasser angefeuchtet eingerieben worden ist; putzt dann die polirten Flächen mit einem trockenen Tuch sorgfältig ab und kittet sie mittelst canadischen Balsams zwischen zwei Glasplatten, damit die polirten Flächen so viel als möglich ihren Glanz behalten. — Andere Krystalle müssen künstlich geschnitten werden, wenn man daraus für die Beobachtung der Farbenringe geeignete Platten gewinnen will. Das Schleifen und Poliren harter Krystalle erfordert viel Arbeit, weß halb man dieselbe am füglichsten dem Glasschleifer überläßt. — Mit wenigen Worten soll nur hier der Zubereitung des Doppelspaths, des Salpeters und des Borax besondere Erwähnung geschehen, weil unter den einachsigen Krystallen der Doppelspath und unter den zweiachsigen Krystallen der Salpeter die isochromatischen Curven vorzüglich rein gibt, ferner der Borax sich gut dazu eignet, um die verschiedene Lage der Mittelpunkte der beiden Ringsysteme für verschiedene Farben wahrzunehmen.

Um aus einem Doppelspath eine Platte senkrecht auf die Achse zuzuschneiden, muß man vorerst die Stücke am Krystalle anzeichnen, welche wegzunehmen sind. Man bezeichnet deßhalb an den Kanten der beiden stumpfen Ecken des Krystalls Punkte, die von gedachten Ecken gleichweit abstehen; alsdann zieht man auf den Krystallflächen von

einem solchen Punkte zum anderen gerade Linien mit einem Messer: dadurch wird an jeder Ecke die Basis der dreiseitigen gleichseitigen Pyramide bezeichnet, die weggeschliffen werden muß. Nachdem dies mit einer feinen Laubsäge geschehen ist, polirt man die Schnittflächen mit Eisenoxyd auf einer Holzscheibe oder auf Glas.

Um Salpeterkrystalle zuzubereiten, wähle man einen reinen, durchsichtigen Krystall aus, der gewöhnlich die Form eines langen, sechsseitigen Prismas hat. Damit man eine auf der Mittellinie der optischen Achsen senkrechte Platte erhalte, schneidet man mit einem Messer aus dem Salpeterprisma senkrecht gegen die Achse desselben eine ohngefähr 8 Millimeter dicke, möglichst parallelflächige Platte; schleifet dieselbe dann mit einer breiten nassen Feile an beiden Seiten so lange ab, bis die Dicke etwa 6—5 Millimeter beträgt. Hierauf glättet man die Oberflächen auf einem ebenen, mattgeschliffenen, benetzten Glase und polirt sie endlich auf Seide, die über Glas gespannt und mit einer Mischung aus Talg und Eisenoxyd überstrichen ist, so lange, bis Alles trocken geworden. Man thut gut dabei, Handschuhe anzuziehen, damit durch die Ausdünstung der Finger die Politur keinen Schaden erleidet.

Um Boraxkrystalle anzufertigen, wählt man Stücke aus, an denen eine oder mehrere natürliche ebene Flächen vorkommen. Mit einer feinen Laubsäge schneidet man daraus Platten, deren Begrenzungsflächen zu jenen Flächen parallel sind, wobei die mit der Säge gewonnene Schnittfläche mit Wasser angefeuchtet wird. Die Platte kann man mit einem Federmesser weiter beschneiden, bis sie etwa eine Dicke von 3—5 Millimeter haben. Alsdann schleift man die Platten auf einer breiten nassen Feile, bis die Dicke ohngefähr ein oder zwei Millimeter beträgt; worauf man die Oberflächen auf einem nassen Stück mattgeschliffenen Glases glättet und zuletzt auf einer ebenen Glastafel polirt. Damit der Krystall unversehrt bleibe und zugleich an Durchsichtigkeit gewinne, kittet man ihn mit Hülfe von erwärmtem Terpentin zwischen zwei dünne Glasplatten. Kaum zwei Salze lassen sich auf dieselbe Art poliren. Blos die Erfahrung kann die Einzelnheiten lehren, welche erforderlich sind, um gut polirte Flächen von weichen Krystallen zu bekommen.

Schnell abgekühltes oder ungleichförmig erwärmtes Glas erlangt die Eigenschaft der doppelten Brechung; es ließ sich daher erwarten, daß solches Glas im polarisirten Lichte Farbenerscheinungen zeigen würde. Seebeck und Brewster haben Erscheinungen dieser Art zuerst beobachtet. — Man halte eine Platte von dickem Spiegelglase, die im polarisirten Lichte keine Färbung zeigt, an stark erhitztes Eisen. Man sieht, wenn man die Platte über das Tischchen des Polarisationsinstru-

mentes bringt und mit einem analysirenden Apparat untersucht, in derselben Farbenstreifen entstehen, die sich immer weiter verbreiten. Auch hier wird ein Uebergang der Farben in die complementären wahrgenommen, wenn der Analyseur um 90° gedreht worden ist. Die Farbenstreifen verschwinden wieder, wenn sich die Wärme gleichförmig in der ganzen Platte verbreitet hat. — Dieselben Erscheinungen treten hervor, nur in Betreff der Farbenfolge in umgekehrter Ordnung, wenn man eine erhitzte Glasplatte an kaltes Eisen legt. — Am leichtesten stellt man den Versuch an, wenn man sich eines metallenen Rahmens bedient, in welchen ein Glaswürfel genau paßt. Erhitzt man den Rahmen und legt dann den Würfel hinein, so zeigen sich im Polarisationsinstrumente an den Ecken des Würfels Pfauenaugen, die durch ein schwarzes oder bei geänderter Stellung des Analyseurs durch ein weißes Kreuz getrennt sind. — Die Erscheinung verschwindet, wenn der Würfel eine gleichförmige Temperatur angenommen hat; kehrt aber wieder, wenn man jetzt den heißen Würfel in einen kalten Metallrahmen legt.

Die hier besprochenen Erscheinungen lassen sich bleibend machen, wenn man die stark erhitzte Glasmasse rasch abkühlt und dadurch eine verschiedene Anordnung der Theilchen fixirt. Die Beschaffenheit der farbigen Zeichnungen hängt ab von der Form und Dicke des Glaskörpers, von dessen schnellerem oder langsamerem Abkühlen. — Legt man mehrere rasch abgekühlte quadratische Glasplatten übereinander, so bringen sie dieselbe Wirkung hervor, wie eine einzige, deren Dicke der Summe der Dicken der einzelnen Platten gleichkommt. — Ein Cylinder zeigt Farbenringe mit einem schwarzen Kreuze wie eine senkrecht auf die Achse geschliffene Doppelspathplatte. — Eine recht hübsche Erscheinung erhält man, wenn zwei rechteckige Platten kreuzweise übereinander gelegt werden, dergestalt, daß die ursprüngliche Polarisationsebene den rechten Winkel zwischen den Platten halbirt.

Obschon die Farbenerscheinungen in geglühten Gläsern einige Aehnlichkeit mit denen in doppeltbrechenden Krystallen haben, so besteht doch zwischen beiden Erscheinungen ein wesentlicher Unterschied. Deckt man nämlich die eine Hälfte einer auf die Achse senkrecht geschnittenen Doppelspathplatte zu, so zeigt die freie Hälfte das Ringsystem eben so gut, wie die ganze Platte. Dies kommt daher, daß der Krystall in seiner ganzen Ausdehnung nach derselben Richtung gleich starke doppelte Brechung besitzt, mithin die fragliche Erscheinung hier einzig und allein von der Richtung der durchgehenden Strahlen bedingt ist. Deckt man dagegen eine geglühte Glasplatte zur Hälfte zu, so kommt nur das halbe Ringsystem zum Vorschein, selbst wenn man die Mitte der freien Hälfte wieder in die Mitte des Gesichtsfeldes bringt. Es kann dies nur da-

her rühren, daß in der Mitte der Glasplatte ein anderer Spannungszustand obwaltet, als nach dem Rande hin, was eine Verschiedenheit der Doppelbrechung an den einzelnen Stellen zur Folge hat.

Aehnliche Erscheinungen hat man an Platten von Steinsalz, Flußspath und andern Substanzen von nicht doppelt brechender Structur wahrgenommen, wenn sie der Erhitzung oder der Erkaltung ausgesetzt wurden. Bei den ausdehnsamen und den tropfbar flüssigen Mitteln, wenn sie dergleichen Einwirkungen erlitten, hat man aber jene Phänomene nicht bemerkt. Dies dürfte aller Wahrscheinlichkeit nach darin seinen Grund haben, daß bei den ausdehnsamen und tropfbaren Flüssigkeiten die Ausdehnung, wie die Zusammenziehung nach allen Richtungen eine und dieselbe ist, mithin die Elasticität des Aethers nach jeder Seite ihre Gleichförmigkeit beibehält. — Anders verhält es sich bei den festen Körpern, deren Theilchen unter Einwirkung der Wärme nach einer Richtung sich stärker als nach einer andern ausdehnen. Dies vermag denn einen Unterschied in der Elasticität des Aethers hervorzubringen, welcher Unterschied die gewöhnlichen Interferenzerscheinungen mit sich führt.

Die hier betrachteten Farbenerscheinungen bietet das Glas auch dar, wenn es in gepreßtem Zustande dem polarisirten Lichte ausgesetzt wird. Man nehme einen Glaswürfel, der in solchem Lichte keine besondere Färbung zeigt, drücke ihn mittelst einer kleinen Presse mäßig zusammen und betrachte ihn mit Hülfe des Polarisationsinstrumentes. Man bemerkt dann im Glase mehrere Farben, die mit der Stärke des Druckes sich ändern und in complementäre übergehen, wenn die analysirende Vorrichtung um 90° gedreht wird, aber sofort verschwinden, wenn man aufhört das Glas zu pressen.

Aehnliche Erscheinungen bringt man auch durch Dehnen des Glases hervor. Biegt man einen Glasstab, dessen Seiten polirt sind, so sieht man an ihm im polarisirten Lichte parallele Farbenstreifen, die in der Mitte durch eine schwarze Linie verbunden sind. Auf der convexen Seite, wo die Theilchen im Zustande der Ausdehnung sich befinden, ist die Farbenfolge eine andere als auf der concaven Seite, wo die Theilchen die Wirkung der Zusammenpressung erfahren. — Eine stärkere Biegung des Stabes vermehrt die Zahl der Farben, eine geringere vermindert sie; hat der Stab seine anfängliche Gestalt wieder angenommen, so verschwinden die Farben gänzlich. — Nicht blos am Glase, sondern auch an andern Substanzen von nicht doppelt brechender Structur äußert sich die Wirkung des Druckes und der Dehnung durch eigenthümliche Farbenerscheinungen, wenn sie dem polarisirten Lichte ausgesetzt werden. An doppeltbrechenden Krystallen lassen sich ebenfalls durch

Wirkung der Compression und Dilatation Ae
erscheinungen hervorbringen. So z. B. zeig
recht geschnittene Querplatte im polarisirten L
zweiachsigen Krystalles, wenn sie an zwei g
einer Seitenfläche gepreßt wird.

Gallertmassen, namentlich von Hausenbl
mendrückung zwischen Platten eine polarisiren
dergleichen Massen gehörig aus und läßt sie
an ihnen jene Eigenschaft nach Hinwegnahr
bleibend gemacht werden. Auf diese Weise
Körper von Gallerte erhalten, welche im p
lichen Erscheinungen zeigen, wie Kugeln von G
kühlt sind. — Alle diese Erscheinungen stehen o
der materiellen Theilchen im innigen Zusa
einem verschiedenen Verhalten der Substan
auf eine Verschiedenheit der materiellen B
schlossen werden kann. So hielt man länger
unter dem Namen Glimmer vorkommende
artig, bis Biot aus ihrem optischen Verhal
achsige und zweiachsige, positive und negativ
der That wies eine genauere chemische Analy
auch hinsichtlich ihrer materiellen Beschaffenhe
wenn sie ein verschiedenes optisches Verhalter

Die bloße Erzitterung einer tönenden G
ihre Theilchen in eine solche Lage zu versetze
mögen ertheilt, eine polarisirende Wirkung herv
zu überzeugen, bringe man eine etwas lange
tung eines polarisirten Strahles; hierauf, nac
hat, daß sie keine polarisirende Wirkung äuße
Hälften der Länge nach, während man die an
tung der Strahlen festhält. Jeder Strich bri
hervor, welche sich mit der Stärke der Sch
in welche man die Platte versetzt. Diese
zuerst beobachtet hat, ist eine nothwendige Fo
sammenpressungen und Ausdehnungen der T
Schwingungsbewegung vorkommen.

4. Absorption des Lichtes in farbigen dop Dichroismus. — Trichroi

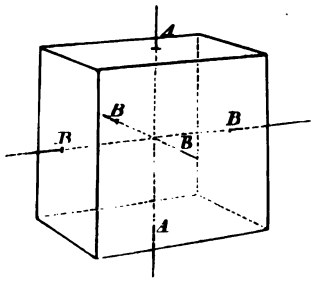
In dem Kapitel über die dioptrischen E
gesagt, daß manche Krystalle die Eigenschaft

heit ihrer Lage gegen das einfallende Licht eine verschiedene Färbung zu zeigen. Diese mit dem Namen Dichroismus belegte Eigenthümlichkeit gibt sich am Dichroit am auffallendsten zu erkennen; er erscheint im gewöhnlichen Lichte in der Richtung seiner Achse blau, rechtwinklig zu derselben aber gelb. Dergleichen Farbenverschiedenheiten nimmt man an vielen anderen Krystallen, obschon in minderem Grade wahr; sie treten aber deutlicher im polarisirten Lichte hervor, namentlich wenn man sich der von Haidinger construirten dichroscopischen Lupe bedient. — Diese Lupe besteht aus einem länglichen durchsichtigen Stück Doppelspath, auf dessen beiden wohlpolirten Endflächen Glasprismen mit einem brechenden Winkel von 18° gekittet sind, so daß die äußeren Flächen, durch welche die Lichtstrahlen ein- und austreten, senkrecht auf den Längskanten des Kalkspaths stehen. Das Ganze wird mittelst Kork in eine Messinghülse befestigt, die an dem einen Ende durch eine Kapsel verschlossen ist, deren Deckel in der Mitte eine quadratische Oeffnung von etwa 2,5 Millim. Weite hat. Am andern Ende der Hülse befindet sich eine Linse von solcher Brennweite, daß man durch die Prismen und den Kalkspath hindurch zwei scharf begrenzte, dicht nebeneinander liegende Bilder vor der quadratischen Oeffnung erblickt. — Den Vorzug dieses in die Klasse des Analyseurs gehörigen Instrumentes besteht darin, daß die Farben, welche die ordentlichen und außerordentlichen Strahlen zeigen, dicht nebeneinander erscheinen, wodurch ihr Contrast augenfälliger wird. — Die beiden durch die Lupe erhaltenen Bilder sind rechtwinklig zueinander polarisirt; bei dem gewöhnlichen Bilde G geschehen die Schwingungen parallel zu der Verbindungslinie beider Bilder, in dem ungewöhnlichen Bilde U senkrecht auf jener Richtung.

Wie gesagt bemerkt man den Dichroismus in doppeltbrechenden Körpern häufiger, wenn man polarisirtes Licht durchgehen läßt. Die verschiedenartigen Strahlen werden in ungleicher Menge absorbirt, je nachdem ihre Polarisationsebenen gegen die Achsen der Krystalle liegen. — Beim einachsigen Amethyst erscheint das austretende Licht blau, wenn die Achse zu der Polarisationsebene parallel läuft, dagegen hellroth, wenn die Achse senkrecht gegen jene Ebene steht. Beim einachsigen Smaragd zeigt sich das durchgelassene Licht bläulichgrün, wenn die Achse des Krystalls in der Polarisationsebene liegt, und gelblichgrün, sobald die Achse auf dieser Ebene senkrecht steht. Von den zweiachsigen Krystallen erscheint der Dichroit schön blau, wenn die Ebene der beiden Achsen mit der Polarisationsebene zusammenfällt, dagegen gelblich, wenn jene Ebenen rechtwinklig zu einander stehen; essigsaures Kupfer ist im ersten Falle blau, im zweiten grünlichgelb.

Bei den einachsigen Krystallen unterscheidet Haidinger zwischen Farbe der Basis und Farbe der Achse. Farbe der Basis ist die Farbe, welche ein aus einem einachsigen Krystall geschnittener Würfel zeigt, wenn man durch die zwei Flächen sieht, welche senkrecht auf der Achse stehen. Farbe der Achse ist die Farbe, welche ein solcher Würfel zeigt, wenn man durch zwei der Achse parallelen Seitenflächen hindurchsieht. In Figur 211 sind die beiden mit A bezeichneten Flächen des Würfels, welche senkrecht zur Achse stehen, während die vier anderen mit B bezeichneten parallel zur Achse sind. Beim Turmalin ist die Farbe der Basis die dunklere. — Durch die dichroscopische Lupe betrachtet zeigt die Farbe der Basis zwei Bilder, die stets gleiche Färbung besitzen, wie man die Lupe auch drehen mag. Die Farbe der Achse liefert hingegen, wenn man sie mit der dichroscopischen Lupe untersucht, zwei Bilder G und U, die ungleiche Färbung und Helligkeit haben. Der größte Unterschied zwischen beiden Bildern gibt sich zu erkennen, wenn die Verbindungslinie der Bilder mit der Achse des Krystalls parallel läuft oder darauf senkrecht steht; das eine Bild G hat alsdann die Farbe der Basis, das andere U aber die Farbe der Achse.

Fig. 211.

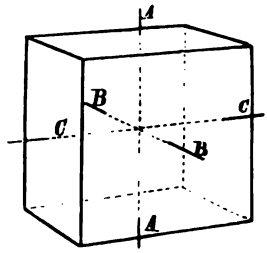


Folgende Zusammenstellung enthält einige der von Haidinger untersuchten einachsigen Krystalle mit ihren zugehörigen Farben.

Negative Krystalle.	G Farbe der Basis.	U Farbe der Achse.
Apatit.	berggrün.	entenblau.
Beryll von Sibirien.	grünlich.	himmelblau.
Glimmer vom Vesuv.	lavendelblau.	rosenroth.
Sapphir von Ceylon.	blaßblau.	gelblichweiß.
Turmalin von Brasilien.	indigoblau.	blaßgrün.
Turmalin von Böhmen.	dunkelbläulichgrün.	haarbraun.
Turmalin von Elba.	ölgrün.	grünlichweiß.
Turmalin von Sibirien.	schwarz.	ölgrün.
Positive Krystalle.	**Farbe der Basis.**	**Farbe der Achse.**
Amethyst.	roth.	bläulich.
Apophyllit aus Tyrol.	bräunlichweiß.	milchweiß.
Zirkon von Ceylon.	blaßblau.	blaßgelb.
Rutil vom St. Gotthard.	gelblichbraun.	dunkelroth.

Verwickelter sind die Erscheinungen bei den optisch zweiachsigen Krystallen. Es stelle Figur 212 einen Würfel vor, dessen Seiten paarweise auf den drei Elasticitätsachsen des zweiachsigen Krystalls senkrecht stehen. Im Allgemeinen zeigt jedes Flächenpaar eine andere Farbe: die Flächenfarbe von A nennt Haidinger die Farbe der Basis, die Flächenfarbe von B die Farbe der Querfläche, die Flächenfarbe von C die Farbe der Längsfläche. — Der Namen Dichroismus ist demnach für diese Klasse von Körpern nicht mehr passend, weßhalb Haidinger dafür die Namen Trichroismus oder Pleochroismus vorschlägt. Ebenso ist der Name Dichroit für das bisher so genannte Mineral nicht mehr passend; Haidinger nennt es Cordierit, weil Cordier die Farbenveränderungen an diesem Mineral zuerst wahrgenommen hat. — An einem Würfel des letzteren Körpers fand Haidinger die Flächenfarbe A schön blau, die Flächenfarbe B blaßblau, die Flächenfarbe C gelblich. Durch die dichroscopische Lupe betrachtet zerfällt jede Flächenfarbe in zwei andere, sogenannte Achsenfarben; d. h. man erhält zwei Bilder G und U, welche verschiedene Färbung zeigen. Die Flächenfarbe A zerfällt in die bläulichgraue Achsenfarbe b und in die schön dunkel berlinerblaue Achsenfarbe c. Die Flächenfarbe B zerlegt sich in die gelblichgraue Achsenfarbe a und in die schön dunkelblaue Achsenfarbe c. Die Flächenfarbe C liefert die gelblichgraue Achsenfarbe a und die bläulichgraue Achsenfarbe b. — Die Schwingungen der erhaltenen Bilder sind parallel mit b und c, oder parallel mit a und c, oder parallel mit a und b.

Fig. 212.



Aehnliche Erscheinungen zeigen auch andere optisch zweiachsige Krystalle; sie geben im Allgemeinen sechs Farbentöne, nämlich drei Flächenfarben und drei Achsenfarben. Von den von Haidinger untersuchten zweiachsigen Krystallen wollen wir einige mit ihren zugehörigen Flächenfarben sowohl, wie mit ihren Achsenfarben in folgender Tabelle zusammenstellen.

schwärzlich olivengrün und indigoblau			helles oliveng	
			schwach bräunlich	rein
blaß carmoisinroth			tief carmoisinroth	hor
honiggelb			citronengelb	hon
blaßgrün	weiß	blaßgrau	weiß	g
grün			blaßgrün	lich
tief	blaß	tief		

Die Erscheinungen des Dichroismus bei den einachsigen Krystallen sowie die Erscheinungen des Trichroismus bei den zweiachsigen Krystallen stehen mit der Structur solcher Körper in genauem Zusammenhange, da sie von den Richtungen der sogenannten Elasticitätsachsen abhängig sind. Bei dergleichen dioptrischen Absorptionserscheinungen bemerken wir eigentlich zwei verschiedene Arten von Wirkung der Krystalle auf das Licht. Das Einemal ist es eine gleichmäßig verdunkelnde Wirkung auf alle Theile des Spectrums, so daß wir bei verschiedenen Stellungen des Dichroscops nur eine größere oder geringere Lichtstärke bei gleichbleibender Farbe wahrnehmen. Das Anderemal ist es eine ungleichmäßig verdunkelnde Wirkung auf die einzelnen Theile des Spectrums, so daß wir bei verschiedenen Stellungen des Dichroscops verschiedene Farben hervortreten sehen. Den ersten Fall haben wir bei dem Turmalin, Kalkspath, Rothgiltigerz und Rauchtopas. Die Achsenfarbe ist bei dem negativen Turmalin und negativen Kalkspath heller als die Farbe der Basis; dagegen ist bei dem positiven Rauchtopas und dem positiven Rothgiltigerz die Farbe der Basis die hellere. In dem Falle einer gleichmäßigen Absorption durch das ganze Spectrum scheinen demnach die negativen Krystalle vorzugsweise die gewöhnlichen Strahlen zu absorbiren, während in positiven Krystallen die ungewöhnlichen stärker absorbirt werden. Ein derartiges Verhalten zeigt sich aber nicht mehr, wenn bei den verschiedenfarbigen Strahlen eine ungleichmäßige Absorption stattfindet. Der gelbe Beryll mit negativer Doppelbrechung absorbirt den ordinären Strahl stärker als den extraordinären; bei dem blauen Beryll tritt der umgekehrte Fall ein. Aehnliche Verhältnisse kommen vor beim Apatit und Smaragd, je nach der Färbung.

Die Wahrnehmung, daß ein dichromatisch einachsiger Krystall in der Richtung der Achse bei der Analyse mittelst des Dichroscops in allen Lagen des Krystalls um die Achse herum zwei Bilder von gleicher Farbe gibt, und zwar von der Farbe der Basis wie das gewöhnliche Bild bei der Beobachtung senkrecht auf der Achse, kann, wie Haidinger gezeigt hat, als Beweis dienen, daß die Transversalschwingungen des Aethers im geradlinig polarisirten Lichte senkrecht auf der Polarisationsebene stehen. — Bei jeder Beobachtung senkrecht auf der Achse erscheinen zwei verschiedenfarbige Bilder; dieselben gehören den zwei zueinander senkrecht polarisirten Lichtstrahlen an. Da nun die Schwingungsrichtung immer senkrecht auf der Fortpflanzungsrichtung steht, so wird für die Summe der Beobachtungen rund um die Achse herum bei dem einen Bilde die Schwingungsrichtung mit der Richtung der Achse zusammenfallen und bei dem andern Bilde die eine oder die andere Schwingungsrichtung sein, welche aber stets in der auf der Achse senk-

die Achse polarisirt, woraus sich denn
senkrecht auf der Polarisationsebene steh

Die Wirkung der Wärme ändert
brechenden Krystalle, wie Brewster gez
Versuche mit dem brasilianischen Topas
dem polarisirten Lichte keine Farbenände
schaft, dieses Licht in verschiedenen Verh
er geglüht worden war. Bei einem Top
gelb, der andere röthlich erschien, wirkt
den einen als auf den andern Strahl,
Strahles gänzlich vernichtete und das R
änderte. Der Topas gab so lange er
röthliche Farbe erhielt er nach und nach
derholte Einwirkung der stärksten Hitze
verändert werden.

Mittelst der dichroscopischen Lupe t
worfenen Flächenschiller untersucht, wel
unpolarisirten, theils im polarisirten
Platin-Cyanür erscheint im durchgelässe
blau. Bei Untersuchung des reflectirte
erhält man ein weißes und ein lasurbl
Begegnen mit dem Krystall theilt sich
Der eine weiße Antheil wird mehr od
worfen. Der andere Antheil dringt in
gelben und blauen Theil zerlegt wird.
Farbe des Krystalls, der blaue wird nic

selbe aus weißem und aus grünem Lichte bestehend zu erkennen. Aus den zwei angeführten Beispielen und noch mehreren andern läßt sich entnehmen, daß der in Rede stehende metallglänzende Schiller aus einem Theile des in den Körper eingegangenen Lichtes bestehe, während ein anderer complementär die Farbe desselben hervorbringt. Rothe Farben der Krystalle sind mit grünem Flächenschiller verbunden, gelbe Farben mit blauem.

Bei der Analyse des von gefärbten Körpern durch Reflection zu uns kommenden Lichtes mittelst des Dichroscops sieht man zuweilen bei einer gewissen Schiefe der Incidenz zwei Bilder, von denen das eine beinahe weiß, das andere aber mit derselben Farbe erscheint, welche der untersuchte Körper hat. Stellt man jedoch dergleichen Versuche mit der gehörigen Vorsicht an, so daß kein fremdes Licht, sondern blos das von dem farbigen Körper zerstreute Licht ins Auge gelangen kann; so erscheinen beide Bilder in der dichroscopischen Lupe von gleicher Farbe und von gleicher Stärke. Das von den farbigen Körpern herstammende zerstreute Licht ist mithin nicht polarisirt. Wenn solches Licht sich zeitweise polarisirt zeigt, so kommt es wie gesagt daher, daß uns die farbigen mit glänzenden Oberflächen versehenen Körper bei der Zurückwerfung ein Gemisch von fremdem polarisirtem und polarisirtem oder zerstreutem Lichte zusendeten.

Das homogene polarisirte Licht gab bei der Untersuchung mit der dichroscopischen Lupe immer zwei Bilder von gleicher Farbe, die nur hinsichtlich der Helligkeit sich unterscheiden, wie dies zu erwarten stand. War aber die Farbe des polarisirten Lichtes nicht ganz rein oder homogen, so traten in den beiden Bildern bei dem Drehen der dichroscopischen Lupe desto zahlreichere Farbenunterschiede hervor, je mehr das Licht von der Monochrasie sich entfernte. Auch dieses Resultat, das wir wie das vorhergehende durch verschiedene Versuche erprobt haben, ließ sich voraussehen: denselben geschah mit wenigen Worten deßhalb nur Erwähnung, weil hier und dort zuweilen das Gegentheil davon wahrgenommen wurde.

VI. Kreisförmige und elliptische Polarisation.

1. Theoretische Betrachtungen. — Kreisförmige Polarisation durch Zurückwerfung. — Farbenerscheinungen im circular polarisirten Lichte. Kreisförmige Polarisation durch Brechung.

Durch frühere theoretische Betrachtungen waren wir zu dem Schlusse gekommen, daß es außer dem geradlinig polarisirten Lichte noch zwei andere Arten von polarisirtem Lichte geben müsse, nämlich kreis-

recht stehenden Ebene liegt. — In der Richtung der Achse erscheint nur eine Farbe; ihr kommen zu alle senkrecht auf der Achse stehenden Schwingungen, welche in der gleichen Farbe auch bei den Beobachtungen senkrecht auf der Achse wahrgenommen werden. — Die andere Farbe sieht man in der Richtung der Achse gar nicht, wohl aber in allen Lagen des Krystalls um die Achse herum. Für diese Farbe bleibt darum die einzelne in der Richtung der Achse vor sich gehende Schwingung übrig. — Der Beobachtung zufolge ist diese Farbe aber senkrecht auf die Achse polarisirt, woraus sich denn ergibt, daß die Schwingungen senkrecht auf der Polarisationsebene stehen.

Die Wirkung der Wärme ändert öfters die Farbe der doppeltbrechenden Krystalle, wie Brewster gezeigt hat. Leicht gelingen diese Versuche mit dem brasilianischen Topas. Ein solcher Krystall, der in dem polarisirten Lichte keine Farbenänderung zeigte, erhielt die Eigenschaft, dieses Licht in verschiedenen Verhältnissen zu absorbiren, nachdem er geglüht worden war. Bei einem Topas, in welchem der eine Strahl gelb, der andere röthlich erschien, wirkte die Rothglühhitze stärker auf den einen als auf den andern Strahl, indem sie das Gelb des einen Strahles gänzlich vernichtete und das Roth des andern nur wenig veränderte. Der Topas gab so lange er heiß war gar keine Farben, die röthliche Farbe erhielt er nach und nach bei der Abkühlung: durch wiederholte Einwirkung der stärksten Hitze kann die röthliche Farbe nicht verändert werden.

Mittelst der dichroscopischen Lupe hat Haidinger auch den zurückgeworfenen Flächenschiller untersucht, welchen manche Krystalle theils im unpolarisirten, theils im polarisirten Lichte zeigen. Das Baryum-Platin-Cyanür erscheint im durchgelassenen Lichte gelb, im reflectirten blau. Bei Untersuchung des reflectirten Lichtes mit dem Dichroscop erhält man ein weißes und ein lasurblaues Bild. Das Licht bei dem Begegnen mit dem Krystall theilt sich erst in zwei weiße Antheile. Der eine weiße Antheil wird mehr oder weniger polarisirt zurückgeworfen. Der andere Antheil dringt in den Krystall, wo er in einen gelben und blauen Theil zerlegt wird. Der gelbe Theil erscheint als Farbe des Krystalls, der blaue wird nicht absorbirt, sondern wenigstens theilweise zurückgeworfen. Die Durchsichtigkeitsfarbe ist gelb und zeigt durch die dichroscopische Lupe betrachtet zwei etwas von einander verschiedene Farbentöne. — Das Magnesium-Platin-Cyanür erscheint im durchgelassenen Lichte carminroth, welche Farbe die beiden Bilder in der dichroscopischen Lupe ebenfalls haben. Im reflectirten Lichte zeigt die Oberfläche bei günstiger Lage einen grünen Metallschimmer. Bei der Analyse dieses Lichtes mit der dichroscopischen Lupe gibt sich das-

$$x = \frac{n^2+1-2n^2\sin^2\varepsilon}{n^2-1} + \frac{2n\sqrt{1-\sin^2\varepsilon}\,.\,\sqrt{n^2\sin^2\varepsilon-1}}{n^2-1}\,.\,\sqrt{-1}.$$

Das Quadrat des ersten Gliedes $\frac{n^2+1-2n^2\sin^2\varepsilon}{n^2-1} = a$ addirt zum Quadrat des zweiten Gliedes

$$\frac{2n\sqrt{1-\sin^2\varepsilon}\cdot\sqrt{n^2\sin^2\varepsilon-1}\cdot\sqrt{-1}}{n^2-1} = a'$$

gibt, eine der Einheit gleiche Summe, ein mit der Erfahrung übereinstimmendes Resultat, insofern alles Licht reflectirt wird. Halten wir dieses Resultat mit der Aussage der Relation $A^2 = a^2 + a'^2$ zusammen, welche aus der zur Bestimmung der resultirenden Schwingungsintensität A aus den beiden componirenden Schwingungsintensitäten a und a' allgemeinen Relation

$$A^2 = a^2 + a'^2 + 2aa'\cos\frac{2\pi\delta}{T}$$

entspringt, wenn $\delta = \frac{T}{4}$ ist; so finden wir uns veranlaßt, im vorliegenden Fall uns das reflectirte Wellensystem in zwei andere zerlegt zu denken, welche um eine Viertelundulation verschieden sind. So lange der Einfallswinkel ε kleiner ist als der Winkel der totalen Reflection, wird zwischen beiden reflectirten Wellensystemen kein Phasenunterschied bestehen, sie werden mithin coincidiren; dagegen wird zwischen jenen beiden Wellensystemen sofort der besagte Phasenunterschied eintreten, wenn der Einfallswinkel den Winkel der totalen Reflection übersteigt. Dies mit wenigen Worten die von Fresnel gegebene Interpretation des vorstehenden imaginären Ausdrucks.

Wir betrachten die zweite Formel

$$x = \frac{\operatorname{tang}(\varepsilon-\beta)}{\operatorname{tang}(\varepsilon+\beta)} = \frac{\sin\varepsilon\cos\varepsilon - \sin\beta\cos\beta}{\sin\varepsilon\cos\varepsilon + \sin\beta\cos\beta}.$$

Dieselbe verwandelt sich, wenn Zähler und Nenner des zweiten Theils mit dem Zähler multiplicirt werden, in:

$$x = \frac{\sin^2\varepsilon\cos^2\varepsilon + \sin^2\beta\cos^2\beta - 2\sin\varepsilon\cos\varepsilon\sin\beta\cos\beta}{\sin^2\varepsilon\cos^2\varepsilon - \sin^2\beta\cos^2\beta};$$

oder in:

$$x = \frac{(n^2+1)-(n^4+1)\sin^2\varepsilon}{(n^2-1)\{(n^2+1)\sin^2\varepsilon-1\}} - \frac{2n\sqrt{(1-\sin^2\varepsilon)(n^2\sin^2\varepsilon-1)}}{(n^2-1)\{(n^2+1)\sin^2\varepsilon-1\}}\cdot\sqrt{-1}.$$

Die Summe der Quadrate der beiden einzelnen Glieder des zweiten Theils der Gleichung gibt wieder die Einheit, was mit der Erfahrung übereinstimmt, insofern die Gesammtheit des einfallenden Lichtes reflectirt wird. Das reflectirte Licht kann folglich auch in dem Falle, daß das einfallende Licht senkrecht gegen die Reflectionsebene polarisirt ist und der Einfallswinkel den Winkel der totalen Reflection übersteigt,

förmig und elliptisch polarisirtes. Die Frage wäre also, einmal geeignete Mittel aufzufinden, wodurch kreisförmig und elliptisch polarisirtes Licht hervorgerufen werden kann und dann charakterisirende Merkmale aufzustellen, wodurch sich das eine Licht von dem anderen einerseits und von dem geradlinig polarisirten Lichte anderseits unterscheidet. Wir machen mit dem kreisförmig polarisirten Lichte den Anfang, das aus der Interferenz zweier gleich intensiver nach entgegengesetzten Richtungen geradlinig polarisirter Strahlen hervorgeht, deren Unterschiede der Wege ein ungerades Vielfache des vierten Theils einer Wellenlänge beträgt. — Fresnel, welcher als der eigentliche Schöpfer der Lehre von der kreisförmigen Polarisation angesehen werden muß, brachte eine solche Polarisation durch Zurückwerfung zu Stande, als er über die Veränderung nachdachte, welche das polarisirte Licht bei der totalen Reflection erfährt. Die früher aufgefundene Formel $x = \frac{\sin(\varepsilon - \beta)}{\sin(\varepsilon + \beta)}$, welche die Vibrationsintensität des reflectirten Lichtes ausdrückt, wenn das einfallende Licht nach der Einfallsebene polarisirt ist, wobei die Schwingungsintensität des einfallenden Lichtes gleich gesetzt worden, behält ihre reelle Form für alle Werthe des Einfallswinkels ε zwischen 0^0 und 90^0, sobald das zweite Mittel lichtbrechender ist als das erste. Die Formel wird aber imaginär, wenn das zweite Mittel schwächer bricht als das erste und der Einfallswinkel ε den Winkel der totalen Reflection übersteigt. Dasselbe ereignet sich mit der Formel: $x = \frac{\tang(\varepsilon - \beta)}{\tang(\varepsilon + \beta)}$, welche die Vibrationsintensität des reflectirten Lichtes darstellt, wenn das einfallende Licht senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirt ist. In beiden Fällen wird aber sämmtliches einfallende Licht reflectirt. Es wäre demnach die Frage, jene imaginäre Ausdrücke in der gehörigen Weise auszulegen.

Wir betrachten zunächst die Formel: $x = \frac{\sin(\varepsilon - \beta)}{\sin(\varepsilon + \beta)}$, welche vermittelst der Relation $\sin\beta = n \sin\varepsilon$ auf die Form:

$$x = \frac{\sin\varepsilon\sqrt{1 - n^2\sin^2\varepsilon} - n\sin\varepsilon\cos\varepsilon}{\sin\varepsilon\sqrt{1 - n^2\sin^2\varepsilon} + n\sin\varepsilon\cos\varepsilon}$$

gebracht werden kann. Schafft man in dem zweiten Theil der letzteren Gleichung in dem Nenner die Wurzelgröße hinweg, so erhält man:

$$x = \frac{n^2 + 1 - 2n^2\sin^2\varepsilon + 2n\sqrt{1 - \sin^2\varepsilon}\sqrt{1 - n^2\sin^2\varepsilon}}{n^2 - 1}$$

So lange $n^2\sin^2\varepsilon$ kleiner als 1 ist, bleibt der Werth von x reell und wird gleich 1, wenn $n^2\sin^2\varepsilon = 1$ ist. Wenn aber $n^2\sin^2\varepsilon$ größer als 1 ist, wird der Werth von x imaginär. Da $\sqrt{1 - n^2\sin^2\varepsilon} = \sqrt{n^2\sin^2\varepsilon - 1} \cdot \sqrt{-1}$, so läßt sich der vorhergehende Ausdruck [illegible]ter folgende Form bringen:

$\sin\alpha$, $\sin\beta$ die obige Werthe einführt, nachstehende von allem Imaginären befreite Formel:

$$\cos\frac{2\pi\delta}{T} = \frac{2\mathfrak{a}x^2 - (\mathfrak{a}+1)x + 1}{(\mathfrak{a}+1)x - 1};$$

oder, wenn man erwägt, daß x das Quadrat, das Sinus des Einfallswinkels und $\mathfrak{a}$ das Quadrat des Brechungsverhältnisses bezeichnet:

$$\cos\frac{2\pi\delta}{T} = \frac{2n^2\sin^4\varepsilon - (a^2+1)\sin^2\varepsilon + 1}{(n^2+1)\sin^2\varepsilon - 1}.$$

Jede neue Reflection, die unter demselben Winkel wie die erste geschieht, bewirkt einen dem ersten gleichen Phasenunterschied. Auf diese Weise läßt sich denn durch eine hinreichende Anzahl von Reflectionen der Werth von $\frac{2\pi\delta}{T}$ beliebig vergrößern. — Will man den Einfallswinkel ε berechnen, damit nach einer Zahl m von Zurückwerfungen unter diesem Winkel der Phasenunterschied beider Componenten $\frac{2\pi\delta}{T}$ Grade betrage, so gibt die Formel, wenn $z = \cos\frac{2\pi\delta}{mT}$ gesetzt wird:

$$\sin^2\varepsilon = \frac{(n^2+1)(1+z) \pm \sqrt{(1+z)\{(n^2+1)^2(1+z) - 8n^2\}}}{4n^2}.$$

Man sieht, daß $\sin^2\varepsilon$ im Allgemeinen zwei verschiedene Werthe hat, welche gleich werden, wenn $(n^2+1)^2(1+z) - 8n^2$ gleich Null ist. — Prüfen wir zunächst unsere Formel

$$\cos\frac{2\pi\delta}{T} = \frac{2n^2\sin^4\varepsilon - (n^2+1)\sin^2\varepsilon + 1}{(n^2+1)\sin^2\varepsilon - 1}$$

durch zwei bekannte Thatsachen. An den beiden Grenzen der totalen Reflection, wo $\sin\varepsilon = \frac{1}{n}$ und $\sin\varepsilon = 1$ hat man $\cos\frac{2\pi\delta}{T} = 1$ oder $\frac{2\pi\delta}{T} = 0$. Zwischen den beiden partiellen Bündel, aus denen der reflectirte Strahl besteht, tritt kein Phasenunterschied ein; ihre Vereinigung muß demnach ein Licht erzeugen, welches wie das einfallende polarisirt ist, was in der That mit der Erfahrung übereinstimmt.

Dies vorausgeschickt kehren wir jetzt zu der circulären Polarisation zurück. Um eine solche Polarisation hervorzubringen, brauchen wir nur die Incidenz eines um 45° gegen die Einfallsebene eintretenden geradlinig polarisirten Strahles dergestalt abzuändern, daß die Phasendifferenz zwischen den beiden Bündeln von gleicher Intensität gleich dem vierten Theil einer Undulation werde. Beim Glase für $n = 1{,}51$ und $\varepsilon = 54°$ beträgt die durch eine einmalige totale Reflection bewirkte Phasendifferenz ein Achtel einer Undulation; es wird also zwei solcher Reflectionen bedürfen, um den Phasenunterschied auf ein Viertelundulation zu erhöhen. Im Glase wird folglich der geradlinig polarisirte

aus zwei Wellenſyſtemen zuſammengeſetzt betrachtet werden, welche um eine Viertelundulation verſchieden ſind.

Wir gehen jetzt zu dem Fall über, in welchem die Reflectionsebene gegen die Polariſationsebene unter einem Winkel von 45° geneigt iſt. Zwiſchen den beiden Componenten von gleicher Intenſität, in welche man ſich bei der totalen Reflection den geradlinig polariſirten Strahl zerlegt denken kann, nämlich die eine parallel, die andere ſenkrecht zur Reflectionsebene wird dann ebenfalls ein gewiſſer Phaſenunterſchied herbeigeführt werden, der von der Größe des Einfallswinkels ε und dem Brechungsverhältniſſe n abhängt. Um jenen Phaſenunterſchied zu ermitteln, nehmen wir unſere oben gefundenen vier Ausdrücke zu Hülfe, nämlich:

$$\frac{n^2+1-2n^2\sin^2\varepsilon}{n^2-1} \text{ und } \frac{2n\sqrt{1-\sin^2\varepsilon}\,.\,\sqrt{n^2\sin^2\varepsilon-1}\,.\,\sqrt{-1}}{n^2-1};$$

ferner:

$$\frac{n^2+1-(n^4+1)\sin^2\varepsilon}{(n^2-1)\,\{(n^2+1)\sin^2\varepsilon-1\}} \text{ und } -\frac{2n\sqrt{(1-\sin\varepsilon)}\sqrt{n^2\sin^2\varepsilon-1}\,.\,\sqrt{-1}}{(n^2-1)\,\{(n^2+1)\sin^2\varepsilon-1\}}.$$

Der Kürze halber ſetzen wir $n^2=a$ und $\sin^2\varepsilon=x$, wodurch jene Ausdrücke beziehungsweiſe in folgende übergehen:

$$\frac{a+1-2ax}{a-1} \text{ und } \frac{2\sqrt{a(1-x)(ax-1)}\,.\,\sqrt{-1}}{a-1};$$

ferner:

$$\frac{a+1-(a^2+1)x}{(a-1)\,\{(a+1)x-1\}} \text{ und } -\frac{2\sqrt{a(1-x)(ax-1)}\,.\,\sqrt{-1}}{(a-1)\,\{(a+1)x-1\}}.$$

Bezeichnet jetzt α die Phaſendifferenz, welche durch die Componenten des nach der Reflectionsebene polariſirten Lichtes, und β die Phaſendifferenz, welche durch die Componenten des gegen die Einfallsebene ſenkrecht polariſirten Lichtes zu Stande kommt; ſo dürfen wir den allgemeinen Interferenzformeln gemäß ſetzen:

$$\cos\alpha=\frac{a+1-2ax}{a-1} \text{ und } \sin\alpha=\frac{\sqrt{a(1-x)(ax-1)}\,.\,\sqrt{-1}}{a-1};$$

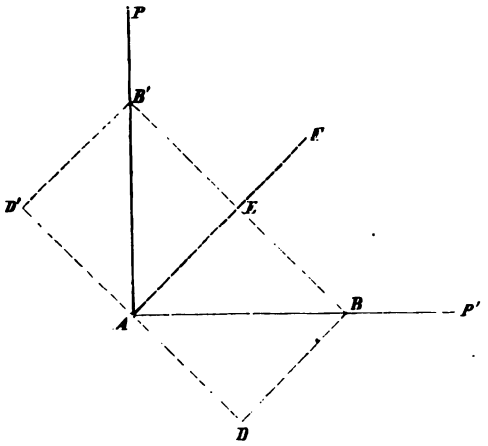
ferner:

$$\cos\beta=\frac{a+1-(a^2+1)x}{(a-1)\,\{(a+1)x-1\}} \text{ und } \sin\beta=\frac{2\sqrt{a(1-x)(ax-1)}\,.\,\sqrt{-1}}{(a-1)\,\{(a+1)x-1\}}.$$

Was nun die relative Phaſendifferenz $\frac{2\pi\delta}{T}$ anlangt, welche aus den beiden reſultirenden Wellenſyſtemen hervorgeht, ſo wird ſolche nach der Formel $\cos\frac{2\pi\delta}{T}=\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$ berechnet. Die letztere Formel liefert, wenn man an die Stelle von $\cos\alpha$, $\cos\beta$,

Parallelepiped mit der im ersten nicht übereinstimmt. Sind die Reflectionsebenen beider Parallelepipede zu einander parallel, so steht die Polarisationsebene des in den geradlinig polarisirten Zustand zurückgekehrten Strahles auf der ursprünglichen Polarisationsebene senkrecht. Dagegen fallen diese beiden Ebenen zusammen, wenn man die Reflectionsebene des zweiten Parallelepipeds gegen die des ersten senkrecht stellt. — Daß die Polarisationsrichtungen des heraustretenden Strahles nach der Einwirkung der zwei Parallelepipede solche sind, wie hier angegeben worden, läßt sich leicht nachweisen. Es sei A (Fig. 214) ein

Fig. 214.



Punkt in der Richtung des einfallenden geradlinig polarisirten Strahles, AP die Richtung der Polarisationsebene, AF jene der Reflectionsebene eines Fresnel'schen Parallelepipeds. Stellt AB die Amplitude der Schwingungen im Lichtstrahle dar, welche senkrecht gegen AP vor sich gehen, und zerlegt man AB in AD und AE; so wird AD um $^1/_4$ einer Undulation verzögert. Nach dem Austritte des Strahles aus dem zweiten Parallelepiped, dessen Reflectionsebene jener des ersten parallel ist, beträgt die Verzögerung von AD eine halbe Undulation. Indem man nun die Componente AD mit der entgegengesetzten AD' vertauscht und letztere mit der Componente AE verbindet, ergibt sich AB' als Schwingungsrichtung und AP' als Polarisationsrichtung des heraustretenden Strahles. Der Winkel PAP' ist ein rechter, da Winkel FAP einen halben Rechten beträgt. Wäre dagegen die Reflectionsebene des zweiten Parallelepipeds auf jener des ersten senkrecht, so würde auch AE um $^1/_4$ einer Undulation verzögert; wodurch der Strahl seine ursprüngliche Polarisationsebene zurück erhält.

Strahl nach zwei totalen Reflectionen circulär polarisirt erscheinen. Bei vier dergleichen Reflectionen wird die Phasendifferenz auf eine halbe Undulation anwachsen, das Licht folglich wieder geradlinig polarisirt sein. Nach sechs Reflectionen steigt der Phasenunterschied auf $^3/_4$ einer Undulation, das Licht erscheint mithin wieder als kreisförmig polarisirtes und zwar links circulär, wenn es vorher rechts circulär war. Bei acht dergleichen Reflectionen tritt es wieder als geradlinig polarisirtes hervor. Die Richtigkeit des hier Gesagten wird aufs Vollständigste durch folgenden Versuch bestätigt, den wir ebenfalls dem Scharfsinne Fresnel's verdanken. — Man lasse (Fig. 213) einen ge-

Fig. 213.

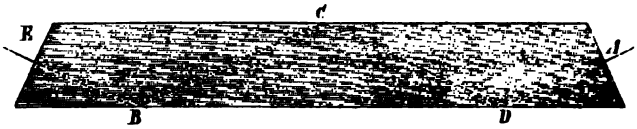
radlinig polarisirten Lichtstrahl auf die Fläche A B eines schiefen Glasparallelepipeds, dessen spitze Winkel B und C 54° betragen, senkrecht einfallen. Der Strahl geht bei E ungebrochen durch, wird bei F und G total zurückgeworfen und bei H senkrecht gegen die Fläche C D durchgelassen. Hat man nun dem Parallelepiped eine solche Stellung gegeben, daß die Reflectionsebene desselben mit der ursprünglichen Polarisationsebene einen Winkel von 45° macht, und untersucht man den aus der Fläche C D austretenden Lichtstrahl mittelst eines analysirenden Doppelspathprismas; so bemerkt man immer zwei Bilder von gleicher Intensität, wie man auch das Prisma drehen mag. Der Lichtstrahl ist mithin nach seinem Austritt aus dem Parallelepiped völlig depolarisirt, d. h. er hat jede Spur von Polarisation verloren. Hierin unterscheidet er sich von dem geradlinig polarisirten Lichte und stimmt mit dem unpolarisirten Lichte überein. — Der in Frage stehende Lichtstrahl ist aber deßhalb noch nicht in den Zustand des unpolarisirten Lichtes zurückgekehrt. Denn läßt man den Strahl auf ein zweites, dem ersten gleiches Parallellepiped senkrecht auffallen, so erleidet er abermals zwei totale Reflectionen und tritt wieder senkrecht zur Fläche heraus. Dieser Strahl hat, wenn man ihn mit dem analysirenden Prisma untersucht, ganz den Charakter eines geradlinig polarisirten. Hierdurch unterscheidet sich der fragliche Strahl von einem unpolarisirten, welcher durch dergleichen totalen Reflectionen in seinen Eigenschaften nicht geändert wird. — Die Rückkehr in den geradlinig polarisirten Zustand erfolgt selbst dann, wenn die Reflectionsebene im zweiten

Wird eine senkrecht auf die Achse zugeschnittene Kalkspathplatte polarisirtem Lichte ausgesetzt, welches vorher durch ein Fresnel'sches Parallelepiped gegangen ist, dessen Reflectionsebene einen Winkel von 45° mit der ursprünglichen Polarisationsebene macht; so erscheint das Kreuz, welches die Ringe in vier Quadranten theilt, nicht mehr schwarz, sondern von einer gleichförmigen mittleren Intensität, das nur noch im Mittelpunkt zwei schwarze Flecke zeigt und die Ringe sind um ihre halbe Breite verschoben, nämlich die in zwei entgegengesetzt liegenden Quadranten vom Mittelpunkt ab, dagegen die in den beiden andern Quadranten nach dem Mittelpunkt hinzu. Bei der Drehung des analysirenden Apparates um den einfallenden Strahl bleibt die Erscheinung ungeändert. — Wendet man das Parallelepiped gegen die andere Seite der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes dergestalt, daß die Reflectionsebene abermals den Winkel von 45° mit jener Ebene bildet; so sind die Erscheinungen in den zusammenstoßenden Quadranten genau verwechselt, oder mit andern Worten, die Erscheinungen sind bloß im Verhältnisse von Rechts zu Links geändert. — Die Erscheinungen in den aneinander grenzenden Quadranten sind bei weißem Licht complementär, weßhalb man in homogener Beleuchtung die bemerkenswerthe Erscheinung sieht, daß der erste Quadrant jedes Ringes hell ist, der zweite schwarz, der dritte hell, der vierte schwarz. — Läßt man das circulär polarisirte Licht, nachdem es aus der Kalkspathplatte getreten ist, ehe es zum Analyseur gelangt, noch einmal durch ein mit dem ersteren übereinstimmend gestelltes Parallelepiped gehen; so erscheinen die Ringe unverändert, aber anstatt des durchscheinenden Kreuzes zeigt sich in der Mitte ein dunkler oder lichter Fleck. Bei dem letzterwähnten Versuche geschieht die Analyse circulär, während sie bei den drei vorhergehenden Versuchen linear ist.

Aehnliche Erscheinungen bieten auch die andern auf die Achse geschnittenen Krystallplatten dar. Doch sind bei circulärem Lichte die Ringe eines negativen Krystalls nicht mehr übereinstimmend mit denen eines positiven, wie dies bei linearer Polarisation der Fall ist. In negativen Krystallen sind die Ringe im zweiten und vierten Quadranten vom Mittelpunkt entfernt, im ersten und dritten ihm genähert; die schwarzen Flecke der halbhellen Theilungslinien liegen im zweiten und vierten Quadranten. In positiven Krystallen dagegen sind die Ringe im ersten und dritten Quadranten vom Mittelpunkt entfernt, im zweiten und vierten ihm näher gerückt; die schwarzen Flecke liegen im zweiten und vierten Quadranten. Dreht man das Fresnel'sche Parallelepiped auf die andere Seite der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes, dergestalt, daß diese Ebene wieder einen Winkel von 45° mit der Re-

Für eine dreimalige totale Zurückwerfung beträgt der berechnete erforderliche Einfallswinkel 69° für Glas von 1,51 Brechungsverhältniß, wenn ein um 45° gegen die Einfallsebene geradlinig polarisirt eintretender Strahl kreisförmig polarisirt erscheinen soll. Die Richtigkeit dieser Berechnung hat Fresnel gleichfalls durch einen Versuch an einem Glastrapezoeder bewährt, an welchem die Eintritts- und Austrittsflächen in entgegengesetzter Richtung gegen die beiden reflectirenden Flächen um 69° geneigt waren. Das geradlinig polarisirte Licht fiel bei A (Fig. 215) senkrecht ein, wurde bei B unter einem Winkel von

Fig. 215.



69° total reflectirt; eine gleiche Zurückwerfung erfuhr das Licht in C und D, worauf es denn bei E senkrecht aus der Fläche heraustrat. Mit einem Kalkspathprisma untersucht gab das Licht stets zwei Bilder von gleicher Intensität, wie man auch das Prisma drehen mochte. — Bei Anstellung dergleichen Versuche bemerkte Fresnel zuweilen schwache Spuren von Färbung in den beiden Bildern. Diese Färbung rührt offenbar von der Verschiedenheit des Werthes von n für die verschiedenen Farbenstrahlen her. Die in einem einfallenden weißen Strahl enthaltenen Farbenstrahlen können nie zugleich die vollständige kreisförmige Polarisation erfahren, weil jeder zu diesem Behufe unter einem andern Winkel einfallen müßte. Die circuläre Polarisation wird also bei Anwendung des zusammengesetzten Lichtes stets nur für einen gewissen Farbenstrahl vollständig sein können. — Um eine möglichst vollkommen kreisförmige Polarisation zu Stande zu bringen, wird man eine solche Polarisation für die mittleren Strahlen zu bewirken suchen und von beiden Winkeln, unter denen sie erfolgen kann, den größeren zu wählen haben. — Die überraschende Uebereinstimmung der Resultate der Berechnung mit denen der Erfahrung über die Umwandlung der geradlinigen Polarisation in kreisförmige durch totale Reflection scheint die Richtigkeit der Ansicht Fresnel's über jene Erscheinung im hohen Grade darzuthun. In dem Act der totalen Reflection wird also der zurückgeworfene Strahl in zwei aufeinander rechtwinklige Bündel von abweichender Phase zerlegt, die gleiche Intensität haben, wenn die ursprüngliche Polarisationsebene um 45° gegen die Einfallsebene geneigt ist. Bei der Wiederzusammensetzung der beiden partiellen Bündel tritt denn die durch die totale Reflection eingeprägte Modification zu Tage.

leger nach der linken Seite drehen, damit die Farben in einer solchen Ordnung aufeinander folgen: man theilt deßhalb die Quarze in *rechts* und *links* drehende ein.

Um die Erscheinung besser analysiren zu können, betrachten wir sie im homogenen Lichte. Man findet dann durch Drehung des Analyseurs zwei diametral gegenüberliegende Stellungen, für welche das Gesichtsfeld dunkel ist und wieder zwei andere von denselben um 90° abstehende, für welche das Licht am intensivsten wird. Hieraus folgt, daß das durch die Krystallplatte hindurchgeleitete geradlinig polarisirte Licht wohl wieder in den Zustand der geradlinigen Polarisation kommt, seine Polarisationsebene aber gegen die ursprüngliche um einen gewissen Winkel gedreht worden ist. Der Drehungswinkel bei gleicher Dicke der Platte nimmt mit der Brechbarkeit des Lichtes zu. Als Werthe der Drehungsbogen für die mittleren Strahlen kann man folgende annehmen: Roth 19°; Orange 21°; Gelb 24°; Grün 28°; Blau 32°; Indigo 36°; Violet 41°. Die hier angegebenen Zahlen beziehen sich blos auf eine Quarzplatte von 1 Millim. Dicke. Die Drehung wächst nämlich mit der Dicke der Platte in demselben Verhältnisse. Sie beträgt demnach 38° für rothes und 82° für violettes Licht in einer 2 Millim. dicken Platte. — Der Farbenwechsel bei Anwendung von weißem polarisirten Lichte läßt sich nun leicht erklären. Denn jedem der homogenen Strahlen, aus welchen das weiße Licht besteht, kommt ein besonderer Drehungsbogen zu. Hat man mithin den Analyseur so gestellt, daß bei Anwendung von homogenem gelben Lichte das Bild die größte Helligkeit haben würde, so wird im weißen Lichte das Bild zwar eine vorwaltend gelbe Färbung zeigen, das angrenzende Grün und Orange werden aber mehr oder weniger einen Einfluß ausüben und die Farbe des Bildes bestimmen. Die hier wahrgenommenen Farben sind also keine reine prismatische, sondern Mischfarben. Im weißen Lichte kann das Gesichtsfeld weder ganz dunkel, noch ganz farblos werden, weil weder das Minimum noch das Maximum für sämmtliche Farben gleichzeitig eintritt. Bei sehr dünnen Platten kann man kaum Spuren von Färbung bemerken. Die Drehungsbogen für die verschiedenfarbigen Strahlen weichen in einem solchen Falle wenig von einander ab, was bewirkt, daß sowohl die Maxima als die Minima aller Strahlen sehr nahe beisammen liegen. Es wird also einerseits die Platte fast ganz farblos erscheinen, und anderseits das Gesichtsfeld fast ganz dunkel sein. Bei sehr dicken Platten bemerkt man ebenfalls keine Färbung, wie denn auch überhaupt keine Aenderung in der Helligkeit bei der Drehung des Analyseurs wahrgenommen wird. Mit zunehmender Dicke der Platte wachsen die Drehungsbogen für alle Farben,

flectionsebene einſchließt; ſo treten die zuletzt beſchriebenen Erſcheinungen bei negativen Kryſtallen, die zuerſt beſchriebenen bei poſitiven ein. Daraus folgt, daß in poſitiven Kryſtallen rechts circuläres Licht in gleicher Weiſe wirkt, wie links circuläres in negativen und umgekehrt. Alle Erſcheinungen kehren ſich genau um, wenn lineares Licht circulär analyſirt wird. — Die ſenkrecht auf die Mittellinie geſchnittenen optiſch zweiachſigen Kryſtalle zeigen ein ähnliches Verhalten. Die Ringe werden in dem nämlichen auffallenden circularen Lichte bei den poſitiven Kryſtallen in denſelben Quadranten dem Mittelpunkt genähert, in denen ſie bei den negativen von dem Mittelpunkt entfernt ſind. Die hellgewordenen hyperboliſchen Aeſte, welche in den ſchwarzen Scheitelflecken ſich zu erkennen geben, ſind nach der einen Seite gelb, nach der andern blau gefärbt. Der negativ zweiachſige Salpeter verhält ſich demnach wie der negativ einachſige Kalkſpath, hingegen der poſitiv zweiachſige Topas wie der poſitiv einachſige Zirkon. — Analyſirt man circular einfallendes Licht circular, ſo zeigen ſich die Lemniscaten ohne Kreuz; und die Mittelpunkte der Ringe erſcheinen nicht als ſchwarze Punkte, ſondern als farbig verlaufende Flecke. — Läßt man circular polariſirtes Licht durch eine ſenkrecht auf die Achſe geſchliffene Quarzplatte gehen, ſo erblickt man mittelſt des Zerlegungsapparates ſtatt der Ringe zwei ineinander gewickelte Spiralen. Bringt man das Parallelepiped in die entgegengeſetzte Lage, ſo wird die Figur herumgedreht. Die Spiralen ſind bei verſchiedenen Quarzplatten theils in derſelben Richtung, theils aber auch in entgegengeſetzter Richtung gewunden.

Schon öfters haben wir Gelegenheit gehabt zu bemerken, daß der Bergkryſtall ein von den übrigen Kryſtallen abweichendes Verhalten im polariſirten Lichte zu erkennen gibt. An einer ſenkrecht auf die Achſe geſchnittenen Platte aus dieſem Körper ſind nur die äußeren Ringe von einem grauen Kreuz durchſchnitten, und es zeigt ſich in der Mitte ein farbiger Fleck, deſſen Farbe bei der Drehung des Analyſeurs wechſelt. Im circularen Lichte erſcheinen die Farbencurven als Spiralen, in dieſen Bergkryſtallen rechts gewunden, in jenen links gewunden. Eine ſenkrecht zur Achſe geſchnittene Quarzplatte auf das Tiſchchen des Polariſationsapparates gelegt, gibt ein Bild mit lebhafter Färbung. Die Farbe geht in eine andere über, wenn der Analyſeur gedreht wird: in keiner Lage des Analyſeurs verſchwindet aber das Bild, oder iſt ungefärbt wie das Tageslicht. Die Farbenveränderungen erfolgen in der Ordnung der prismatiſchen Farben aufeinander. Es laſſen ſich aber dabei zwei Arten von Bergkryſtallplatten unterſcheiden. Bei der einen Art muß man den Zerleger nach der rechten Seite drehen, um jene Farbenfolge zu erhalten; bei der zweiten Art muß man den Zer-

leger nach der linken Seite drehen, damit die Farben in einer solchen Ordnung aufeinander folgen: man theilt deßhalb die Quarze in *rechts* und *links* drehende ein.

Um die Erscheinung besser analysiren zu können, betrachten wir sie im homogenen Lichte. Man findet dann durch Drehung des Analyseurs zwei diametral gegenüberliegende Stellungen, für welche das Gesichtsfeld dunkel ist und wieder zwei andere von denselben um 90° abstehende, für welche das Licht am intensivsten wird. Hieraus folgt, daß das durch die Krystallplatte hindurchgeleitete geradlinig polarisirte Licht wohl wieder in den Zustand der geradlinigen Polarisation kommt, seine Polarisationsebene aber gegen die ursprüngliche um einen gewissen Winkel gedreht worden ist. Der Drehungswinkel bei gleicher Dicke der Platte nimmt mit der Brechbarkeit des Lichtes zu. Als Werthe der Drehungsbogen für die mittleren Strahlen kann man folgende annehmen: Roth 19°; Orange 21°; Gelb 24°; Grün 28°; Blau 32°; Indigo 36°; Violet 41°. Die hier angegebenen Zahlen beziehen sich blos auf eine Quarzplatte von 1 Millim. Dicke. Die Drehung wächst nämlich mit der Dicke der Platte in demselben Verhältnisse. Sie beträgt demnach 38° für rothes und 82° für violettes Licht in einer 2 Millim. dicken Platte. — Der Farbenwechsel bei Anwendung von weißem polarisirten Lichte läßt sich nun leicht erklären. Denn jedem der homogenen Strahlen, aus welchen das weiße Licht besteht, kommt ein besonderer Drehungsbogen zu. Hat man mithin den Analyseur so gestellt, daß bei Anwendung von homogenem gelben Lichte das Bild die größte Helligkeit haben würde, so wird im weißen Lichte das Bild zwar eine vorwaltend gelbe Färbung zeigen, das angrenzende Grün und Orange werden aber mehr oder weniger einen Einfluß ausüben und die Farbe des Bildes bestimmen. Die hier wahrgenommenen Farben sind also keine reine prismatische, sondern Mischfarben. Im weißen Lichte kann das Gesichtsfeld weder ganz dunkel, noch ganz farblos werden, weil weder das Minimum noch das Maximum für sämmtliche Farben gleichzeitig eintritt. Bei sehr dünnen Platten kann man kaum Spuren von Färbung bemerken. Die Drehungsbogen für die verschiedenfarbigen Strahlen weichen in einem solchen Falle wenig von einander ab, was bewirkt, daß sowohl die Maxima als die Minima aller Strahlen sehr nahe beisammen liegen. Es wird also einerseits die Platte fast ganz farblos erscheinen, und anderseits das Gesichtsfeld fast ganz dunkel sein. Bei sehr dicken Platten bemerkt man ebenfalls keine Färbung, wie denn auch überhaupt keine Aenderung in der Helligkeit bei der Drehung des Analyseurs wahrgenommen wird. Mit zunehmender Dicke der Platte wachsen die Drehungsbogen für alle Farben,

folglich auch die Differenzen zwischen den Drehungsbogen je zweier Farben. So kommt es denn, daß bei hinreichender Dicke diese Differenz für zwei bestimmte Farben bis auf 180° anwächst, mithin die Maxima und Minima der betreffenden Farben vollkommen zusammenfallen. Solche Farben werden also immer ihren Einfluß bei der Färbung in gleichem Maße geltend machen, wenn man den Analyseur dreht. Sind nun gedachte zwei Farben complementär zu einander, so werden sie ihrerseits dem Bilde eine weiße Färbung ertheilen, die nur mehr oder weniger intensiv ist: Aehnliches ereignet sich mit den übrigen Farben, mit dem einzigen Unterschiede, daß die letzteren in ihrem Maximum hervortreten, wenn die beiden ersteren in ihrem Minimum sich zeigen, was nothwendigerweise zur Folge hat, daß die Farbe der Platte weiß ist und keine Aenderung der Lichtstärke bei den verschiedenen Stellungen des Analyseurs wahrnehmen läßt. — Es gibt Bergkrystallplatten, welche die Polarisationsebene jeder Lichtsorte rechts, und wieder Andere, welche diese Ebene links drehen. Der bloße Anblick des Krystalls gestattet meistens auf die Richtung der Drehung zu schließen. Es kommen nämlich an den Bergkrystallen häufig trapezförmige Flächen vor, die um den Scheitel der Pyramide immer nach einer Richtung hin liegen, und zwar an gewissen Individuen sämmtlich nach der Rechten, an andern sämmtlich nach der Linken. Individuen der ersten Art sind rechtsdrehend, Individuen der zweiten Art dagegen linksdrehend. — Legt man zwei Platten von gleicher Dicke aufeinander, deren eine rechtsdrehend, die andere linksdrehend ist, so erblickt man im convergirenden polarisirten Lichte ein eigenthümliches Ringsystem, welches unter dem Namen der Airy'schen Spirale bekannt ist. Diese Erscheinung läßt sich auch mit einer einzigen Bergkrystallplatte hervorbringen, wenn man sie auf den horizontalen Spiegel des Nörremberg'schen Polarisationsapparates legt und darüber eine Sammellinse hält.

Die Erklärung der Drehung der Polarisationsebene im Quarz verdanken wir wieder dem genialen Scharfsinn Fresnel's. Er ging dabei zunächst von der theoretischen Betrachtung aus, in Folge derer jeder geradlinig polarisirte homogene Lichtstrahl in zwei entgegengesetzte kreisförmig polarisirte Lichtstrahlen von gleicher Intensität zerlegt werden kann. In der That sind R und R' die beiden unter einem rechten Winkel gegeneinander polarisirten Lichtstrahlen, welche den von der Rechten gegen die Linke kreisförmig polarisirten Lichtstrahl erzeugen und ersetzen können, ferner L und L' die beiden unter einem rechten Winkel gegeneinander polarisirten Lichtstrahlen, welche den von der Linken gegen die Rechte kreisförmig polarisirten Lichtstrahl hervorbringen und vertreten können; a die Vibrationsintensität, endlich x, y, x', y' be-

ziehungsweise die Oscillationsgeschwindigkeiten, welche dem Aethertheilchen durch die Lichtstrahlen R, R', L, L' beigebracht werden; so hat man:

$$x = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{1}{8}\right), \quad y = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{1}{8}\right);$$

$$x' = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{1}{8}\right), \quad y' = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{1}{8}\right).$$

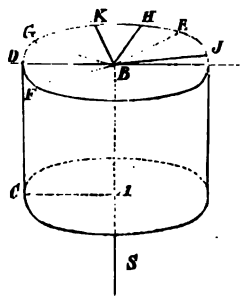
Wenn die gegeneinander rechtwinkligen Schwingungsgeschwindigkeiten x und y allein vorhanden wären, so würden sie den von der Rechten gegen die Linke kreisförmig polarisirten Lichtstrahl von der Intensität $2a^2$ hervorbringen. Deßgleichen würden die Oscillationsgeschwindigkeiten x' und y' für sich den von der Linken gegen die Rechte kreisförmig polarisirten Lichtstrahl von der Intensität $2a^2$ hervorrufen. Durch das gleichzeitige Vorhandensein der vier gleich starken Wellensysteme oder der beiden entgegengesetzten kreisförmig polarisirten Lichtstrahlen, welche an deren Stelle gesetzt werden können, wird die Bewegung des Aethertheilchens wieder geradlinig. Denn durch die Vereinigung der beiden parallelen Geschwindigkeiten x und x' einerseits, wie jener y und y' anderseits ergibt sich:

$$X = a\sqrt{2} \sin 2\pi \frac{t}{T} \text{ und } Y = a\sqrt{2} \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Zwei nach entgegengesetztem Sinne kreisförmig polarisirte Lichtstrahlen von gleicher Intensität lassen sich also ersetzen durch zwei rechtwinklig gegeneinander geradlinig polarisirte Lichtstrahlen, welche genau dieselbe Intensität als die beiden ersten besitzen und deren Phasen einander gleich sind. Zugleich sind die beiden letzten Lichtstrahlen einem einzigen Lichtstrahle von der doppelten Intensität gleich, dessen Polarisationsebene mit denen der beiden Componenten einen Winkel von 45° macht.

Dies vorausgeschickt, geht nun ein geradlinig polarisirter homogener Lichtstrahl durch eine senkrecht gegen die Achse geschnittene Bergkrystallplatte, so wird er bei seinem Eintritte in dieselbe in zwei entgegengesetzt circular polarisirte Bündel zerlegt. Vermöge der eigenthümlichen Beschaffenheit des Krystalls pflanzen sich diese beiden Strahlen mit ungleicher Geschwindigkeit durch die Platte fort, wodurch zwischen ihnen beim Austreten eine gewisse Phasendifferenz hervorgerufen wird, welche bei der Zusammensetzung sich bemerkbar macht. Um den Polarisationszustand des zusammengesetzten Strahles zu erfahren, sei CA (Fig. 216) die Schwingungsebene des senkrecht auf die Bergkrystallplatte einfallenden geradlinig polarisirten Strahles SA. Angenommen, daß innerhalb der Zeit, in welcher das Licht den Krystall, dessen Dicke AB ist, durchläuft, das Theilchen C an der Eintrittsfläche in Folge der Einwirkung des rechts circularen Strahles R eine ganze Schwingung

Fig. 216.



vollendet habe, währ
Richtung schwingent
Einwirkung des lin
nur einen Theil d
hat; so wird das
trittsfläche schon ein
durchlaufen haben,
von R, während
gerade erst zur Be
Der Bogen DE =
raum von L an.

Strahl R in zwei Componenten A und B zer
ebenen BG und BF mit BD einen Winkel
sichtlich ihres Schwingungszustandes um ein
schieden sind. Deßgleichen denke man sich
Componenten A′ und B′ zerlegt, deren Sch
BJ gegen BE unter 45° geneigt sind und e
undulation von einander abstehen. Die Comp
Schwingungsebenen BG und BH sind, haben
übereinstimmende Phasen; sie setzen sich de
Strahl a zusammen, dessen Schwingungsebe
halbirt. Es ist Winkel GBH = Winkel DBE —
folglich Winkel $DBK = \frac{x}{2}$. — Die Compon
aus dem nämlichen Grunde zu einem Stra
Schwingungsebene den Winkel FBJ = F
$= x + 90^0$ halbirt, folglich mit FB den Win
den Winkel $\frac{x}{2}$ einschließt. Die Schwingungs
a und b fallen also zusammen und wir erh
gegengesetzt circularen Strahlen zwei in ein
schwingende Strahlen, die um eine Viertel
verschieden sind, sich folglich zu einem einz
Strahle zusammensetzen, dessen Intensität de
eines einzigen Strahles. — Die Schwingungs
geradlinig polarisirten Strahles ist gegen die
les SA um einen Winkel geneigt, welcher d
raume gleichkommt. Die Stärke der Drehu
hängt von dem Gangunterschiede der beiden
für Platten aus demselben Quarz der Dicke
sein. Ist die Dicke der Platte von solcher

Gangunterschied eine ganze Anzahl von Undulationen beträgt, so wird die Schwingungsebene des austretenden Strahles mit jener des eintretenden zusammenfallen. Die Drehung geht von Rechts nach Links oder von Links nach Rechts, je nachdem der voraneilende Strahl links oder rechts circular polarisirt ist.

Fresnel hat durch einen entscheidenden Versuch nachgewiesen, daß durch den Bergkrystall in der Richtung der Achse ein Strahl in zwei circular entgegengesetzt polarisirte Strahlen zerfällt wird, die sich mit ungleicher Geschwindigkeit fortpflanzen. Er ließ nämlich aus einem Quarz ein Prisma A B C (Fig. 217) schneiden, dessen brechender Winkel

Fig. 217.

A 150° betrug und dessen Flächen A B und A C gleich geneigt gegen die Achse waren. Auf jede Seitenfläche war die Hälfte eines ganz gleichen Prismas gekittet, das aber aus einem entgegengesetzt drehenden Bergkrystall geschnitten wurde, so daß, wenn das mittlere Prisma einem rechts drehenden angehörte, die beiden gleichen einem links drehenden entsprachen. Das Ganze bildete ein Parallelepiped, dessen beiden Flächen D B und E C senkrecht auf der optischen Achse standen. Fällt nun ein Strahl S senkrecht gegen die Fläche D B auf, so würde er, wenn er den gewöhnlichen Brechungsgesetzen gehorchte, gar keine doppelte Brechung erleiden, weil er die drei Prismen in der Richtung der Achse durchläuft. Wird aber der Strahl bei seinem Eintritt in das erste Prisma in zwei kreisförmig und entgegengesetzt polarisirte Strahlen R und L zerlegt, wovon der erstere schneller als der andere sich fortpflanzt; so werden bei dem Uebergange in das zweite Prisma diese beiden Strahlen verschiedene Brechungen erleiden und ihre Rollen vertauschen, indem der schnellere jetzt zum langsamen und der langsame zum schnellen wird. Bei dem Eintritt in das dritte Prisma werden die beiden Strahlen noch mehr von einander getremnt. Und in der That sah Fresnel zwei einen merklichen Winkel miteinander bildende Strahlen heraustreten, wodurch die Doppelbrechung des Quarzes in der Richtung der Achse erwiesen ward. Doch zeigte sich diese Art der Brechung von der gewöhnlichen wesentlich verschieden, indem der eine Strahl sich als ein rechts circular und der andere Strahl sich als ein links circular polarisirter zu erkennen gab.

Kreisförmig polarisirtes Licht kann man auch erhalten, wenn man auf das Tischchen des Polarisationsapparates ein Glimmerplättchen

von solcher Dicke legt, daß der nach dem Hauptschnitte polarisirte Strahl entweder um 1/4 oder 3/4 einer Undulation mehr verzögert wird als der darauf senkrecht polarisirte Strahl. Macht dann der Hauptschnitt eines solchen Plättchens einen Winkel von 45° mit der Polarisationsebene des einfallenden geradlinig polarisirten Strahles, so entstehen durch die Zerlegung des Plättchens zwei gleiche polarisirte Strahlen, welche sich beim Austritte aus dem Krystallplättchen zu einem rechts oder links circular polarisirten Strahl zusammensetzen. Und in der That hat der aus dem Plättchen heraustretende Strahl alle Eigenschaften eines kreisförmig polarisirten Strahles. Denn die Helligkeit des Plättchens ändert sich nicht, wie man den Analyseur auch drehen mag. Kalkspath auf das Plättchen gelegt zeigt Ringe ohne dunkles Kreuz, Salpeter in ähnlicher Weise angewendet gibt Lemniscaten, die ohne alle Spur von hyperbolischen Bündeln sind.

Ein und dasselbe Glimmerplättchen kann eigentlich nur Strahlen von einer bestimmten Gattung zu vollständig circular polarisirten umsetzen. Denn hat das Plättchen gerade eine solche Dicke, daß es für gelbes Licht in den beiden rechtwinklig zueinander polarisirten Strahlen einen Phasenunterschied von einer Viertelundulation bewirkt; so wird dies nicht genau auch für die übrigen Farben der Fall sein. Mehr oder weniger werden immer einige farbige Strahlen der Circularpolarisation entzogen bleiben, die durch das Glimmerplättchen hervorgebracht werden soll, so daß auf diesem Wege circular polarisirtes weißes Licht nicht so vollständig wie mittelst des Fresnel'schen Parallelepipeds gewonnen werden kann. Hat man jedoch ein Glimmerplättchen von einer solchen Dicke gewählt, daß es für gelbes Licht die Circularpolarisation erzeugt; so läßt sich ohne Nachtheil für die meisten Versuche annehmen, daß eine derartige Polarisation sehr nahe auch für die übrigen Farben eingetreten ist.

Bei der Fortpflanzung der kreisförmigen Vibrationen können nicht alle um ihre Gleichgewichtslage schwingenden Theilchen gleichzeitig die nämliche Stellung in ihren kreisförmigen Bahnen einnehmen. Denn offenbar werden die schwingenden Theilchen von der Welle um so eher erreicht, je näher sie dem Ausgangspunkte der Welle liegen; mithin werden die weiter abstehenden Theilchen in einem bestimmten Augenblicke im Vergleich mit den näher liegenden sich in früheren Phasen befinden. Auf diese Weise werden dann alle schwingenden Theilchen eine Schraubenlinie darstellen, die auf der Oberfläche des alle kreisförmigen Bahnen enthaltenden Cylinders liegt und deren Höhe eines Schraubenganges der Wellenlänge entspricht. Denkt man sich nun, daß eine derartige Schraubenlinie sich gleichförmig um ihre Achse dreht

und die Umdrehung in derselben Zeit erfolgt, in welcher auch die Lichtvibration vollendet wird; so hat man eine genaue Vorstellung von der Bewegung und der gegenseitigen Lage der schwingenden Theilchen eines kreisförmig polarisirten Strahles. Das Rechtsgewundensein einer solchen Schraubenlinie bestimmt den Charakter des rechts polarisirten Strahles, das Linksgewundensein der Schraubenlinie den Charakter des links polarisirten.

2. Circularpolarisation durch gepreßte und geglühte Gläser. — Circularpolarisation in Flüssigkeiten. — Soleils Sacharimeter. — Polarisationsphotometer.

Durch Druck oder Abkühlung eines unkrystallisirten Körpers läßt sich unter geeigneten Umständen der linear polarisirte Strahl ebenfalls in einen circular polarisirten verwandeln. Man drücke eine quadratische Glasscheibe mittelst einer Presse zusammen, indem man die Compressionsachse gegen die Ebene der ursprünglichen Polarisation unter einen Winkel von 45° stellt. Das durch die Mitte der Scheibe hindurchgehende Licht erweist sich dann bei einem gewissen Grade der Zusammendrückung als circular polarisirt. Eine senkrecht auf die Achse geschnittene Kalkspathplatte zeigt in dem durch die Mitte des gepreßten Glases gehenden Lichte die Ringe im zweiten und vierten Quadranten vom Mittelpunkt fortgeschoben, im ersten und dritten Quadranten hingegen dem Mittelpunkte näher gerückt. Wendet man die Compressionsachse gegen die andere Seite der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes dergestalt, daß sie mit dieser Ebene wieder einen Winkel von 45° einschließt, so findet gerade die umgekehrte Erscheinung statt.

Combinirt man zwei gepreßte Platten und zwei Nicol'sche Prismen so, daß die aufeinander senkrechten Compressionsachsen der zwischen den gekreuzten Nicols befindlichen Glasplatten mit den Hauptschnitten Winkel von 45° bilden, so zeigt eine zwischen die Glasplatten eingeschaltete Kalkspathplatte die Ringe mit dem schwarzen Fleck in der Mitte. Die complementären Ringe kommen zum Vorschein, wenn die Compressionsachsen der Glasplatten zueinander parallel sind. Die Ringe werden in den vier Quadranten verschoben, wenn man eine Compressionsachse einem Hauptschnitte parallel macht. Man erhält die Erscheinungen im linear polarisirten Lichte, wenn die Hauptschnitte und Compressionsachsen sämmtlich zueinander parallel laufen.

Bringt man eine bis zu einem gewissen Grade zusammengepreßte quadratische Glasscheibe zwischen die gekreuzten Spiegel des Polarisationsapparates, daß die Compressionsachse mit einer der Reflectionsebenen der Spiegel zusammenfällt; so sieht man auf ihr ein schwarzes

Kreuz mit weißen Räumen in den Ecken. der Kalkspathplatte diese vier weißen Räum derselben Diagonale zugehörigen sich gleich v setzt den beiden weißen Räumen der ande anderen Worten, das aus ihnen heraustrete einen Diagonale rechts, in der andern links

Dove kühlte einen Glaswürfel vorsichti den gekreuzten Spiegeln des Polarisationsap dunkles Kreuz und in den vier Ecken Weiß der dem Auge zugewendeten Fläche Winkel v tionsebene bildeten. Das Licht der vier we ganz so wie das Licht der gepreßten Scheibe achse mit der Polarisationsebene zusammenfie Erscheinungen beruhen also darauf, daß dur brechung mittelst der Wärme oder der Zusa des unkrystallisirten Körpers der Phasenunter ten Strahlen auf eine Viertelundulation geb

Die Eigenschaft, die Polarisationsebene zu drehen, hat man auch in verschiedenen Fl Rechtsdrehend sind: Kampherauflösung in Alk Traubenzucker, Runkelrübensaft, Dextrin (S sind: Terpentinöl, Lorbeeröl, Gummi, Aufl der noch nicht fest war. — Bei allen diesen Größe der Wirkung viel geringer als beim der letztere bei einer Dicke von einem Mill 18° bewirkt, bringen jene Flüssigkeiten bei eine Drehung von einem Grade hervor. M keitssäulen von ziemlicher Höhe anwenden, zu machen. Die Flüssigkeiten werden zu di Röhren von 1 bis 6 Decimeter Länge gefüll Glasplatten verschlossen sind und die Röhre Lage in den Polarisationsapparat gebracht.

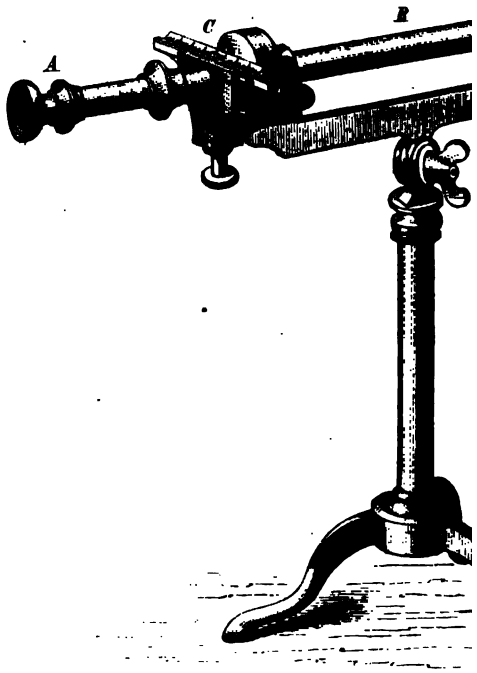
Um die Größe der Drehung der Polari keiten zu ermitteln, hat man auch besondere von Baumgartner angegebene besteht aus ei die zu prüfende Flüssigkeit gefüllt wird und Glasplatte ist, um blos einfarbiges Licht wird durch eine am Boden befindliche Turm Stelle des Analyseurs vertritt eine zweite dem beweglichen Deckel einer an dem obere brachten Fassung eingesetzt ist. Der Deckel f

die Stellung der Turmalinplatte nach Graden eines an der Fassung feststehenden Theilkreises angibt. Als Nullpunkt wird der Punkt angenommen, auf welchem der Zeiger steht, wenn die Achsen der Turmalinplatten unter einem rechten Winkel sich kreuzen. In dieser Lage ist also das Gesichtsfeld dunkel, wenn die Röhre keine Flüssigkeit oder nur eine solche Flüssigkeit enthält, welche keine Drehung der Polarisationsebene hervorzubringen vermag. Besitzt aber die Flüssigkeit in der Röhre das Vermögen, eine derartige Drehung zu erzeugen, so wird das Gesichtsfeld hell und der Analyseur sammt Zeiger muß um einen gewissen Bogen nach rechts oder links gedreht werden, um das Gesichtsfeld wieder dunkel zu machen. Die Anzahl der Grade gibt dann den Winkel an, um welchen die Polarisationsebene des ursprünglichen Strahles gedreht worden ist und die Richtung, in welcher die Drehung geschah.

Will man mittelst eines solchen Instrumentes den Zuckergehalt in Pflanzensäften ermitteln, so muß vorerst der Zusammenhang zwischen dem Drehungswinkel und der Größe des Zuckergehalts in Procenten der zu prüfenden Flüssigkeit auf dem Wege der Erfahrung bestimmt werden. Der Zuckergehalt ist genau dem Winkel proportional, um welchen die Polarisationsebene gedreht wird. Beträgt mithin α den Drehungswinkel für den Zuckergehalt von 1 Procent, so wird der Zuckergehalt von x Procent, den eine Flüssigkeit bei dem Drehungswinkel α' besitzt, durch die einfache Relation: $x = \frac{\alpha'}{\alpha}$ angegeben. — Aus dem bloßen Umstande, ob man den Analyseur rechts oder links gedreht hat, kann man Rohrzucker von dem Traubenzucker unterscheiden. Sehr leicht läßt sich ebenfalls bestimmen, ob bei einer Traubenzucker enthaltenden Flüssigkeit der Zucker künstlich zugesetzt worden oder eine Mitgift der Natur sei, weil der Traubenzucker, welcher einmal fest war, rechtsdrehend ist, der ursprüngliche dagegen linksdrehend wirkt.

Die Bestimmung des Zuckergehaltes in Zuckerlösungen durch Drehung der Polarisationsebene läßt sich leicht und schnell bewerkstelligen mittelst des von Soleil construirten und von seinem Nachfolger Duboscq verbesserten Saccharimeters. In der Figur 218 ist der mit seinem massiven Fußgestell versehene Apparat abgebildet, welchem man durch Drehung sowohl in horizontaler wie in verticaler Richtung jede beliebige Lage geben kann. An dem Apparate lassen sich vier wesentliche Bestandtheile unterscheiden, nämlich: die polarisirende Vorrichtung P, die Röhre R, der Compensator C und die analysirende Vorrichtung A. Um die Zusammensetzung dieser einzelnen Bestandtheile leichter übersehen zu können, dient die Figur 218 a. — Das Tages- oder Lampenlicht tritt durch eine etwa 6 Millimeter weite kreisförmige

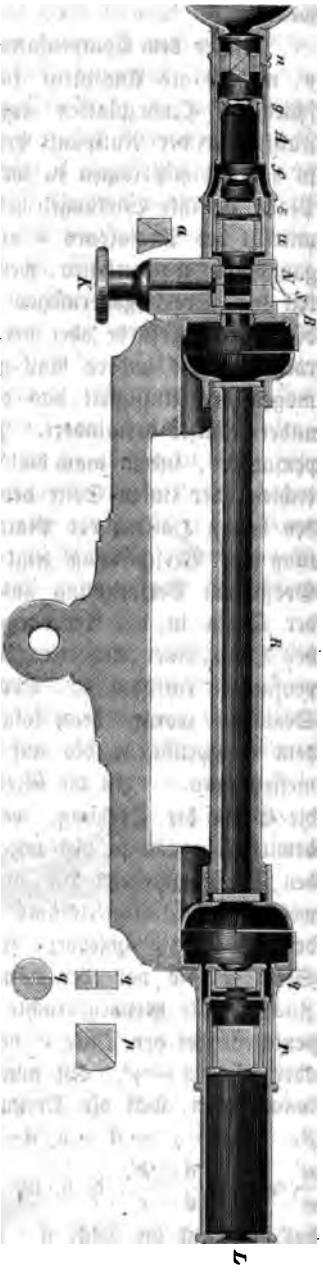
Fig. 218.



Oeffnung L ein, fällt zunächst auf ein polarisi
p, dessen ungewöhnliches Bild so weit von de
abgelenkt wird, daß es außerhalb des Gesich
Das gewöhnlich polarisirte Licht geht hierauf
Quarzplatte q, deren zwei nebeneinander ge
sationsebene gleich aber entgegengesetzt dreh
Millimeter dick; bei dieser Dicke erscheint
parallel gestellten Nicols purpurviolet. Dies
Uebergangsfarbe (teinte de passage) genannt
sehr rasch in Blau oder Roth überzugehen,
Drehung des Ocularnicols die eine Hälfte
die andere eine bläuliche Färbung annimmt.
Hauptschnitt eine verticale Lage hat und du
mentes geht, und die Doppelplatte q, bei de
beiden Hälften dasselbe stattfindet, sind zusa
Hülse gefaßt. — Nach dem Austritt aus de
sirte Lichtstrahl durch die Flüssigkeit, die bezi

ſamkeit, deren Stärke dem Zuckergehalte proportionirt iſt, geprüft werden ſoll. Die Flüſſigkeit wird zu dieſem Behufe in eine etwa 20 Centimeter lange meſſingene Röhre R gefüllt, welche an beiden Enden durch Glasplatten verſchloſſen iſt. In Folge der Drehung der Polariſationsebene, welche die Flüſſigkeit hervorbringt, verſchwindet die Gleichheit der Färbung an der Platte q. — Um jene Gleichheit der Färbung wieder herzuſtellen, läßt man den aus der Flüſſigkeit heraustretenden Strahl durch eine ſenkrecht zur Achſe geſchnittene Bergkryſtallplatte B und dann durch den Compenſateur gehen. Der Letztere beſteht aus zwei länglichen rechtwinkligen Prismen aus Bergkryſtall von gleichem Drehungsvermögen, das aber dem von der Platte B entgegengeſetzt iſt. Die Prismen ſind ſo eingerichtet, daß ſie den Flächen entlang, welche den rechten Winkeln gegenüber liegen, aneinander verſchoben werden können, wobei die Kathetenflächen ſtets einander parallel bleiben: auf dieſe Art bilden ſie eine ſenkrecht auf die Achſe geſchnittene von parallelen Flächen begrenzte Platte, deren Dicke nach Belieben abgeändert werden kann. Das Verſchieben der Prismen wird durch den Knopf K bewerkſtelligt, der auf der Achſe eines Getriebes ſteckt, deſſen Zähne in die Zähne der Rähmchen eingreifen, in welche die Prismen gefaßt ſind. Eine Scala S und ein Nonius N, welche auf den Rähmchen angebracht worden, dienen zur Beſtimmung der Aenderungen der Dicke, welche der Compenſateur durch das Verſchieben erleidet. Die Scala hat zwei Eintheilungen, mit einem gemeinſamen Nullpunkt; die eine Eintheilung von der Linken zur Rechten wird bei den rechtsdrehenden Flüſſigkeiten, die andere von

Fig. 218 a.



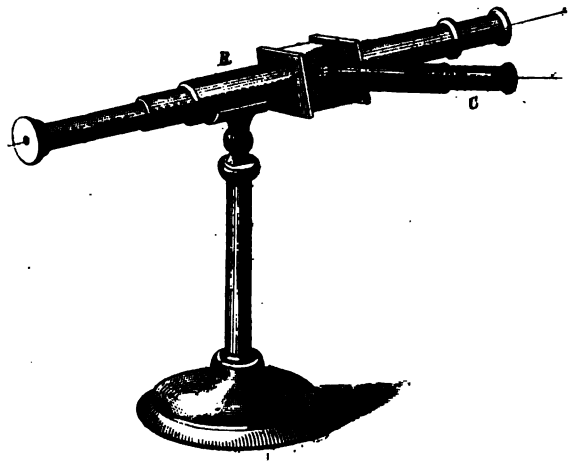
der Rechten zur Linken bei den linksdrehenden Flüssigkeiten angewendet.

Hinter dem Compensateur tritt das Licht in ein Doppelspathprisma a, welches als Analyseur für das durch die Flüssigkeit und die verschiedenen Quarzplatten gegangene polarisirte Licht gebraucht wird. Fällt nun der Nullpunkt des Nonius mit dem der Scala zusammen, so haben die Prismen in ihrer Mitte ganz die nämliche Dicke wie die Platte B; ihre Wirkungen heben sich mithin gänzlich auf und man wird mittelst des Analyseurs a an beiden Hälften der Platte q die Uebergangsfarbe wahrnehmen, wenn die in der Röhre R enthaltene Flüssigkeit kein Drehungsvermögen besitzt. Im entgegengesetzten Falle wird die Uebergangsfarbe aber verschwinden und die eine Hälfte der Platte q roth und die andere blau gefärbt erscheinen, weil das Drehungsvermögen der Flüssigkeit das der einen Hälfte vermehrt und jenes der andern Hälfte vermindert. Man verändert deßhalb die Dicke des Compensateurs, indem man die Prismen mittelst des Getriebes nach der rechten oder linken Seite verschiebt, bis die Gleichheit der Färbung auf den beiden Hälften der Platte q wieder hergestellt wird. — Die Richtung der Verschiebung zeigt der Sinn der Drehung an. Was die Größe der Verschiebung anlangt, so bemerken wir, daß die Theilung der Scala in der Art vorgenommen wird, zufolge derer zehn Theile der Scala einer Aenderung von ein Millimeter in der Dicke des Compensateurs entsprechen. Der Nonius gibt die Zehntel der Theile der Scala an, woraus denn folgt, daß man die Aenderungen der Dicke an dem Compensateur bis auf ein Hundertel eines Millimeters genau messen kann. — Ist die Gleichheit der Färbung eingetreten, so beträgt die Größe der Drehung, welche die Flüssigkeit und der Compensateur bewirken, genau so viel wie die der Krystallplatte B. — Bezeichnet β den Drehungswinkel für die Krystallplatte B; ferner α denjenigen, welcher der Flüssigkeitssäule und γ jenen, welcher dem Compensateur bei der Dicke c angehört; so hat man $\alpha + \gamma = \beta$ oder $\alpha = \beta - \gamma$. Stellt α' die von der nämlichen Flüssigkeitssäule bei einem andern Zuckergehalte hervorgebrachte Drehung dar und γ' die von dem Compensateur bei der Dicke c' bewirkte; so hat man wieder $\alpha' + \gamma' = \beta$ oder $\alpha' = \beta - \gamma'$. Ist nun d die Dicke der Krystallplatte B, so bekommt man, weil die Drehung der Dicke der Platte proportionirt ist: $\beta - \gamma : \beta - \gamma' = d - c : d - c'$, oder $\alpha : \alpha' = d - c : d - c'$; woraus $\frac{\alpha'}{\alpha} = x = \frac{d - c'}{d - c}$: d. h. um die x Procente Zuckergehalt zu ermitteln, hat man nur die Dicke $d - c$ festzusetzen, welche dem Zuckergehalt von 1 Procent entspricht.

Wenn die Flüssigkeit gefärbt ist, so wird die Uebergangsfarbe der Platte q mehr oder weniger modificirt, was denn Ursache ist, daß der Moment der Gleichheit der Färbung minder leicht sich bestimmen läßt. Um nun diesen Farbenton auch bei farbigen Flüssigkeiten zu erhalten, hat Soleil hinter dem Analyseur a in demselben Rohr A eine senkrecht auf die Achse geschnittene Bergkrystallplatte ε, eine biconvexe Linse f, eine biconcave g und ein Nicol'sches Prisma n angebracht. Der aus der Bergkrystallplatte ε und dem Nicol'schen Prisma bestehende Theil des Apparates heißt der Wiederhersteller der empfindlichen Färbung. Das Doppelspathprisma a vertritt nämlich die Stelle des Polariseurs in Bezug auf die Platte ε und das Nicol'sche Prisma n jene des Analyseurs. Durch Drehen des Nicols nach der rechten oder linken Seite vermag man jetzt die durch die Flüssigkeit hervorgerufene Modification des empfindlichen Farbentons gänzlich zu beseitigen und solchen in der Art wieder vollständig herzustellen, wie man ihn bei der Untersuchung nöthig hat. Die beiden Linsen f und g, welche in ihrer Zusammenstellung gleichsam ein kleines Galiläisches Fernrohr bilden, haben keinen andern Zweck, als die beiden Bilder von der Platte q dem Auge des Beobachters in die deutliche Sehweite zu bringen. Man braucht deßhalb blos das kleine Fernrohr mehr oder weniger aus der Röhre herauszuziehen.

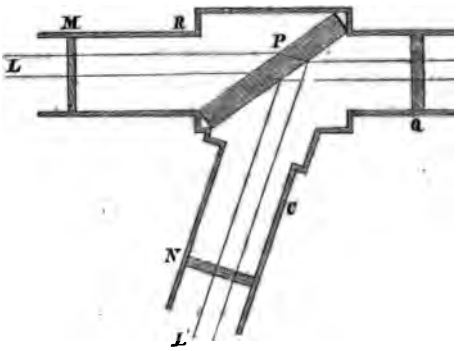
Die in dem Saccharimeter zur Anwendung gebrachte doppelte Bergkrystallplatte von entgegengesetztem Drehungsvermögen macht ebenfalls einen wesentlichen Bestandtheil des von Babinet construirten Polarisationsphotometers aus. Dieser in der Figur 219 abgebildete

Fig. 219.



Apparat, deſſen Inneres die Fig. 219 a darſte
geren Rohr R und einem kürzeren C, ſo daß

Fig. 219 a.



Winkel von 70°50′ miteinander machen, der
als der Winkel, unter welchem das Licht ge
auffallen muß, um in den Polariſationsz
Die Glasplattenſäule P iſt ſo geſtellt, daß d
tretenden Strahlen unter dem Polariſationsw
In Q befindet ſich die erwähnte doppelte L
achromatiſches Kalkſpathprisma, um damit d
gebrachten Färbungen zu beobachten. Die
findlichen mattgeſchliffenen Glasplatten M u
blos zerſtreutes Licht hindurchzulaſſen. — D
tretenden Strahlen der Lichtquelle L werden
polariſirt und laſſen die doppelte Quarzp
Farben erſcheinen, wenn man ſie mit dem
der andern Seite werden die von der zweiten
den Strahlen durch Brechung vollſtändig pol
tion und das durch Refraction polariſirte
polariſirt und verhalten ſich wie unpolariſi
gleichen Quantitäten wirkſam ſind. Die S
noch weiß ſcheinen, wenn die componirenden
ſind, hingegen gefärbt, wenn dies nicht de
mithin nur die eine oder die andere der zu
näher zu rücken oder zu entfernen, bis bei d
lyſeur die Färbung der Quarzplatten verſch
J′ die Intenſitäten der beiden Lichtquellen,
componirenden polariſirten Antheilen propor
a′ die Entfernungen der beiden Lichtquellen

den Moment, in welchem die Färbung im Gesichtsfeld zum Verschwinden kommt; so besteht die Proportion: $J : J' = a^2 : a'^2$, aus der das Verhältniß der Intensitäten abzuleiten ist.

3. Elliptische Polarisation durch Zurückwerfung und durch Brechung.

Elliptisch polarisirtes Licht geht hervor aus dem Zusammenwirken zweier senkrecht aufeinander polarisirten Strahlen von ungleicher Phase und im Allgemeinen auch von ungleicher Intensität. Die elliptische Form der Lichtschwingungen ist allgemeiner als die geradlinige und die kreisförmige, die gleichsam nur als besondere Fälle der elliptischen gelten können. Weil die elliptische Polarisation an weniger bestimmte Verhältnisse gebunden ist, als die beiden andern Arten der Polarisation, so läßt sich erwarten, daß ihre charakterisirenden Merkmale auch weniger bestimmt hervortreten, als Solches bei den zwei andern Arten der Fall ist. Elliptisch polarisirtes Licht wird sich in allen seinen Charakteren mehr dem kreisförmig polarisirten Lichte oder mehr dem geradlinig polarisirten Lichte nähern, je nachdem die Ellipse, in welcher die Schwingungen vor sich gehen, mehr einem Kreise oder einer geraden Linie sich nähert. — Man erhält elliptisch polarisirtes Licht mittelst des Fresnel'schen Parallelepipeds, wenn die Neigung der Polarisationsebene des einfallenden Strahles gegen die Einfallsebene keine 45° beträgt. Die beiden Componenten, in welche die geradlinige Schwingung durch die zwei totalen Reflectionen zerfällt wird, haben alsdann keine gleichen Intensitäten mehr; was macht, daß sie bei demselben Gangunterschiede von einer Viertelwellenlänge sich nicht mehr zu einer kreisförmigen, sondern zu einer elliptischen Schwingung zusammensetzen. Untersucht man einen solchen elliptisch polarisirten Strahl mittelst einer Turmalinplatte, so wird sich zwar die Helligkeit des Bildes bei der Drehung der Platte ändern und in einer gewissen Lage ein Minimum und in der darauf senkrechten ein Maximum werden; nie wird aber das Bild ganz verschwinden, wie es bei dem geradlinig polarisirten der Fall ist. — Die Differenz zwischen den Intensitäten des Maximumbildes und des Minimumbildes wird desto beträchtlicher sich herausstellen, je näher die Polarisationsebene und die Reflectionsebene hinsichtlich ihrer Lage dem Parallelismus kommen, d. h. das elliptische polarisirte Licht dem geradlinig polarisirten Lichte sich nähert; dagegen wird jene Differenz desto geringer ausfallen, je weniger der Winkel, unter welchem die beiden erwähnten Ebenen gegeneinander geneigt sind, von einem halben Rechten abweicht, d. h. je mehr das elliptisch polarisirte Licht dem circular polarisirten Lichte nahe steht.

Das elliptisch polarisirte Licht, obschon es hier sich wie theilweis polarisirtes Licht verhält, ist jedoch von dem letzteren wesentlich ver schieden. Denn läßt man den elliptisch polarisirten Strahl in einen zweiten, dem ersteren gleichen Parallelepiped nochmals zwei totale Re flectionen erleiden, so ist er vollständig zur geradlinigen Polarisatio zurückgekehrt; ein Verhalten, das von dem des theilweise polarisirte Lichtes abweicht. Waren die Reflectionsebenen beider Parallelepipe parallel zu einander, so zeigt sich die Polarisationsebene des in de geradlinig polarisirten Zustand zurückgekehrten Strahles von der an fänglichen Polarisationsebene um das Doppelte des Winkels abgelenk welchen letztere Ebene mit der gemeinschaftlichen Reflectionsebene de Parallelepipede macht. War die Reflectionsebene des zweiten Parallel epipeds senkrecht zu der des ersten, so erlangt der Strahl seine früher Polarisationsebene zurück. Der elliptisch polarisirte Strahl läßt sic demnach wie der circular polarisirte Strahl durch eine bestimmte An zahl von totalen Reflectionen in einen geradlinig polarisirten Strah verwandeln. Zugleich lehren diese Versuche, daß der durch totale Zu rückwerfung bewirkte Phasenunterschied der beiden partiellen Bünde gar nicht von der ursprünglichen Neigung der Polarisationsebene, son dern nur vom Einfallswinkel abhängig ist.

Ein solcher elliptisch polarisirter Strahl kann zwar durch dergleiche totale Zurückwerfungen in einen geradlinig polarisirten Strahl sic umsetzen, niemals vermag er aber auf diesem Wege in einen kreisförmi polarisirten Strahl überzugehen. Denn die relative Intensität beide partiellen Bündel wird durch wiederholte totale Zurückwerfungen in keinerlei Weise geändert, zur circulären Polarisation ist aber die Gleich heit beider partiellen Bündel ein wesentliches Erforderniß. — Bezeichne 1 die Intensität des einfallenden geradlinig polarisirten Strahles und α den Winkel seiner Polarisationsebene mit der Einfallsebene, so wird $\cos^2\alpha$ die Intensität des in der Einfallsebene polarisirten zurückge worfenen partiellen Bündels und $\sin^2\alpha$ die Intensität des senkrech auf die Einfallsebene polarisirten zurückgeworfenen partiellen Bündels ausdrücken. Der Phasenunterschied $\frac{2\pi\delta}{T}$ der beiden partiellen Bündel wird wie bei der circulären Polarisation durch die Relation:

$$\cos\frac{2\pi\delta}{T} = \frac{2n^2\sin^4\varepsilon - (n^2+1)\sin^2\varepsilon}{(n^2+1)\sin^2\varepsilon - 1}$$

bestimmt, wo ε den Einfallswinkel und n das Brechungsverhältniß des Mittels bezeichnet.

Ein geradlinig polarisirter Strahl geht also durch totale Zurück werfung in durchsichtigen Körpern, sei es einmalige oder mehrmals wiederholte, größtentheils in einen elliptisch polarisirten Strahl über.

Nur wenn die Einfallsebene der totalen Zurückwerfung parallel oder senkrecht mit der Polarisationsebene des einfallenden Strahles ist, wird der zurückgeworfene Strahl seinen geradlinigen Polarisationszustand beibehalten. Dagegen wird dieser Strahl die circulare Polarisation erlangen, wenn die Neigung der Polarisationsebene des einfallenden Strahles gegen die Zurückwerfungsebene 45° beträgt, und wenn zugleich die Zurückwerfung unter einem bestimmten vom Brechungsverhältniß des Mittels abhängigen Winkel erfolgt.

Läßt man einen elliptisch polarisirten Strahl durch ein dünnes Krystallplättchen gehen und analysirt ihn dann mit einem doppeltbrechenden Prisma; so liefert er zwei farbige Bilder von Complementärfarben, die aber weder mit denen eines geradlinig polarisirten, noch mit denen eines circular polarisirten Strahles genau übereinstimmen, sondern zwischen beiden inne liegen. — Im elliptisch polarisirten Lichte zeigen sich die Ringe in einer senkrecht auf die Achse geschnittenen Krystallplatte in einem desto höheren Grade verschoben, je näher das elliptische Licht dem circularen Lichte kommt. — Die positiven und negativen einachsigen Krystalle unterscheiden sich abermals, wie dies zu erwarten war, im elliptisch polarisirten Lichte dadurch von einander, daß, wenn für die positiven die Ringe in zwei gegenüberstehenden Quadranten sich dem Mittelpunkte nähern, sie in denselben Quadranten für die negativen sich von dem Mittelpunkte entfernen. — Aehnliches gilt auch für die optisch zweiachsigen Krystalle. Man sieht bei den Letzteren das Verschieben der Ringe recht deutlich, wenn man das vorher einfallende Licht durch die verschiedenen Stufen des elliptischen allmählig in kreisförmiges übergehen läßt. Das geschlossene Kreuz öffnet sich mehr und mehr in aufhellende hyperbolische Aeste, welche im circularen Lichte zuletzt nur an den Scheiteln schwarze Flecken zu erkennen geben. Die Spiralen einer senkrecht zur Achse geschnittenen Bergkrystallplatte sind im elliptisch polarisirten Lichte nicht so vollkommen, wie im circular polarisirten Lichte. Einer oder mehrere der inneren Kreise sind zwar vollständig da, aber verzerrt, und die äußeren Kreise sind in zwei in einander gewickelte Spirale verwandelt.

Elliptisch polarisirtes Licht liefert, wie Airy nachgewiesen hat, der Bergkrystall, wenn der einfallende Strahl unter einem spitzen Winkel gegen die Achse den Krystall durchläuft. Bei dem gewöhnlichen Strahle steht die große Achse der Ellipse senkrecht gegen den Hauptschnitt, während für den ungewöhnlichen Strahl die große Achse in dem Hauptschnitt liegt. Der ungewöhnliche Strahl ist links elliptisch polarisirt, wenn der gewöhnliche Strahl rechts elliptisch polarisirt ist und umgekehrt. Die Ellipsen werden immer gestreckter, in dem Maße der Strahl

von der Achse sich entfernt, so daß bei einer gewissen Entfernung davon die elliptische Schwingung in eine geradlinige übergeht, wie sie denn auch innerhalb der optischen Achse in die kreisförmige sich umsetzt. — Elliptisch polarisirtes Licht verschafft man sich ebenfalls mittelst eines dünnen Glimmerplättchens, wenn man dasselbe auf das Tischchen des Polarisationsapparates bringt. Der auf das Plättchen einfallende geradlinig polarisirte wird in zwei aufeinander senkrecht polarisirte Strahlen zerlegt, so daß wir zwei ungleich intensive Componenten erhalten, wenn die ursprüngliche Polarisationsebene mit dem Hauptschnitt einen von 45° verschiedenen Winkel einschließt. Diese Componenten setzen sich bei gehörigem Gangunterschied zu elliptisch polarisirtem Lichte zusammen.

4. Elliptische Polarisation durch Zurückwerfung an Metallen. — Theoretische Betrachtungen und Erläuterungen der Erscheinungen. — Wirkung der Metalle auf unpolarisirtes Licht. — Reflection des Lichtes an der Oberfläche einiger anderer Körper.

Eine häufigere Ursache der elliptischen Polarisation ist die Zurückwerfung an metallischen Oberflächen, wie zuerst Brewster wahrgenommen hat. Ein geradlinig polarisirter Strahl erlangt durch Zurückwerfung von einer derartigen Oberfläche die elliptische Polarisation, ausgenommen wenn der Einfallswinkel 0° oder 90° beträgt, und wenn die ursprüngliche Polarisationsebene mit der Reflectionsebene parallel ist oder auf ihr senkrecht steht, in welchen Fällen der reflectirte Strahl seinen geradlinigen Polarisationszustand beibehält. Denn bei der Drehung des Analyseurs bringt man einen solchen Strahl niemals gänzlich zum Verschwinden; dann erlangt er durch wiederholte Reflection von Metallen unter gehörigen Einfallswinkeln die geradlinige Polarisation wieder, wobei die Polarisationsebene eine von der früheren verschiedene Lage einnimmt; ferner liefert er, wenn man ihn vor der Analyse mittelst des achromatischen Doppelspathprismas durch ein Glimmerblättchen gehen läßt, zwei farbige Bilder, die von denjenigen verschieden sind, welche das linear und das circular polarisirte Licht hervorbringt. — Die größte Abweichung von der geradlinigen und die größte Annäherung an die kreisförmige Polarisation wird durch eine einmalige Reflection an einer Metallplatte bewerkstelligt, wenn solche bei einem bestimmten Einfallswinkel, dem sogenannten Polarisationswinkel, und unter einer Neigung von 45° der Polarisationsebene gegen die Reflectionsebene vor sich geht. — Unter dem Brechungsverhältniß n der Metalle möge die aus dem Polarisationswinkel P vermittelst der Relation: $n = \operatorname{tang} P$ berechnete Größe verstanden werden. — Der Polarisationswinkel P und das damit zusammenhängende Brechungsver-

hältniß ändert sich mit der Natur des Metalls, wie aus folgender Zusammenstellung ersichtlich ist:

Namen der Metalle.	Polarisationswinkel.	Brechungsverhältniß.
Gold	70° 45′	2,864
Zink	72° 30′	3,127
Silber	73°	3,272
Wismuth	74° 50′	3,689
Stahl	75°	3,732
Spiegelmetall	76°	4,011
Blei	78° 10′	4,773
Quecksilber	78° 27′	4,893

Bei der Zurückwerfung des polarisirten Lichtes von Metallflächen scheinen demnach zunächst solche Umstände obzuwalten, wie bei der totalen Reflection an der Oberfläche durchsichtiger Körper. Wir sagen also erstens, durch Zurückwerfung an Metallflächen wird der auffallende geradlinig polarisirte Strahl in zwei Componenten zerlegt, eine in der Reflectionsebene, die andere senkrecht darauf; zugleich wird dabei in den Componenten ein von dem Einfallswinkel ε und dem Brechungsverhältniß n abhängiger Phasenunterschied $\frac{2\pi\delta}{T}$ herbeigeführt. Der Umstand, daß bei Einfallswinkeln, die sich 0° oder 90° nähern, die elliptische Polarisation unmerklich wird, ein Ergebniß, das mit dem Ausspruche der bei der Circularpolarisation aufgestellten Formel:

$$\cos\frac{2\pi\delta}{T} = \frac{2n^2\sin^4\varepsilon - (n^2+1)\sin^2\varepsilon + 1}{(n^2+1)\sin^2\varepsilon - 1} \ldots\ldots F,$$

im vollkommensten Einklange steht, führt uns auf den Gedanken, diese Formel auch bei der Zurückwerfung des Lichtes an Metallflächen zur Anwendung zu bringen. Einer solchen Annahme Geltung zu verschaffen, dient die von Brewster wahrgenommene Thatsache, in Folge derer ein geradlinig polarisirter Strahl, dessen ursprüngliche Polarisationsebene mit der Reflectionsebene einen Winkel von 45° einschließt und der unter dem Polarisationswinkel auf eine Metallplatte fällt, nach einer abermaligen Zurückwerfung von einer zweiten Platte desselben Metalls den Charakter der geradlinigen Polarisation beibehält, wofern die zweite Zurückwerfungsebene parallel oder rechtwinklig zu der ersten ist. Unsere Formel (F) verwandelt sich nämlich vermöge der allgemeinen Relation $\operatorname{cotg}\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos A}{1-\cos A}}$ in folgende:

$$\operatorname{cotg}\frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi\delta}{T} = \frac{\sin\varepsilon}{\cos\varepsilon}\cdot\frac{n\sin\varepsilon}{\sqrt{1-n^2\sin^2\varepsilon}}\cdot\sqrt{-1};$$

oder, wenn $n\sin\varepsilon = \sin\beta$ gesetzt wird, in die gleichgeltende:

$$\operatorname{cotg}\frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi\delta}{T}=\operatorname{tang}\varepsilon\,.$$

wo $\sqrt{-1}$ durch das in $\operatorname{tang}\beta$ enthaltene kommt. — Setzt man weiter $\frac{2\pi\delta}{T}=90^0-$

$$\operatorname{tang}\varphi=\operatorname{tang}\left(45^0-\frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi\delta}{T}\right)=$$

$$=\frac{1-\operatorname{tang}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi\delta}{T}}{1+\operatorname{tang}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi\delta}{T}}=$$

$$=\frac{\sin\varepsilon\sin\beta-\cos}{\sin\varepsilon\sin\beta+\cos}$$

welcher Ausdruck mit demjenigen übereinstim herbeigeführte Phasendifferenz aus seinen Beob

Aus der Relation: $\operatorname{cotg}\frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi\delta}{T}=\operatorname{tang}\varepsilon$

den Relationen: $\operatorname{tang}\varphi=-\frac{\cos(\varepsilon+\beta)}{\cos(\varepsilon-\beta)}$ u

gibt sich bei dem Polarisationswinkel nach ei bei allen Metallen eine Phasendifferenz von lation. Nach zwei solchen Reflectionen erhöh eine halbe Undulation, wodurch der geradlinig herbeigeführt wird.

Wenn die Neigung der Polarisationseb fungsebene 0^0 oder 90^0 ist, welchen die Ir polarisirten Strahles bei demselben Einfallswi einander ab. Ueberhaupt erreicht bei einer dieser zwei Ebenen von 0^0 bis 360^0 die ellip ihr Maximum und viermal ihr Minimum. der Zurückwerfung des Lichtes von Metallf Vorgänge stattzufinden, wie bei der partiellen fläche durchsichtiger Körper. Wir sagen also ponenten, welche an den Metallflächen aus geradlinig polarisirten Strahles hervorgehen artigen Act ungleiche Schwächungen. Der Schwächung in dem Componenten statt, so n unter dem Polarisationswinkel mit der Neig sationsebene gegen die Reflectionsebene einfäl nach einer einmaligen Reflection an den M polarisirten Strahl zusammensetzen, indem zu ein Phasenunterschied von einem Viertel einer

kreisförmige Polarisation ist aber nicht vorhanden, sondern eine elliptische; folglich müssen die beiden Componenten ungleiche Intensitäten haben.

Dies vorausgeschickt, betrachten wir jetzt einen geradlinig polarisirten Strahl, dessen Polarisationsebene einen Winkel von 45° mit der Reflectionsebene macht. Bei seiner Zurückwerfung an der Metallfläche zerspaltet sich also wie gesagt der Strahl in zwei Componenten, von denen die eine parallel mit der Reflectionsebene, die andere senkrecht gegen dieselbe ist und zwischen denen der Phasenunterschied $\frac{2\pi\delta}{T}$ eintritt. Außerdem erleidet jede der beiden Componenten eine Schwächung in ihrer Amplitude a, deren Verhältniß bei der mit der Reflectionsebene parallelen Componente mit p und bei der zu dieser Ebene normalen Componente mit s bezeichnet werden mag. — Es sei nun x die Entfernung des Aethertheilchens von seiner Gleichgewichtslage in der Richtung parallel mit der Reflectionsebene und y die Entfernung des Theilchens in der darauf senkrechten Richtung. Man hat alsdann

$$x = a\,p\,.\,\sin\frac{2\pi t}{T} \text{ und } y = a\,s\,.\,\sin\frac{2\pi}{T}(t+\delta).$$

Die Elimination von t liefert für die Bahn des schwingenden Theilchens die Gleichung:

$$p^2\,y^2 + s^2\,x^2 - 2\,p\,s\,.\,x\,y\,.\,\cos\frac{2\pi\delta}{T} = p^2\,s^2\,a^2\sin^2\,.\,\frac{2\pi\delta}{T},$$

welche einer Ellipse angehört. — Für $\frac{2\pi\delta}{T} = m\,\pi$, wo m irgend eine ganze Zahl bedeutet, geht die Ellipse in eine gerade Linie über, welche $y = \mp\frac{s}{p}x$ zur Gleichung hat. Hiernach ergibt sich für die Tangente des Winkels, welchen diese Linie mit der Normale auf der Reflectionsebene macht, oder für die Tangente des ihm gleichgeltenden Winkels α, den die neue Polarisationsebene mit der Reflectionsebene einschließt, der Ausdruck: $\text{tang}\,\alpha = \mp\frac{p}{s}$. — Wenn derselbe Strahl von einer zweiten Fläche des nämlichen Metalls unter dem nämlichen Einfallswinkel reflectirt wird, so daß beide Zurückwerfungsebenen parallel sind; so werden die Amplituden der beiden reflectirten Strahlen $p^2\,a$ und $s^2\,a$ sein und die Phasendifferenz derselben $\frac{4\pi\delta}{T}$ betragen. Die Bahn, welche das Aethertheilchen beschreibt, hat zur Gleichung:

$$p^4\,y^2 + s^4\,x^2 - 2\,p\,s^2\,x\,y\cos\frac{4\pi\delta}{T} = p^4\,s^4\,a^2\sin^2\frac{4\pi\delta}{T}.$$

Die Ellipse verwandelt sich wieder in eine gerade Linie, wenn $\cos\frac{4\pi\delta}{T} = \mp 1$ ist. Die Neigung α der neuen Polarisationsebene

gegen die Reflectionsebene wird durch die Re
bestimmt. — Nach den Beobachtungen Brewster
unter dem Polarisationswinkel mit der Neigu
risationsebene gegen die Reflectionsebene auf
die negative Neigung seiner Polarisationsebe
von der zweiten der ersten parallelen Platte
talle durch die Werthe angegeben, welche die m
der untenstehenden Zusammenstellung enthäl
Schwächungen der Amplituden, welche durch
Polarisationswinkel die beiden Componenten
Quadratwurzel aus der Tangente der wied
Polarisation bestimmt und ist in der mit $\frac{p}{s}$ ü
Tabelle enthalten:

Namen der Metalle.	Werthe von α.
Blei	11°
Stahl	17
Zink	19
Spiegelmetall	21
Wismuth	21
Queckſilber	26
Gold	35
Silber	39° 48′

Die Anordnung der Metalle in Bezug auf
andere als die hinsichtlich ihres Brechungsver
Blei ein größeres Brechungsverhältniß als
letzteren Metall der Werth von $\frac{p}{s}$ jenen bei

Wenn ein Strahl unter der Neigung von
ebene unter andern Winkeln als dem Polarisa
Platten zurückgeworfen wird, so kann er bei
dergleichen Reflectionen wieder in den gera
versetzt werden. Bezeichnet r die kleinste Anz
Reflectionen und α die Neigung der wiederh
ebene gegen die Zurückwerfungsebene; so wir
s entsprechende Verhältniß der Schwächu
$\frac{p}{s} = \sqrt[r]{\text{tang } \alpha}$ gegeben. Folgende Tabelle enth
von $\frac{p}{s}$ für die verschiedenen Einfallswinkel be
lage der von Brewster gemachten Beobachtun

Einfallswinkel.	Zahl der Reflectionen.	Neigung der Polarisationsebene.	Werthe von $\frac{p}{s}$.
75°	2	17°	0,55
83° 30′	4	11° 30′	0,67
85° 45′	6	9° 30′	0,74
60°	4	11° 30′	0,67
51° 20′	6	9° 30′	0,74

Es correspondiren demnach zwei Einfallswinkel, bei denen die Phasenunterschiede sich zu 180° ergänzen und deren einer oberhalb des Polarisationswinkels und der andere unterhalb dieses Winkels liegt, in der Weise zu einander, daß sie gleiche Neigungen für die wiederhergestellte Polarisationsebene geben. Zugleich folgt daraus, daß die Verhältnisse der Schwächung bei solchen zwei Einfallswinkeln sich gleich sind.

Der durch Zurückwerfung an einer Metallplatte unter der Neigung von 45° gegen die Reflectionsebene bei dem von dem Polarisationswinkel verschiedenen Einfallswinkel ε entstandene elliptisch polarisirte Strahl setzt sich an einer zweiten Platte des nämlichen Metalls durch eine der ersteren parallelen Zurückwerfungsebene bei dem Einfallswinkel ε' wieder zu einem geradlinig polarisirten Strahl um, wenn die Einfallswinkel ε und ε' solche sind, bei denen die Phasenunterschiede sich zu einer halben Undulation ergänzen. Da bei dergleichen Einfallswinkeln dieselbe Schwächung eintritt, so wird das Verhältniß der Schwächung der einmal unter der Incidenz ε und das anderemal unter der Incidenz ε' reflectirten Strahlen gleich $\left(\frac{p}{s}\right)^2$ seyn. Die wiederhergestellte Polarisationsebene bildet mit der Reflectionsebene den Winkel α, welcher durch die Gleichung $\text{tang}\,\alpha = -\left(\frac{p}{s}\right)^2$ gegeben ist. Wäre demnach das Verhältniß der Schwächung $\frac{p}{s}$ für die verschiedenen Incidenzen an den Metallen bekannt, so ließe sich leicht die Neigung der wiederhergestellten Polarisationsebene berechnen. Nachstehende Tabelle enthält einige für Stahlplatten nach dieser Formel berechnete Neigungen, welche von den in Brewsters Versuchstabelle mitgetheilten nicht bedeutend abweichen.

Einfallswinkel.	Wiederherstellungswinkel.	Werthe von $\frac{p}{s}$.	Neigung.
83° 30′	60° 20′	0, 67	24° 10′
85° 45′	54° 24′	0, 74	28° 42′
68°	80°	0, 58	18° 36′
77°	72°	0, 63	21° 39′

Wir gehen jetzt zu dem Fall über, in welchem der ursprünglich polarisirte Strahl bei der Neigung φ gegen die Reflectionsebene von Platten

[redacted]

ſation die Gleichung: tang $\beta = \mp$ tang

das untere Zeichen gilt, je nachdem di

r mal genommene Phaſendifferenz $\frac{2\pi}{T}$

Vielfache einer halben Undulation beträgt

d. h. gleich der Tangente des Winkel

geſtellte Polariſationsebene für den Fall

von 45° geneigt iſt; ſo bekommt man

Formel ſchon Brewſter aus ſeinen Beo

Wir kommen nunmehr zu dem d

ſprünglich geradlinig polariſirte Strahl

Reflectionsebene unter irgend einem E

tallfläche reflectirt iſt, hierauf von einer

zurückgeworfen wird, dergeſtalt daß die

erſten Reflectionsebene einen Winkel Ψ

den Wiederherſtellungswinkel oder den

Fläche anzugeben, bei welchem der Str

iſt. Um dahin zu gelangen, ſtellen

Es ſei PP′ (Fig. 220) die urſprüngli

die darauf Senkrechte AB die Richtung

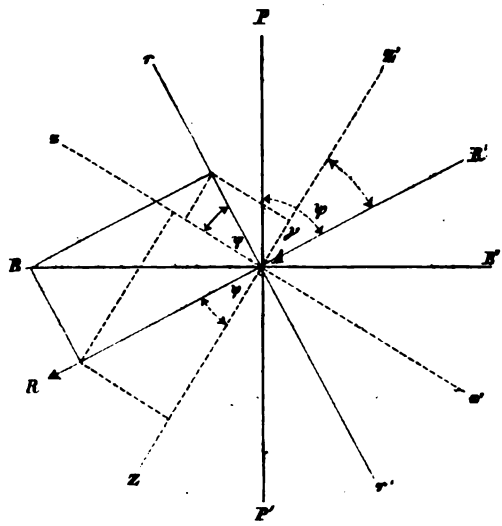
wegung vor ſich geht; RR′ ſei die er

mit der Polariſationsebene den Winkel

Zurückwerfungsebene, welche mit der

Die urſprüngliche Bewegung in der

Fig. 220.



beiden Bewegungen nach A Z sowohl, wie die beiden Bewegungen nach A z setzen sich zu einer neuen Bewegung zusammen, wobei es denn geschieht, daß die beiden resultirenden Bewegungen nach A Z und A z nicht mehr denselben Phasenunterschied δ nach der zweiten Zurückwerfung haben, welchen die unzerlegten Componenten nach A R und A r hatten. Die Frage wäre also zunächst, den geänderten Phasenunterschied $\frac{2\pi\delta_1}{T}$ zu ermitteln. Die Componenten P und S nach den Richtungen A R und A r bei der ersten Zurückwerfung sind:

$$P = p \,.\, \sin\varphi \,.\, \cos 2\pi \frac{t}{T} \text{ und } S = s \,.\, \cos\varphi \,.\, \cos\frac{2\pi}{T}(t+\delta),$$

wo p und s wieder durch den Einfallswinkel ε gegeben sind, unter welchem die Zurückwerfung erfolgt. Durch Zerlegung der Bewegungen von P und S nach den Richtungen A Z und A z erhält man, wenn die Componenten mit P' und S' bezeichnet werden:

$$P' = p \sin\varphi \,.\, \cos\Psi \cos\frac{2\pi t}{T} - s\cos\varphi \,.\, \sin\Psi \cos\frac{2\pi}{T}(t+\delta);$$

$$S' = p \sin\varphi \,.\, \sin\Psi \cos\frac{2\pi t}{T} + s\cos\varphi \,.\, \cos\Psi \,.\, \cos\frac{2\pi}{T}(t+\delta).$$

Setzt man jetzt $P' = A\cos\frac{2\pi}{T}(t+\Delta)$, und $S' = A'\cos\frac{2\pi}{T}(t+\Delta')$, so hat man zur Bestimmung der Größen A, A', Δ und Δ' folgende vier Gleichungen:

$$p \sin\phi \,.\, \cos\Psi - s \cos\phi \,.\, \sin\Psi \,.\, \cos\frac{2\pi}{T}$$

$$s \cos\phi \,.\, \sin\Psi \,.\, \sin\frac{2\pi\delta}{T} = -A$$

und $$p \,.\, \sin\phi \,.\, \sin\Psi + s \cos\Psi \,.\, \cos\phi \,.\, \cos\frac{2\pi}{T}$$

$$s \cos\phi \,.\, \cos\Psi \sin\frac{2\pi\delta}{T} = A'$$

Daraus ergibt sich:

$$\text{tang}\,\frac{2\pi\Delta}{T} = \frac{s \cos\phi \,.\, \sin\Psi}{s \cos\phi \,.\, \sin\Psi \,.\, \cos\frac{2\pi}{T}}$$

$$\text{und tang}\,\frac{2\pi\Delta'}{T} = \frac{s \cos\phi \,.\, \cos\Psi \,.}{s \cos\phi \,.\, \cos\Psi \,.\, \cos\frac{2\pi}{T}}$$

Die beiden letzteren Gleichungen dienen zur B
schiedes $\frac{2\pi\delta,}{T}$ der beiden Strahlen und gebe
gesetzt wird:

$$\text{tang}\,\frac{2\pi\delta,}{T} = \text{tang}\,\frac{2\pi}{T}(\Delta - \Delta') =$$

$$= \frac{\sin 2\pi}{\sin 2\gamma \,.\, \cos 2\Psi \,.\, \cos}$$

Diese Gleichung verwandelt sich für $\Psi = 0$
sein muß. — Um das theoretische Resultat n
sammen zu halten, nehmen wir eine von
angestellte Versuchsreihe zur Hand. Der St
45° gegen die Reflectionsebene geneigt und w
Einfallswinkeln, nämlich 80° und 68° geprüf
werfungsebene verschiedene Winkel mit der
liegenden Falle war demnach $\phi = 45°$
Schwächung $\frac{p}{s} = 0{,}58$, zu welchem der Hü
hörte. — Dieser Versuchsreihe wollen wir vie
und für solche die Wiederherstellungswinkel ε
fallswinkel ε', unter denen der Strahl auf
muß, um in den gewöhnlichen Polarisatio
werden. Die Neigungen Ψ der zweiten Refl
nebst den mit den Einfallswinkeln ε von

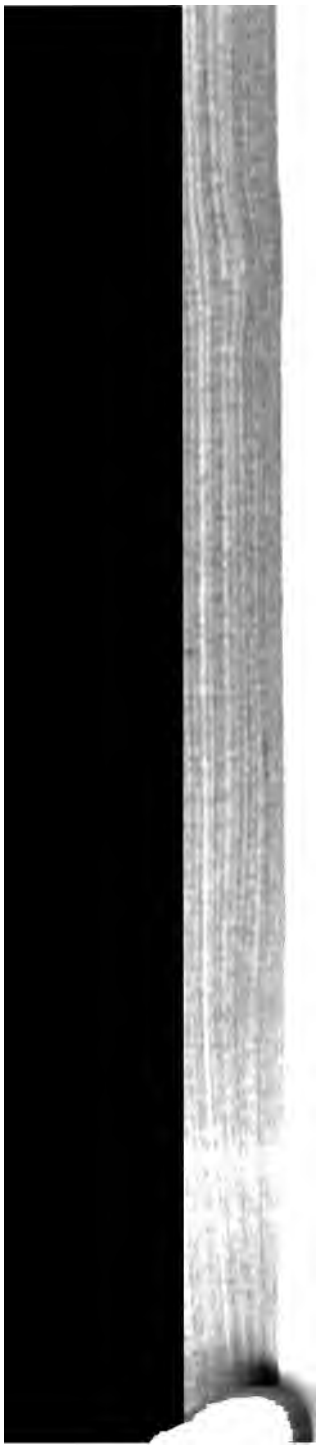
Brechungsverhältnisses $r = 3{,}732$ gegebenen Bestimmungsstücken β, $\frac{2\pi\delta}{T}$ sind in der hier unten stehenden Tabelle zusammengestellt. In dieser Tabelle sind zugleich mit aufgenommen worden die erforderlichen Hülfsgrößen $\frac{2\pi\delta_1}{T}$, $\frac{2\pi\delta'}{T}$ zur Berechnung der Wiederherstellungswinkel ε', neben denen der Vergleichung halber die beobachteten Wiederherstellungswinkel stehen.

ψ.	ε.	β.	$\frac{2\pi\delta}{T}$	$\frac{2\pi\delta_1}{T}$	$\frac{2\pi\delta'}{T}$	Berechnete ε'.	Beobachtete ε'.
$22\frac{1}{2}^0$	80°	15° 18′	65°	97° 3′	82° 57′	76° 42′	73° 40′
$33\frac{3}{4}^0$	80°	15° 18′	65°	112° 9′	67° 51′	79° 32′	77° 00′
$22\frac{1}{2}^0$	68°	14° 23′	115°	127° 57′	52° 3′	82° 27′	81° 00′
$33\frac{3}{4}^0$	68°	14° 23′	115°	127° 24′	52° 36′	82° 26′	80° 15′

Die Uebereinstimmung zwischen den Resultaten der Rechnung und den Beobachtungen kann als eine befriedigende angesehen werden, namentlich wenn man berücksichtigt, welche Schwierigkeiten die genaue Bestimmung der Neigungen der Ebenen zueinander und der Einfallswinkel hat.

Der Polarisationswinkel wie der Wiederherstellungswinkel ändert sich mit der Farbe des Strahles. So fand Brewster bei Versuchen mit homogenem Lichte mit Silber den Polarisationswinkel 73° für die gelben, 70° für die blauen und 75° für die rothen Strahlen. Hiernach wären denn die Metalle stärkerbrechend für rothes Licht als für blaues, zeigen also ein von dem der durchsichtigen Körper verschiedenes Verhalten. Auf diese Weise geschieht es auch, daß im reflectirten polarisirten Lichte an polirten Metallflächen besondere Farbenphänomene hervortreten. Man analysire das zweimal unter einem bestimmten Winkel von zwei Silberplatten reflectirte polarisirte Licht mittelst eines Prismas aus Doppelspath, indem man den Hauptschnitt des Prismas jedesmal in die Lage bringt, in welcher das ungewöhnliche Bild ein Minimum ist. Man findet dann, daß bei der Incidenz von 70° die blauen Strahlen verschwinden und die rothen zurückbleiben; daß bei der Incidenz von 75° die rothen Strahlen wegfallen und die blauen sichtbar werden; daß bei der Incidenz von 73° die gelben weggehen und die rothen mit den blauen zusammen wirksam sind. Bei andern Einfallswinkeln wird bald diese, bald jene Farbe in dem ungewöhnlichen Bilde vorherrschen. Demgemäß zeigt sich im weißen Lichte nach zwei Reflectionen bei einem Einfallswinkel von 64° ein blasses Gelb, bei 68° Orangegelb, bei 76° blasses Blau, bei 78° Bläulichweiß.

Ein unpolarisirter einfallender Strahl läßt sich aus zwei Bündeln von gleicher Intensität zusammengesetzt betrachten, deren eines um + 45°, das andere um — 45° gegen die Einfallsebene polarisirt ist.



Jedes partielle Bündel, das unter dem Wink
risation auf die Metallplatte fällt, wird
Modificationen erfahren, wie ein polarisirter
tionsebene unter einem Winkel von 45° gege
neigt ist. Aus der Vereinigung beider gleich
muß folglich ein elliptisch polarisirter Strahl
That gibt sich der reflectirte Strahl bei der
dischen Spath als einen derartigen polarisi
Diese Erscheinung wird an jedem Metalle b
genommen; sie erfolgt aber am vollständigste
winkel. Die stärkere polarisirende Wirkung
hervor, welche den größeren Polarisationswink
mithin stärker als Silber.

Durch mehrere successive Reflectionen v
unpolarisirte Strahl in der Art modificiren,
als vollständig polarisirt gelten kann. Bei
das von einer in 2½ Meter Entfernung auf
kommende Licht merklich vollständig in der E
acht Zurückwerfungen bei 60° Incidenz. Bei
beim Silber dagegen eine größere Anzahl
forderlich. Auch änderte sich die Zahl der
Einfallswinkel, um eine solche Polarisatio
Polarisationsebenen der beiden den unpolari
setzenden partiellen Bündel, deren eines um
— 45° gegen die Einfallsebene polarisirt ist
Zurückwerfung der Reflectionsebene näher,
Anzahl dergleichen Zurückwerfungen die Neig
tionsebenen gegen diese Ebene merklich Null

Das auf Metallflächen einfallende Licht
mehr oder weniger polarisirt; es kann daher
der Analyse eines solchen Lichtes durch der
ungleichen Annäherung der verschiedenfarbigen
sationszustand die eine oder die andere Farbe
Zu dieser Klasse von Phänomenen gehört di
mene Farbenerscheinung bei der Analyse der
wenn dieselben durch die zwischen einer Glas
spiegel befindliche Luftschichte erzeugt werden.
diese Weise gebildeten Ringe vermittelst eine
haben bei senkrecht einfallendem Lichte beide
Wird der Einfallswinkel ein anderer, so w
und nach schwächer und verschwindet endlich

von 54°, d. h. bei dem Winkel der vollständigen Polarisation des Glases, wenn der Hauptschnitt des Prismas mit der Zurückwerfungsebene parallel läuft oder auf ihr senkrecht steht. Bei kleineren Einfallswinkeln zeigt sich das Bild von Neuem, jedoch mit der bemerkenswerthen Eigenthümlichkeit, daß die Farben der Ringe nun die complementären von denen sind, welche das nicht verschwundene Bild bei der vollständigen Polarisation hatte. Erschien z. B. für das bloße Auge und für eine gewisse Annäherung der Linse an den Spiegel der Centralfleck der Ringe roth, so zeigen sich jetzt im Kalkspath zwei Flecke, ein rother und ein grüner und so für alle übrigen Theile der Ringe, welche Farbe sie auch ursprünglich haben mögen. Die Strahlen, welche die Ringe zwischen der Glaslinse und dem Metallspiegel bilden, besitzen also bei senkrechter Incidenz alle Kennzeichen des unpolarisirten Lichtes; bei Einfallswinkeln, die zwischen 90° und 54° liegen, den Charakter des unvollständig polarisirten Lichtes; bei dem Einfallswinkel von 54° alle Eigenschaften des vollständigen polarisirten Lichtes; bei Einfallswinkeln unter 54° erleiden sie dagegen eine besondere Modification, durch welche sie sich sowohl vom polarisirten als vom unpolarisirten Lichte unterscheiden.

Durch umfassende mit großer Sorgfalt von dem französischen Physiker Jamin ausgeführte Untersuchungen hat sich unzweifelhaft herausgestellt, daß nicht blos bei der Reflection an Metallen, sondern auch bei der Reflection an mehreren anderen Substanzen die geradlinige Polarisation des einfallenden Strahles in eine elliptische verwandelt wird. Zwischen den beiden Componenten des reflectirten Bündels, die eine parallel, die andere senkrecht zur Zurückwerfungsebene genommen, wird demnach in den meisten Fällen ein Gangunterschied herbeigeführt, der nur in seltneren Fällen sich auf Null reducirt und den Charakter der Polarisation unverändert läßt. Bei dieser an der Lichtreflection erkannten Wirkungsweise lassen sich die Substanzen gleichsam in zwei Klassen theilen. Die zu einer Klasse gehörigen Substanzen rücken nämlich die in der Einfallsebene polarisirte Componente vor, während dies bei den Substanzen, welche zu der zweiten Klasse gehören, mit der auf jener Ebene senkrecht polarisirten Componente geschieht. Man kann deßhalb die einen positiv reflectirende, und die anderen negativ reflectirende Substanzen nennen. — Hinsichtlich der Stärke des Vermögens, die geradlinige Polarisation in eine elliptische umzusetzen, stehen die Metalle oben an, indem sie bei allen Incidenzen von der lothrechten bis zur streifenden eine derartige Wirkungsweise zu erkennen geben. Bei dem Haupteinfallswinkel oder Polarisationswinkel oder dem Winkel des Polarisationsmaximums, der sich mit reflectirenden

kleiner das Brechungsverhältniß ist.
Brechungsverhältniß annähernd den
stanzen, deren Brechungsverhältniß
reflectirende; während die Substanzen
als 1,46 ist, zu den negativ reflec
Hiernach sind positiv reflectirende S
schnittener Kalkspath mit dem Haup
Brechungsverhältniß n = 1,654; Ol
Steinkohle bei ε = 59° und n =
n = 1,57. — Zu den negativ reflect
Flußspath bei ε = 55° und n = 1
n = 1,42. — Ein senkrecht gegen die
krystall, für welchen ε = 55° und n
d. h. die beiden Componenten des re
Phase nach der Zurückwerfung.

Ein ähnliches Verhalten zeigen
lich Oele, insofern sie bei der Zurück
normal zur Einfallsebene polarisir
Strahles einen Gangunterschied herb
Brechungsverhältniß von beinahe 1,
dieselbe Phase nach der Zurückwerfu
sarisation unverändert bleibt. Flüssi
groß ist, besitzen gewöhnlich die posit
soiten, deren Brechungsverhältniß klei
Reflection gehören. — Positiv reflec

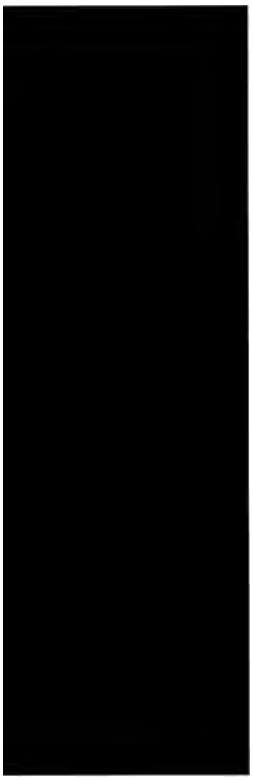
Solche Körper verleihen durch Reflection wie die Metalle dem einfallenden unpolarisirten Lichte mehr oder minder den Charakter der elliptischen Polarisation, die durch wiederholte Reflectionen annäherungsweise in die geradlinige umgesetzt werden kann. Bei dergleichen successiven Zurückwerfungen zeigt sich recht deutlich der wandelbare Charakter der Farben. Denn sie ändern sich mit der Zahl der Reflectionen, weil nicht sämmtliche Strahlen überall in demselben Verhältnisse zurückgestrahlt werden. Silber erhält nach mehrmaliger Reflection eine bronzeähnliche, Gold eine purpurrothe Farbe; Messing erscheint orangefarbig, Glockengut roth mit etwas Blau vermengt. Aehnliche Erscheinungen, wie bei der Reflection des Lichtes durch Metalle nehmen wir wahr bei der Reflection und Brechung durch stark lichtbrechende Substanzen, wie Diamant und Flintglas. So scheint es uns denn geglückt zu sein, die physikalische Ursache für Das errathen zu haben, was sich unserem Auge als ein Charakteristisches darstellt und mit dem Namen Metallglanz und Glasglanz bezeichnet wird.

Vierter Abschnitt.

Einiges über die optischen Instrumente und über die Photographie.

1. Einfaches und zusammengesetztes Mikroskop. — Spiegelmikroskop. Polarisationsmikroskop.

Unter Mikroskopen versteht man jene optischen Vorrichtungen, mittelst derer nahe und kleine Gegenstände, welche wir wegen ihrer zu geringen Ausdehnung mit bloßem Auge nicht gut sehen würden, demselben deutlich dargestellt werden können. Enthält das Mikroskop nur Linsengläser, so ist es ein sogenanntes dioptrisches; dagegen ein katoptrisches, wenn dabei auch Spiegel in Anwendung kommen. Gewöhnlich unterscheidet man zwischen einfachen und zusammengesetzten Mikroskopen. Eigentlich ist aber jede Sammellinse, welche Brennweite sie auch haben mag, ein einfaches Mikroskop, indem sie von einem Gegenstande, der innerhalb ihrer Brennweite steht, die Strahlen dergestalt ins Auge sendet, als kämen sie von einem größeren



ſehr nahe an der Linſe und die Dic
ſie vernachläſſigen und annehmen dc
optiſchen Mittelpunkte. Setzt man
Auge noch deutlich ſieht, = c, die
Auge = a, G die Größe des Gege

und tang. $\frac{\phi}{2} = \frac{G}{c}$. Daraus folgt

Tangenten ihre Winkel genommen

Folge der bekannten Relation: $\frac{1}{b}$ +
der Linſe, a die Entfernung des dr
b der Abſtand des durch ſie dem
Linſe darſtellt, und in Erwägung, d
iſt: $\frac{1}{a} = \frac{1}{f} + \frac{1}{b}$. Folglich $\frac{\Psi}{b} = \frac{f+}{f}$
menfällt; d. h. die Vergrößerun
Mikroſkop iſt um die Einheit größe
des Auges durch die Brennweite d
größerung die lineare, zum Unte
Fläche, welche man bekommt, wen
linearen nimmt. — Man ſieht hier
ſichtiges Auge mehr, für ein kurzſ
ein geſundes; ferner daß ein einfach

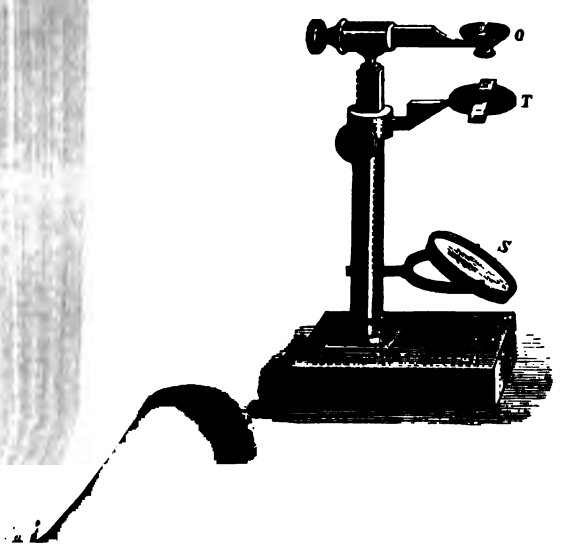
Krümmungshalbmessern sich nicht leicht bewerkstelligen läßt. Die Randstrahlen muß man durch eine Fassung abhalten und zwar desto mehr, je stärker die Linse gekrümmt ist. — Die Beseitigung der Farbenzerstreuung hat bei Linsen von so kurzer Brennweite ebenfalls ihre große Schwierigkeiten; zum Glück ist die Wirkung der Farbenzerstreuung hier nicht sehr bedeutend, da das Auge nahe an der Linse sich befindet, mithin die Strahlen noch wenig divergiren. Die chromatische Abweichung wird übrigens dadurch vermindert, daß man die Linsen aus einem Stoffe verfertigt, der bei einem großen Brechungsvermögen ein kleines Zerstreuungsvermögen besitzt, wie dies z. B. beim Saphir und Diamant der Fall ist. — Eine Saphirlinse und besonders eine Diamantlinse haben vor den Glaslinsen nicht blos wegen der größeren Deutlichkeit ihrer Bilder den Vorzug, sondern sie gewähren auch bei einerlei Krümmungshalbmesser eine stärkere Vergrößerung als die Glaslinsen. Für eine gleichseitige Linse hat man nämlich für die Brennweite f den Ausdruck: $f = \frac{r}{2(n-1)}$; daher für die Glaslinse $f = \frac{r}{1{,}1}$; für die Saphirlinse $f = \frac{r}{1{,}54}$; für die Diamantlinse $f = \frac{r}{2{,}94}$. Folglich stehen bei gleichen Krümmungen die Vergrößerungen nahe in dem Verhältnisse 11 : 15 : 29. — Die Lupen macht man meistens gleichseitig, damit man sie mit gleicher Wirkung von jeder Seite brauchen kann. Sie werden zuweilen planconvex oder gar concavconvex gemacht, wobei sie aber stets mit der stärker gekrümmten Seite gegen das Object gerichtet sein müssen. Seit einiger Zeit werden auch achromatische Lupen verfertigt, welche Ausgezeichnetes leisten.

Von großer Wichtigkeit bei dem Mikroskope ist die Helligkeit des Bildes, da ein dunkles Bild einem undeutlichen gleich zu achten ist. Die Helligkeit des Bildes hängt ab einmal von der Erleuchtung des Gegenstandes und dann von der Größe der Oeffnung des Mikroskops. Eine hinreichende Erleuchtung des Gegenstandes bewirkt man meistens mittelst eines unter dem Gegenstande angebrachten Hohlspiegels, der das Licht der Sonne oder einer Lampe dem Gegenstand zuführt; oft wendet man eigene kleine Hohlspiegel an, die man an die Fassung der Linse steckt, damit sie das die Linse verfehlende Licht auf das Object zurücksenden. Sie heißen Lieberkühn'sche Spiegel und sind besonders bei opaken Objecten von Nutzen. — Um den Einfluß der Linsenöffnung auf die Helligkeit des Bildes zu beurtheilen, bemerken wir, daß beim Sehen mit freiem Auge dasselbe von jedem Punkte einen Lichtkegel erhält, der die Pupille zur Basis hat; daß dagegen beim Sehen mittelst der Linse es von jedem Punkte einen Lichtkegel empfängt, dessen Basis

die Linsenöffnung ist. Die Helligkeit H im
mithin zur der Helligkeit J im ersteren Falle
der Linsenöffnung zu jener der Pupille. Bez
nungshalbmesser der Linse und p den der Pu
insofern durch die Linse das Bild auf der
würde. Allein das Licht wird, wenn m die
Mikroskops ist, auf eine m^2 mal größere Fl
die Helligkeit in demselben Verhältnisse verm
halb $H = \frac{J\,y^2}{p^2\,m^2} = \frac{J\,.\,y^2\,.\,f^2}{p^2\,c^2}$, in Berücksichtigun
oder $m = \frac{c}{f}$, ein Resultat, das von dem
abweicht. Die Helligkeit nimmt also mit der
zu; doch darf die Erweiterung der Oeffnung
der Deutlichkeit des Bildes kein Eintrag gesche
auch mit der Brennweite der Linse zu; damit
rung des Mikroskops vermindert, weßhalb be
wo die Brennweite klein sein muß, eine h
durch starke Erleuchtung des Objects zu erzie

Zu den einfachen Mikroskopen werden auch
aus zwei oder drei Linsen bestehen, die sehr
und wie eine einzige stärker convexe wirken,
Helligkeit gewähren als eine einzelne Linse un
Abweichung verursachen. Um mit dem ein
beobachten zu

Fig. 221.

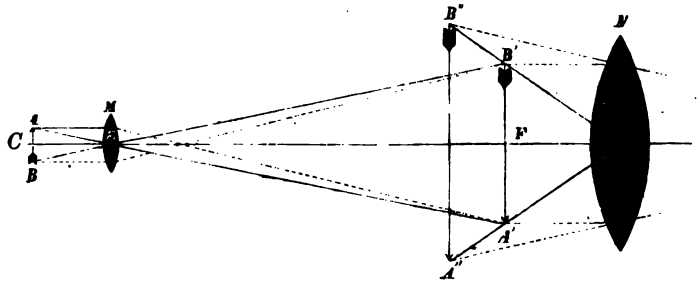


mit ihrer Fas
ment eingesetz
sonderen Vo
Objecte die
der Linse zu
solches einfach
mehr oder w
eine Combina
drei Linsen,
stärkere wirke
Der zu beob
auf das Tisch
leuchtung des
gel S.

Das zu
besteht in sei

zwei voneinander getrennten Sammellinsen. Die Linse von kurzer Brennweite, vor welcher der kleine Gegenstand sich befindet, heißt das Objectiv; die andere Linse, welche in der Nähe des Auges liegt, das Ocular. Fig. 222 zeigt den Gang der Lichtstrahlen und die Ent-

Fig. 222.



stehung des Bildes in einem solchen Mikroskop. Das Objectiv M von der Brennweite f erzeugt von dem Objecte AB ein verkehrtes und vergrößertes Bild A'B', das gegen das Ocular von der Brennweite f' gerade so steht wie im einfachen Mikroskope der Gegenstand gegen die Linse: es wird mithin ein vergrößertes und verkehrtes Bild A"B" in der deutlichen Sehweite c gesehen. — Die Vergrößerung des zusammengesetzten Mikroskops ergibt sich aus folgenden einfachen Betrachtungen. Sind φ und φ' die kleinen Sehwinkel, unter denen die Dimensionen AB und A'B' in der deutlichen Sehweite gesehen würden; so ist $\frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{A'B'}{AB}$. Ferner ist, wenn der Abstand CE des Objectes $= a$ und die Bildweite $EF = b$ gesetzt wird: $\frac{A'B'}{AB} = \frac{b}{a}$; folglich $\frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{b}{a}$. Da A'B' als ein Object bezüglich des Oculars zu betrachten ist, welches wie ein einfaches Mikroskop wirkt; so ist $\frac{\Psi}{\varphi'} = \frac{c}{f'} + 1$, wenn Ψ den Sehwinkel bezeichnet, unter welchem A'B' dem bewaffneten Auge erscheint. Durch Multiplication dieser Gleichung mit $\frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{b}{a}$, erhält man die lineare Vergrößerung $\frac{\Psi}{\varphi} = m = \frac{b}{a}\left(\frac{c}{f'} + 1\right)$. Die Vergrößerung des zusammengesetzten Mikroskops wächst also, wenn die Brennweiten des Objectivs und des Oculars kleiner werden. Man hat für dasselbe Objectiv mehrere Oculare von verschiedener Brennweite, um verschiedene Vergrößerungen hervorzubringen. Auch bewirkt man bei demselben Ocular verschiedene Vergrößerungen dadurch, daß man Objective von verschiedenen Brennweiten anwendet. Hat man bei einem Mikroskope mehrere Oculare und mehrere Objective, so pflegt man sie zu numeriren, wobei die am stärksten vergrößernde Linse mit der höchsten

[redacted]

Mikroſkope, weil das Geſichtsfeld ſo
Fällen auch die Lichtſtärke zu geri
ferner zu viel Eintrag geſchieht.
Bild iſt nie ganz frei von Abweich
des Bildes natürlich noch vermehrt
des Bildes geſteigert wird. Deßhal
ſchärferes Ocular, je vollkommener
der beſten Einrichtung des Object
chromatiſche und ſphäriſche Abweic
ſeitigen. Die ſphäriſche Abweichung
ſtatt einer einfachen Linſe eine Com
wobei man zugleich die Vortheile e
größeren Geſichtsfeldes erhält. Un
ſichtsfeldes zu vermindern, welche
achtet ſich ergeben würde, wenn
entſtandene Bild bloß mittelſt der
ſollte, dient das Collectiv, eine
aus dem Objective tretenden conver
Bild geben, aufnimmt und zu einer
das Auge mittelſt des Oculars i
Gewöhnlich wird das Collectiv zu

Fig.

zeigt den Gang der von dem Gegenstand AB ausgehenden Strahlen nach der Brechung in den drei Bestandtheilen eines zusammengesetzten Mikroskops. M ist das Objectiv; P das Collectiv; N das Ocular; beide Linsen sind planconvex und kehren ihre Wölbungen dem Gegenstande zu. Wäre das Objectiv M allein vorhanden, so entstände das Bild A'B' des Gegenstandes AB. Die gegen A' und B' convergirenden Strahlenkegel fallen aber auf das Collectiv P, wodurch sie noch convergirender werden, so daß anstatt des Bildes A'B' das kleinere Bild A"B" entsteht, welches durch die Ocularlinse N betrachtet wird. Die Vergrößerung des letzteren Bildes bezüglich des Gegenstandes ist, wenn c die Sehweite des Auges bedeutet, offenbar dem Produkte der drei Quotienten $\frac{Cn}{Cm} \cdot \frac{Dr}{Dn} \cdot \frac{c}{rO}$ gleich und ließe sich aus den Brennweiten der Linsen und aus der Distanz Cm des Gegenstandes von dem Objectiv nach den bekannten Formeln berechnen.

Die Bestandtheile des Mikroskops werden in eine zur Abhaltung fremden Lichtes inwendig geschwärzte Röhre gefaßt, welche sich an einem Stative befindet, das alle Bequemlichkeiten zur Handhabung gewährt. Da, wo das vom Objective erzeugte Bild hinfällt, wird ein Diaphragma angebracht, das alles unordentlich zerstreute Licht abhält. Das Object wird auf ein eigens dazu bestimmtes Tischchen gelegt, das sich dem Objectiv nähern und davon entfernen läßt, wenn nicht die Röhre mit den Gläsern selbst gegen denselben beweglich ist, damit das von dem Object gemachte Bild stets in das Diaphragma zu liegen komme. — Um eine hinreichende Helligkeit zu erzielen, bedient man sich für durchsichtige Objecte eines Hohlspiegels, der sich unter dem Objectenträger befindet. Für undurchsichtige Gegenstände gebraucht man eine Sammellinse oder noch besser ein dreiseitiges Prisma mit zwei convexen Flächen, welches macht, daß die Lichtstrahlen, welche durch die erste convexe Fläche einfallen und gebrochen werden, an der planen in der Fassung befindlichen Seite eine Reflection und beim Austritte aus der zweiten convexen Fläche eine abermalige Brechung erleiden. — Beim Einlegen des Objectes auf das Tischchen des Mikroskops muß man dafür sorgen, daß das Object in die optische Achse des Instrumentes gestellt ist, unter welcher die Gerade verstanden wird, welche die Krümmungsmittelpunkte der Flächen sämmtlicher Linsen enthält. Bei schwachen Vergrößerungen, wo das Gesichtsfeld hinlänglich groß ist, hat dies keine Schwierigkeit; bei starken Vergrößerungen dagegen wird einige Geschicklichkeit dazu erfordert, um das Object in die Achse des Instrumentes zu bringen. — Die Bewegungen müssen beim Einstellen des Mikroskops sanft vor sich gehen, namentlich bei starken Vergrößerungen,

damit die Grenze der größten Deutlichkeit
Objectivlinſe durch Andrücken an den Objec
werde. Bei ſtarken Vergrößerungen bringen
in dem Abſtande des Objectes ſchon ſehr mer
Deutlichkeit hervor; man kann deßhalb nur
vollkommen deutlich ſehen, welche gleiche E
haben. Um auch andere in einer andern Ent
zu ſehen, iſt ein neues Einſtellen des Mikroſ

Figur 224 ſtellt ein von Kellner in Wetz
dar. Dasſelbe kann zu den vorzüglicheren

Fig. 224.

gezählt werde
O eingeſchrau
Collectiv mit
A eingeſetzt.
die Platte T
eine Oeffnun
Hohlſpiegel
ſendet. Um
Lichtbündel a
zu können, lä
der Platte he
P verſchieben
verſchiedener
tenträger iſt
an welcher di
ſich mittelſt
und einem E
ſchieben läßt,
richtige Entf
zu bringen.
Objectivs ge
wendung ver
man eine hinreichende Abwechslung von V
ſchwächſten, 86maligen, bis zu der ſtärkſten,

Bei der Prüfung eines Mikroſkopes ha
Reinheit und Größe des Geſichtsfeldes, dar
Deutlichkeit der Bilder, ferner auf die Stärke
Das Geſichtsfeld ſoll nicht blos in der Mi
äußerſten Rändern rein und farblos ſein unl
haben. Letztere beſtimmt man mittelſt eines g
d. h. einer auf einer Glastafel gemachten Th

fein und in gleichen Abständen gezogen sind. Man braucht nämlich das Mikrometer als Object und zählt die Anzahl der auf einmal übersehenen Theilungsfelder. Diese Anzahl mit der Breite eines jeden Feldes multiplicirt gibt den Durchmesser des Gesichtfeldes.

Die Deutlichkeit und Klarheit der Bilder beurtheilt man mittelst zweckmäßig gewählter Probeobjecte. Solche Objecte sind die Schuppen der Schmetterlingsflügel oder die von der Kleidermotte, Menschenhaare, sehr fein getheilte Glasmikrometer. — Die Schuppen sind auf ihrer Oberfläche der Länge nach mit feinen parallelen Streifen versehen. Je deutlicher diese Linien erscheinen und bei je geringerer Vergrößerung man sie sieht, desto größer ist die Deutlichkeit. Die Längenstreifen auf den Schmetterlingsflügeln sollen bei 60 bis 80maliger linearer Vergrößerung erscheinen; bei 100 bis 120maliger Vergrößerung soll man den Stiel dieser Schuppen als eine conische Röhre erkennen. — Die Streifen an den Schuppen der Kleidermotte zeigen nur die besten Instrumente bei einer 300 bis 400maligen Vergrößerung. Ganz vorzügliche Instrumente machen in ihnen auch Querlinien bemerkbar. — Menschenhaare erscheinen als durchsichtige Canäle, wovon die grauen leer, die andern aber mit einer gleichfarbigen Masse ganz oder theilweise angefüllt sind. — Fein getheilte Glasmikrometer enthalten zehn verschiedene Gruppen von Parallellinien. Bei der ersten Gruppe beträgt die Entfernung je zweier Linien $^1/_{1000}$, bei der letzten Gruppe beträgt sie $^1/_{4000}$ pariser Linie. Je deutlicher man diese einzelnen Gruppen erkennt, desto vorzüglicher ist das Instrument. Bei einer 70maligen Vergrößerung sollen die Linien der ersten Gruppe deutlich sichtbar werden, während man sie bei einer 300maligen Vergrößerung noch bis zur sechsten Gruppe abgesondert erkennen soll. — Die Wirkung des Mikroskops auf opake Gegenstände prüft man mit kleinen Stücken von Schmetterlingsflügeln, auf denen man mit mäßiger Vergrößerung die Lage und Gestalt der Schuppen, bei starker Vergrößerung auch die Linien auf diesen Schuppen bemerken muß.

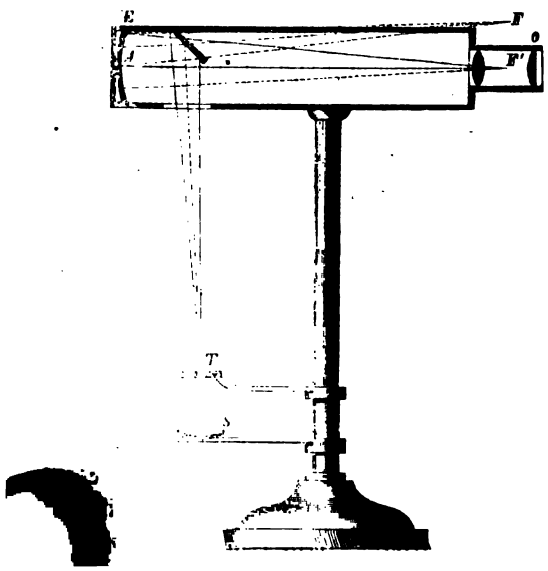
Um die Stärke der Vergrößerung durch Versuche zu bestimmen, hat man verschiedene Verfahren angegeben, von denen folgendes zu den einfacheren gehört. Man gebraucht als Object einen feingetheilten Glasmikrometer und fängt die aus dem Ocular heraustretenden Strahlen, bevor sie zu dem Auge gelangen, auf einer durchsichtigen unter 45° gegen die Achse des Rohrs geneigten Glastafel auf. Erblickt alsdann das Auge das durch Reflection entstandene Mikrometerbild auf einer in Millimetern getheilten Skala, welche in der deutlichen Sehweite aufgestellt ist; so wird es ihm möglich anzugeben, wie viel Skalentheile von dem Bilde der sichtbaren Mikrometertheile bedeckt erscheinen. Di-

vidirt man die Größe des Bildes durch die wirkliche Größe der wahrgenommenen Mikrometertheile, so gibt der Quotient die Vergrößerung des Mikroskops an. Hätte z. B. das Bild auf der Skala 30 Millimeter eingenommen und enthielte es 15 Mikrometertheile, deren je zwei um $^1/_{100}$ eines Millimeters entfernt wären; so würde der Quotient von 30 durch $^{15}/_{100}$ oder 200 die lineare Vergrößerung betragen.

Die Erfindung des Mikroskops fällt in den Anfang des 17. Jahrhunderts. Einige halten Zacharias Janſen von Middelburg, Andere den berühmten Galiläei für den erſten Erfinder dieſes Inſtrumentes. Gewiß iſt es, daß zu jener Zeit Janſen dem Erzherzoge Albrecht von Oeſtreich ein zuſammengeſetztes Mikroſkop überreichte und Galiläei ein ähnliches an den König Sigismund von Polen ſchickte. Das anfangs unvollkommene Inſtrument hat im Laufe der Zeit viele Verbeſſerungen erfahren; gegenwärtig hat es einen hohen Grad von Vollkommenheit erlangt, der mit Erſtaunen einen Jeden erfüllen muß, dem es vergönnt iſt, mittelſt eines ſolchen vorzüglichen Inſtrumentes den Erſcheinungen in der Welt des Kleinen nachzugehen. Zu den beſten Inſtrumenten dieſer Gattung gehören die von Plösl in Wien und von Schick in Berlin, jene von Oberhäuſer in Paris und von Amici in Modena.

Unter den katoptriſchen Mikroſkopen iſt das von Amici conſtruirte das vorzüglichſte. Die Einrichtung desſelben iſt folgende. Im Hintergrunde eines inwendig geſchwärzten horizontalen Rohrs befindet ſich ein elliptiſch gekrümmter Hohlſpiegel E (Fig. 225). Zwiſchen dem Brennpunkt F und dem Mittelpunkt A jenes Spiegels hängt ein ſehr kleiner ebener Spiegel unter 45° gegen die Achſe des Rohrs geneigt; mit der ſpiegelnden Fläche iſt er nach unten gekehrt und einer Oeffnung im Rohre zugewendet, unter welcher ſich der bewegliche Objectenträger T befindet. Zur Beleuchtung des Gegenſtandes dient der Hohlſpiegel S. Das wohlbeleuchtete Object ſendet die Strahlen durch die Oeffnung auf den

Fig. 225.



Planspiegel, der sie auf den elliptischen Hohlspiegel zurückwirft, von welchem sie abermals reflectirt werden, um im zweiten Brennpunkte F' ein verkehrtes und vergrößertes Bild zu erzeugen, das durch ein Oculargla O genau wie bei den andern Mikroskopen betrachtet wird. Dieses Instrument gewährt eine bedeutende Vergrößerung und stellt wegen Mangel der Farbenzerstreuung die Gegenstände scharf dar. Die horizontale Lage des Instrumentes macht es möglich, beim Beobachten länger auszuhalten als bei einer verticalen Stellung des Rohrs. Diese Vortheile muß man jedoch durch Aufopferung der Lichtstärke erkaufen, namentlich wenn man starke Vergrößerungen erzielen will.

Leicht läßt sich aus einem jeden Mikroskop ein Polarisationsmikroskop machen. Man braucht deßhalb nur unter dem Objectenträger ein Nicol'sches Prisma zu befestigen, damit bloß polarisirtes Licht auf die Objecte fällt, und ein zweites Nicol'sches Prisma dicht über dem Ocular anzubringen. Mit einem solchen Mikroskop lassen sich oft interessante Einzelnheiten unterscheiden, welche man ohne Polarisationsvorrichtung nicht erkennen kann. — Mit Hülfe des Polarisationsmikroskopes hat man sich überzeugt, daß die meisten organischen Gebilde, wie Seidenfäden, Haare von Menschen und Thieren, Pergament, Knorpel u. s. w. bald mehr, bald weniger deutlich die Erscheinungen der chromatischen Polarisation darbieten. — Ein Stärkemehlkorn zeigt im Polarisationsmikroskop zwischen gekreuzten Nicols ein etwas verzerrtes dunkles Kreuz, das in ein helles übergeht, wenn man das obere Nicol aus der gekreuzten Stellung in die parallele bringt. — Die Krystalllinse eines Fischauges zeigt im Polarisationsmikroskop Farbenerscheinungen, welche denjenigen ähnlich sind, die man an geglühten und gepreßten Gläsern wahrnimmt. — Trocknet man Hausenblase in einem kreisförmigen gläsernen Gefäße, so erhält man ein Ringsystem mit einem schwarzen Kreuze wie bei einachsigen Krystallen. Hat das Gefäß eine ovale Gestalt, so erblickt man ein Ringsystem, welches mit jenem bei zweiachsigen Krystallen Aehnlichkeit hat.

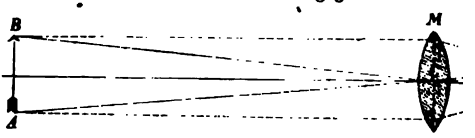
2. Dioptrische und katoptrische Fernröhre.

Fernröhre (Teleskope) dienen dazu, um entfernte Gegenstände deutlich zu sehen. Sie werden, wie die Mikroskope in dioptrische und katoptrische eingetheilt, d. h. in solche, die blos aus Linsen, und in solche, welche aus Linsen und Spiegeln bestehen. Die kleineren Fernröhre nennt man gewöhnlich Perspective; ein Fernrohr von mittlerer Größe einen Tubus; ein großes dioptrisches Fernrohr einen Refractor; ein großes katoptrisches einen Reflector. — An jedem Fernrohr hat man zwei Theile zu unterscheiden, nämlich das Objectiv

und das Ocular. Bei den dioptrischen ist d
vexlinse, bei den katoptrischen ein Hohlsp
stände können wir nur in ihrer natürlichen A
muß das Objectiv, sei es eine Linse oder
Oeffnung und eine große Brennweit
Punkte des Gegenstandes einen hinlänglich st
und ein helles Bild geben zu können: dies
Unterschied zwischen dem Fernrohre und dem
Linse muß sowohl von der sphärischen, wie
weichung frei sein, was bei großen Objectiv
Schwierigkeiten verknüpft ist als bei kleinere
schwer, große Glasstücke zu bekommen, welche
durchsichtig, frei von Blasen und Streifen
nicht gewöhnliche Geschicklichkeit dazu, um
sphärische Krümmung zu ertheilen und die
zu treffen, wie sie die Beseitigung der beide
Dazu kommt noch, daß man bei großen apla
die Dicke der Gläser, die Entfernung der A
bringen muß, was bei den kleineren außer
darf man nicht darauf rechnen, die sphäris
Verbindung mehrerer chromatischer Doppellin
durch ihre Anwendung dem Bilde zu viel Licht
hat der berühmte Frauenhofer immer nur D
denselben ist das Krownglas ungleich convex
concav. Dreifache Objecte scheinen doch in m
Vorzüge zu haben; auch Objective mit dia
viele Vortheile.

Nach Verschiedenheit des Oculars, das
verbindet, dient das daraus hervorgehende
Zwecken und erhält auch verschiedene Name
Sammellinse, durch welche man das vom
Bild wie bei einem Mikroskope ansieht; so h
sches oder Keplerisches Fernrohr. Da

Fig. 226.



erzeugt von einem entfernten Gegenstande A B
welches durch das Ocular N für ein dahinter

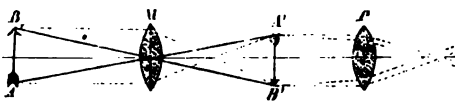
Bilde A″B″ umgesetzt wird. Das Auge sieht mithin den Gegenstand deutlich, aber verkehrt und bei gehöriger Wahl des Oculars auch vergrößert. Zur Bestimmung der Vergrößerung m kann man annehmen, daß B′CF der Gesichtswinkel φ für das freie und B′OF (Ψ) für das bewaffnete Auge sei. Man erhält, weil die kleinen Gesichtswinkel ihren Tangenten proportionirt angenommen werden können, $m = \frac{\Psi}{\varphi} = \frac{CF}{OF}$. Heißt f die Brennweite des Objectivs, welche gleich CF gesetzt werden kann, f′ jene des Oculars; so wird, da OF kleiner als f′ sein muß, $m = \frac{f}{f' - \delta}$, oder, insofern δ vernachlässigt werden darf: $m = \frac{f}{f'}$, d. h. die Vergrößerung ist gleich dem Quotienten aus der Brennweite des Oculars in die Brennweite des Objectivs. — Die Länge des Fernrohrs ist $f + f'$, d. h. gleich der Summe der Brennweiten der beiden Gläser.

Um ein recht deutliches Bild zu bekommen, muß man auch die Farbenzerstreuung des Oculars mittelst eines Collectivglases wie bei den Mikroskopen aufheben, um so mehr, als dadurch zugleich das Gesichtsfeld vergrößert wird. Die Einrichtung des Oculars eines astronomischen Fernrohrs stimmt mit der des Mikroskops in der Regel überein: es ist das sogenannte Campanische oder achromatische Ocular, das aus zwei planconvexen Krownglaslinsen besteht, welche beide ihre convexe Seite gegen das Objectiv hin kehren. — Man bedient sich auch des von Ramsden zuerst eingeführten Oculars, das ebenfalls aus zwei planconvexen Gläsern besteht, mit dem Unterschiede, daß hier die beiden convexen Seiten gegeneinander gekehrt sind. Bei dieser Einrichtung treten die vom Objectiv kommenden Strahlen erst ins Collectivglas ein, nachdem sie ein Bild erzeugt haben; es fällt mithin zwischen das Collectiv und das Ocular kein Bild. Bei den astronomischen Fernröhren werden nämlich durch den Brennpunkt des Objectivs zwei unter einem rechten Winkel sich kreuzende feine Fäden gespannt, um damit Messungen anstellen zu können. Das Ocular von Ramsden läßt bei Einstellung des Instrumentes nach der Sehweite des Beobachters sowohl, wie bei Vertauschung des Oculars mit einem schärfern oder schwächern, die Stellung des Fadenkreuzes unverändert, während bei einem Campanischen Ocular unter dergleichen Umständen diese Stellung sich ändert, folglich mit jedem Ocular ein besonderes Fadenkreuz verbunden sein muß. — Kellner hat dies Ramsden'sche Ocular in der Art abgeändert, daß er die Ocularlinse aplanatisch einrichtet, die Collectivlinse aber einfach läßt: Diese Einrichtung gewährt ein größeres Gesichtsfeld und einen hohen Grad der Deutlichkeit.

Das Objectiv und die Oculare eines
einem inwendig geschwärzten Rohr und sind
liche Achsen in der Achse des Rohrs liegen.
Oculare in eine engere bewegliche Röhre, di
erzeugten Bilde nähern oder entfernen läßt,
der deutlichen Sehweite des Beobachters an
können. Wie bei den Mikroskopen sind a
der Stelle, wo die wirklichen Bilder fallen,
zur Abhaltung alles fremdartigen Lichtes.
solchen Fernrohre mehrere Oculare beigegeben
Vergrößerungen liefern und welche man nach
Die größten bis jetzt verfertigten dioptrischen
hofer'sche Refractor zu Dorpat und der Refl
chen auf der Sternwarte zu Pulkawa. Der
von 9 Pariser Zoll Oeffnung und 160 Zoll
mit dem schärfsten Oculare 600mal. Der
von 14 Zoll Oeffnung und 262 Zoll Brenn
gen Vergrößerung. Ein Uhrwerk eigner A
des Rohrs um die Weltachse so genau, daß,
in das Gesichtsfeld gebracht ist, er stets darin
des Beobachters zu bedürfen.

Mit dem astronomischen Fernrohre sieh
umgekehrter Stellung, was bei Beobachtungen
Betrachtung irdischer Gegenstände aber störend
rechter Stellung wahrzunehmen, construirt
oder terrestrische Fernrohr, indem man
(Fig. 227) und das Ocular N zwei convexe

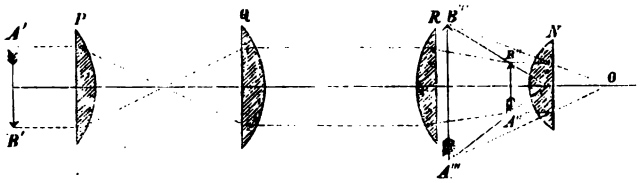
Fig. 227.



durch deren Vermittelung das vom Objectiv
in ein aufrechtes Bild umgesetzt wird, welche
betrachtet. In der Figur ist der Gang der S
Das Objectiv M erzeugt ein umgekehrtes B
des; von diesem Bilde gelangen die Strahlen

welches um seine Brennweite von A' B' entfernt ist; durch die darin stattfindende Brechung werden die Strahlen mit den entsprechenden Hauptstrahlen parallel und von dem zweiten Ocular Q aufgenommen, welches sie convergirend dem dritten Ocular N zusendet und zu dem aufrechten Bilde A'' B'' vereiniget, das durch die Ocularlinse N angesehen in A''' B''' in der deutlichen Sehweite erscheint. — Die Linsen P und Q, welche die aufrechte Stellung des Bildes bewirken, bleiben in unveränderlicher Entfernung zueinander, die der Summe ihrer Brennweiten gleich kommt. Das Objectiv M ist in einer eigenen Röhre beweglich um es der Linse P so weit nähern oder von derselben entfernen zu können als nöthig ist, damit jederzeit das vom Objectiv erzeugte Bild in den Brennpunkt erwähnter Linse falle. Auch läßt sich die Ocularlinse N verrücken, um das Bild A''' B''' in eine der Sehweite des Beobachters angemessene Stellung zu bringen. Die Vergrößerung bei dem Erdfernrohr ist dieselbe wie bei dem astronomischen, wenn die beiden Gläser einerlei Convexität haben. — Bei einer vollkommeneren Einrichtung des Instrumentes besteht das Ocular aus vier planconvexen Linsen, von denen zwei mit ihren ebenen Flächen gegen das Object gekehrt sind und zur Umkehrung des Bildes dienen; die zwei anderen kehren dagegen ihre ebenen Flächen dem Auge zu und dienen zur Beseitigung der Farbenzerstreuung. Die letzt besprochene Einrichtung macht das Ocular von Dollond aus. Den Gang des Strahlenbündels bei dem Dollond'schen Ocular macht Figur 228 ersichtlich. — Die Ver-

Fig. 228.



größerung des Instrumentes hängt von dem Verhältnisse der Brennweiten der einzelnen Linsen und von ihrer gegenseitigen Entfernung ab. Man kann deßhalb mit demselben Instrumente verschiedene Vergrößerungen hervorbringen, wenn man die Entfernung der Ocularlinsen von einander ändert. Indessen gibt es nur bestimmte Lagen der Linsen, bei denen die gewünschte Deutlichkeit des Bildes erzielt wird. In der Regel werden die dem Auge nächsten einerseits, und die dem Objective zunächst stehenden Linsen anderseits in eine besondere Röhre gefaßt, so daß die Abstände jener sowohl wie dieser unter sich unveränderlich bleiben. Die beiden Röhren sind mittelst einer dritten verbunden, welche dazu dient die mittleren Distanzen abzuändern und dadurch

mehrere Vergrößerungen hervorzubringen. (tung heißt die pankratische. — Kleinere mehreren in einander verschiebbaren Zugröh lichkeit handhaben zu können; bei größeren i lange Zugröhren kein vollkommen gerades eines jeden Fernrohrs hängt ab von der mußte deßhalb zur Zeit sehr beträchtlich sein, natischen Objective anzufertigen verstand, sphärischen und der chromatischen Abweichun dem Ocular keine starke Vergrößerung überl es auch die im Bilde vorkommenden Fehler matischen Fernröhre zeichnen sich nicht blos und Deutlichkeit der Bilder aus; sie gewähr sie bei derselben Vergrößerung beträchtlich achromatischen. Diese bedeutendere Kürze ha sichtsfeld zur Folge, wozu noch kommt, daß eine weit größere Oeffnung, mithin eine gr das nicht achromatische. —

Nimmt man zum Ocular eine Hohllin Stellung gegen das Objectiv, daß die vom e fallenden und durch das Objectiv convergi durch das Concavglas dermaßen gebrochen n einem in der deutlichen Sehweite befindlichen das Fernrohr ein holländisches oder gali M würde von dem entfernten Gegenstand A

Fig. 229.

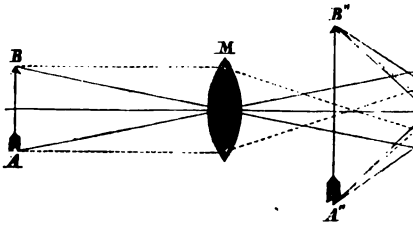


Bild A' B' geben, wenn kein Ocular da n N werden aber, wenn die Entfernung desselb ist als seine imäginäre Brennweite, die Str als kämen sie vom Bilde A'' B'' her. Man stand in aufrechter Stellung und auch deutli deutlichen Sehweite sich befindet. — Für de welchem der Gegenstand AB dem bloßen

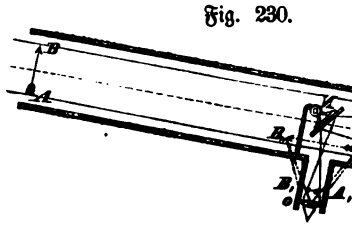
$\text{tang } \varphi = \frac{A'F}{f}$, wo f die Brennweite des Objectivs bedeutet. Für den Gesichtswinkel, unter welchem das Object dem bewaffneten Auge sich zeigt, hat man $\text{tang } \Psi = \frac{A'F}{f'}$, wo f' die Brennweite des Oculars darstellt. Hieraus entspringt wegen der Kleinheit des Gesichtswinkels die Vergrößerung $m = \frac{\Psi}{\varphi} = \frac{f}{f'}$; d. h. sie ist wieder gleich dem Quotienten aus der Brennweite des Oculars in die Brennweite des Objectivs. Wegen der Divergenz der Achsen der aus dem Oculare kommenden Strahlenbündel hat ein solches Fernrohr immer nur ein sehr kleines Gesichtsfeld. Wegen der Kleinheit des Gesichtsfeldes eignet sich dieses Fernrohr nicht zu starken Vergrößerungen; man wendet sie nur da an, wo schwächere Vergrößerungen, 2- bis 4malige, ausreichen, wie zu Theaterperspectiven. Indessen hat Plößl ausgezeichnete galiläische Fernröhre verfertigt; seine sogenannte Feldstecher gestatten eine 10- bis 30malige Vergrößerung. Diese Instrumente sind mit mehreren Ocularen von verschiedener Stärke versehen. Man befestigt die Oculare an einer Drehscheibe, um sie schnell wechseln und so verschiedene Vergrößerungen nach einander erhalten zu können. — Im Anfange des 17. Jahrhunderts soll ein Brillenmacher in Middelburg auf die Erfindung des Fernrohrs geführt worden sein, als zufälliger Weise in einer Röhre hinter ein Convexglas ein Concavglas gestellt wurde. Dieses erste in Holland erfundene war das eben beschriebene, welches man das Holländische nannte. Auch Galiläi construirte ein gleiches Fernrohr mit 8maliger Vergrößerung, das nach ihm das galiläische genannt ward, womit er die Satelliten des Jupiters entdeckte. Der große Kepler suchte die Erfindung zu erklären und zu erweitern; auch war er der erste, welcher die Construction des nach ihm benannten oder astronomischen Fernrohrs lehrte. —

Um die Vergrößerung des Fernrohrs durch Versuche zu bestimmen kann man wie folgt verfahren. Man richte das Fernrohr auf einen entfernten in gleiche Theile getheilten Gegenstand und sehe mit einem Auge auf das Bild im Fernrohre, mit dem andern auf den Gegenstand, und beobachte wie viele Abtheilungen des Gegenstandes in eine Abtheilung des Bildes fallen; die Anzahl dieser Abtheilungen gibt die Vergrößerungszahl des Fernrohrs. Diese Methode erfordert aber einige Uebung und läßt sich mit Sicherheit nur auf Fernröhre anwenden, die keine bedeutende vergrößernde Kraft haben. Man erleichtert die Anwendung derselben und macht sie selbst für stark vergrößernde Fernröhre brauchbar, wenn man vor dem Ocular einen kleinen ebenen Spiegel anbringt, dessen spiegelnde Fläche unter 45° gegen die Achse

des Rohrs geneigt ist; ferner in der Entfe
weite c hinter dem Spiegel eine Tafel auffl
Grunde eine weiße Linienskala verzeichnet i
in einer bestimmten Entfernung e von dem
Beobachter sieht das Bild im Fernrohre d
Spiegel projicirt, kann mithin untersuchen
gesehenen Skala von einem Theile des Bil
man die absolute Größe dieses einen Theile
der Gesichtswinkel φ, unter welchem a mit f
$\varphi = \frac{a}{e}$. Ist A das Stück der Skala, welch
sichtswinkel, unter dem A in der Entfernun
gesehen wird; so ist $\Psi = \frac{A}{c}$; folglich die Vi
Zur Prüfung eines Fernrohrs auf Deutlichk
vorzüglich Objecte, die leuchtend auf dunkler
lich Himmelskörper zur Nachtzeit, weiße
Grunde bei hinreichender Tageshelle. Ihr
begrenzt und mit farbenlosem Rande erschein
object für größere Fernröhre sind die Doppe
selben als getrennte Sterne erkannt werden
eine weiße Tafel mit schwarzen runden und
object gebrauchen. Wird eine solche Tafel
100 Schritten aufgestellt, so müssen die Fi
gesehen, vollkommen schwarz und unverzerrt e
rohr fehlerfrei sein soll. —

Vor der Erfindung achromatischer Linsen
glas durch einen metallenen Hohlspiegel zu e
und hellere Bilder von entfernten Gegenstä
diese Weise entstanden die katoptrischen F
teleskope, von denen vorzüglich vier Gattu
Newton'schen Spiegelteleskop (Fig. 23

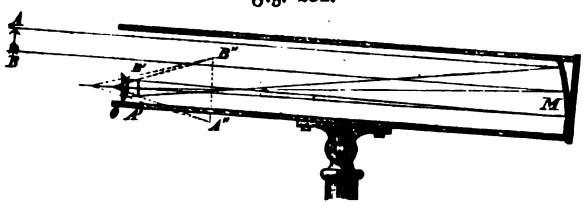
Fig. 230.



entfernten Gegenstande A B auf den großen H
von da zurückgeworfenen Strahlen von eine

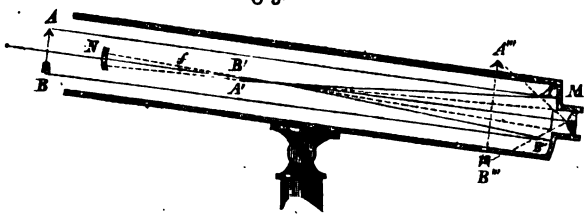
des ersteren unter 45° geneigten Planspiegel N nach einer seitwärts angebrachten Convexlinse O reflectirt, so daß das verkehrte Bild A' B' in der deutlichen Sehweite gesehen wird. — Das Spiegeltelescop von Herschel besteht aus einem Hohlspiegel M (Fig. 231), der etwas

Fig. 231.



gegen die Achse des Rohrs, in welchem er sich befindet, geneigt und von einem weit entfernten Gegenstande A B ein verkehrtes Bild A' B' in der Nähe des unteren Randes des Rohrs macht, das durch die Ocularlinse O betrachtet wird. — Das große Instrument, womit Herschel einen bedeutenden Theil seiner wichtigen astronomischen Entdeckungen machte, hatte einen Hohlspiegel von 4 Fuß Durchmesser und eine Breite von 40 Fuß; das Instrumente vergrößerte 700mal. — Das katoptrische Riesenteleskop von Rosse hat einen Hohlspiegel von 6 Fuß Oeffnung und 50 Fuß Brennweite. Mit diesem Instrumente sind Nebelflecken, die bisher kein Instrument auflösen konnte, in Sternschwärme aufgelöst worden. — Das Gregorysche Spiegelteleskop (Fig. 232) besteht aus einem in der Mitte durchbrochenen Hohlspiegel M,

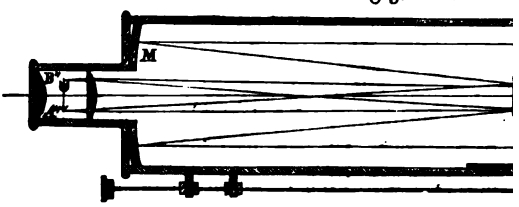
Fig. 232.



welcher die von einem entlegenen Gegenstande A B kommenden Strahlen zu einem verkehrten Bilde A' B' vereiniget. Von hieraus gelangen die Strahlen auf einen zweiten kleineren Hohlspiegel N, hinsichtlich dessen dieses Bild sich wie ein Object verhält, wodurch ein zweites in Folge nochmaliger Umkehrung aufrechtes Bild A" B" entsteht, welches der Stellung des Spiegels N gemäß in die Oeffnung des Spiegels M fällt und daselbst durch die Ocularlinse O betrachtet wird. — Der Spiegel N läßt sich mittelst einer Schraube dem Hohlspiegel M nähern oder von ihm entfernen, um das Instrument für verschiedene Entfernungen gebrauchen zu können. — Das Cassegrain'sche Spiegelteleskop

unterscheidet sich von dem vorigen nur dadur
Concavspiegels ein kleiner Convexspiegel an
sind so gestellt, daß die Strahlen vom conca
fallen, als sie zu einem Bilde vereinigt we
ein verkehrtes und vergrößertes Bild vor de
wieder in der Oeffnung des großen Hohls
Strahlen bei dem Cassegrain'schen Teleskope

Fig. 233.



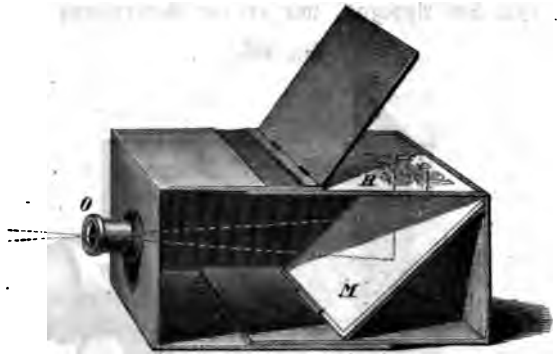
Die beiden letzteren Spiegelteleskope hal
rade der mittlere Theil des Hohlspiegels
Bilder gibt. Die Bilder leiden daher sehr
diese Arten der Teleskope nicht mehr im
Newton'schen und dem Herschel'schen Teleskop
mieden. Die beiden letzteren Teleskope kon
Anwendung, namentlich wenn sie in sehr gr
werden. Man kann sich nämlich leichter g
homogene Glasstücke verschaffen, mithin Refl
Refractoren zu haben sind. Indessen verdi
röhre wegen ihrer bequemeren Einrichtung
Dauerhaftigkeit vor den katoptrischen den V
spiegel durch die Einwirkung der atmosphäris
Oxydation kommen, damit ihre Politur u
verlieren. —

3) Dunkle und helle Kammer. — Sonnen- Gas- und photoelektrisches Mikroskop. — Megaskop. —

Die dunkle Kammer (Camera obscu
treue Bilder von Gegenständen auf einer u
sichtigen Tafel darzustellen. Sie besteht in
einer Sammellinse und der Tafel, auf we
stellung kommen soll. Zur Abhaltung alle
das Objectiv an der Wand oder an der
schwärzten Kastens angebracht, in welchem a

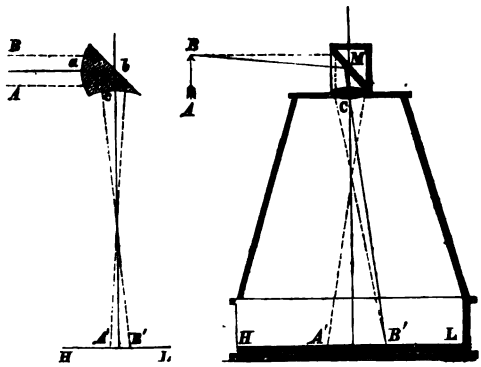
Damit ein Bild mit genügender Schärfe entstehe, muß der Abstand des Objectivs von der Tafel nach Maßgabe der Entfernung der Gegenstände regulirt werden können. — Wenn die dunkle Kammer zum Nachzeichnen der Gegenstände benutzt werden soll, ist es bequem, wenn die Tafel, worauf das Bild fällt, horizontal liegt. Man läßt deßhalb, wenn das Objectiv O (Fig. 234) in der Wand der Kammer angebracht

Fig. 234.



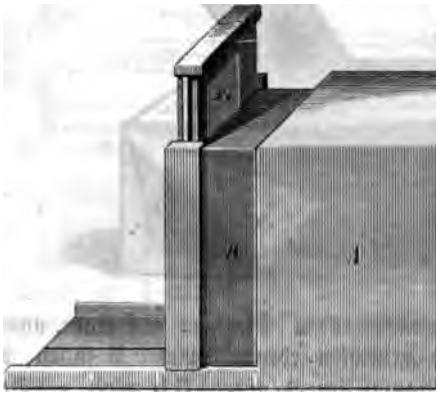
ist, die durch die Linse eindringenden Strahlen auf einen unter 45° gegen die Achse der Linse geneigten ebenen Spiegel M fallen, der sie nach oben hin auf die horizontal liegende Ebene H L wirft. — Befindet sich das Objectiv O an der Decke der Kammer, wie in Fig. 235, so daß die Achse desselben vertical steht; so wird vor das Objectiv ein gegen den Horizont unter dem Winkel von 45° geneigter Planspiegel M gesetzt, von welchem die von dem Gegenstande A B kommenden Strahlen auf die Linse O und zuletzt auf die horizontale Ebene H L fallen. Chevalier ersetzt Spiegel und Linse durch ein einziges Glas, dessen zwei Flächen a und c sphärisch gekrümmt sind und dessen Fläche b eben ist. Die vom Gegenstande ausgehenden Strahlen treten auf der convexen Seite a ein, erfahren auf der ebenen Seite b eine totale Zurückwerfung und treten auf der schwach concaven Seite c heraus, um das Bild A′B′ auf der horizontal

Fig. 235.



liegenden Fläche HL zu erzeugen. — Will m
und ſcharfe, ſondern auch ſehr lichtſtarke P
ſolche heutzutage in der Photographie gebrau
ein nach Angabe des Prof. Petzval in Wien ver
Objectiv anwenden. Dasſelbe iſt eine Com
die in einer Entfernung von 26 Millimeter
und deren jede eine achromatiſche Krown-Fl
Figur 236 zeigt den Apparat, wie er zur P

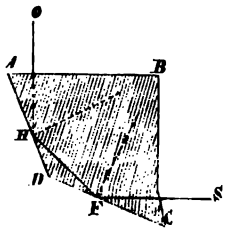
Fig. 236.



gebraucht wird. Der hölzerne Kaſten der K
feſten Theil A und einem beweglichen B.
Kaſtens iſt eine meſſingene Hülſe R angebra
M mittelſt eines Triebes hin und her bew
Hülſe enthält das Linſenſyſtem, welches die
ſtehenden matten Glastafel N entwirft. Ma
Theil B, bis das Bild gehörig deutlich erſ
Einſtellung durch Verſchiebung der Linſe mi
ſtelligt wird.

Die helle Kammer (Camera lucida)
einem Glasprisma, deſſen Querſchnitt Fig. 2

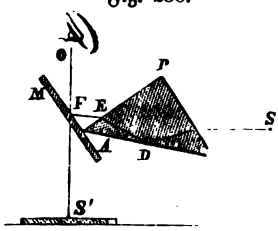
Fig. 237.



bei B iſt ein rechter,
135° und jeder der
Beim Gebrauche wird
mit einer geſchwärzte
kleine Oeffnung hat,
das Ganze iſt mit e
Schickt ein Gegenſtan
auf der Seite BC ſe

Prisma, so gehen sie nach zweimaliger Reflection in F und H parallel mit BC in der Richtung HO zum Prisma heraus. Das in O befindliche Auge erblickt in dieser Richtung den Gegenstand, den es auf einem unter dem Prisma angebrachten Papier wahrnimmt und der daselbst nachgezeichnet werden kann. — Amici hat diesem Instrumente eine bequemere Einrichtung gegeben. Die eine Seite des rechtwinkligen Glasprismas P (Fig. 238) ist gegen den Gegenstand S gerichtet, und die andere senkrecht gegen ein Glasplättchen M. Der vom Gegenstand S kommende Strahl erleidet bei D die totale Zurückwerfung, worauf er bei E gebrochen und in der Richtung FO in das Auge reflectirt wird. Das letztere nimmt das Bild des Gegenstandes in S' wahr, wo man denselben nachzeichnen kann. — Dieser Zweck läßt sich am einfachsten durch das von Sömmering in Anwendung gebrachte kleine Stahlspiegelchen erreichen. Der Spiegel ist auf der Rückseite mit einer Oeffnung versehen, vermittelst derer man ihn auf ein passendes Statif setzen kann. Im Spiegel sieht man das Bild des zu zeichnenden Gegenstandes auf die Papierfläche projicirt.

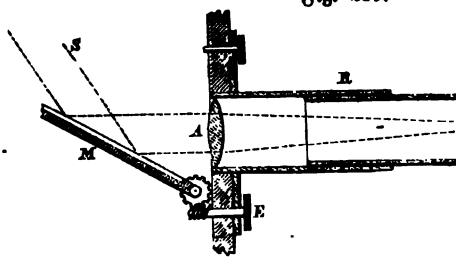
Fig. 238.



Die helle Kammer wird auch bei dem Mikroskope benutzt, um die damit betrachteten Gegenstände nachzeichnen zu können. Zu diesem Behufe schraubt man auf das Ocular einen Aufsatz, der oben mit einer unter einem Winkel von 45° gegen die Achse des Oculars geneigten dünnen geschliffenen Glasplatte geschlossen ist. Der Glasplatte gegenüber steht ein rechtwinkliges Glasprisma, das die aus dem Mikroskop tretenden und von der Glasplatte zurückgeworfenen Strahlen auf die neben das Mikroskop gelegte Papierfläche projicirt.

Das Sonnenmikroskop dient dazu, die Bilder kleiner Gegenstände stark vergrößert auf einer weißen Wand oder auf einem durchsichtigen Schirme darzustellen, um dadurch Einzelnheiten solcher Gegenstände, welche dem freien Auge ihrer Kleinheit wegen entgehen, sichtbar zu machen. Vor dem Fensterladen eines verfinsterten Zimmers ist ein Planspiegel M (Fig. 239) aufgestellt, der die Sonnenstrahlen auf eine große Sammellinse A wirft, welche an dem Ende eines im Fensterladen befestigten Rohrs R angebracht ist. Die durch die Linse A bereits convergent gemachten Strahlen werden durch die zweite Linse B noch mehr convergent und erhellen so im hohen Grade den kleinen gewöhnlich zwischen zwei Glasplatten bei G gefaßten Gegenstand. Von dem stark erleuchteten Gegenstande wird hierauf durch ein aus mehreren Linsen zusammengesetztes, als Sammellinse wirkendes achromatisches

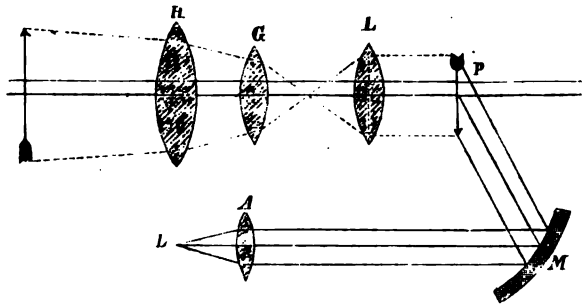
Fig. 239.



Objectiv L von kurzer Brennweite auf dem
ein verkehrtes Bild a b entworfen, welches i
größer als der Gegenstand erscheint, als der
dem Objectiv größer als jener des Gegenstar
Um die Beleuchtung des Gegenstandes gehi
läßt sich die Linse B mittelst eines Getriebes,
des Rohrs liegt, hin und her bewegen. Die
stände werden zwischen die Metallplatten K
hier durch Spiralfedern festgehalten. Nachd
Gegenstand vorgerichtet ist, wird die achrom
eines Getriebes, dessen Knopf in D liegt, so
auf dem Schirm ein helles und deutliches
vom Spiegel M reflectirten Strahlen jederze
Mikroskopes eintreten, muß man dem Spie
gegen diese Achse geben können. Es geschie
zähnten Rades, in welches die Schraube ohn
den Knopf E gedreht wird. — Undurchsichtig
der den mikroskopischen Linsen zugekehrten S
welchem Behufe man die von den Beleucht
convergirenden Strahlenkegel mittelst eines v
seitwärts aufgestellten Spiegels auf dasselbe

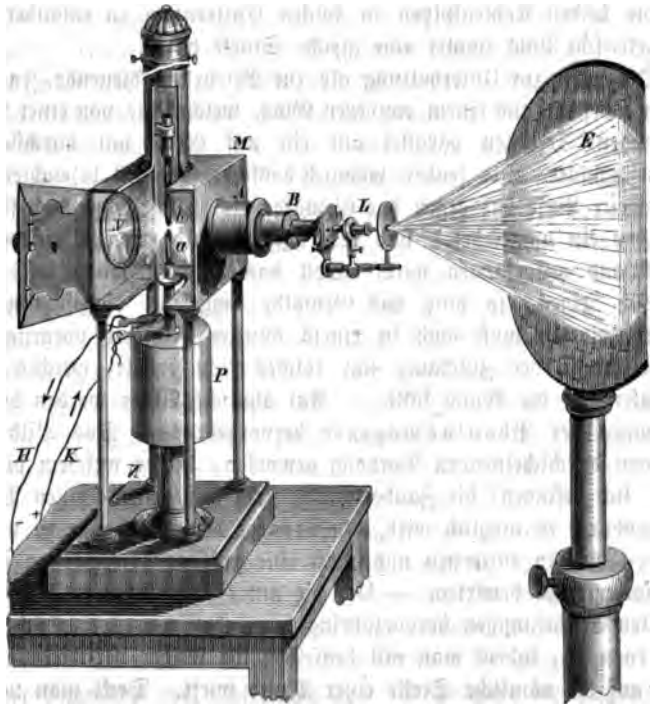
Bei dem Lampenmikroskope sendet d
von einer hellbrennenden Lampe herkommende
len auf den Hohlspiegel M, der es auf den
welchem es zu der mikroskopischen Linse L ge
heraustretenden Strahlen werden durch eine
auf einen engeren Raum zusammengedrängt,
vergrößertes Bild auf dem Schirme entsteht.
skope benutzt man zur Beleuchtung des Ob
welches ein in der Knallgasflamme glühend
Kalkstück befindet sich in dem Brennpunkt e
welche die Strahlen parallel macht. Hier

Fig. 240.



durch zwei andere Sammellinsen auf den kleinen Gegenstand concentrirt, dessen Bild durch ein aplanatisches Objectiv an einer Wand hervorgebracht wird. Mit Kalklicht erhält man aber nie so helle Bilder wie bei Anwendung des directen Sonnenlichtes. Intensiver als das Kalklicht ist das zwischen zwei genäherten Kohlenspitzen hervorgerufene elektrische Licht. — Figur 241 stellt das photoelektrische Mikroskop dar, wie es von Duboscq in Paris ausgeführt worden ist. In dem auf

Fig. 241.



vier Säulen ruhenden viereckigen Kasten aus
skop ABL befestigt, das ganz dieselbe Ein
mikroskop hat. In dem Innern des Kastens
Kohlenspitzen a und b, die sich nicht ganz
zwischen denselben entspricht genau der Achse
werden die von dem elektrischen Licht komm
jener Achse. Der metallene Hohlspiegel N
von der Rückseite zu benutzen. Sobald d
starken galvanischen Säule von dem einen
drahtes K zu der Kohle a geführt wird, v
überströmt und von der letztern mittelst des
andern Pole der Säule geht, entwickelt sich
Glanz dem der Sonne fast gleich kommt un
entworfenen vergrößerten Bilde die erfordo
Damit das elektrische Licht während mehrere
dauere, hat Duboscq eine besondere Vorricht
gulator erdacht. Dieser in dem Innern d
Regulator, der aus verschiedenen Rädern u
gesetzt ist und durch den elektrischen Strom
hält die beiden Kohlenspitzen in solcher Ent
das elektrische Licht immer eine gleiche Stär

Die mehr zur Unterhaltung als zur Bel
laterne besteht aus einem convexen Glas, n
kommenden Strahlen parallel auf ein auf
Farben gemaltes Bild sendet, wodurch dasselb
Eine zweite Linse hat gegen das Gemälde ei
demselben ein umgekehrtes und vergrößertes
einer Wand aufgefangen wird. Soll das
Lage sich zeigen, so muß das Gemälde u
Die Erscheinung muß auch in einem dunkl
werden, damit der Zuschauer nur solches L
die Linsen auf die Wand fällt. — Auf ähnl
scheinungen der Phantasmagorie hervorg
auf einen durchscheinenden Vorhang geworfen
schauer sich befinden; die Zauberlaterne steht
chen, wodurch es möglich wird, den Apparat
oder von ihm zu entfernen und somit eine g
Erscheinungen zu bewirken. — Um die unter
bekannten Erscheinungen hervorzubringen, wen
berlaternen an, indem man mit denselben di
mälde auf die nämliche Stelle einer Wand n

das Objectivglas der einen Zauberlaterne durch eine Blendung zu, so sieht man nur das Bild der andern. Zieht man hierauf diese Blendung allmählig zurück und schiebt man in derselben Weise eine solche Blendung vor die zweite Zauberlaterne, so läßt sich unmerklich das eine Bild in ein anderes umwandeln. — Das Megaskop ist dazu bestimmt, Bilder von größeren Gegenständen zu geben. Es reducirt sich in seiner einfachsten Form auf eine Linse von größerer Brennweite, vor welcher der gut beleuchtete Gegenstand steht, dessen reelles Bild man auf einen Schirm aus Papier oder eine mattgeschliffene Glastafel auffängt, um es daselbst abzeichnen zu können. Die Linse hat 8 bis 10 Centimeter im Durchmesser, damit sie ein hinlänglich großes Feld umfaßt und ein hinreichend helles Bild liefert. Die Linse ist in eine Röhre gefaßt, damit das fremdartige Licht möglichst zurückgehalten werde.

4. Von der Photographie.

Schon seit längerer Zeit waren Männer, wie Wedgewood, Davy, Wollaston und Charles bemüht gewesen, die Bilder der Camera obscura festzuhalten und auf diese Art getreue Nachbildungen von Gegenständen zu gewinnen. Alle ihre Bemühungen waren jedoch vergeblich, indem sie keine Mittel aufzufinden vermochten, die durch chemische Wirkung des Lichtes erhaltenen Bilder vor der weiteren Einwirkung desselben zu schützen, oder um sie, wie man sagt, zu fixiren. Nach vielen Jahren der angestrengtesten Arbeit gelang es jedoch endlich zwei Männern, Joseph Niepce und Louis Daguerre, die durch chemische Wirkung des Lichtes erzeugten Abbildungen festzuhalten und so den Grund zu der neuen Kunst zu legen, welche man am passendsten Photographie nennt, weil eben die Zeichnung durch die Lichtstrahlen hervorgebracht wird. — Das Material, worauf Daguerre seine Lichtbilder oder Photographien darstellt, ist eine mit einer dünnen Silberschichte überzogene oder wie man sich ausdrückt, eine plattirte Kupferplatte. Diese wird sorgfältigst gereinigt und polirt, alsdann den Dämpfen von festem oder flüssigem Jod, oder wenn man eine rasche Einwirkung des Lichtes beabsichtigt, den Dämpfen einer Jodchlorürlösung so lange ausgesetzt, bis die Spiegelfläche in Folge der Verbindung der äußersten Silberschichte mit Jod oder Jodchlorür eine goldgelbe oder röthliche Färbung angenommen hat. — Die so zubereitete Platte kommt vor jeder Lichteinwirkung bewahrt in die Camera obscura genau an die Stelle, wo sich das Bild des abzuzeichnenden Gegenstandes scharf darstellt. Nach kurzer Zeit, deren Dauer nach der Reinheit der Platte, nach der Intensität des einwirkenden Lichtes, nach der Beschaffenheit der gebrauchten Lösung, nach der Lichtstärke des Objectives von $^1/_2$ Secunde bis mehrere Mi-

nuten wechselt, hat sich die oberste Schichte de
daß, wenn man die Platte Queckſilberdämp
von etwa 60° C. ausſetzt, ſich ein deutlich
zeigt. — Um das gehörig entwickelte Bild
gegen weitere Veränderungen durch das Li
den unverändert gebliebenen Theil des S
Man taucht deßhalb die Platte in eine w
ſchwefeligſaurem Natron oder in eine ſiedend
löſung und reinigt zuletzt durch Uebergießen
Bild, welches der ungleiche Widerſchein zwiſc
zu Tage fördert. Der Effect des Bildes w
durch Behandlung mit einer Auflöſung vo
Ueberzug von Gold gibt; durch dieſen Uebe
dunkler und das Queckſilber feſter adhäriren

Die erſte wichtige Operation zur Erze
das Putzen und Poliren der Platte. Am zw
dabei wie folgt. Man überzieht ein hölzern
Kautſchoukſcheibe, welche ſchwach mit Terpen
feſtigt darauf die Kupferplatte mit der Kupf
mit feingeſchlemmtem Tripel vermittelſt za
befeuchteter Baumwolle unter mäßigem Dru
förmig herum, bis ſie matt blank erſcheint,
mit trockenem Tripel und reibt ſie auf dieſel
Baumwolle grauſchwarz geworden iſt und d
immer matt ſpiegelt. — Jetzt erſt beginnt de
dieſem Behufe wird die Platte mit feingeſchl
und das Pulver mittelſt reiner Baumwolle
Kreiſe herumgeführt, bis die Platte vollkor
nämliche Operation wird wiederholt, wobei
ſetzter Richtung im Kreiſe herumfährt und z
Strichen polirt, welche ſenkrecht gegen jene R
das künftige Bild zu ſtehen kommen ſoll, m
nach der Quere, bei einem Querſtücke no
Politur wird daran erkannt, daß die Platte
gleichförmig weiß ſich zeigt und der Hauch
ohne irgendwo Flecken zurückzulaſſen.

Die zweite Operation, das Jodiren, ge
ſtark mit Waſſer verdünnten Jodchlorürlöſun
man, wenn man Chlorgas, wie es eben in e
Braunſtein und Salzſäure entwickelt wird, i
auf deſſen Boden ſich trockenes gepulvertes

masse wird bald flüssig und muß öfters umgerührt werden. Ist der größere Theil von Jod in den flüssigen Zustand übergegangen, so setzt man etwa 16 Theile Wasser hinzu und läßt den Rest von Jod sich absetzen. Diese Flüssigkeit wird zum Jodiren der Platte gebraucht; zu dem Ende gießt man die Lösung in ein flaches Porzellangefäß, dessen Ränder wohl abgeschliffen sind, und legt die Platte so darauf, daß sich jeder Punkt der Silberfläche in einer Entfernung von etwa 8 Millimeter von der Oberfläche der Flüssigkeit befindet. Hat die Platte einen röthlichen Farbenton angenommen, so nimmt man sie weg und schützt sie in einer Kapsel eingeschlossen vor jeder Lichteinwirkung.

Die Goldlösung, welche man bei der letzten Operation anwendet, um das fertige Bild schöner hervortreten zu lassen und eine größere Festigkeit zu verleihen, erhält man, wenn man 1,17 Grammes krystallisirtes Chlorgas in 560 Grammes destillirtem Wasser auflöst und unter Umrühren 1 bis 2 Tropfen Ammoniakflüssigkeit hinzusetzt. Hierauf bereitet man eine aus 3,65 Grammes unterschwefelsaurem Natron und 560 Grammes destillirten Wassers bestehende Flüssigkeit und setzt ihr die Goldlösung tropfenweise unter beständigem Umrühren hinzu. Die so erhaltene wasserhelle Flüssigkeit gießt man auf das fertige rein abgewaschene Bild, so daß eine Schichte Goldlösung von etwa 2 Millimeter Höhe darüber steht, worauf die Platte mittelst einer unter ihr stehenden Weingeistlampe so lange erwärmt wird, bis das Bild kräftig hervortritt. Sobald dies der Fall ist, übergießt man die Platte mit kaltem Wasser, wobei man ihr eine geneigte Stellung gibt; läßt abermals Wasser darauf fließen und trocknet sie endlich in dieser Stellung mittelst einer Weingeistlampe. — Das ganze Verfahren ist einfach, verlangt aber viel Uebung und große Handfertigkeit, wenn jederzeit ein vollkommenes Lichtbild zu Stande kommen soll.

Ein ganz anderes Verfahren zur Darstellung photographischer Bilder hat Talbot angegeben. Das Verfahren besteht aus zwei getrennten Operationen: zuerst wird ein negatives Bild des Gegenstandes erzeugt; alsdann werden mittelst dieses Bildes beliebig viele positive Bilder, gleichsam Abdrücke, erhalten. Zur Aufnahme des negativen Bildes dient ein eigens zu diesem Behufe zubereitetes Papier, welches photographisches Papier für das negative Bild genannt werden mag. Ein solches Papier bereitet man, indem man die glatte Seite feinen gleichförmigen Maschinenpapiers vorerst eine Minute lang mit der Oberfläche einer Lösung von Jodkalium (17,5 Grammes in 367,5 Grammes destillirten Wassers), der man etwa 10 Tropfen einer concentrirten Cyankaliumlösung zugesetzt hat, in Berührung bringt; alsdann mit feinem Löschpapier abtrocknet, und hierauf das Papier an einem lichtschwachen

Orte mit der feuchten Seite auf der Oberfl
sauren Silberoxydes (21,9 Grammes in 3
Wassers) gemengt mit starker Essigsäure (
etwas kohlensaurem Natron (etwa 0,36 Gra
den lang liegen läßt. — Das so zubereitete
haltung jeder Lichteinwirkung noch im feuchte
tafeln in die bereits eingestellte Camera ob
wirkung des Lichtes vollzogen, wozu eine Zei
hinreicht, wird in einem dunklen Local das
auf eine horizontale, mit concentrirter Gall
gelegt und darauf so lange gelassen, bis
Theilen kräftig hervorgetreten ist. — Um
es mit frischem destillirtem Wasser mehrmal
einer Auflösung von unterschwefligsaurem N
175 Grammes destillirten Wassers) übergo
bleibt das Bild so lange, bis die ungesch
gelb, sondern ganz weiß erscheinen, was bei
keit schon in 5 bis 15 Minuten, sonst aber
tritt. Das Fixiren geschieht bei sehr schwa
Kerzenlicht. — Das fixirte Bild wird zwis
alsdann mehrmal mit reinem destillirten Wa
getrocknet; worauf man es auf einem Blatte

Um das positive Bild zu bekommen, m
Bild vorerst durchsichtig gemacht werden, n
man die Papiersubstanz unter Hülfe von W
von Wachs und Fett durchzieht. Hierauf
Bildseite auf ein anders chemisch präparirtes
liegendes Papier gelegt und mit einer zweite
dann das Ganze zusammengepreßt und der
lichtes 5 bis 15 Minuten lang ausgesetzt,
Papierfläche ein positives Bild entsteht, inde
negativen Bildes das Licht von dem zweiten
Fixiren des positiven Bildes dient eine Lös
unterschwefeligsaurem Natron und 8,75 Gra
Grammes destillirten Wassers; man läßt es
mehr kräftiger hervortritt. Nach der Operati
Bild mehrmals mit destillirtem Wasser gew
sorgfältigst getrocknet werden. — Das photo
positive Bild wird bereitet, wenn man gute
mit der glatten Seite auf einer Kochsalzlös
367,5 Grammes destillirten Wassers) 1½ N

dann mittelst Fließpapier ein wenig abtrocknet und hierauf mit einer Lösung von salpetersauren Silberoxyds (17,5 Grammes in 175 Grammes destillirten Wassers) 2 Minuten lang in Berührung läßt und zuletzt es wieder zwischen Fließpapier trocknet.

Die nach der Talbot'schen Methode erhaltenen Bilder bieten nicht jene Zartheit und Schärfe in den Zeichnungen, nicht jene eigenthümlichen Abstufungen in den Tönen dar, wie wir solche mit so vielem Vergnügen an den Daguerre'schen Bildern wahrnehmen. Dagegen haben die Lichtbilder auf Papier gegen die Metallbilder gehalten ebenfalls unverkennbare Vorzüge. Denn von großem Vortheil ist es, die theure Metallplatte durch ein einfaches Blatt Papier zu ersetzen, das sich wegen seines geringeren Gewichtes leichter transportiren läßt und so die Ausführung dem Reisenden bequemer macht. Zudem hat das Bild auf Papier eine größere Dauerhaftigkeit als das Bild auf Metall, weil das erstere bis auf eine gewisse Tiefe in das Papier eingedrungen ist, während das zweite blos an der Oberfläche haftet. Dazu kommt noch, daß eine gute Photographie auf Papier mehr das Ansehen einer gewöhnlichen Zeichnung hat und bei derselben die lästige Spiegelung wegfällt, welche bei den Metallbildern so schwer sich beseitigen läßt. Ohnerachtet dieser mancherlei wesentlichen Vortheile, welche die Lichtbilder auf Papier gegen die auf Metallplatten haben, werden die ersteren doch die letzteren nicht verdrängen. Denn auch sie haben wieder ihre eigenthümlichen Vortheile und übertreffen die andern in gewissen Stücken, in denen dieselben ihnen nie gleichkommen werden. Beide Zweige dieser Kunst werden daher ungehindert nebeneinander bestehen und sich gegenseitig ergänzen.

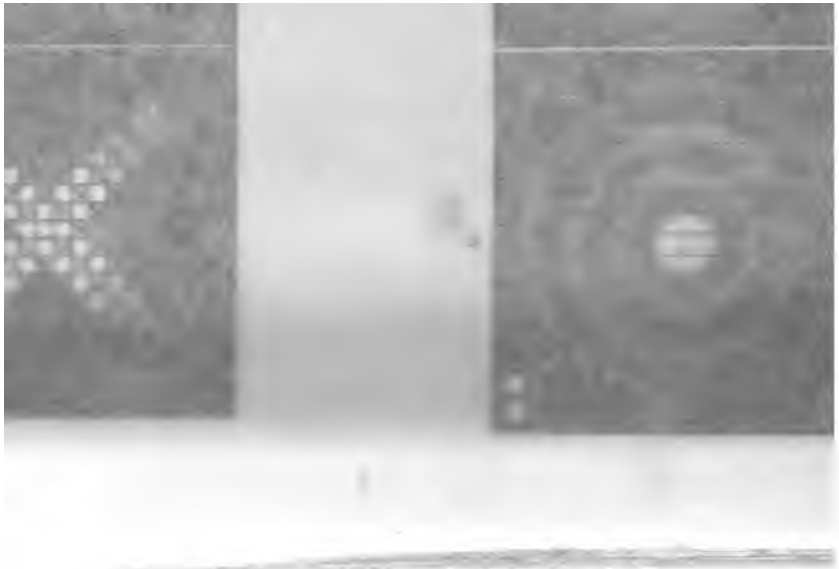
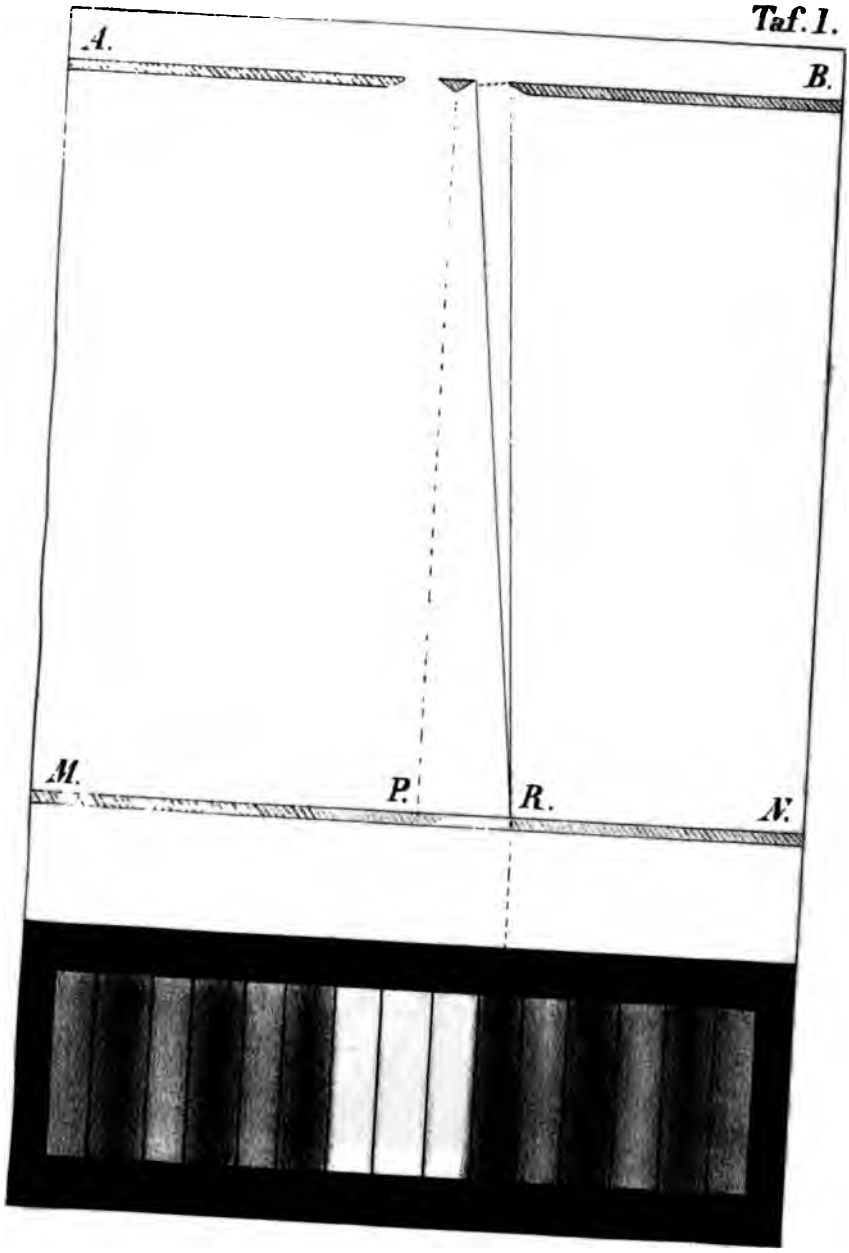
Eine glückliche Abänderung der Photographie auf Papier ist die Photographie auf Glas. Nach Niepce wird nämlich bei der Erzeugung des negativen Bildes das Papier durch eine Glasplatte ersetzt, die man mit einer gleichmäßig dichten Schichte von Kleister, Eiweiß oder thierischem Leim überzieht. Der Kleister muß gut verkocht, der Leim vollkommen gelöst und das Eiweiß durch Schlagen zu Schnee oder Filtriren durch Seidenpapier von seiner zellenartigen Substanz befreit werden. Man setzt den Lösungen dieser Stoffe etwas Jodkalium hinzu, seihet sie durch dreifache Leinwand durch und gießt davon eine entsprechende von Luftblasen freie Menge auf eine sorgfältigst gereinigte Glastafel. Indem man die Tafel hin und her neigt, gewinnt man einen gleichförmigen Ueberzug, den man trocken werden läßt und dann erst mit der Silbersalzlösung behandelt, wobei die überzogene Glasfläche mit der Lösung auf einmal in Berührung kommen muß. Die aus der Silberlösung herausgenommene Glastafel wird auf der Rückseite und an den

Rändern abgetrocknet und dann in die Cam
Bild hierauf mit Gallussäure hervorgerufen,
Natron fixirt und zuletzt mit reinem Wasser
haltene negative Bild wird hierauf nach der
Papier übertragen. Es ist mithin ein Licht
der Namen Glasbild streng genommen hier

Bei den sogenannten farbigen Lichtbilder
durch das Licht hervorgebracht, sondern von
Im Allgemeinen trägt man die Farben leis
bemalt werden sollen, so daß die Farbe n
erscheint. Ein farbiges Lichtbild ist demnac
Lichtbild und Gemälde. Ob es übrigens d
Gegenstände in ihren natürlichen Farben wi
Lichte in ähnlicher Weise zu malen, wie jet
wird, ist eine schwer zu entscheidende Frage.
käme es vor allen Dingen darauf an, eine
solcher Beschaffenheit aufzufinden, welche die
verschiedenfarbigen Strahlen in einer dieselb
wiedergäbe oder die Farbe hervorbrächte, die
lich ist, der darauf einwirkt. Bis jetzt schein
füllung dieser Forderung sehr geringe zu sein,
chemische Agentien gefunden hat, die fähig
kung des Lichtes auf eine den verschiedenfarb
Weise zu verändern. Wenn dergestalt es bis
ist, die einfachen Farben des Spectrums h
doch nicht im Stande, dieses farbige Bild
zu fixiren; wie denn auch die zusammengesetz
von dem gewöhnlichen Lichte erleuchteten Ge
auf der Platte nicht hervorbringen lassen.

Die Photographie liefert uns bewundern
welche die Hand des Menschen nicht aus
staunenswerther Genauigkeit vollendet diese
Details ihre Zeichnungen. Das Hervorrage
in der äußeren Scene behandelt sie mit der
Produkte sind und können darum nichts ande
der Natur. — Eine solche Gleichheit ist al
Malerei. In ihren Werken wollen wir m
riellen Darstellung künstlich auch Gedanken u
die Malerei darf deßwegen nicht blos die
Lebens wiedergeben; sie soll mit ihren Z
höhere Gefühle in uns erregen und in alle
einen einheitlichen Gedanken, der dem Ganzen
lassen. Ein Lichtbild und ein Gemälde sind
verschiedene Dinge. Jedes hat seine besonder
denen es beurtheilt und geschätzt werden n
Gemälde kann ein gutes Lichtbild wohl bes
diesem nicht verlangen, was jenes nur zu le

a.
c.



Taf. 1.